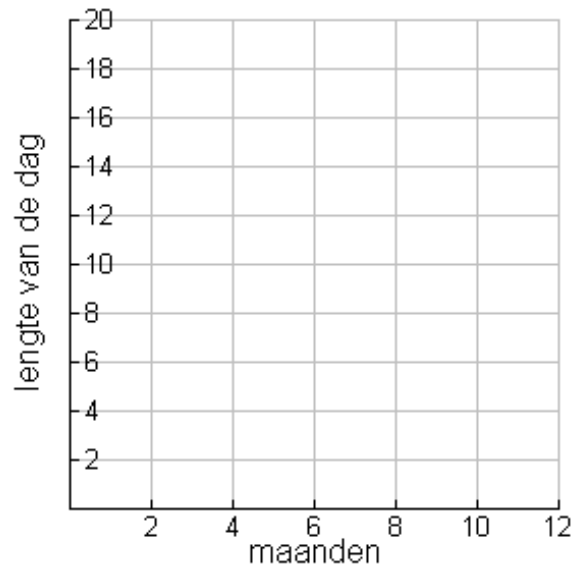
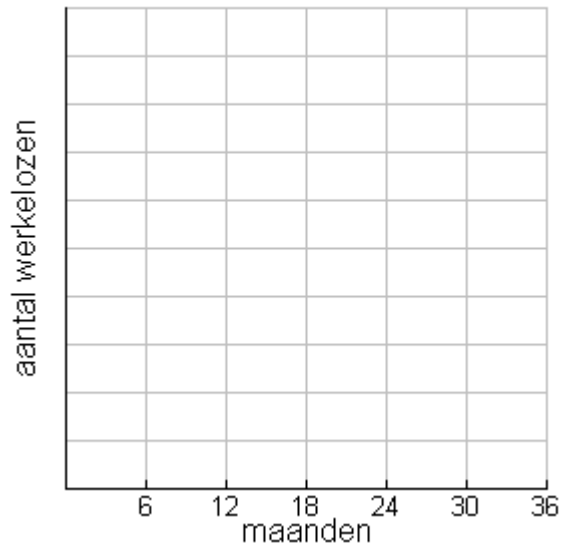
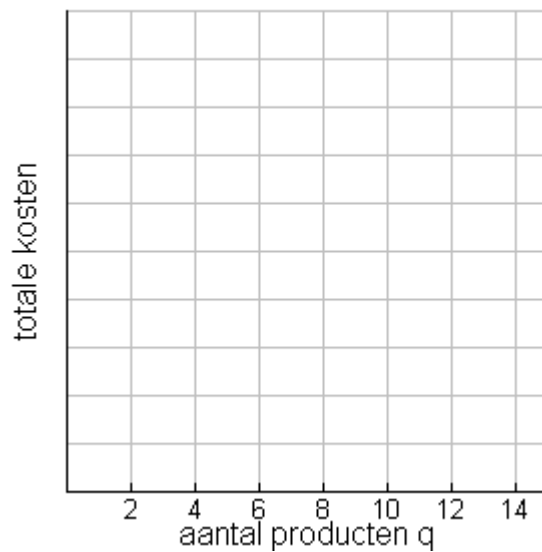
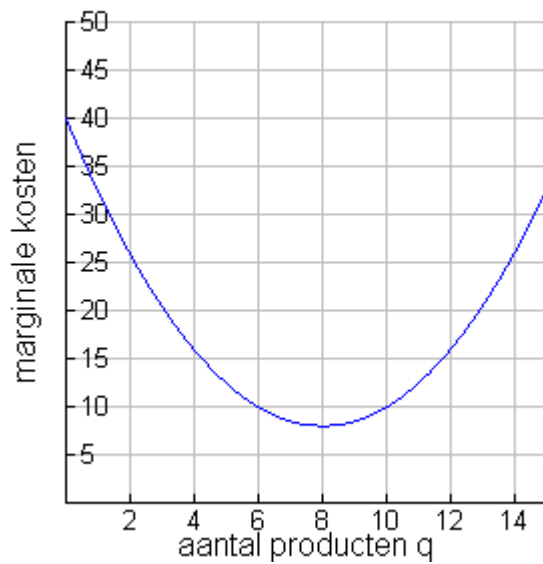


