

VIER IN EEN RIJ



Voorronde opdracht van de 24^e Wiskunde Olympiade

16 November 2012



Colofon

De Wiskunde Olympiade is een initiatief van het Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

De Olympiade commissie is verantwoordelijk voor de organisatie van de Olympiade en het vervaardigen van de opdracht.

De commissie bestaat uit:

Sarah Abdellahi
House of Mathematics, Isfahan, Iran

Marcel Daems
Montaigne Lyceum, Den Haag

Tom Goris
Fontys Lerarenopleiding, Tilburg, Freudenthal Instituut, Utrecht

Dédé de Haan
Freudenthal Instituut, Archimedes opleidingen, Utrecht

Kim Kaspers
Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur,
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Matthias Lippert
Röntgen Gymnasium, Remscheid-Lennep, Duitsland

Ruud Stolwijk
CITO, Arnhem

Monica Wijers
Freudenthal Instituut, Utrecht

Secretariaat:

Liesbeth Walther en Mariozee Wintermans
Freudenthal Instituut, Utrecht

De Olympiade wordt mede mogelijk gemaakt door subsidies van

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap
CASIO, Amstelveen
Texas Instruments, Utrecht
Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Werkwijzer bij de voorronde opdracht van de Wiskunde A-lympiade 2012/2013

Deze Wiskunde A-lympiade opdracht bestaat uit een instapopdracht, twee vervolgoopdrachten en een eindopdracht.

Algemene adviezen bij het werken aan deze opdracht:

- Lees eerst de volledige tekst van de opgave door zodat je weet wat jullie allemaal te doen staat.
- Bewaak de tijd die jullie besteden aan de instapopdracht, houd genoeg tijd over voor de vervolg- en eindopdrachten. Verdeel de taken waar mogelijk en overleg indien nodig.
- Als je taken hebt verdeeld, bespreek dan na iedere opdracht de resultaten met elkaar.
- **Onderzoeksvragen:**
In een aantal vragen staat: 'onderzoek of...' of 'onderzoek aspecten van...'
Geef bij dit soort vragen altijd nauwkeurig aan wat je onderzocht hebt, onderzoek eventueel eenvoudigere problemen, ga verder dan alleen het antwoord op de vraag geven, onderzoek alternatieven. Op dit soort criteria wordt de kwaliteit van je uitwerking beoordeeld.

Inleveren:

- De volledig uitgewerkte eindopdracht
- Als bijlagen: de resultaten van de instap- en vervolgoopdrachten

De jury krijgt kopieën van jullie werk. Die kopieën moeten uiteraard goed leesbaar zijn.

Schrijf en teken daarom met een zwarte pen, print alleen op A4 formaat, eventuele tekeningen liever niet met potlood. Maak zelf een testkopie in geval van twijfel!

Beoordeling:

Bij de beoordeling kan onder andere gelet worden op:

- de leesbaarheid en de duidelijkheid van de eindopdracht
- de volledigheid van het werk
- het gebruik van wiskunde
- de gebruikte argumentatie en de verantwoording van gemaakte keuzes
- de diepgang waarmee een en ander is gedaan
- de manier van presenteren: o.a. de vorm, leesbaarheid, structuur, gebruik en functie van bijlagen
- De (wiskundige) creativiteit in de uitwerkingen van de opdrachten

Veel plezier en succes!














Vier in een rij

Inleiding

Een landelijke supermarktketen kent een bijzondere regeling: als je als vierde wachtende in de rij voor de kassa staat, krijg je je boodschappen gratis!

Deze actie is aanleiding om nader onderzoek te doen naar het verband tussen het aantal klanten in een supermarkt en het aantal geopende kassa's dat nodig is om de klanten vlot af te laten rekenen. En dan natuurlijk zonder dat er al te vaak gratis boodschappen worden uitgedeeld.

Om te beginnen geven we een aantal voorwaarden die op de website van de supermarktketen worden genoemd:

	Kassa 1	Kassa 2	Kassa 3
Klant aan het afrekenen			
Wachtende 1			
Wachtende 2			
Wachtende 3			
Wachtende 4		Gratis! 	

