

## Antwoorden Hoofdstuk 1 Verschillen

- 1a. Niet sterk, want het is gebaseerd op slechts één zomer.  
 b. Vriendinnen volgen is een vorm van groepsgedrag. Waar heeft Anneke het bericht gelezen? In een kwaliteitskrant of op internet? Hoe volledig is de informatie? Zijn de situaties in de VS en Nederland in alle opzichten vergelijkbaar?  
 c. Niet sterk, want het is gebaseerd op slechts twee autoritten.
- 2a. Politici, vervoersbedrijven, planologen, OV-bedrijven.  
 b. Je moet de ontwikkeling van het fileprobleem over een groot aantal jaren bekijken, verschillende regio's apart bekijken, rekening houden met weersinvloeden.  
 c. Centraal Planbureau, universiteiten en hogescholen, adviesbureaus.

3a.

Verschillen tussen leerlingen met wis A/C en wis B					
Kenmerk	geen	gering	matig	tamelijk	groot
Eindcijfer wiskunde in klas 3					x
Gem. alle eindcijfers in klas 3				x	
Leeftijd		x			
Aantal vreemde talen in pakket			x		
Belangstelling voor kunst		x			

- b. Belangstelling voor techniek, IQ.
- 5a. 15 en ongeveer 10 maanden  
 b. ja  
 c. nee, want 4 = niet belangrijk  
 d. nr. 17 (hoger gemiddeld cijfer)
- 6a. leerling 16, 18, 21  
 b. Ja, gemiddeld haalden de B-kiezers een 7,7 en de A/C-kiezers een 7,3.  
 c. Op *cijfwis* en *profiel*. Ja, *cijfwis* is gemiddeld hoger voor de B-kiezers (zie b) en B-kiezers hebben een NG-profiel, terwijl A/C-kiezers een EM- of CM-profiel hebben.

7a. 1 : 2

b. 3 : 1

c.

geslacht	wisgroep		totaal
	A/C	B	
man	3	1	4
vrouw	1	2	3
totaal	4	3	7

8a.

geslacht	wisgroep		totaal
	A/C	B	
man	13	56	69
vrouw	30	55	85
totaal	43	111	154

- b. Ja, want 19% van de jongens en 35% van de meisjes kiest WA of WC.

- 9a. 70%  
 b. 50%  
 c.

<i>geslacht</i>	<i>wisgroep</i>		<b>totaal</b>
	<b>A/C</b>	<b>B</b>	
man	30%	50%	
vrouw	70%	50%	
totaal	100%	100%	

- d. Dat de man-vrouwverhouding in de A/C-groep anders is dan in de B-groep.
- 10a. Dat de man-vrouwverhouding in de A/C-groep hetzelfde is als in de B-groep.  
 b. Dat de man-vrouwverhouding in de A/C-groep sterk verschilt van die in de B-groep.
- 11a. 20%  
 b. De som van de percentages meisjes en jongens is 100%, in beide groepen.

12a.

<i>geslacht</i>	<i>wisgroep</i>		<b>totaal</b>
	<b>A/C</b>	<b>B</b>	
man	19%	81%	100%
vrouw	35%	65%	100%
totaal			

- b. 16%, nee.
- 13a. Het gemiddelde van de B-leerlingen is 3 en het gemiddelde van de A/C-leerlingen is 2,25. Dus de B-leerlingen scoren het hoogst.  
 b.

<i>kunstbel</i>	<i>wisgroep</i>		<b>totaal</b>
	<b>A/C</b>	<b>B</b>	
1. geheel niet	1	0	1
2. niet zo groot	1	1	2
3. middelmatig	2	1	3
4. tamelijk groot	0	1	1
5. groot	0	0	0
6. erg groot	0	0	0
totaal	4	3	7

- c. Nee, bij zulke kleine aantallen maakt de keuze van één leerling relatief veel verschil.
14. Er zijn zes categorieën in plaats van twee.

15a.