# Werkblad Veranderingen deel 2

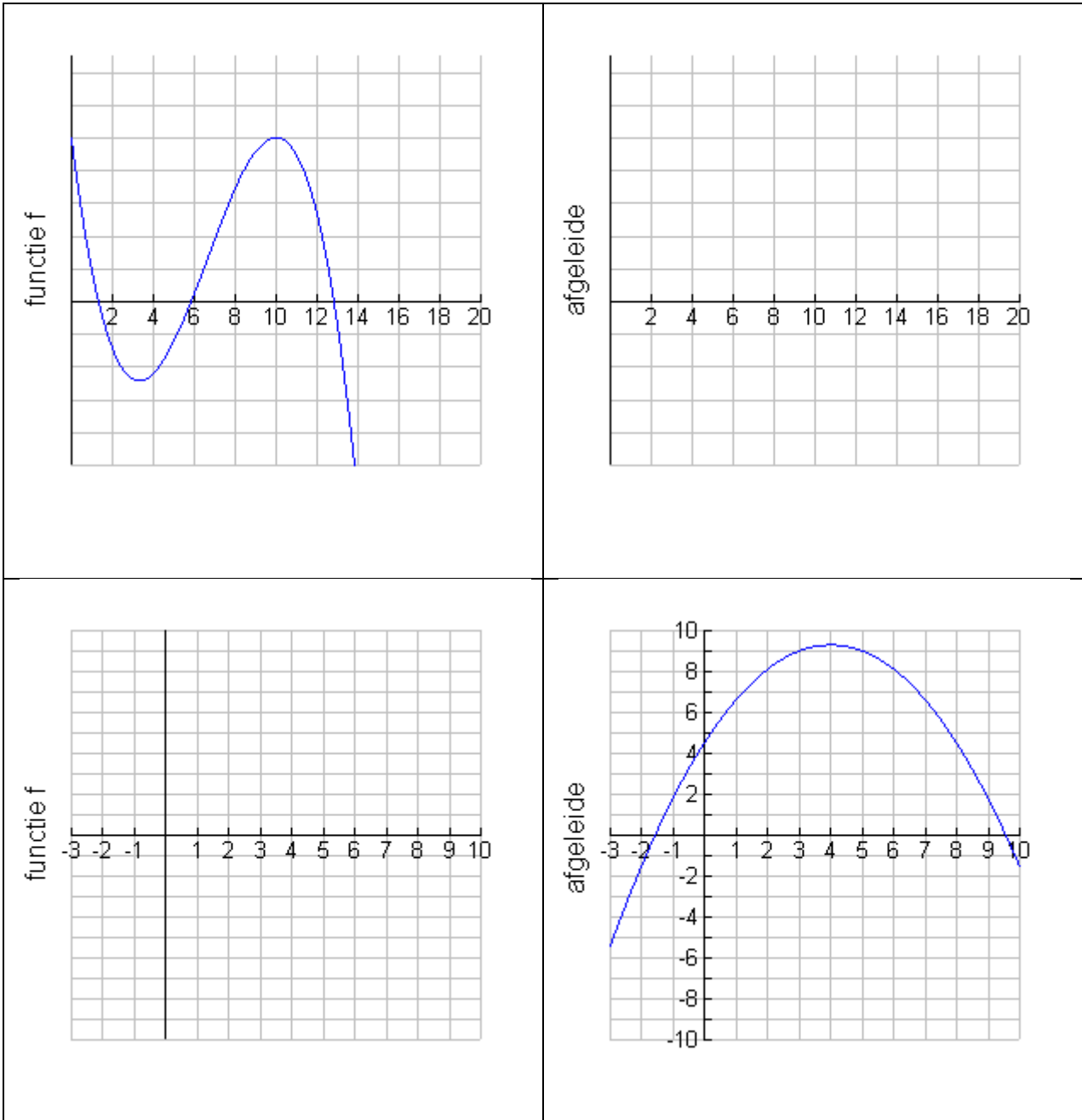
## Opgave 1



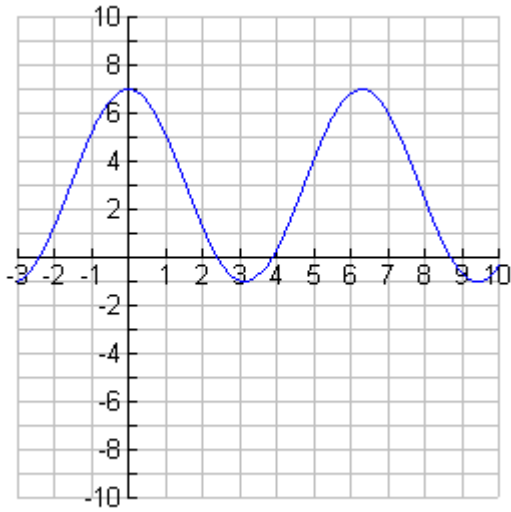
## Opgave 11



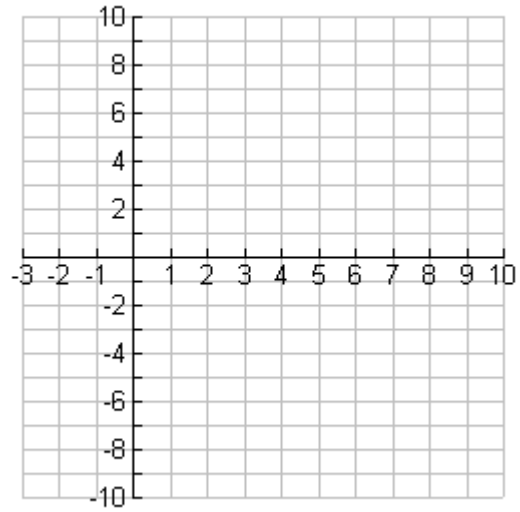
Opgave 12



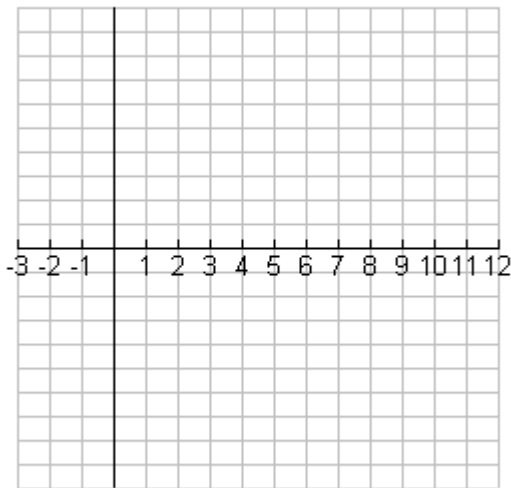
functie f



