

DE RUIMTE IN GETALLEN



Vorrunde opdracht van de 25^e Wiskunde Olympiade

15 November 2013



Colofon

De Wiskunde Alympiade is een initiatief van het Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

De Alympiade commissie is verantwoordelijk voor de organisatie van de Alympiade en het vervaardigen van de opdracht.

De commissie bestaat uit:

Sarah Abdellahi
House of Mathematics, Isfahan, Iran

Marcel Daems
Montaigne Lyceum, Den Haag

Tom Goris
Fontys Lerarenopleiding, Tilburg & Freudenthal Instituut, Utrecht

Dédé de Haan
Freudenthal Instituut, Utrecht & NHL Hogeschool, Leeuwarden

Kim Kaspers
Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur,
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Matthias Lippert
Röntgen Gymnasium, Remscheid-Lennep, Duitsland

Ruud Stolwijk
CITO, Arnhem & Vrijeschool Zutphen VO

Martin Traas
Zernike College, Haren

Monica Wijers
Freudenthal Instituut, Utrecht

Secretariaat:

Liesbeth Walther en Mariozee Wintermans
Freudenthal Instituut, Utrecht

Met medewerking van:
Eric van Dijk, Lorentz Casimir Lyceum, Eindhoven

De Alympiade wordt mede mogelijk gemaakt door subsidies van

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap
CASIO, Amstelveen
Texas Instruments, Utrecht
Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Werkwijzer bij de voorronde opdracht van de Wiskunde Olympiade 2013/2014

Deze Wiskunde Olympiade opdracht bestaat uit zes opdrachten en de eindopdracht. De eerste zes opdrachten vormen een aanloop naar de eindopdracht: alle verworven kennis en inzichten uit deze opdrachten kunnen worden toegepast in de eindopdracht.

Algemene adviezen bij het werken aan deze opdracht:

- Lees eerst de volledige tekst van de opgave door zodat je weet wat jullie allemaal te doen staat.
- Bewaak de tijd die jullie besteden aan de eerste zes opdrachten, houd genoeg tijd over voor de eindopdracht. Verdeel de taken waar mogelijk en overleg indien nodig.
- Als je taken hebt verdeeld, bespreek dan na iedere opdracht de resultaten met elkaar.
- **Onderzoeksvragen:**
In een aantal vragen staat: 'onderzoek of...' of 'onderzoek aspecten van...'
Geef bij dit soort vragen altijd nauwkeurig aan wat je onderzocht hebt, onderzoek eventueel eenvoudigere problemen, ga verder dan alleen het antwoord op de vraag geven, onderzoek alternatieven. Op dit soort criteria wordt de kwaliteit van je uitwerking beoordeeld.

Inleveren:

- De opdrachten 1 t/m 6
- De eindopdracht

De jury krijgt een digitale kopie van jullie werk. Als er bijlagen bij het werkstuk horen, lever dan alles aan in een gezippt mapje. Vermeld de naam van de school én jullie eigen namen in de bestandsnaam.

Beoordeling:

Bij de beoordeling kan onder andere gelet worden op:

- de leesbaarheid en de duidelijkheid van de eindopdracht;
- de volledigheid van het werk;
- het gebruik van wiskunde;
- de gebruikte argumentatie en de verantwoording van gemaakte keuzes;
- de diepgang waarmee een en ander is gedaan;
- de manier van presenteren: o.a. de vorm, leesbaarheid, structuur, gebruik en functie van bijlagen;
- De (wiskundige) creativiteit in de uitwerkingen van de opdrachten.

Veel plezier en succes!

De ruimte in getallen

Inleiding

De aantrekkelijkheid van woonwijken wordt mede bepaald door het type bebouwing, de manier waarop gebouwen zijn geplaatst en hoeveel ruimte er bebouwd is. Zo zijn bijvoorbeeld open ruimte en de nabije aanwezigheid van groen en voorzieningen daarbij van belang. Bovendien is voor veel mensen een bungalow aantrekkelijker dan een appartement in een flatgebouw. Natuurlijk verschilt dit ook van persoon tot persoon: sommige mensen wonen liever in een volgebouwde binnenstad dan op het ruime platteland, en omgekeerd. Architecten en stedenbouwkundigen houden met deze aspecten rekening als ze stadswijken en woningen ontwerpen. Daartoe worden de wijken met behulp van verhoudingen getypeerd. Ofwel: de ruimte in getallen.

