

# DE WISKUNDE- EXAMENPROGRAMMA'S HAVO EN VWO VANAF 2007

[ Henk van der Kooij ]

TABEL 1 Overzicht per profiel in havo

Profiel	huidig programma met aantal slu	vanaf 2007 profielvak met aantal slu	PEP (2007)	percentage CE	vernieuwing ( $\geq 2010$ )
C&M	A 1 (160)	-	-	geen CE	???
E&M	A 1,2 (280)	wi A (320)	ja	60%	ja
N&G	B 1 (320)	wi A (320)	ja	60%	ja
N&T	B 1,2 (440)	wi B (360)	ja	100%	ja

TABEL 2 Overzicht per profiel in havo

Profiel	huidig programma met aantal slu	vanaf 2007 profielvak met aantal slu	PEP (2007)	percentage CE	vernieuwing ( $\geq 2010$ )
C&M	A 1 (360)	wi C (480)	ja/nec	60%	ja
E&M	A 1,2 (600)	wi A (520)	ja	60%	ja
N&G	B 1 (600)	wi A (520)	ja	60%	ja
N&T	B 1,2 (760)	wi B (600)	ja	100%	ja

## Vooraf

Er blijkt nog steeds veel onduidelijkheid te bestaan over wat er vanaf 2007 zal veranderen aan de examenprogramma's wiskunde voor havo en vwo. Dat is niet echt vreemd, omdat je zonder directe betrokkenheid al snel de draad kwijt raakt door de over elkaar heen buitende aanpassingen. Daarom volgt nu eerst een overzicht van alle veranderingen die over ons gaan komen.

Daarbij is het goed om duidelijk voor ogen te houden dat door de politiek besloten is om de Tweede Fase in 2007 aan te passen vanuit de bestaande examenprogramma's en om vanaf 2010 werkelijke inhoudelijke herzieningen toe te staan.

## Examenprogramma's vanaf 2007

Bij het jaartal 2007 hoort de PEP (voluit: project examenprogramma's havo/vwo 2007). De PEP heeft drie uitgangspunten:

1. het inpassen van de bestaande examenprogramma's binnen de gewijzigde aantallen slu's (alle vakken ongeveer van gelijke omvang) en het afschaffen van de deelvakken;
2. het formuleren van globale examenprogramma's die worden vastgesteld door de minister;
3. het aanwijzen van 60% van het totale examenprogramma dat centraal wordt geëxamineerd (het CE-deel) en het in detail beschrijven daarvan in een CEVO-syllabus. Het niet-centraal te toetsen deel

wordt via een handreiking van SLO voorzien van voorbeelden van mogelijk onderwijs en toetsing. De CEVO-syllabus kan, indien gewenst en zonder tussenkomst van minister en Tweede Kamer, worden aangepast aan nieuwe inzichten en wensen. Voor wiskunde is het werk aan de programma-beschrijvingen en de syllabus gestart in mei 2005 en inmiddels zijn de definitieve voorstellen voor de syllabi gepubliceerd. Daarover later in dit artikel meer details.

### Vernieuwingen vanaf 2010

Bij de ontwikkeling van inhoudelijke vernieuwingen binnen de verschillende profielen voor 2010 en daarna horen de Profielcommissies en de vernieuwingscommissies. Binnen de verschillende profielen moet dan onder andere meer worden gelet op samenhang tussen de profielvakken. Zoals wellicht bekend is, zijn er vernieuwingen van alle exacte vakken voorzien; ook de ontwikkeling van het nieuwe bètavak Natuur, Leven en Technologie (NLT) in de N-profielen past bij deze vernieuwing. Voor wiskunde is cTWO (commissie toekomst wiskundeonderwijs) verantwoordelijk voor het aansturen van de ontwikkeling van alle wiskundevakken voor de bovenbouw van havo en vwo. Daarbij hoort onder andere ook overleg met de vernieuwingscommissies van de andere exacte vakken.

Actuele algemene informatie over deze langere termijn ontwikkelingen kan worden gevonden op websites als [www.ctwo.nl/](http://www.ctwo.nl/) (voor de vernieuwingen van wiskunde), [www.tweedefase-loket.nl/](http://www.tweedefase-loket.nl/) (informatie over schoolorganisatorische zaken, schema's met de sluv-verdeling per profiel en de nieuwe globale examenprogramma's), [www.minocw.nl/](http://www.minocw.nl/) (voor actuele beleidsbeslissingen) en (specifiek voor NLT) [www.betavak-nlt.nl](http://www.betavak-nlt.nl). Uiteraard worden de ontwikkelingen ook bijgehouden op de site van de vereniging ([www.nvww.nl](http://www.nvww.nl)).