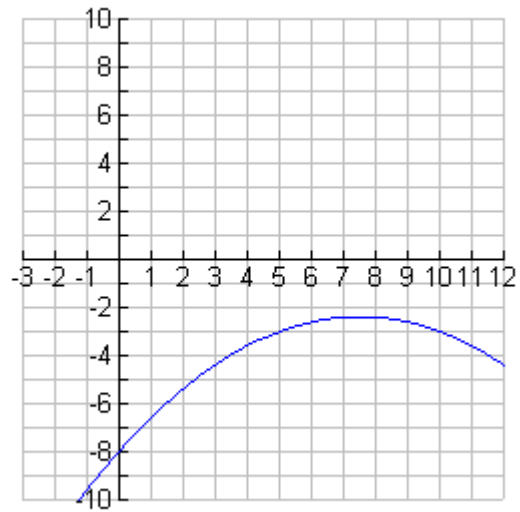
afgeleide



functie f



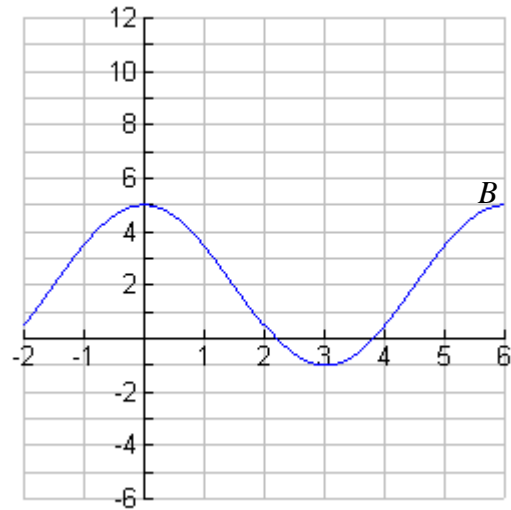
afgeleide



## Opgave 15

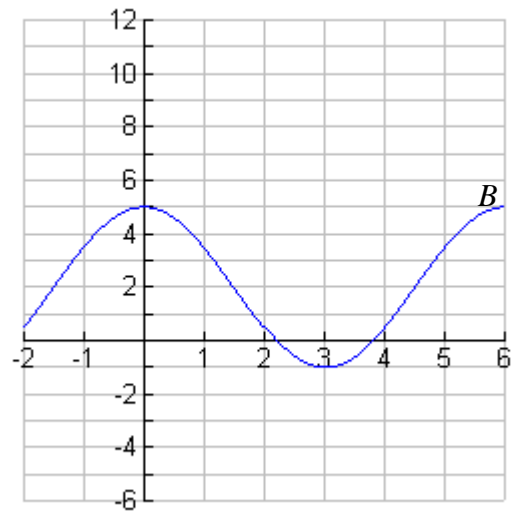
De grafiek van  $B$  wordt 2 omhoog geschoven:  
zo ontstaat de grafiek van  $C$ .