<i>kunstbel</i>	<i>wisgroep</i>				<b>totaal</b>
	<b>A/C</b>		<b>B</b>		
	freq	relfreq	freq	rel freq	
1. helemaal niet	8	19%	11	10%	
2. niet zo groot	11	26%	26	23%	
3. middelmatig	11	26%	44	40%	
4. tamelijk groot	9	21%	17	15%	
5. groot	2	5%	10	9%	
6. erg groot	2	5%	3	3%	
<b>totaal</b>	43	100%	111	100%	

- b. Je ziet nu in welke klassen de procentuele verschillen klein of groot zijn.  
 c. Je ziet wel dat er verschillen zijn, maar niet welke *wisgroep* hoger scoort op *kunstbel*.

16a. Dat komt doordat de zes percentages zijn afgerond.

- b. Ja. Hiernaast is dat niet het geval.

<i>kunstbel</i>	<i>wisgroep</i>			
	<b>A/C</b>		<b>B</b>	
	<i>freq</i>	<i>p</i>	<i>freq</i>	<i>p</i>
1. geheel niet	2	33,3%	1	16,7%
2. niet zo groot	2	33,3%	2	33,3%
3. middelmatig	2	33,3%	3	50,0%
<b>totaal</b>	6	99,9%	6	100%

17a. middelmatig

- b. overwegend niet zo groot en middelmatig.  
 c. best wel, de A/C-leerlingen scoren wat lager en zijn meer verdeeld in hun keuzes.

18

<i>kunstbel</i>	<i>wisgroep</i>						
	<b>A/C</b>			<b>B</b>			<i>Vcp</i>
	<i>freq</i>	<i>cf</i>	<i>cp</i>	<i>freq</i>	<i>cf</i>	<i>cp</i>	
1. geheel niet	8	8	19%	11	11	10%	9%
2. niet zo groot	11	19	44%	26	37	33%	11%
3. middelmatig	11	30	70%	44	81	73%	3%
4. tamelijk groot	9	39	91%	17	98	88%	3%
5. groot	2	41	95%	10	108	97%	2%
6. erg groot	2	43	100%	3	111	100%	0%
<b>totaal</b>	43			111			

19a. Nee, want de categorieën 1 en 2 tellen 44% van de A/C-leerlingen en 33% van de B-leerlingen.

- b. Moeilijk te zeggen, want zowel de lage categorieën (1 en 2) als de hoge categorieën (4, 5, 6) zijn beter vertegenwoordigd bij de A/C-leerlingen.

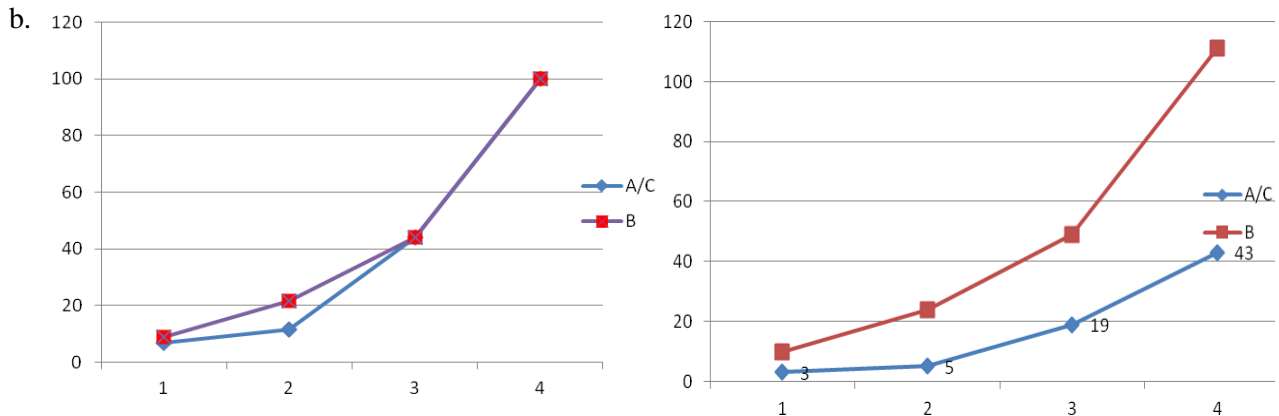
20a. zie 17

- b. Daar loopt de stippellijn tussen de twee reepgrafieken het steilst (omlaag of omhoog). Het hoogteverschil is *Vcp*.

