Verbanden

deel 2

Exponenten & Logaritmen

Inhoudsopgave

Dit is een vervolg op Verbanden, Exponenten en Logaritmen

Experimentele uitgave voor Verbanden, vwo5, wiskunde A
versie 1 (juni 2011)

auteurs: Leon van den Broek, Peter Kop
met medewerking van: Nicolette van de Kuilen, Hielke Pereboom, Piet Versnel

8 Oefeningen bij de hoofdstukken 5, 6 en 7 van deel 1

Opgave 1

Bereken zonder GR met tussenstappen: 2^{-3}, $8^{\frac{1}{3}}$, $8^{\frac{2}{3}}$, $9^{-\frac{1}{2}}$.

Opgave 2

Schrijf als macht van 2 en schrijf daarna met één wortelteken en zo klein mogelijk geheel getal onder het wortelteken.

a. $\sqrt{2}\,\sqrt[3]{2^7}$

b. $\left(\sqrt[4]{2^3}\right)^5$

Opgave 3

Zoek met je GR uit hoeveel jaar de verdrievoudigingstijd is bij een groei van 6% per jaar.

Opgave 4

Gebruik bijlage 3 op blz. 34 van deel 1

Schrijf eerst als macht van 10, reken daarmee en schrijf het antwoord zonder macht.

a. $\frac{3631}{54321}$

b. $\sqrt[3]{123}$

Opgave 5

log (7,3) ≈ 0,863

Gebruik dit gegeven om de volgende logaritmen en het getal *a* te berekenen

a. log(730)

b. log(0,073)

c. log(*a*) ≈ 6,863

Opgave 6

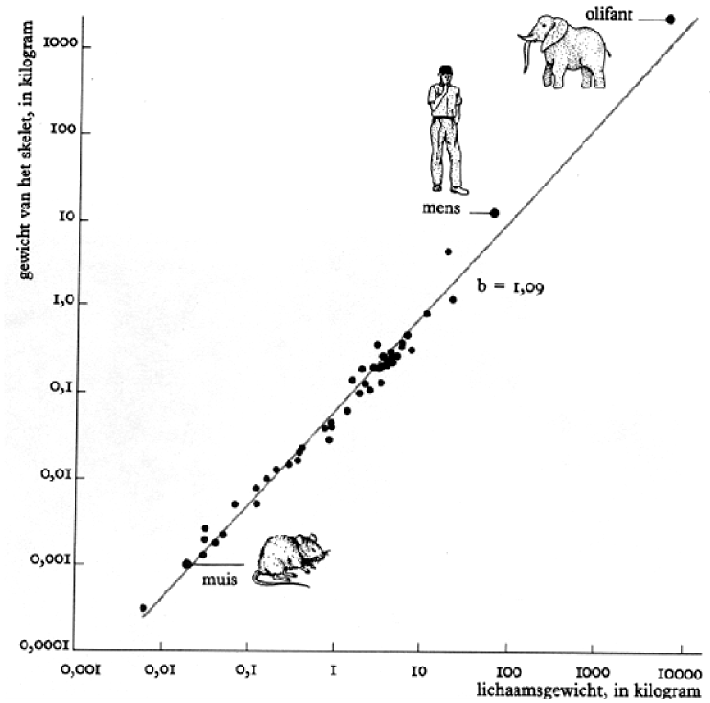
$10^x = 8$

a. Bereken hiermee de exacte waarde van *x* en bereken *x* ook in vier decimalen.

$0{,}01^x = 2{,}3$

b. Bereken hiermee de exacte waarde van *x* en bereken *x* ook in vier decimalen.

Opgave 7



a. Lees af hoeveel gram het skelet van een muis weegt.

Het lichaamsgewicht van een muis zit tussen 0,01 en 0,1 kg.
b. Bepaal het lichaamsgewicht van een muis zo nauwkeurig mogelijk uit het plaatje.
c. Geef 600 zo precies mogelijk aan op de verticale as.