- Teken de grafiek van  $C$ .
- Wat kun je zeggen over  $C'(x)$ ?
- In formuletaal:  $C'(x) = \dots$



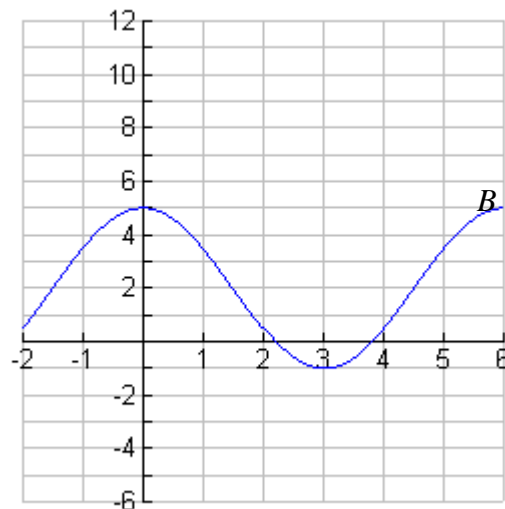
De grafiek van  $B$  wordt met 2  
vermenigvuldigd ten opzichte van de  $x$ -as: zo  
ontstaat de grafiek van  $D$ .

- Teken de grafiek van  $D$ .
- Wat kun je zeggen over  $D'(x)$ ?
- In formuletaal:  $D'(x) = \dots$



De grafiek van  $B$  wordt 2 naar rechts geschoven:  
zo ontstaat de grafiek van  $E$ .

- Teken de grafiek van  $E$ .
- Wat kun je zeggen over  $E'(x)$ ?
- In formuletaal:  $E'(x) = \dots$



Nu wordt het lastiger.

De grafiek van  $B$  wordt met 2 ermenigvuldigd ten opzichte van de  $y$ -as: zo ontstaat de grafiek van  $F$ . De grafiek van  $F$  is al getekend.

We kiezen het punt van de grafiek van  $B$  met  $x = 1,6$  en bepalen het overeenkomstige punt op de grafiek van  $F$ ; dat heeft  $x = 3,2$ .

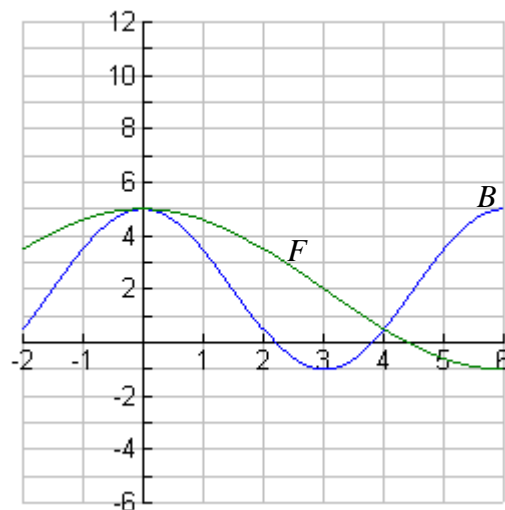
De groeisnelheid van  $B$  in  $x = 1,6$  is gelijk aan  $-3,1$ . Ga dit na in de figuur.

Wat kun je zeggen over de groeisnelheid van  $F$  in het overeenkomstige punt met  $x = 3,2$ ?

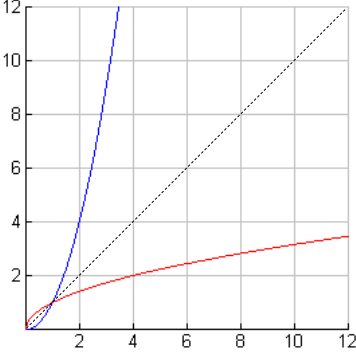
Lees de groeisnelheid van  $B$  af en vind daaruit de groeisnelheid van  $F$  in het overeenkomstige punt:

Groeisnelheid van $B$ in	Groeisnelheid van $F$ in overeenkomstige punt
$x = 1,6 : -3,1$	$x = 3,2 :$
$x = 2 :$	$x = 4 :$
$x = 2,5 :$	$x = 5 :$
$x = 1 :$	$x = \dots :$

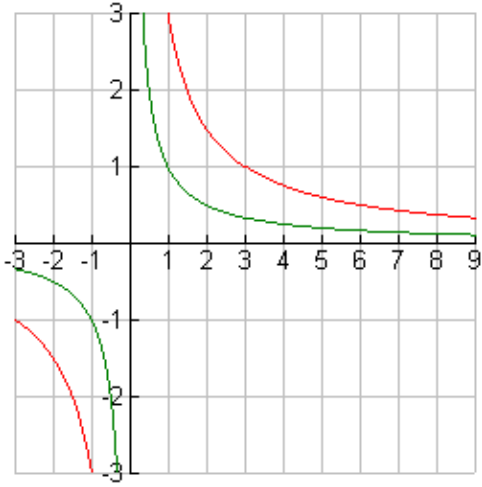
- Wat kun je zeggen over  $F'(x)$  ten opzichte van  $B'(x)$ ?
- In formuletaal:  $F'(x) = \dots$