### Hoe zit het nu precies met wiskunde?

Bij de andere exacte vakken is volstrekt helder wat er wanneer gebeurt, omdat PEP en vernieuwing strikt gescheiden zijn. Bij wiskunde hangt de onduidelijkheid samen met het feit dat PEP (2007) en vernieuwing (2010 en later, maar in een paar gevallen ook vanaf 2007) in sommige gevallen zijn vermengd en ook met het feit dat er zoveel verschillende vakken wiskunde zijn.

### Wiskunde D

Wiskunde D wordt in 2007 ingevoerd in het profiel N&T als één van de vier profielkeuzevakken, terwijl dat een nog niet bestaand programma is. Daarom valt wiskunde D niet onder de PEP-procedure, maar onder cTWO die vanaf 2007 (via experimenten met een beperkt aantal scholen) invullingen van dit vak (ter grootte van 440 sluv voor vwo en 320 sluv voor havo) zal verzorgen. Mede omdat het voorlopig geen centrale examinering zal krijgen,

valt dit vak niet onder de zorgen van CEVO. Er worden mogelijke koppelingen tussen wiskunde D en NLT onderzocht: er worden mogelijk modules ontwikkeld waarbij een school zelf kan beslissen of ze die binnen NLT of binnen wiskunde D gaan aanbieden. Maar dat zijn dus zaken die cTWO aangaan en niet CEVO.

Dat is de minst onduidelijke afwijking van het principe om 2007 en 2010 gescheiden te houden.

### Wiskunde C

Voor wiskunde C is er wat anders aan de hand. Het is binnen de PEP geformuleerd als het profielvak van vwo C&M. Dus valt het onder de PEP-uitgangspunten en moest het worden gedefinieerd vanuit het bestaande profielvak wiskunde A1. Het grotere aantal sluv (480 in plaats van de huidige 360) zorgt ervoor dat er meer ruimte komt om andere dingen te doen dan nu in A1 zijn gedefinieerd. Maar OCW wil dit vak een echt eigen gezicht geven. Daarom is een nieuwe invulling van het vak door OCW toegewezen aan cTWO. En daarmee is wiskunde C eigenlijk tussen wal en schip geraakt. De PEP-commissie mocht in het bestaande wiskunde A1-programma (vanaf 2007) op het domein 'functies en grafieken' een volledig C&M-eigen kleuring aangeven en de vernieuwingscommissie cTWO kreeg de opdracht om het hele vak een eigen inkleuring te geven die past bij het profiel C&M (richting 2010). Dit probleem heeft de CEVO-commissie voor de PEP zodanig parten gespeeld, dat er is besloten om wiskunde C vanaf 2007 voor het CE-deel te laten voor wat het nu al is (de inhoud van wiskunde A1) en de veranderingen in het totale programma over te laten aan de vernieuwingscommissie. Daarbij wordt het werk van de PEP-commissie voor wiskunde C dat al is gedaan in het kader van de PEP meegenomen. Zo snel mogelijk na 2007 zal dus een nieuw programma wiskunde C landelijk worden ingevoerd, met centrale examinering. In feite is daarmee wiskunde C uit de PEP-procedure gehaald en blijft het (voor wat betreft het CE-deel) dus voorlopig bij het oude: het CE zal gaan over de domeinen die nu ook al worden getoetst bij wiskunde A1.

De stand van zaken ten aanzien van de PEP is in de [tabellen op pagina 322](#) weergegeven. Wiskunde D is niet opgenomen omdat het buiten de PEP valt en wiskunde C heeft dus dat dubbele: het valt officieel onder de PEP, maar de ontwikkeling van het 'echte' vak wordt in gang gezet door cTWO.

In het overzicht is ook het recente politieke besluit verwerkt: extra sluv's en 100% CE voor wiskunde B in havo en vwo.

Een leerling mag wiskunde B in de profielen E&M en N&G kiezen in plaats van wiskunde A, met de extra uren die daar bij horen en de verplichting van 100% CE. Dit geldt voor zowel havo als vwo. In vwo mag wiskunde A of B worden gekozen in plaats van C; in havo staat er geen keuzevak wiskunde

**Voorbeeld 7**

Zwaardere dieren hebben een zwaarder skelet, ook in verhouding. Zo weegt het skelet van een veldmuis (20 gram) nog geen gram (= 5%), en dat van een 4000 kg zware olifant ca. 1000 kg (= 25%).