- 21a. 73%  
 b.  $88\% - 73\% = 15\%$   
 c. Van “3” naar “4” loopt de A/C-grafiek steiler.  
 d. In het begin ligt de B-grafiek onder de A/C-grafiek en later schelen ze niet zo veel.

22a.

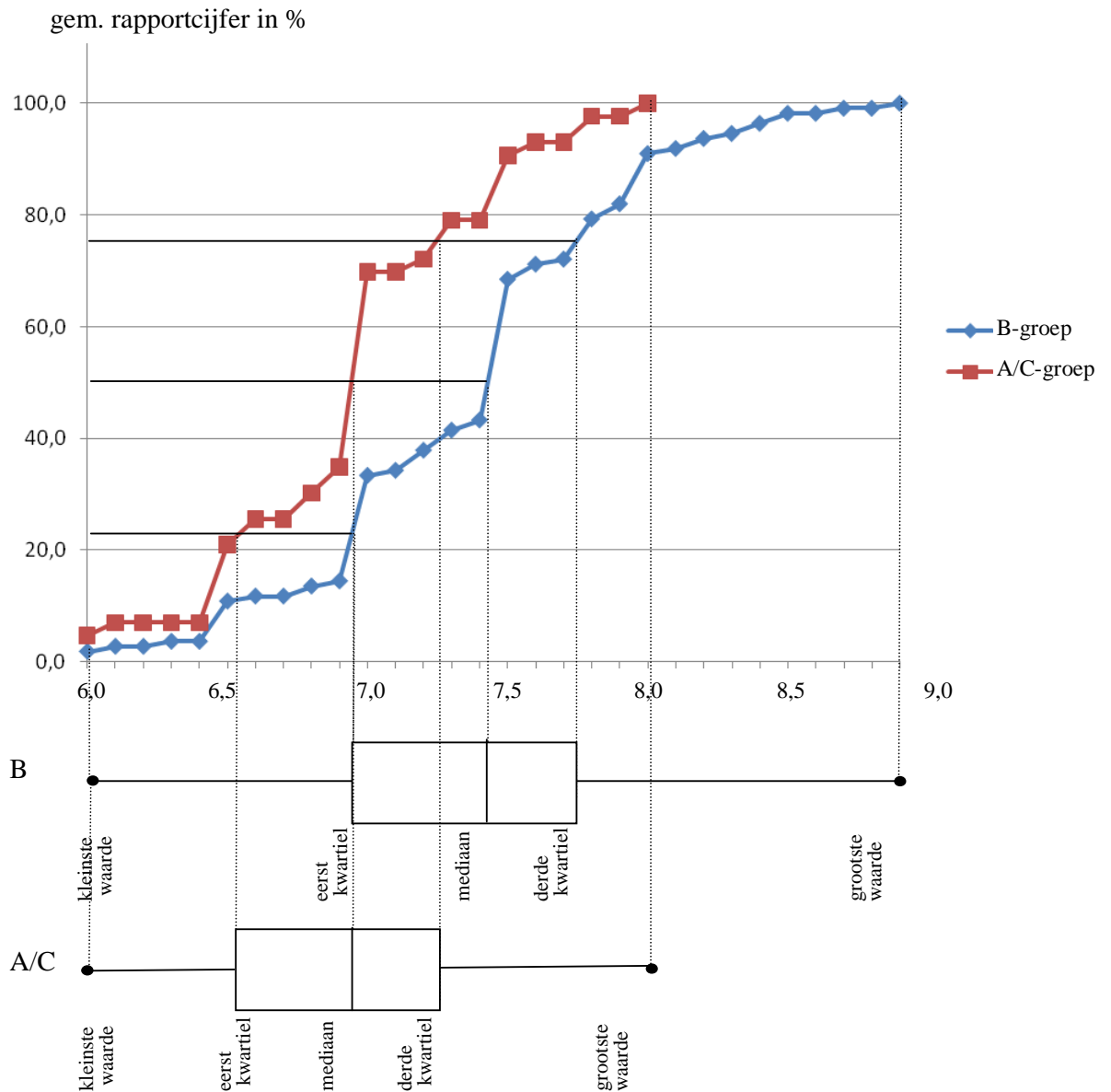
advies	wisgroep					
	A/C			B		
	freq	cf	cp	freq	cf	cp
1. niet belangrijk	3	3	7%	10	10	9%
2. minder belangrijk	2	5	12%	14	24	22%
3. belangrijk	14	19	44%	25	49	44%
4. erg belangrijk	24	43	100%	62	111	100%
<b>totaal</b>	43			111		