## Opgave 18

<p>1. De functies <math>y = x^2</math> en <math>y = \sqrt{x}</math> zijn elkaars inverse.</p>	
<p>2. De grafieken van <math>y = x^2</math> en <math>y = \sqrt{x}</math> zijn elkaars gespiegelde in de lijn <math>y = x</math> (<math>45^\circ</math>-lijn)</p> 	
<p>3. We zoeken de groeisnelheid van <math>y = \sqrt{x}</math> in <math>x = a</math>. We maken eerst een getallenvoorbeeld en kiezen voorlopig even <math>x = 9</math>. Het punt <math>(9,3)</math> ligt op de grafiek van <math>y = \sqrt{x}</math> Het overeenkomstige punt op de grafiek van <math>y = x^2</math> is <math>(3,9)</math>.</p>	
<p>4. De groeisnelheid van <math>y = x^2</math> in punt <math>(3,9)</math> is 6.</p>	
<p>5. De groeisnelheid van <math>y = \sqrt{x}</math> in punt <math>(9,3)</math> is <math>\frac{1}{6}</math></p>	
<p>6. We kijken nu naar het algemene geval en zoeken de groeisnelheid van <math>y = \sqrt{x}</math> in <math>x = a</math> Het punt <math>(a, \sqrt{a})</math> ligt op de grafiek van <math>y = \sqrt{x}</math> Het overeenkomstige punt op de grafiek van <math>y = x^2</math> is <math>(\sqrt{a}, a)</math></p>	
<p>7. De groeisnelheid van <math>y = x^2</math> in het punt <math>(\sqrt{a}, a)</math> is <math>2\sqrt{a}</math></p>	
<p>8. De groeisnelheid van <math>y = \sqrt{x}</math> in het punt <math>(a, \sqrt{a})</math> is <math>\frac{1}{2\sqrt{a}}</math>.</p>	

### Opgave 19

<p>1. We bekijken de grafieken van de functies  <math>y_1 = \frac{1}{x}</math>, <math>y_2 = \frac{1}{\frac{1}{3}x}</math>, <math>y_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{3}x}</math></p> <p>Welke grafiek hieronder hoort bij elk van deze functies?</p> 	
<p>2. De grafiek van <math>y_2</math> ontstaat uit die van <math>y_1</math> door vermenigvuldiging t.o.v. <math>y</math>-as met 3; vervolgens wordt deze grafiek vermenigvuldigd t.o.v. <math>x</math>-as met <math>\frac{1}{3}</math>, waardoor <math>y_3</math> ontstaat.</p>	
<p>3. <math>y_1</math> en <math>y_3</math> zijn gelijk (ze hebben bij elke <math>x</math> dezelfde <math>y</math>-waarde.)</p>	
<p>4. De groeisnelheid van <math>y = \frac{1}{x}</math> in <math>x = 1</math> is -1</p>	
<p>5. Het punt (1,1) ligt op <math>y_1</math>.  Het overeenkomstige punt op <math>y_2</math> is (3,1) en  het overeenkomstige punt op <math>y_3</math> is <math>(3, \frac{1}{3})</math>.</p>	
<p>6. De groeisnelheid van <math>y_2</math> in (3,1) is <math>-\frac{1}{3}</math>  De groeisnelheid van <math>y_3</math> in <math>(3, \frac{1}{3})</math> is <math>-\frac{1}{9}</math>.</p>	
<p>7. De groeisnelheid van <math>y = \frac{1}{x}</math> in punt <math>x = 3</math> is <math>-\frac{1}{9}</math></p>	

### Opgave 28

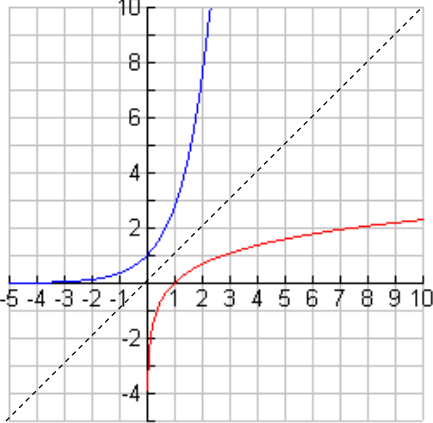
1. $(x-1)(1+x+x^2+x^3+x^4) = x^5-1$	
2. Dus $\frac{x^5-1}{x-1} = 1+x+x^2+x^3+x^4$	
3. Als $x$ bijna gelijk aan 1 is, is $\frac{x^5-1}{x-1}$ bijna gelijk aan 5	
4. Tussen 1 en $x$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ gelijk aan $\frac{x^5-1}{x-1}$ .	
5. De afgeleide van $y = x^5$ in $x = 1$ is 5	