1. Staat u als 4e wachtende in de rij dan krijgt u al uw boodschappen gratis.
2. De klant die al geholpen wordt bij de kassa telt niet mee als wachtende. De vierde wachtende klant is dus de vijfde klant in de rij.
3. De garantie geldt alleen als u niet bij een andere kassa met een kortere rij aan kunt sluiten.
4. Zodra u vierde wachtende bent, dient u dit direct kenbaar te maken bij de kassamedewerker. Wacht dus niet tot u zelf wordt geholpen, want achteraf is vaak niet meer vast te stellen of uw melding terecht was.

Deze spelregels zijn het uitgangspunt bij alle opdrachten van deze Olympiade.

Instapopdracht

Een kleine supermarkt

Een kleine buurtsupermarkt heeft twee kassa's. De eigenaar overweegt hetzelfde systeem in te voeren als de landelijke supermarktketen. Het weggeven van gratis boodschappen is echter erg duur. De eigenaar wil de situatie daarom eerst onderzoeken en geeft alleen tijdens het onderzoek gratis boodschappen aan de vierde wachtende.

Op de dag van het onderzoek is er om 8.00 uur één kassa geopend. De eigenaar noteert de tijdstippen waarop klanten bij de kassa komen. Je vindt deze in de tabel hiernaast.

Per klant is er gemiddeld drie minuten nodig om af te rekenen.

Opdracht 1

Onderzoek de rijontwikkeling bij de kassa van 8.00 tot 9.00 uur. Geef duidelijk aan hoe je dit onderzoek hebt aangepakt. Bereken de gemiddelde wachttijd per klant. Zijn er gedurende dit uur klanten die gratis boodschappen krijgen?

Aankomsttijdstip bij (de rij voor) de kassa	Aantal klanten dat aansluit
8.01	1
8.02	2
8.07	1
8.14	2
8.15	1
8.16	1
8.22	1
8.24	1
8.25	1
8.29	1
8.31	1
8.33	1
8.34	1
8.39	1
8.45	1
8.50	1
8.56	1

Vervolgopdrachten

De tweede kassa

Vanaf 9.00 uur op de onderzoeksdag zijn er twee kassa's geopend.

De eigenaar heeft weer de tijden genoteerd. Je vindt deze in de tabel hiernaast. We gaan er van uit dat klanten in de kortste rij gaan staan.

Opdracht 2

Onderzoek de rijontwikkeling bij de kassa's van 9.00 tot 10.00 uur. Breng deze overzichtelijk in beeld. Geef duidelijk aan hoe je dit onderzoek hebt aangepakt. Bereken de gemiddelde wachttijd per klant. Zijn er gedurende dit uur klanten die gratis boodschappen krijgen?

Opdracht 3

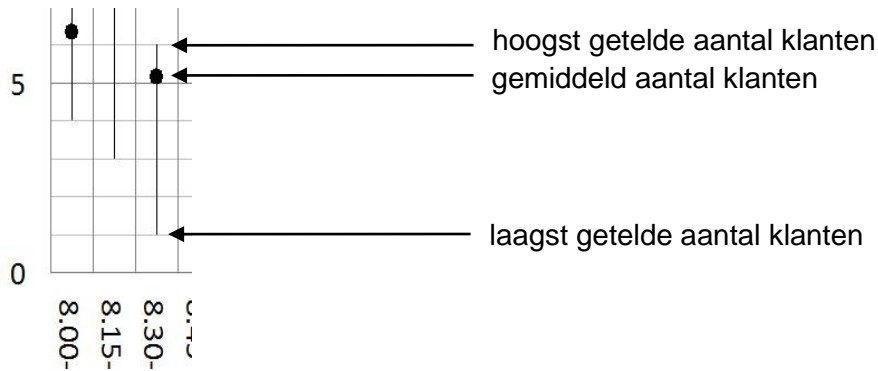
De supermarkteigenaar wil op rustige tijden maar één kassa geopend hebben want dan kan de andere medewerker op die momenten vakkenvullen of andere nuttige zaken doen. Maar de eigenaar wil niet graag gratis boodschappen uitdelen. Hij besluit daarom voortaan de tweede kassa pas te openen zodra er, behalve de klant die aan het afrekenen is, nog drie mensen in de rij staan. De volgende klant kan dan direct met afrekenen beginnen. De tweede kassa gaat weer dicht zodra dat kan.