- c. De B-grafiek ligt helemaal onder de A/C-grafiek. Voor de B-groep telde het advies dus het zwaarst.
23. Er zijn veel meer leerlingen met wiskunde B dan met wiskunde A.  
 Aan de bovenkant zijn er wiskunde B hogere cijfers dan bij wiskunde A/C.
24. De B-groep scoort ook negens, de A/C-groep niet.
25. De onafgeronde cijfers. Onbekend is nu hoe de cijfers binen een klasse verdeeld zijn.
- 26a. Bij 7,0 is  $cp = 70\%$  voor de A/C-groep en  $cp = 33\%$  voor de B-groep.  
 b. Het verschil is 37%.  
 c. B scoort beter, want de meeste B-leerlingen scoren boven 7,0 en de meeste A/C-leerlingen onder de 7,0.
- 27a.  $91\% - 21\% = 70\%$   
 b.  $91\% - 21\% = 70\%$   
 c. De B-grafiek ligt onder de A/C-grafiek.
28. de 25%-waarde is 6,6  
 de 50%-waarde is 7,0  
 de 75%-waarde is 7,2
- 29a. Zie volgende bladzijde

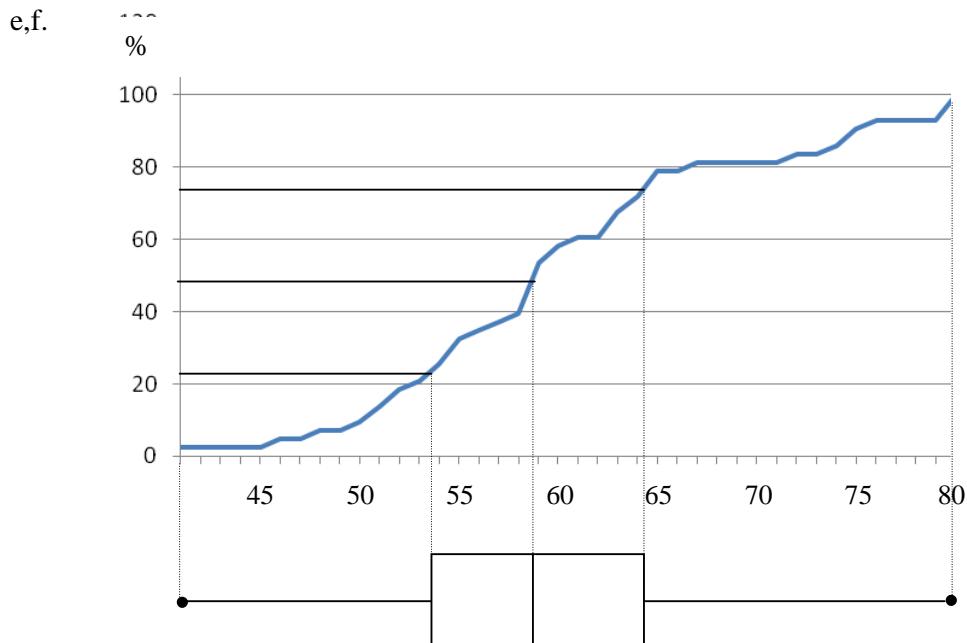
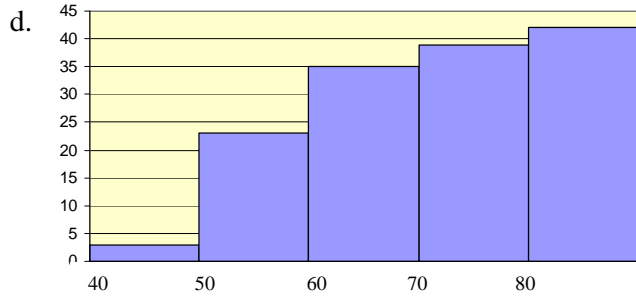
- b. De cijfers in de A/C-groep liggen lager dan in de B-groep, want de boxplot van de A/C-groep ligt links van de boxplot van de B-groep.
- c. Het gemiddelde eindcijfer voor alle vakken heeft een grote rol gespeeld in de keuze voor A/C of B. De reden zou kunnen zijn dat de betere leerlingen relatief vaker voor een NG- of NT-profiel kiezen met wiskunde B, terwijl minder goede leerlingen relatief vaker kiezen voor een EM-profiel met wiskunde A of een CM-profiel met wiskunde A of C.