### Opgave 29

1. We bekijken daarvoor de grafieken van de functies $y_1 = x^5$ , $y_2 = (\frac{1}{2}x)^5$ , $y_3 = 32 \cdot (\frac{1}{2}x)^5$ . De grafiek van $y_2$ ontstaat uit die van $y_1$ door vermenigvuldiging t.o.v. $y$ -as met 2; vervolgens wordt deze grafiek vermenigvuldigd t.o.v. $x$ -as met 32, waardoor $y_3$ ontstaat.	
2. De functies $y_1$ en $y_3$ zijn gelijk.	
3. De groeisnelheid van $y_1 = x^5$ in $x = 1$ is 5.	
4. Het punt $(1,1)$ ligt op de grafiek van $y_1$ . Het overeenkomstige punt op $y_2$ is $(2,1)$ en het overeenkomstige punt op $y_3$ $(2,32)$ .	
5. De groeisnelheid van $y_2$ in $(2,1)$ is 2,5. De groeisnelheid van $y_3$ in $(2,32)$ is 80. De groeisnelheid van $y_1$ in $(2,32)$ is 80.	



Opgave 52

<p>1. De functies <math>y = e^x</math> en <math>y = \ln(x)</math> zijn elkaars inverse.</p>	
<p>2. De grafieken van <math>y = e^x</math> en <math>y = \ln(x)</math> zijn elkaars gespiegelde in de lijn <math>y = x</math> (<math>45^\circ</math> lijn)</p> 	
<p>3. We zoeken de groeisnelheid van <math>y = \ln(x)</math> in <math>x = a</math>. We maken eerst een getallenvoorbeeld en kiezen eerst <math>x = 9</math>. Het punt <math>(9, \ln(9))</math> ligt op de grafiek van <math>y = \ln(x)</math>. Het overeenkomstige punt op de grafiek van <math>y = e^x</math> is <math>(\ln(9), 9)</math>.</p>	
<p>4. De groeisnelheid van <math>y = e^x</math> in punt <math>(\ln(9), 9)</math> is 9.</p>	
<p>5. De groeisnelheid van <math>y = \ln(x)</math> in punt <math>(9, \ln(9))</math> is <math>\frac{1}{9}</math>.</p>	
<p>6. We kijken nu naar het algemene geval en zoeken de groeisnelheid van <math>y = \ln(x)</math> in <math>x = a</math>. Het punt <math>(a, \ln(a))</math> ligt op de grafiek van <math>y = \ln(x)</math>. Het overeenkomstige punt op de grafiek van <math>y = e^x</math> is <math>(\ln(a), a)</math>.</p>	
<p>7. De groeisnelheid van <math>y = e^x</math> in het punt <math>(\ln(a), a)</math> is <math>a</math>.</p>	
<p>8. De groeisnelheid van <math>y = \ln(x)</math> in het punt <math>(a, \ln(a))</math> is <math>\frac{1}{a}</math></p>	

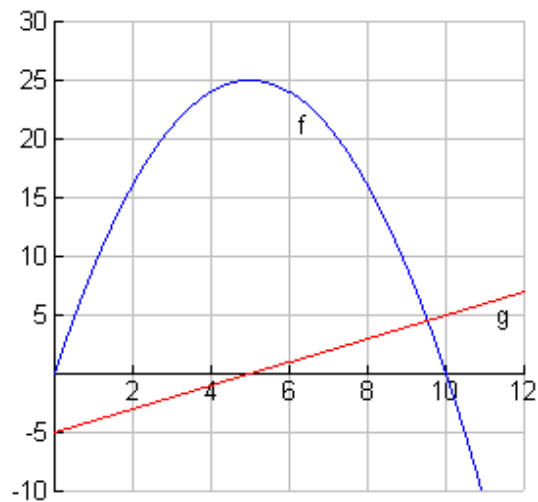
### Opgave 54b

Bekijk de grafiek van $y = e^x$ en vermenigvuldig deze ten opzichte van de $y$ -as met $\frac{1}{2}$ . Je krijgt dan de grafiek van $y = e^{2x}$ .	
We zoeken als voorbeeld de groeisnelheid van $y = e^{2x}$ in $x = 3$ . Het overeenkomstige punt op de grafiek van $y = e^x$ heeft $x = 6$ .	
De groeisnelheid van $y = e^x$ in $x = 6$ is $e^6$	
De groeisnelheid van $y = e^{2x}$ in $x = 3$ is $2e^6$ .	
Algemeen geldt dat de groeisnelheid van $y = e^{2x}$ in $x = a$ is $2e^{2a}$ .	