Begrippen

- Met het *terrein* bedoelen we het stuk grond waarop de gebouwen staan inclusief de onbebouwde grond. De totale oppervlakte daarvan noemen we het *terreinoppervlak*.
- De oppervlakte van het terrein die door gebouwen wordt bezet, noemen we het *bebouwd oppervlak*.
- De totale oppervlakte van de gebouwen die gebruikt wordt noemen we het *totale vloeroppervlak*. Bij een woonhuis of een flat is dat de oppervlakte van de begane grond plus de oppervlakte van de verdiepingen.
- Het aantal *woonlagen* is de begane grond plus het aantal verdiepingen.
- En tenslotte: het verschil tussen het terreinoppervlak en het bebouwd oppervlak noemen we de *open ruimte*.

Voorbeeld



De drie appartementengebouwen op de foto zijn elk drie lagen hoog (begane grond plus twee verdiepingen), ze hebben ieder een bebouwd oppervlak van 100 m^2 . Het terrein heeft een oppervlakte van 1600 m^2 .

Dan is het totale vloeroppervlak 900 m^2 en de open ruimte is 1300 m^2 .

Deel 1 Verhoudingen

Met behulp van de zojuist genoemde begrippen worden er vier verhoudingen vastgelegd, die gebruikt kunnen worden bij de beschrijving van een (woon)wijk.

De Bebouwing Terrein Verhouding:

$$BTV = \frac{\text{bebouwd oppervlak}}{\text{terreinoppervlak}}$$

De Vloer Terrein Verhouding:

$$VTV = \frac{\text{totale vloeroppervlak}}{\text{terreinoppervlak}}$$

Het Gemiddeld Aantal (Woon)lagen:

$$GAW = \frac{\text{totale vloeroppervlak}}{\text{bebouwd oppervlak}}$$

De Open Ruimte Verhouding:

$$\begin{aligned} ORV &= \frac{\text{terreinoppervlak} - \text{bebouwd oppervlak}}{\text{totale vloeroppervlak}} \\ &= \frac{\text{open ruimte}}{\text{totale vloeroppervlak}} \end{aligned}$$

Opdracht 1

Bereken de waarde van deze vier verhoudingen met de gegevens uit het voorbeeld en leg in eigen woorden uit wat deze waarden betekenen.

Opdracht 2

Bekijk enkele andere mogelijke bebouwingen met hetzelfde totale vloeroppervlak (900 m²) op een terrein van 1600 m². Onderzoek* wat er met de waarden van de vier verhoudingen gebeurt. Geef je resultaten op een heldere manier weer, denk hierbij ook aan het gebruik van plaatjes, tabellen en grafieken.

* Lees in de werkwijzer goed na wat er met een onderzoeksvraag bedoeld wordt

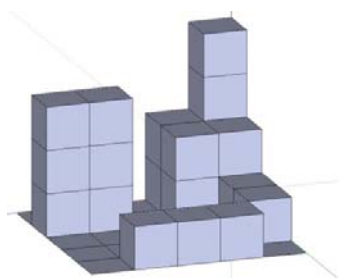
Gebruik voor deze en latere opdrachten bijvoorbeeld ruitjespapier, het programma SketchUp, de applet Huisjes Bouwen (zie Wisweb) of echte blokjes om verschillende bebouwingen te maken en eventueel ook om afbeeldingen te maken.



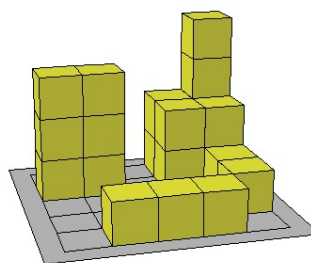
echte blokjes

			2	4
3	3		2	2
				1
				1
	1	1	1	

ruitjespapier



sketchup



applet huisjes bouwen

Opdracht 3

Op basis van de vier ruimtelijke verhoudingen kun je verschillende wijken ontwerpen.

Neem een rooster van 5 x 5 en de verhoudingen $BTV = \frac{16}{25}$; $VTV = \frac{6}{5}$;

$GAW = \frac{15}{8}$ en $ORV = \frac{3}{10}$.

Ontwerp twee verschillende wijken met deze ruimtelijke verhoudingen.

Opdracht 4

Over de waarden van de vier ruimtelijke verhoudingen valt het een en ander te zeggen.

Ze hangen bijvoorbeeld met elkaar samen. Ook is eenvoudig af te leiden dat bijvoorbeeld de waarde van BTV altijd tussen 0 en 1 ligt. Onderzoek welke waarden de verhoudingen kunnen aannemen, hoe ze met elkaar samenhangen en wat de betekenis van de waarden is voor de kenmerken van een wijk.