30a.



31 a. Door het steelbladdiagram een kwartslag linksom te draaien. De klassenbreedte is 10.

- b. 8
- c. mediaan = 59 (nr 22)  
 eerste kwartiel = 54 (nr 11)  
 laatste kwartiel = 65 (nr 33)



De mediaan is 58,9, de kwartielen zijn 53,8 en 64,4 kg.

31

<i>aantal vreemde talen</i>	<i>wiskundegroep</i>						<i>Vcp</i>
	<i>A/C</i>			<i>B</i>			
	<i>freq</i>	<i>cf</i>	<i>cp</i>	<i>freq</i>	<i>cf</i>	<i>cp</i>	
een	7	7	16%	16	16	14%	2%
twee	26	33	77%	58	74	67%	10%
drie	10	43	100%	30	104	94%	6%
vier	0	43	100%	7	111	100%	0%
totaal	43			111			

$max. \Delta cp = 10\%$ . Er is weinig verschil tussen beide groepen.

32 Bij de hoogste waarde is  $cp$  altijd 100% en vandaar dat het verschil daar tussen de  $cp$ -en gelijk is aan 0% ( $100 - 100 = 0$ ).

33 Alleen als er een natuurlijke volgorde is tussen de waarden van de variabele is het zinvol de percentages op te tellen tot cumulatieve percentages  $cp$ . En pas als je  $cp$  kunt bepalen, kun je ook  $Vcp$  en dus  $max.Vcp$ .

34 Voordeel van gemiddelde  $Vcp$ : situaties waarin meerdere grote verschillen zitten en situaties waarin slechts 1 groot verschil zit, kunnen zo onderscheiden worden.

Nadeel van gemiddelde  $Vcp$ : de extreme situaties kun je daarmee niet onderscheiden.

35a.

<i>geslacht</i>	A/C		B		tot
	<i>f</i>	<i>p</i>	<i>f</i>	<i>p</i>	
m	13	30%	56	50%	69
v	30	70%	55	50%	85
totaal	43	100%	111	100%	70

- b. Er is geen volgorde tussen de geslachten. “Het percentage  $\leq$  vrouw” is onzin. Daarom is het niet zinvol cumulatief te percenteren, waardoor ook  $max.Vcp$  niet zinvol is.
- c. Bij de jongens kiest 81% wiskundeB en bij de meisjes 65%. Dat is 16% verschil.  
 Het kan ook anders. Bij de jongens wordt 4,3 keer zo veel wiskundeB als wiskundeA/C gekozen. Bij de meisjes is dat maar 1,8 keer zoveel. Je kunt dus zeggen dat de jongens  $4,3 / 1,8 = 2,3$  keer zoveel wiskundeB kiezen. En daarover gaat het volgende onderwerp.  
 Maar misschien heb jij een heel andere verschilmaat verzonnen.