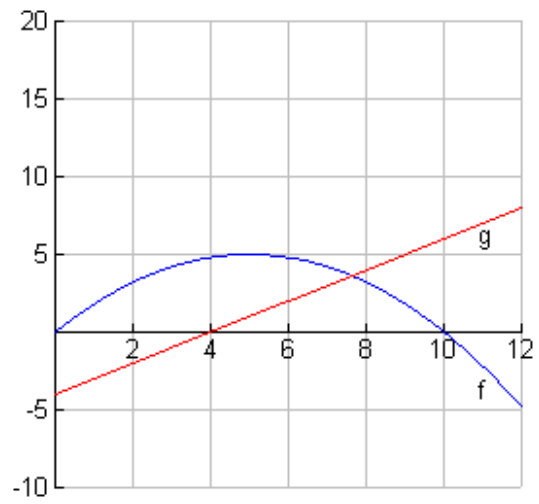
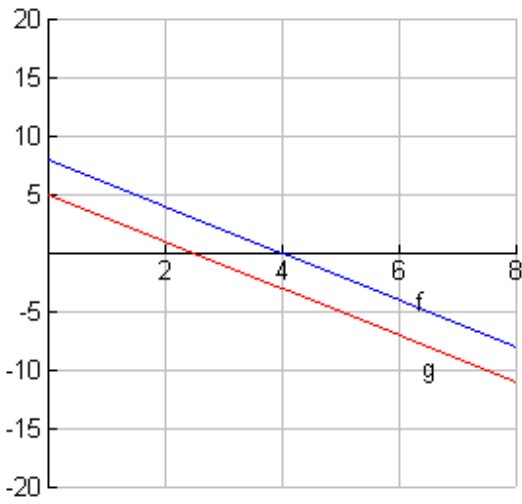
### Opgave 65c

$2 = e^{\ln(2)} (\approx e^{0,69})$	
$2^x = e^{\ln(2) \cdot x} (\approx e^{0,69 \cdot x})$	
$y' = \ln(2) \cdot e^{\ln(2) \cdot x} (\approx 0,69 \cdot e^{0,69 \cdot x})$	
$y' = \ln(2) \cdot 2^x$	

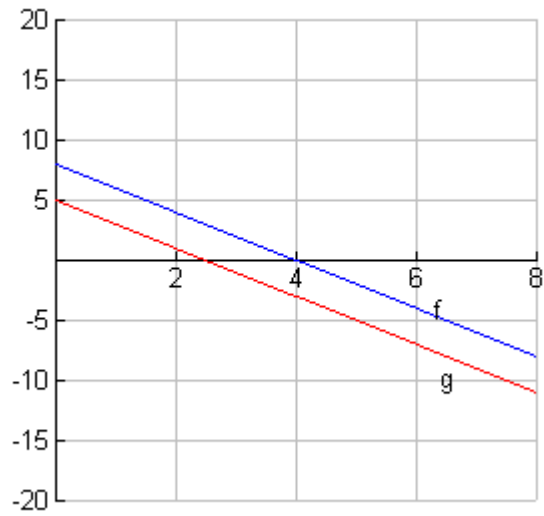
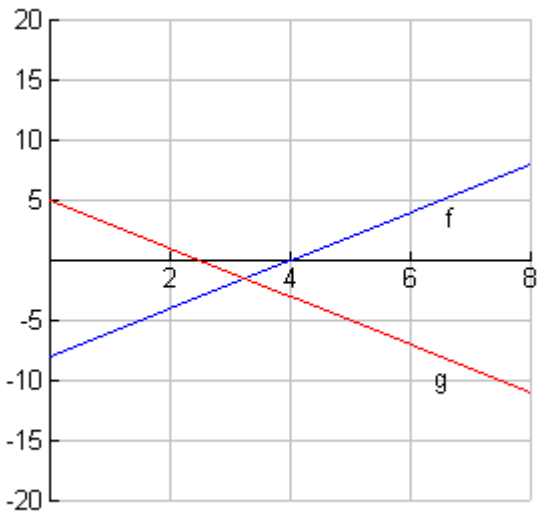
### Opgave 67