Breng de kassastroom tussen 9.00 uur en 10.00 uur in beeld als de eigenaar dit systeem had toegepast. Geef aan op welke momenten er één en op welke momenten er twee kassa's geopend zouden zijn. Bereken weer de gemiddelde wachttijd voor een klant en geef aan of er klanten gratis boodschappen krijgen.

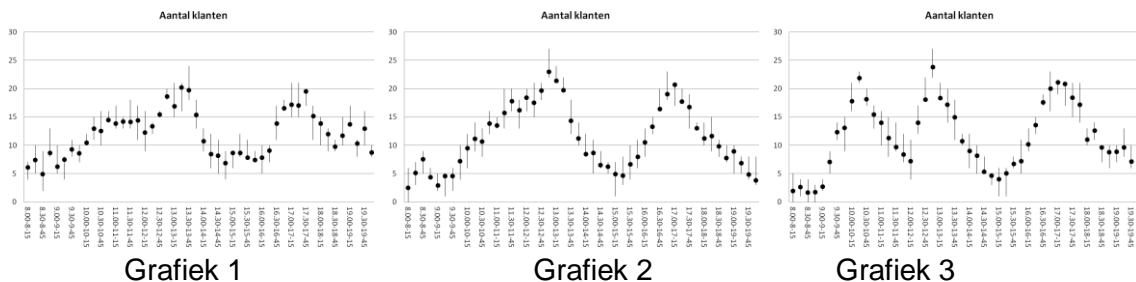
Aankomsttijdstip	Aantal klanten dat aansluit
9.00	1
9.01	1
9.02	1
9.04	1
9.08	1
9.09	1
9.10	2
9.11	1
9.16	1
9.19	1
9.21	2
9.25	1
9.27	1
9.32	2
9.33	3
9.34	1
9.35	3
9.36	1
9.37	1
9.39	1
9.43	1
9.48	1
9.50	1
9.53	1
9.57	1

Eindopdracht

Bij grotere supermarkten is door veelvuldige tellingen min of meer bekend hoe de *kassastroom* (het aantal klanten dat bij de kassa aankomt) zich door de dag heen ontwikkelt. Door op een groot aantal 'gewone' dagen te tellen (dus geen dagen rond feestdagen of vakanties) kan de gemiddelde kassastroom per kwartier berekend worden. Maar ook zijn de grootste en de kleinste aantallen getelde klanten bekend. Deze gegevens worden op de volgende manier in een grafiek weergegeven, zie de figuur hieronder:



In bijlage 1 t/m 3 zie je de volgende grafieken op ware grootte:



Een manager van een supermarkt moet op basis van dit soort grafieken een schema maken waarin staat hoeveel kassa's er bemand moeten zijn door de dag heen. Aangezien het weggeven van boodschappen erg duur is, wil de manager een indeling die geen vierde wachtende geeft. Wel moeten er, uit kostenoverwegingen, zo min mogelijk kassa's geopend zijn. Het afrekenen duurt ook hier gemiddeld drie minuten. De supermarkt heeft acht kassa's beschikbaar.

Inmiddels zijn er zoveel gegevens bekend dat de manager bijna iedere dag over een andere kassastroom - grafiek kan beschikken.

Het kost te veel tijd om voor iedere dag zo'n grafiek uitgebreid te analyseren. De manager heeft een methode nodig waarmee hij snel een indeling kan maken.