Op de verticale as ligt precies midden tussen 10 en 100 het getal *b*. Precies tussen *b* en 10 ligt het getal *a*.
d. Hoe groot is getal *a*?

De richtingscoëfficiënt van de getrok-ken lijn is 1,09. A en B zijn twee gewervelde dieren. Hun stippen liggen precies op die lijn liggen. A is 100 keer zo zwaar als B.
e. Hoeveel keer zo zwaar is het skeletgewicht van A als dat van B?

Opgave 8

Bereken zonder GR log(25) + log(4). Geef tussenstappen.

Opgave 9

We bekijken de getallen x, y , z en u waarvoor geldt: $10^x = 7$, $10^y = 49$, $10^z = 70$ en $10^u = 1/7$.
Wat is het verband tussen y en x, tussen z en x en tussen u en x? Geef dit verband zonder een rekenmachine te gebruiken. Licht je antwoorden toe.

Opgave 10
Hoe dieper je onder water komt, des te donkerder het wordt. Licht dat op water valt wordt gedeeltelijk geabsorbeerd. Hoe troebeler het water, hoe minder licht het doorlaat. In zeewater bijvoorbeeld, is de hoeveelheid licht op 1 meter diepte ongeveer 75% van de hoeveelheid licht dat op het wateroppervlak valt.

De hoeveelheid licht op 2 meter diepte is 75% van 75% van de oorspronkelijke hoeveelheid licht die op het water valt.

a. Hoeveel procent is dat?

y is de hoeveelheid licht (in procenten van de oorspronkelijke hoeveelheid) op *x* meter diepte.

b. Maak een tabel en teken de bijbehorende grafiek.
c. Geef de formule voor *y* uitgedrukt in *x*.
d. Ga na dat de hoeveelheid licht op 8 m diepte 10% van de oorspronkelijke hoeveelheid is.

Opgave 11

a. Ga na dat $2^{10} \approx 10^{3}$.
b. Welke benadering voor log(2) volgt hieruit? Licht je antwoord toe.
c. Uit a) volgt dat $0{,}2^{10} \approx 10^{---}$ (vul in). Licht je antwoord toe.

Opgave 12
log(3) ≈ 0,4771 en log(2) ≈0, 3010

Welke benadering volgt hieruit voor log(6), log(9), log(1,5) en log(72) ?

9 Logaritme met andere grondtallen dan 10

Herhaling: met grondtal 10

Alles wat we eerder zagen voor log(x) had betrekking op $^{10}\log(x)$: de logaritme met grondtal 10. Daar zit een knop voor op je GR: de log-toets. Het grondtal 10 ligt het meest voor de hand omdat we gewend zijn in het tientallig stelsel te werken.

:

log(0,001) = -3
log(0,01) = -2
log(0,1) = -1
log(1) = 0
log(10) = 1
log(100) = 2
log(1000) = 3

:

Dit zijn de "gemakkelijke" logaritmen; die zijn gelijk aan een geheel getal. log(2) komt niet zo mooi uit. log(2) ≈ 0,3010 , log(5) ≈ 0,6990 , log(0,5) ≈ -0,3010 en log(2011) ≈ 3,3034.

Je zou kunnen zeggen dat de logaritme je vertelt wat *de orde van grootte* is van een getal, ofwel met hoeveel cijfers je een getal schrijft in het tientallige stelsel.

Definitie
log(5) is het getal waarvoor geldt: 10-tot-de-macht dat getal is gelijk aan 5.
Als log(5) = a, dan is dus: $10^a = 5$.

log(x) is het getal waarvoor geldt: 10-tot-de-macht dat getal is gelijk aan x.
Als log(x) = a, dan is dus: $10^a = x$.

Opgave 13
a. Ga na dat $10^{0,6990} \approx 5$.
b. Ga na dat $10^{-0,6990} \approx 0,2$. Hoe groot is log(0,2) dus ongeveer?
c. Ga na dat $10^{3,6990} \approx 5000$. Hoe groot is log(5000) dus ongeveer?