36a. De verhouding man/vrouw bij de A/C-groep is  $13 : 30 = 0,43$

- b. Ja, dit verhoudingen verschillen veel.  
 c.  $1,02 / 0,43 = 2,37$  (als je niet tussentijds afrondt is de uitkomst 2,35)

37a. verhouding bij de mannen:  $56 : 13 = 4,31$

verhouding bij de vrouwen:  $55 : 30 = 1,83$

*odds-ratio* tussen de mannen en de vrouwen is  $4,31 / 1,83 = 2,36$  (als je niet tussentijds afrondt is de uitkomst 2,35)

- b. Nee. Dat is geen toeval, want  $\frac{56}{13} / \frac{55}{30} = \frac{56}{55} / \frac{13}{30}$ .

38a. 1

- b. De *odds-ratio* is erg groot.

39 In de A/C-groep is de verhouding  $33 : 10 = 3,3$

In de B-groep is de verhouding  $74 : 37 = 2$

*odds-ratio* is  $3,3 / 2 = 1,65$

Dat wil zeggen dat de ongelijkheidsverhouding niet zo groot is.

40a.

<i>kunstzinnige belangstelling</i>	<i>wiskundegroep</i>		totaal
	A/C	B	
laag (1,2,3)	30	81	111
hoog (4,5,6)	13	30	43
totaal	43	111	154

- b. In de A/C-groep is de verhouding  $30 : 13 = 2,3$

In de B-groep is de verhouding  $81 : 30 = 2,7$

*odds-ratio* is  $2,7 / 2,3 = 1,17$

41a.

cijfwis	wiskundekeuze						Vcp
	A/C			B			
	freq	cf	cp	freq	cf	cp	
5	4	4	9,3%	0	0	0%	9,3 %
6	12	16	37,2%	9	9	8,1%	29,1%
7	15	31	71,1%	36	45	40,5%	30,6%
8	11	42	97,7%	44	89	80,2%	17,5%
9	0	42	97,7%	21	110	99,1%	1,4%
10	1	43	100%	1	111	100%	0%
totaal	43			111			

- b.  $\max.Vcp = 30,6 \%$  en dat is een (zeer) groot verschil.  
 c. De *odds-ratio* is hier niet mogelijk omdat de variabele *cijfwis* meer dan twee waarden heeft.  
 d.

cijfwis	wiskundegroep		totaal
	A/C	B	
laag (5,6,7)	31	45	76
hoog (8,9,10)	12	66	78
totaal	43	111	154

- e. In de A/C-groep is de verhouding  $31 : 12 = 2,58$   
 In de B-groep is de verhouding  $45 : 66 = 0,68$   
*odds-ratio* is  $2,58 / 0,68 = 3,79$

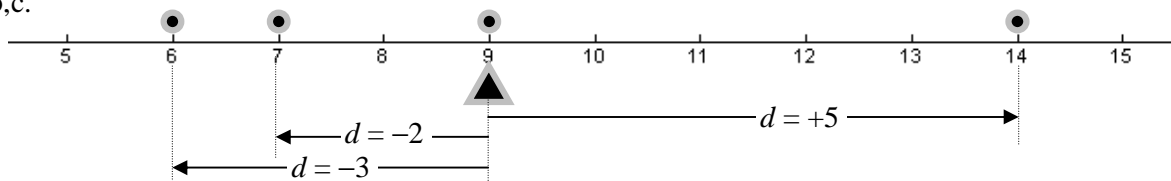
42. Vergelijk de *odds-ratio*'s: opgave 36, 38, 39 en 40.  
 De *odds-ratio* op de variabele *cijfwis*.