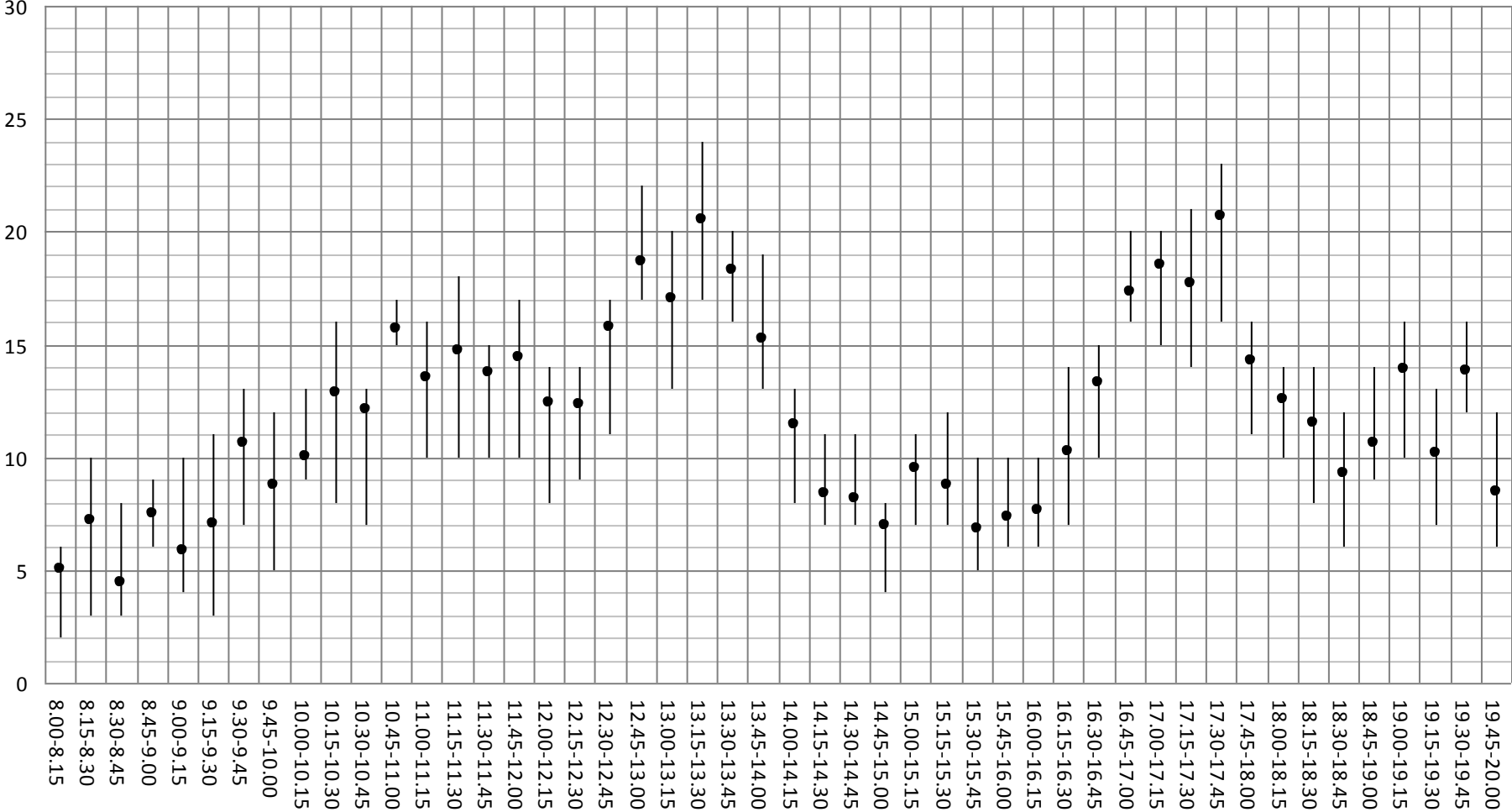
Opdracht 4

Ontwerp een heldere handleiding waarmee de manager op basis van een willekeurige kassastroom - grafiek snel een schema kan maken waarin hij of zij meteen kan zien op welk moment welke kassa's moeten openen en sluiten.

Laat in een bijlage zien, aan de hand van deze drie gegeven grafieken, dat die handleiding werkt en geef aan hoe je dat gecontroleerd hebt.