Opgave 14
Beredeneer de antwoorden op de volgende vragen; gebruik je rekenmachine eventueel achteraf als controle.
a. Wat weet je van twee getallen, zeg x en y , waarvan de logaritmen elkaars tegengestelde zijn?
b. Van welke getallen is de log positief, van welke negatief?
c. Welke waarden kan log(x) aannemen?
d. Hoe verandert log(x) als x 10 keer zo groot wordt?
e. Los op: log(x) = 6 , log(x) = -6 , log(x) = 0,5
f. Voor welke x ligt log(x) tussen 1 en 2?

Andere grondtallen dan 10

Je kunt ook een ander grondtal dan 10 voor de logaritme kiezen. Bijvoorbeeld het grondtal 2. Het is niet zo gek het grondtal 2 te kiezen, want computers rekenen *binair*, dat is in het *twee*tallige stelsel (of hexadecimaal, dat is in het zestientallige stelsel).

Definitie
${}^2\log(5)$ is het getal waarvoor geldt: 2-tot-de-macht dat getal is gelijk aan 5.
Als ${}^2\log(5) = a$, dan is dus: $2^a = 5$.

${}^2\log(x)$ is het getal waarvoor geldt: 2-tot-de-macht dat getal is gelijk aan x.
Als ${}^2\log(x) = a$, dan is dus: $2^a = x$.

Je zou kunnen zeggen dat de 2-logaritme (de logaritme met grondtal 2) je zegt hoeveel factoren 2 er in een getal zitten: hoe vaak je het getal door 2 kunt delen voordat je op 1 uitkomt.

Opgave 15
Bereken: ${}^2\log(32)$, ${}^2\log(8)$, ${}^2\log(2)$, ${}^2\log(½\,)$, ${}^2\log(1/8)$, ${}^2\log\,(1/32)$.

Opgave 16
a. Wat weet je van twee getallen, zeg x en y, waarvan de 2-logaritmen elkaars tegengestelde zijn?
b. Van welke getallen is de ${}^2\log$ positief, van welke negatief?
c. Welke waarden kan $\log(x)$ aannemen?
d. Hoe verandert ${}^2\log(x)$ als x 2 keer zo groot wordt?
e. Los op: ${}^2\log(x) = 6$, ${}^2\log(x) = -6$, ${}^2\log(\mathrm{x}) = 0{,}5$
f. Voor welke x ligt ${}^2\log(x)$ tussen 1 en 2?

Net zo kun je te werk gaan voor de ${}^3\log$, ${}^{0,5}\log$ of ${}^{1,234}\log$.

Opgave 17
Bedenk hoe groot de volgende logaritmen zijn: ${}^3\log(81)$, ${}^4\log(64)$, ${}^5\log(25)$, ${}^7\log(1/7)$.
Zeg steeds hoe je aan je antwoord komt.

Opgave 18
a. Geef de definitie van ${}^3\log(7)$.
b. Tussen welke opvolgende gehele getallen ligt ${}^3\log(7)$.
b. Bepaal hoe groot ${}^3\log(7)$ ongeveer is, in één decimaal.
c. Hoe groot is ${}^3\log(21)$ ongeveer, in één decimaal?

Merk op dat de logaritmen in opgave 53 niet direct op een eenvoudige rekenmachine zijn in te toetsen. Hoe kun je een getal als ${}^3\log(7)$ toch snel met je rekenmachine vinden? Daarover gaat het volgende stukje.

^{3}log op de rekenmachine

Opgave 19

Met de rekenmachine vind je: log(7) = 0,845098… en log(3) = 0,477121…

0,845098 / 0,477121 = 1,771244611…

a. Ga na dat $3^{1,771244611} \approx 7$.

b. Leg uit dat $\frac{\log(7)}{\log(3)} \approx {}^3\log(7)$.

Je hebt nu een regel ontdekt. Volgens die regel zou $\frac{\log(81)}{\log(3)} = {}^3\log(81)$.

b. Ga op je rekenmachine na of dat klopt.

c. Bepaal evenzo $^3\log(678)$. Controleer je antwoord door 3-tot-de-macht je antwoord uit te rekenen.

d. Bepaal evenzo $^3\log(\frac{1}{9})$. Controleer je antwoord door 3-tot-de-macht je antwoord uit te rekenen.