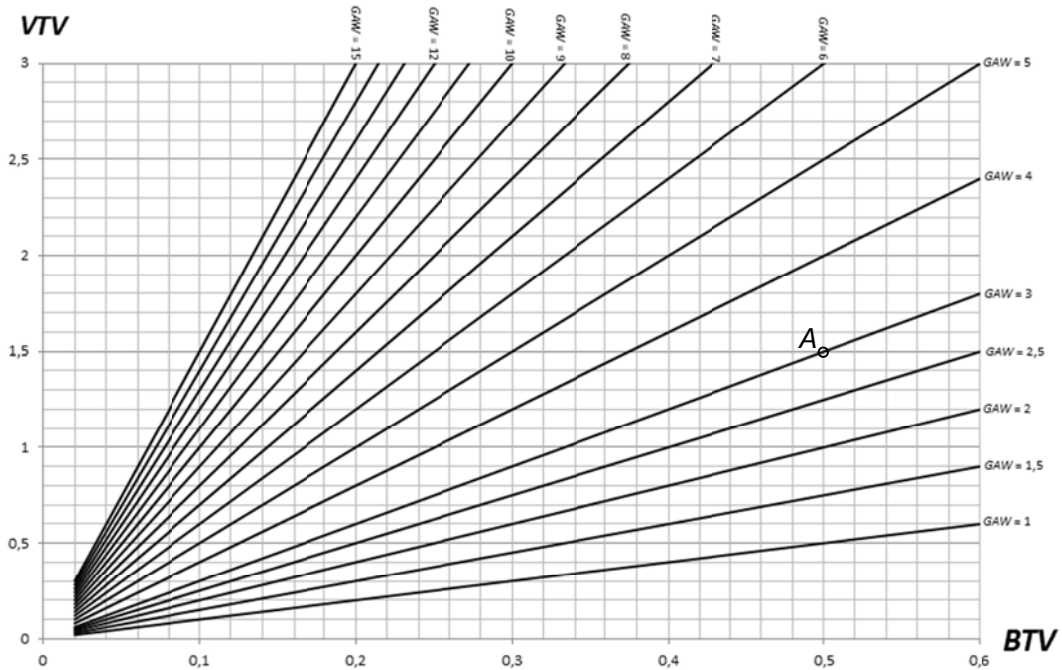
Doe verslag van het onderzoek en geef je resultaten op een heldere manier weer.

Denk daarbij weer aan het gebruik van afbeeldingen, tabellen en grafieken.

Deel 2 Een diagram

De ruimtelijke verhoudingen kunnen in een diagram worden afgebeeld. Hieronder zie je een deel van dit diagram. Een grotere versie vind je in bijlage 2. In het diagram zijn VTV en GTV langs de assen uitgezet. De lijnen voor GAW zijn getekend door steeds een vaste waarden van GAW te nemen.

In het diagram is af te lezen dat voor punt A geldt: $BTV = 0,5$; $VTV = 1,5$ en $GAW = 3$.



Opdracht 5

Leg uit waarom er voor iedere waarde van de GAW in dit diagram een lijn ontstaat.


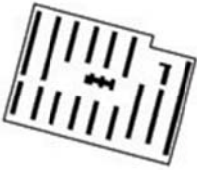





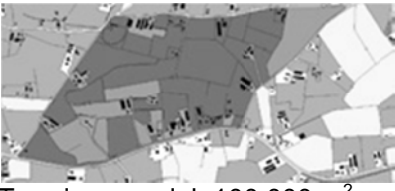
Opdracht 6

In bijlage 1 zie je een foto, een plattegrond en gegevens van vier verschillende woonwijken. Plaats elk van de wijken in het diagram van bijlage 2. Licht je plaatsing toe.