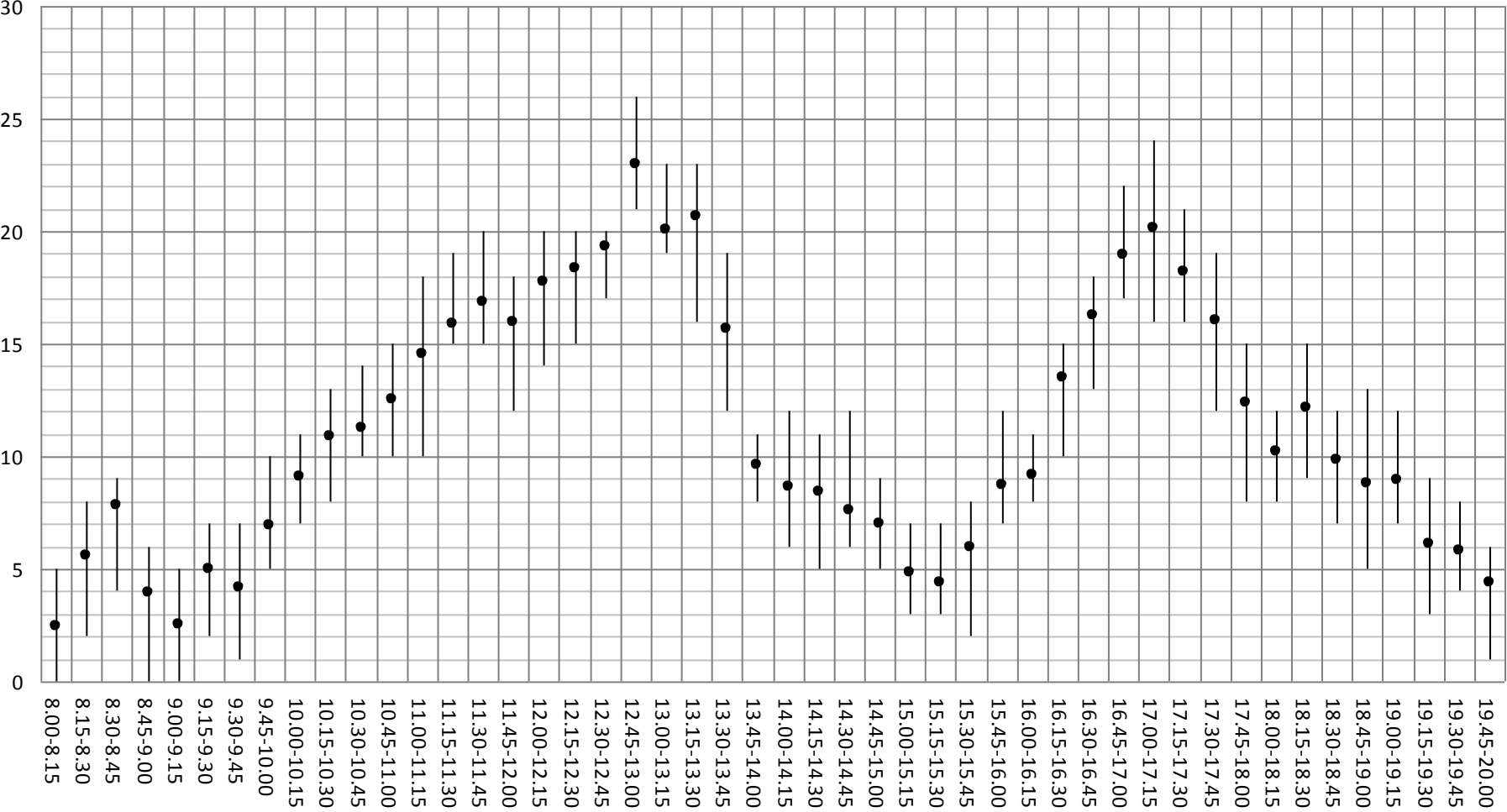
Bijlage 1

Kassastroom op doordeweekse dagen



Bijlage 2

Kassastroom op vrijdag



Bijlage 3

Kassastroom op zaterdagen