In de volgende opgave kun je begrijpen dat deze regel inderdaad geldt. Het is niet de bedoeling dat je de redenering uit je hoofd leert. Het gaat erom dat je elke denkstap begrijpt.

Opgave 20

Bedenk steeds in de rechter kolom een argument waarom de uitspraak in de linkerkolom juist is.

Uitgangspunt is dat log(7) = 0,845098… en log(3) = 0,477121…

$10^{0,845098\ldots} = 7$ en $10^{0,477121\ldots} = 3$	
$3^{\frac{1}{0,477121\ldots}} = 10$	
$(3^{\frac{1}{0,477121\ldots}})^{0,845098} = 7$	
$3^{\frac{0,845098\ldots}{0,477121\ldots}} = 7$	
$^3\log(7) = \frac{0,845098\ldots}{0,477121\ldots}$	

Algemeen

Voor elke positief grondtal $g \neq 1$ geldt: $^g\log(x) = \frac{\log(x)}{\log(g)}$.

Opmerking: $^g\log(x)$ bestaat niet als $g = 1$. Wat zou bijvoorbeeld $^1\log(2)$ moeten zijn? Noem dat "getal even a. Dan moet $1^a = 2$, en zo'n getal a bestaat niet.

Opgave 21

Bereken met behulp van deze formule: $^5\log(12345)$, $^5\log 125$, $^{11}\log(121)$, $^{¼}\log(2)$, $^{100}\log(10)$.

Opgave 22

a. Los de volgende vergelijkingen op:
$3^x = 10$
$7^x = 80$
$2 + 5^x = 15$
$3^{x+2} = 10$

b. Voor welke x geldt: (geen rekenmachine gebruiken)
${}^2\log(x) = 5$
${}^3\log(x) = 2$
${}^4\log(x) = -2$
${}^5\log(x+4) = 2$

Opgave 23

In een denkbeeldige, onmetelijk grote vijver ligt 1 m^2 kroos; het kroos verdubbelt iedere dag, d.w.z. iedere dag wordt de oppervlakte van het kroos met 2 vermenigvuldigd.
We maken een tabel voor de eerste dagen:

Tijd t in dagen	0	1	2	3	4	
Oppervlakte A in m^2	1	2	4	8	16	

Bij deze tabel hoort de volgende formule: $A = 2^t$.
In ons denkmodel kunnen we zeggen: ${}^2\log(70)$ is het tijdstip waarop er 70 m^2 kroos in de vijver ligt. Immers: ${}^2\log(70)$ is de oplossing van de vergelijking $2^t = 70$.
Je zou ook kunnen zeggen: ${}^2\log(70)$ is het aantal dagen dat nodig is om de kroosoppervlakte 70 keer zo groot te laten worden .

a. Interpreteer ${}^2\log(40)$ in dit denkmodel en beredeneer wat de uitkomst van ${}^2\log(40)$ + ${}^2\log(70)$ moet zijn.
b. Maak eventueel nog andere soortgelijke opgaven en formuleer een algemene regel:
${}^2\log(a) + {}^2\log(b) = {}^2\log(\ldots.)$
c. Maak ook een regel voor ${}^2\log(a) + {}^2\log(b) + {}^2\log(c)$ en voor ${}^2\log(a) + {}^2\log(a) + {}^2\log(\mathrm{a})$.
d. Maak een soortgelijke algemene regel voor ${}^2\log(a) - {}^2\log(b) = {}^2\log(\ldots.)$
e. Maak een soortgelijke algemene regel voor $n \cdot {}^2\log(a) = {}^2\log(\ldots.)$

Op dezelfde wijze krijg je voor elk positief grondtal $g \neq 1$ de formules:

- ${}^g\log(\mathrm{a}) + {}^g\log(b) = {}^g\log(ab)$
- ${}^g\log(\mathrm{a}) - {}^g\log(b) = {}^g\log(\frac{a}{b})$
- $n \cdot {}^g\log(\mathrm{a}) = {}^g\log(a^n)$

Deze laatste regel geldt niet alleen voor gehele getallen, maar voor alle getallen n. Daarmee kun je nog eens begrijpen waarom $\frac{\log(7)}{\log(3)} = {}^3\log(7)$. Dat doen we in de volgende opgave.