- 43a. Gemiddeld 11 uur.  
 b. Gemiddeld 9 uur.

44a.  $-4 + -1 + +5 = 0$

- b. De som van de afwijkingen links van het gemiddelde is even groot als de som van de afwijkingen rechts van het gemiddelde.

45a,b,c.



- d. De afwijkingen zijn respectievelijk -3, 5, 0, en -2; dus is  $\sum d = 0$



46a.

score voor cijfwis	wiskundegroep			
	A/C		B	
	<i>f</i>	<i>f</i> × <i>s</i>	<i>f</i>	<i>f</i> × <i>s</i>
5	4	20	0	0
6	12	72	9	54
7	15	105	36	252
8	11	88	44	352
9	0	0	21	189
10	1	10	1	10
totaal	43	295	111	857

Het gemiddelde wiskundecijfer van de A/C-groep is  $295 / 43 = 6,86$ .

Het gemiddelde wiskundecijfer van de B-groep is  $7,72$ .

- b. Conclusie: de B-groep heeft een hoger gemiddelde. Het verschil tussen de twee groepen is  $1,45$  en dat is best groot.
- 47a. De oppervlakte onder de grafieken is even groot.  
 b. De verdelingen zijn symmetrisch rond hetzelfde getal.  
 c. De ene grafiek is hoger en smaller in de buurt van het midden dan de andere.
- 48a. De *gad* van de A/C-groep is  $(3+5+0+2) : 4 = 2,5$   
 b. De spreiding van de B-groep is het grootst.
- 49 Daar komt altijd 0 uit (zie opgaven 43 en 44)
- 50a. De variantie van de A/C-groep is  $(9 + 25 + 0 + 4) : 4 = 9,5$   
 b. De spreiding van de B-groep is het grootst.
- 51a.  $-4, -16$  en  $20$   
 b. De variantie van de B-groep is  $(16 + 256 + 400) : 3 = 224$   
 c. 16 keer zo groot.
- 52 De *sd* van de A/C-groep is  $\sqrt{9,5} \approx 3,08$
- 53a. In de tekst is te lezen dat  $\text{gemiddelde} - \text{sd} = 3,58$  en  $\text{gemiddelde} + \text{sd} = 13,90$ .  
 De waarde  $3,58$  valt binnen de klasse met klassemidden  $4$ , die staat voor een huiswerktijd tussen  $3,5$  en  $4,5$  uur. De frequentie van deze klasse is  $2$ . We schatten dat  $0,92$  van die twee leerlingen tussen  $3,58$  en  $4,5$  uur huiswerk maakt. Zo schatten we dat in de klasse met klassemidden  $14$   $0,40$  van de twee leerlingen tussen  $13,5$  en  $14,5$  uur huiswerk maakt. Van de klassen daartussen in tellen alle leerlingen mee.  
 b. In totaal zitten  $0,92 \times 2 + 23 + 0,4 \times 2 = 25,64$  van de in totaal  $43$  leerlingen tussen  $53,58$  en  $13,90$  uur aan hun huiswerk. Dat is bijna  $60\%$ : flink wat kleiner dan de vuistregelwaarde van  $68\%$ .  
 c. Er zijn  $41$  de  $43$  leerlingen tussen de  $-1,58$  en de  $19,06$  uur met huiswerk bezig is: dat is  $95,3\%$ .  
 d. Dat klopt heel goed met de vuistregelwaarde van  $95\%$ .

54a.  $gem = 9,08$  uur en  $sd = 5,51$  uur.

b.  $gem - sd = 3,57$  uur en  $gem + sd = 14,59$  uur.