Het verband tussen lichaamsgewicht en skeletgewicht van (land)zoogdieren kan benaderd worden met de formule  $S = 0,0343 \cdot M^{1,083}$  met  $S$  het skeletgewicht in gram en  $M$  het lichaamsgewicht in gram.

- a. Laat zien hoeveel keer zo groot het skeletgewicht wordt wanneer het lichaamsgewicht 10 maal zo groot wordt (volgens deze formule).

Het lichtste zoogdier ter wereld is de winterspitsmuis, met een lichaamsgewicht van zo'n 2 gram.

- b. Maak een formule waarmee je op grond van het lichaamsgewicht meteen kunt berekenen hoeveel procent het skeletgewicht bedraagt (bij deze dieren). Maak de formule zo eenvoudig mogelijk.

Bovenstaande formule blijkt voor zware landzoogdieren -zoals olifanten- minder goed te voldoen.

Een betere formule voor die groep is:  $S = 0,058 \cdot M^{1,1}$  met  $S$  het skeletgewicht in gram en  $M$  het lichaamsgewicht in gram.

Het is eigenlijk vreemd om bij dergelijke zware dieren te werken met grammen.

- c. Pas de formule zo aan dat zowel het skeletgewicht als het lichaamsgewicht in kg uitgedrukt worden. Maak je formule zo eenvoudig mogelijk en controleer deze met een voorbeeld.
- d. Maak een formule waarmee je op grond van het skeletgewicht van een zwaar landzoogdier het lichaamsgewicht kunt berekenen.

**FIGUUR 1**

genoemd bij C&M, dus daar zal wiskunde alleen kunnen worden gekozen in het (vrije) keuzedeel. De vraagtekens bij havo A duiden op het feit dat de profielcommissies alsnog kunnen voorstellen om per 2010 wiskunde wél verplicht te stellen voor het profiel C&M havo.

**Algebraïsche vaardigheden vanaf 2007**

Door de vijf PEP-commissies is meteen bij de start van de werkzaamheden (mei 2005) de wens geuit om in de syllabi voor ieder wiskundevak afzonderlijk duidelijkheid te verschaffen over de mate waarin de algebra een rol mag/moet spelen bij het centraal examen.

Bij de invoering van de profielen is voor het vwo immers een flink deel van de algebra (de domeinen Bg: Functies en grafieken en Cg: Discrete analyse) terechtgekomen in het gemeenschappelijke programma. Hierdoor - maar ook mede door de beschikbaarheid van de grafische rekenmachine - zijn de grenzen tussen wiskunde A1(,2) en B1(,2) vervaagd ten aanzien van de gewenste algebraïsche kennis en -vaardigheid.

Opname van een afbakening ten aanzien van algebra in de syllabi dient daarom twee doelen: - docenten (en leerlingen) wordt een helder beeld gegeven van de verschillende eisen die per vak worden gesteld aan algebraïsche kennis en vaardigheden; - het vervolgonderwijs wordt duidelijk gemaakt op welke kennis en vaardigheden mag worden gerekend, gegeven de beperkte tijd die de politiek aan het wiskundeonderwijs gunt. Het is goed om op deze plaats nog eens te benadrukken dat deze actie rond algebra vanuit

de PEP-commissies is gekomen en dat het puur toeval is dat de commotie rond algebra, GR en formulekaart, zoals die begin 2006 is ontstaan vanuit het hoger onderwijs en die door de politiek is opgepakt, in diezelfde tijd speelde.

Het formuleren van voorstellen vond binnen de commissies plaats in december en januari en deze voorstellen zijn voorgelegd aan het veld. De twee bijeenkomsten zijn begin februari gehouden; voor havo bezocht door 60 en voor vwo door 70 docenten. Daarnaast hebben ongeveer 20 docenten gebruik gemaakt van de gelegenheid om via e-mail te reageren op de drie hoofdonderwerpen van de raadpleging:

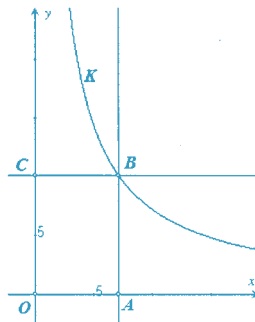
1. Bent u het eens met de detaileindtermen bij het CE-deel van het programma?
2. Stemt u in met de opsomming van de algebraïsche vaardigheden die leerlingen zonder gebruik van de GR moeten kunnen tonen op het examen?
3. Wat is uw mening over het gebruik van de formulekaart bij het examen?