Opgave 24

a. Hoe volgt uit de regel $n \cdot {}^g\log(a) = {}^g\log(a^n)$ dat ${}^3\log(7) \cdot \log(3) = \log(7)$?
b. Hoe volgt uit ${}^3\log(7) \cdot \log(3) = \log(7)$ dat $\frac{\log(7)}{\log(3)} = {}^3\log(7)$?

10 Overzicht en oefening bij logaritme

Betekenis van logaritme

Met de GR vind ik dat log(70) ≈ 1,85. Dat wil zeggen dat $10^{1,85} \approx 70$; dus log(70) is de macht waartoe je 10 moet verheffen om 70 te vinden.
Evenzo is $^{3}\log(81) = 4$, want $3^4 = 81$.
De functies $y = \log(x)$ en $y = 10^x$ zijn elkaars inverse.
De functies $y = {}^{3}\log(x)$ en $y = 3^x$ zijn elkaars inverse.

Gebruik van logaritmen

Om exponentiële vergelijkingen op te lossen:
de oplossing van $10^x = 34$ is log(34).
de oplossing van $3^x = 52$ is $^{3}\log(52)$.

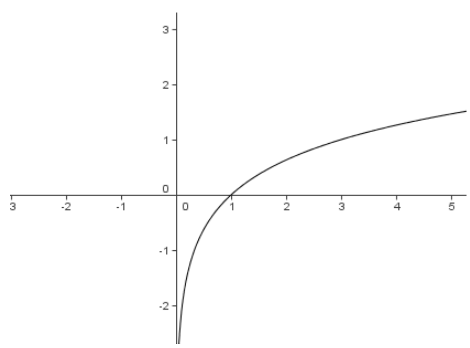
Rekenen met logaritmen

Uit je hoofd: $^{2}\log(32) = 5$, want $2^5 = 32$.
Op de GR: $^{4}\log(20) = \dfrac{\log(20)}{\log(4)}$.
Vergelijkingen met logaritme:
$^{3}\log(x+4) = 2$ geeft $x+4 = 3^2 = 9$, dus $x = 5$
$3 + {}^{2}\log(4x) = 8$ geeft $^{2}\log(4x) = 5$, dus $4x = 2^5 = 32$, dus $x = 8$
Rekenregels voor logaritmen:

- $^{g}\log(a) + {}^{g}\log(b) = {}^{g}\log(ab)$
- $^{g}\log(a) - {}^{g}\log(b) = {}^{g}\log(\frac{a}{b})$
- $n \cdot {}^{g}\log(a) = {}^{g}\log(a^n)$

Grafieken van logaritmische functies

Om de grafiek van $y = {}^{3}\log(x)$ te tekenen, merk je op dat $^{3}\log(x) = \dfrac{\log(x)}{\log(3)} = 2{,}0959 \cdot \log(x)$
Let op: er is een verticale asymptoot



Voorbeelden van logaritmische functies:

geluidsniveau = $10 \cdot \log(\frac{I}{10^{-12}}) = 10 \cdot \log(I) + 120$
Bij scheikunde: $pH = -\log(H^+)$

Oefenen

Opgave 25
Bereken zonder gebruik van de GR
a. $\log(10^5)$ (schrijf zonder log)
b. $\log(10^{-2})$ (schrijf zonder log)
c. Wat is x als $\log(3400) = \log(x)$?
d. Wat is x als $10^x = 9$?
e. Wat is x als $8 \cdot 10^x = 24$?
f. Wat is x als $\log(x) = 2$?
g. Wat is x als $\log(2x) = 3$?
h. $^{2}\log(128)$ (schrijf zonder log)

i. ${}^{3}\log(27)$ (schrijf zonder log)
j. Wat is x als ${}^{3}\log(x) = {}^{3}\log(21)$?
k. Wat is x als $5^x = 9$?
l. Wat is x als $8 \cdot 6x = 24$?
m. Wat is x als ${}^{4}\log(x-3) = 3$?
n. Wat is x als ${}^{5}\log(2x) = 3$?