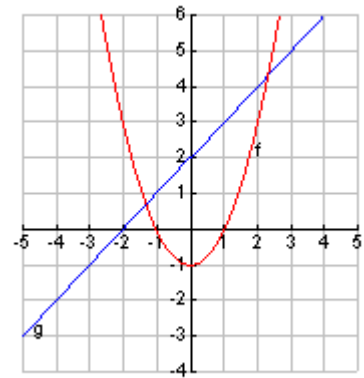
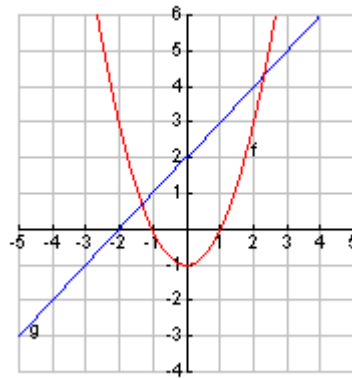
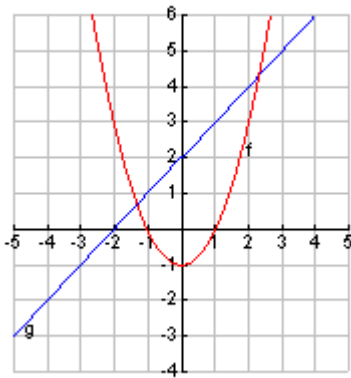
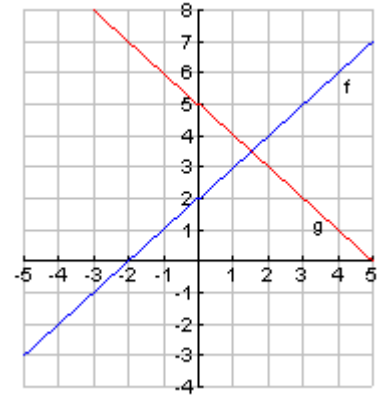
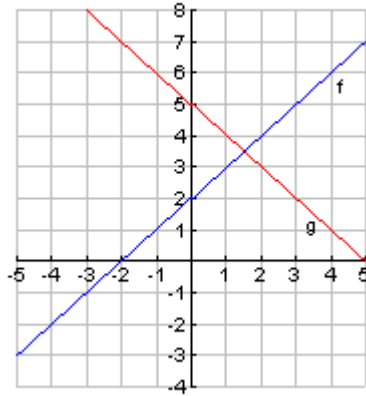
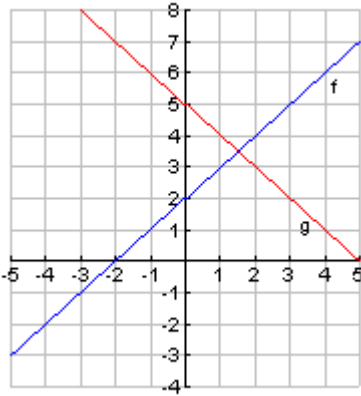
Opgave 68



Opgave 69



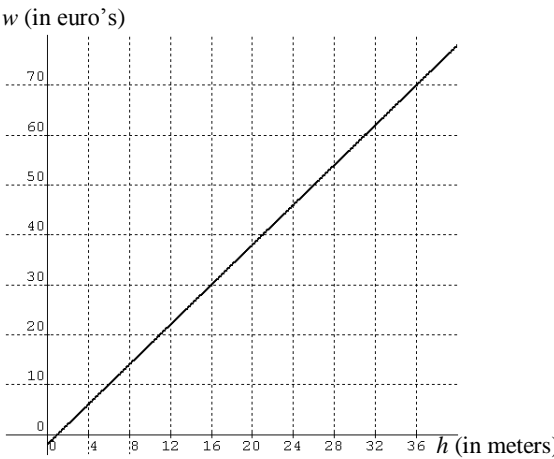
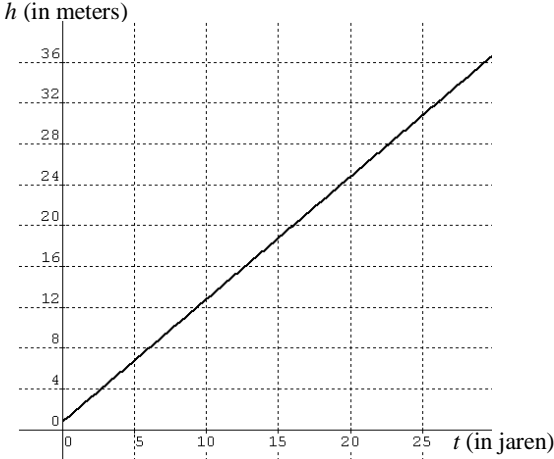
### Opgave 74



### Opgave 81

$Q \cdot x^2 = 1,02^x$	
afgeleide van $Q \cdot x^2 =$ afgeleide van $1,02^x$	
$Q' \cdot x^2 + Q \cdot 2x = 1,02^x \cdot \ln(1,02)$	
$Q' = \frac{1,02^x \cdot \ln(1,02) - Q \cdot 2x}{x^2}$	
$Q' = \frac{1,02^x \cdot \ln(1,02) - \frac{1,02^x}{x^2} \cdot 2x}{x^2}$	
$Q' = \frac{x^2 \cdot 1,02^x \cdot \ln(1,02) - 1,02^x \cdot 2x}{(x^2)^2}$	

Opgave 97



Opgave 109