Zonder in te gaan op alle details van de discussies kan worden gesteld dat er redelijke instemming was met de CEVO-voorstellen, maar er werd ook gewaarschuwd voor teveel ambities op het gebied van de algebra. De beperkte aantallen sluit voor de examenprogramma's en het feit dat er in de onderbouw (met name in het derde leerjaar) veel te weinig aandacht is voor algebraïsche kennis en vaardigheden werden genoemd als redenen om voorzichtig te zijn met al te rigoureuze aanpassingen.

Het programma voor havo B werd te ambitieus gevonden, zeker als het is gekoppeld aan de

## Opgave 1

In een rechthoekig assenstelsel  $Oxy$  is  $OABC$  een variabele rechthoek. Punt  $B$  ligt op de kromme  $K$  en kan daarover bewegen. Onafhankelijk van de positie van punt  $B$  geldt dat  $OABC$  een rechthoek vormt met een constante oppervlakte 72.  $A$  ligt steeds op de positieve  $x$ -as en  $C$  op de positieve  $y$ -as.



- a. Toon aan dat  $K$  de grafiek van  $y = \frac{72}{x}$  is.

De raaklijn in het punt  $B$  aan de kromme snijdt de  $x$ -as in punt  $D$  en de  $y$ -as in punt  $E$ .

- b. Toon aan dat de oppervlakte van driehoek  $ODE$  niet afhangt van de positie van punt  $B$  op de kromme  $K$ .

Zelfstandig aanpakken en oplossen van een probleem bij wiskunde B vwo (enkelvoudige opgave)

## Opgave 5

De functie  $f$  is voor iedere reële  $x \neq 0$  gegeven door  $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{x}{e^x - 1}$ .

Als je de grafiek maakt met de GRM, dan lijkt het erop dat zij symmetrisch is ten opzichte van de  $y$ -as.

> Bewijs dat dit inderdaad het geval is.

## FIGUUR 2

## FIGUUR 3

aanscherping van de algebraïsche kennis en vaardigheden. Op het moment van de raadpleging was nog niet bekend dat de politiek 40 slu 'extra' zou gunnen. Daarom is, op basis van de discussies tijdens de bijeenkomst, besloten het grondtal  $e$  uit het programma te halen (en dus daarmee ook de afgeleiden van exponentiële en logaritmische functies) en de extra 40 slu volledig te reserveren voor aandacht aan algebra. Bij de vwo-raadpleging was wel bekend dat er 80 slu minder wordt gekort op wiskunde B. De aanwezige docenten waren er in grote meerderheid voor om die extra tijd te bestemmen voor de algebra.

De verschillen tussen wiskunde A en B met betrekking tot de algebra zijn in detail terug te vinden in de syllabi. Daarin wordt voor elk vak een apart hoofdstuk gewijd aan algebra. Ook is voor elk vak een nieuw subdomein opgenomen in het examenprogramma:

*Subdomein A5: Algebraïsche vaardigheden**Globale eindterm:*

*De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden en formules, heeft daar inzicht in en kan de bewerkingen uitvoeren met, maar ook zonder, gebruik van ICT-middelen zoals de grafische rekenmachine.*

*Specificatie:*

*De kaders voor dit subdomein worden geschetst in hoofdstuk 3.*

Ieder subdomein dat bij het CE hoort moet worden gespecificeerd met detailind termen. Voor dit

toegevoegde subdomein is gekozen om dat niet te doen, maar slechts te verwijzen naar het hoofdstuk van de syllabus waar die kennis en vaardigheden worden beschreven.

In globale zin komen de verschillen tussen wiskunde A en B (C is even buiten beschouwing gehouden vanwege de specifieke status) ten aanzien van algebra-manipulaties neer op:

- Algebraïsche vaardigheden binnen wiskunde B kunnen en zullen ook 'sec' worden bevraagd, dus zonder dat er sprake is van een contextprobleem buiten de wiskunde; bij wiskunde A worden algebraïsche kennis en vaardigheden in principe binnen een niet-wiskundige probleemsituatie getoetst. Als voorbeelden hierbij geven de **figuren 1 en 2** een goede indicatie.

- Bij wiskunde B wordt van leerlingen verwacht dat ze een algebra-vraagstuk van begin tot eind kunnen aanpakken en tot een oplossing te kunnen brengen (een zogenaamde enkelvoudige opgave); bij wiskunde A zal in principe alleen worden geëist dat ze in staat zijn om een paar stappen uit te voeren die tot een gegeven eindresultaat leiden. De voorbeelden van de **figuren 3 en 4** geven daarvan een indicatie.