Toepassing

De wet van Weber-Fechner luidt: *De sensatie is evenredig met de logaritme van de prikkel.*

Deze wet is onder andere toepasbaar op de waarneming van gewicht (massa). Bij proefpersonen bleek een gewichtstoename van 1 kg bovenop 10 kg net zo te worden ervaren als een gewichtstoename van 10 kg bovenop 100 kg.

De wet is ook bevestigd in diverse andere proeven, onder meer:

- schatting van de kracht waarmee een houten staafje op de huid drukt;
- schijnbare helderheid van puntvormige lichtbronnen (bijvoorbeeld sterren);
- geluidssterkte;
- toonhoogte.

Bij al deze voorbeelden blijkt dat, als de sterkte van het signaal met een zelfde *factor* werd vermenigvuldigd, bij de gewaarwording door mensen een zelfde *term* werd opgeteld. Dus als we de geluidsenergie steeds verdubbelen, zullen mensen steeds een zelfde hoeveelheid extra geluid waarnemen.

Wiskundig kunnen we dit zo uitdrukken:
als een menselijk zintuig signalen ontvangt met respectievelijke kracht 1, a, a^2, a^3, … ,
dan vertaalt de menselijke waarneming dit in gewaarwordingen met respectievelijke sterkte
c , $c+b$, $c+2b$, $c+3b$, …
Het verband tussen prikkel en waarneming is te beschrijven met een logaritmische functie:
$y = c + b \cdot {}^{g}\log(x)$. hierin is x de sterkte van het signaal en y de sterkte van de waarnemening.

Verdubbelingstijd

We hebben gezien dat bij exponentiele groei met een vaste groeifactor sprake is van een vaste verdubbelingstijd: iedere verdubbeling van de hoeveelheid kost evenveel tijd.
Alle vergelijkingen hieronder leveren dus dezelfde uitkomst voor T op.
$100 \cdot 1{,}05^T = 200$
$300 \cdot 1{,}05^T = 600$
$123 \cdot 1{,}05^T = 246$

Opgave 26
a. Laat zien dat uit het bovenstaande volgt dat $T = {}^{2}\log(1{,}05)$.

b. Vul in de tabel de tijdsduren in:

vergroting	*1*	*2*	*4*	*8*	*16*	*32*
tijdsduur	*0*	*T*				

Opgave 27

a. Vergelijkingen oplossen

Los op (gebruik logaritmen) en benader daarna de oplossing m.b.v. GR.
$100 \cdot 0{,}9^x = 50$
$3 \cdot 2^x + 7 = 22$
$4\,(5^x + 7) = 100$

b. Gebruiken van rekenregels

Van twee getallen *a* en *b* is gegeven dat ${}^a\log(b) = 4$.
Bereken met dit gegeven de volgende uitdrukkingen:
${}^a\log(b^3)$
${}^a\log(\frac{1}{b})$
${}^a\log(b^3)$
${}^a\log(ba)$
${}^a\log(a^5b^3)$

c. Vergelijkingen oplossen

Los de volgende vergelijkingen op:
${}^2\log(x+4) = {}^2\log(3x)$
${}^2\log(4x) = {}^2\log(x+21)$
${}^2\log(x+4) = 4$
${}^2\log(3x+4) = 2 + {}^2\log(x)$
${}^2\log(x+6) = 2 - {}^2\log(x)$

d. Herschrijven van formules

Maak steeds een formule waarin *x* uitgedrukt is in *y*:
$y = 3^x$
$y = 100 \cdot 1{,}05^x$
$y = 2 + 4^x$
$y = 3 - 3 \cdot 10^x$
$y = 3^x$
$y = {}^2\log(3x)$
$y = {}^2\log(x+4)$
$y = 3 + {}^2\log(4x)$
$y = 10 \cdot {}^2\log(x/4)$

e. Toon aan dat de volgende drie uitspraken juist zijn.
- Voor elke waarde van x is $\log(2x)$ ongeveer 0,3 groter dan $\log(x)$.
- Voor elke waarde van x is ${}^3\log(9x)$ precies 2 groter dan ${}^3\log(x)$.
- Voor elke waarde van x is ${}^5\log(x^2)$ precies 2 keer zo groot als ${}^5\log(x)$.