Eindopdracht

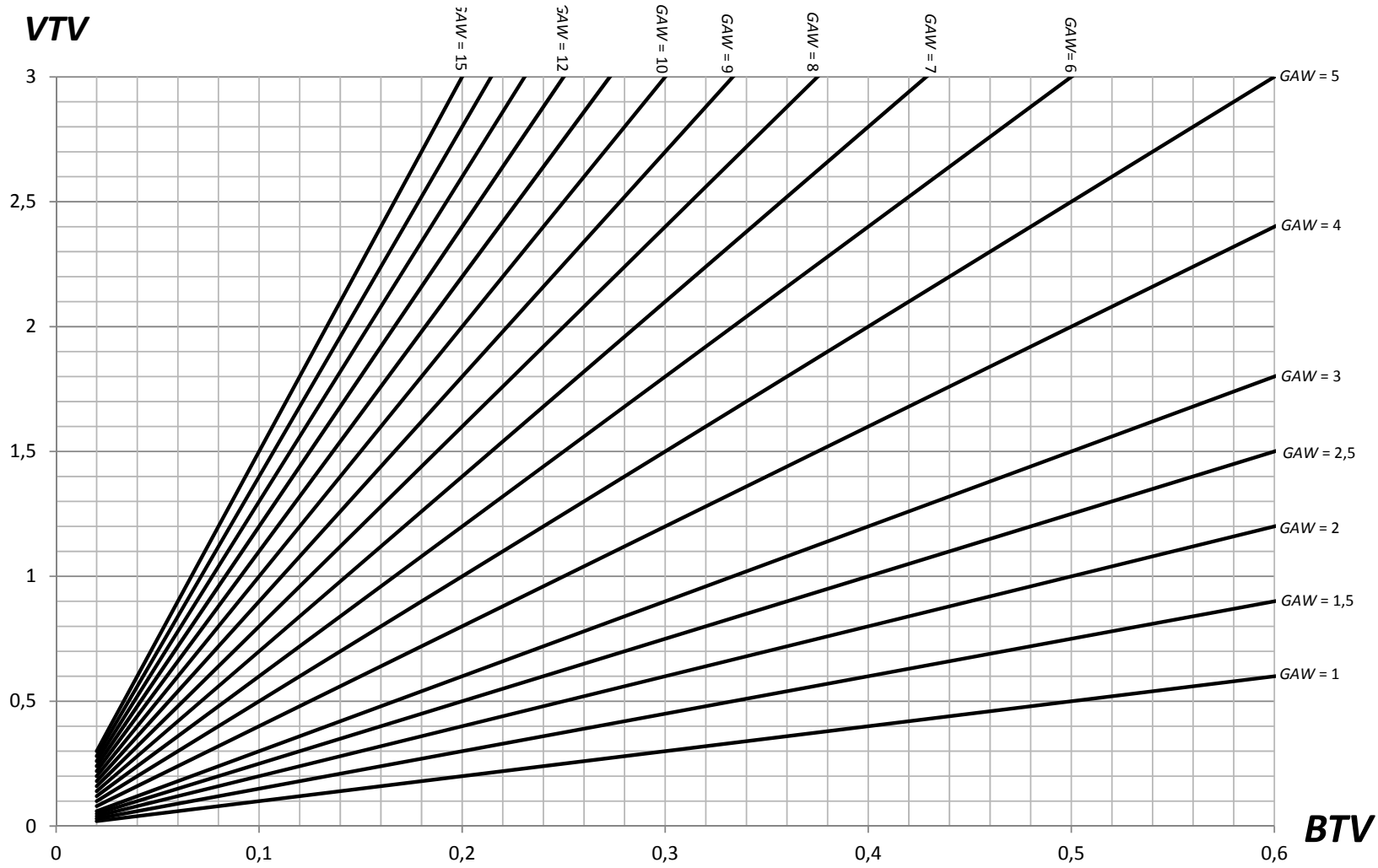
Je hebt gezien dat je verschillende soorten wijken hebt. Wijken op het platteland zien er anders uit dan in de stad, in de stad heb je ook weer verschillende wijken: luxe wijken, wijken met veel flats, enz. Of je een wijk bijvoorbeeld als 'luxe stadswijk' typeert, hangt van meer zaken af dan de kenmerken die je tot nu toe gezien hebt. In deze opdracht ga je (minimaal) vier soorten wijken 'typeren': je geeft een beschrijving van de soort en hoeveelheid bebouwing en de open ruimte, maar je mag hierbij ook andere relevante kenmerken gebruiken die in de opdracht nog niet aan de orde gekomen zijn. Kies een passende grafische weergave voor je typering. Gebruik voldoende illustraties (bijvoorbeeld foto's van internet, plattegronden, plaatjes uit gebruikte programma's, enz.).

Bijlage 1

 <p>Wijk Alfa</p>	 <p>Terreinoppervlak 72.000 m² Bebouwd oppervlak 17.000 m²</p>
 <p>Wijk Bèta</p>	 <p>Terreinoppervlak 107.000 m² Bebouwd oppervlak 7.500 m²</p>
 <p>Wijk Gamma</p>	 <p>Terreinoppervlak 30.000 m² Bebouwd oppervlak 12.500 m²</p>
 <p>Wijk Delta</p>	 <p>Terreinoppervlak 100.000 m² Bebouwd oppervlak 2.000 m²</p>

Bijlage 2

VTV



BTV