- De GR is bij wiskunde B vooral een instrument voor het verkennen van een probleemsituatie en bij het vinden van een exacte oplossing van een vraag wordt in principe een algebraïsche aanpak verondersteld, terwijl bij wiskunde A vaak (omdat het probleem gesteld is in een niet-wiskundige context) mag worden volstaan met een benaderende oplossing die ook met de GR kan worden gevonden. De GR blijft dus gehandhaafd als beschikbaar

### Voorbeeld 3

(examen A1,2 2002; 1<sup>e</sup> tijdvak, Lentevoordeelweken, vraag 14)

Een kansrekeningsopgave.

De bedoeling is om de uitdrukking  $P = k^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k\right)^2$ , die de leerlingen eerst zelf moeten destilleren uit de context, te herleiden tot de in de opgave gegeven

formule:  $P = 1\frac{1}{3}k^2 - \frac{2}{3}k + \frac{1}{3}$ .

Enkelvoudige opgave die een wiskunde B leerling (vwo) zelfstandig tot een goed einde moet kunnen brengen

### Opgave 6

De functie  $f$  is voor iedere reële  $x$  gegeven door  $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ .

Maak op de GRM de grafiek van de functie  $y = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) + 1$ .

> Wat voor bijzonders constateer je? Verklaar dit met behulp van algebra.

## FIGUUR 4

## FIGUUR 5

instrument bij het CE. Ook bij wiskunde B zijn er natuurlijk vragen die niet met algebraïsche methoden oplosbaar zijn.

### Enkelvoudige opgaven

Bijzondere aandacht verdienen de zogenaamde enkelvoudige opgaven voor wiskunde B van vwo (beslist niet te verwarren met een eenvoudige opgave!). Het gaat daarbij om opgaven waarbij een leerling zowel de aanpak als de uitvoering zelf moet bepalen. In **figuur 5** is een voorbeeld van een dergelijk vraagstuk gegeven. De meeste docenten waren het eens met het idee dat dergelijke opgaven passen binnen een examen wiskunde B, maar er werd ook aangegeven dat er enige voorzichtigheid moet worden betracht, omdat dergelijke opgaven erg discriminerend werken.

### Formulekaart

Ten aanzien van de formulekaart bij het CE waren de bij de raadpleging aanwezige docenten genuanceerd. Ze waren over het algemeen van mening dat afschaffing niet echt nodig is. Voor sommige leerlingen geeft het de zekerheid dat het niet herinneren van een regel niet betekent dat ze een opgave niet kunnen maken. Wel werd breed bepleit om de kaart sterk in te korten: bijvoorbeeld geen onderbouwkennis en niet de afgeleiden (en primitieven) van standaardfuncties.

CEVO heeft de PEP-commissies voorgesteld om de kaart af te schaffen bij alle wiskundevakken behalve wiskunde B vwo. Bij vwo B zouden de stellingen en definities rond de meetkunde en een selectie van gonio-formules kunnen worden gehandhaafd. Op het moment van schrijven is nog

niet bekend hoe de commissies zullen reageren op dit voorstel.

### Tenslotte

Met dit schrijven is getracht om vanuit CEVO aan te geven hoe veranderingen per 2007 en daarna het wiskundeonderwijs van de bovenbouw havo/vwo zullen beïnvloeden. Voor zover het de verantwoordelijkheden van CEVO betreft geeft het bovenstaande weer wat de stand van zaken is in april 2006. Wij hopen dat er, binnen de kaders die vanuit de politiek zijn gegund, per 2007 onderwijsbare en examineerbare programma's zijn geformuleerd waarmee u als docent uit de voeten kunt.

### Websites

- 
- [www.ctwo.nl](http://www.ctwo.nl) : Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs (vernieuwingscommissie)
  - [www.tweedefase-loket.nl](http://www.tweedefase-loket.nl) : informatie over schoolorganisatorische zaken, schema's met de slu-verdeling per profiel en de nieuwe globale examenprogramma's
  - [www.minocw.nl](http://www.minocw.nl) : voor actuele beleidsbeslissingen
  - [www.betavak-nlt.nl](http://www.betavak-nlt.nl) : over NLT
  - [www.nvvw.nl](http://www.nvvw.nl) : site van de NVvW

### Over de auteur

---

Henk van der Kooij is onder andere clustercoördinator exacte vakken bij de CEVO en in die hoedanigheid betrokken bij de PEP.

E-mailadres: [H.vanderKooij@cevo.nl](mailto:H.vanderKooij@cevo.nl)