Opgave 28

Let op het verschil tussen de vergelijkingen $x^4 = 10$ en $4^x = 10$.

a. Bepaal van beide vergelijkingen de oplossing.

Let op het verschil tussen de vergelijkingen ${}^8\log(x) = 3$ en ${}^x\log(8) = 3$.

b. Bepaal van beide vergelijkingen de oplossing.

Opgave 29

Geluid is een trilling in de lucht die door het gehoororgaan waargenomen wordt. De intensiteit (I) van geluid wordt uitgedrukt in watt/m^2. Uit experimenten blijkt dat geluid met een geluidsintensiteit van 10^{-12} W/m^2 voor jonge mensen nog net hoorbaar is. Dit wordt de geluidsgrens genoemd.
Het andere uiterste is de pijngrens (bijv. het geluid van een opstijgend straalvliegtuig): de intensiteit hiervan ligt rond de 10 W/m^2.
Uit de intensiteit I leidt men het geluidsdrukniveau (L) af met de volgende formule:
$L = 10 \log(\frac{I}{I_0})$, waarbij $I_0 = 10^{-12}$.
De eenheid van het geluidsdrukniveau is de decibel (dB).

a. Bereken hoeveel decibel het geluidsdrukniveau van een opstijgend straalvliegtuig is.
b. Toon aan dat bovengenoemde formule voor L te herleiden is tot: $L = 10 \log(I) + 120$.

Als een auto een geluidsdrukniveau van x dB heeft, is het gezamenlijke geluidsdrukniveau van twee auto's niet $2x$ dB.

c. Toon dit met een getallenvoorbeeld aan. Geef ook aan hoe groot het gezamenlijke geluidsdrukniveau dan wel is (uitgedrukt in x).

Het verkeerslawaai in de buurt van een snelweg is afhankelijk van de afstand tot die weg. Voor afstanden tussen 20 en 1000 meter gebruikt men voor de geluidsdrukniveau L de volgende formule: $L = L_0 - 10 \log(2\pi R)$,
waarbij R de afstand tot de as van de weg en L_0 is het geluidsdrukniveau van het verkeer op de as van de weg.

Op een bepaald moment is op een afstand R van 20 meter L gelijk is aan 77 dB.

d. Bereken op welke afstand R het geluidsdrukniveau gelijk is aan 74 dB.

Opgave 30

Hoe presteert een lange-afstandloper op een kortere afstand? En als je weet hoe snel iemand op de 100 meter loopt, kun je dan ook voorspellen hoe lang hij over de 10 km doet? Daar gaat deze opgave over.
We nemen aan dat de atleet steeds met een constante snelheid (v) loopt.

In deze opgave gaan we er van uit dat er een verband bestaat tussen de afstand s (in meter) die gelopen wordt en de snelheid v (in km/u), waarmee de atleet loopt: $v = 20 - {}^2\log(\frac{s}{10000})$

a. Bereken de tijd die de atleet op de 10.000 meter zou lopen.
b. Toon aan hoe je deze formule om kunt schrijven naar $v = 33{,}3 - {}^2\log(s)$.
c. Onderzoek hoe de snelheid verandert als de atleet een twee keer zo grote afstand loopt. Formuleer eerst een vermoeden door bijvoorbeeld de snelheid bij s = 2000 en s = 4000 te vergelijken en bewijs daarna je vermoeden.
d. Stel een formule op voor de inverse (anders gezegd: maak een formule voor s uitgedrukt in v)