De hele uren zijn klassemiddens: 0,93 van de 9 getelde leerlingen bij 4 uur tellen we mee voor het aantal leerlingen dat tussen  $gem - sd$  en  $gem + sd$  zit en we tellen ook een 0,09 van de 7 getelde leerlingen bij 15 uur mee. In totaal tellen we  $8,37 + 8 + 4 + 6 + 5 + 2 + 17 + 2 + 6 + 1 + 8 + 0,63 = 68$  van de 111 leerlingen. Dat is ongeveer 61%: minder dan de vuistregel!

$$gem - 2sd = 9,08 - (2 \cdot 5,51) = -2,12$$

$$gem + 2sd = 9,08 + (2 \cdot 5,51) = 20,28$$

Naar schatting zitten  $2 + 0,22 \times 5 = 3,1$  leerling niet tussen de grenzen. Dus ruim 97% wel: dat is iets meer dan de vuistregel!

55a. Het diagram is volledig symmetrisch: 50% van de gescoorde mensen heeft een IQ dat lager ligt dan 100 en 50% een IQ dat hoger ligt dan 100: de mediaan is daarom 100, net als het gemiddelde.

b. Het eerste kwartiel ligt na de laagstscorende 25%.

In de grafiek zie je de grens na de laagst scorende 16,1%: rechts daarvan ligt een zwart stuk waarboven 34% staat: dit zijn de 34% mensen die beter scoren dan de slechtste 16,1% maar lager dan de beste 50%.

Het verschil tussen 25% en 16,1% is 8,9% en het verschil tussen 50% en 25% is 25%.

Het stukje zwarte grafiekoppervlak dat we nog nodig hebben (9%) is dus veel kleiner dan het stukje zwart dat er rechts van moet liggen (verhouding is grofweg 1 op 3).

Zo vinden we als schatting voor het eerste kwartiel een IQ van 90.

Op dezelfde wijze vinden we als schatting voor het derde kwartiel een IQ van 110.

c. 68% ; 96% ; 99,8%

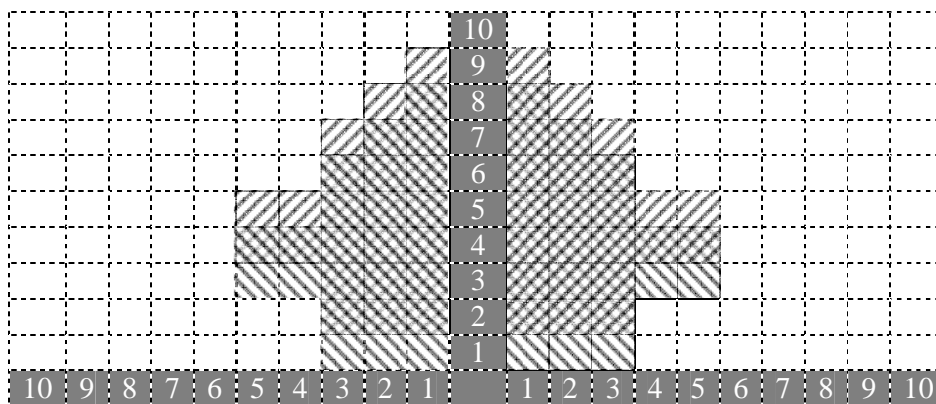
56a. Groter, want de diameter is groter en de sd is hetzelfde.

b. Groter, want de diameter is hetzelfde, maar de sd is kleiner, dus er is minder overlap.

57a. De gemiddeldes verschillen 1 en de sd's 0.

b. Op de eerste school lagen de cijfers dichter bij elkaar; er waren maar vier verschillende cijfers. Van de tweede school zijn de histogrammen breder.

c.



d. 20 van de 25 leerlingen, dat is 80%.

e.  $\Delta = 20\%$

f. Op de eerste school, want daar is  $\Delta$  het grootst.

58a.  $D = \frac{1}{(0,99 + 0,99)/2} = \frac{1}{0,99} \approx 1,01$

b.  $D = \frac{1}{(1,93 + 1,93)/2} = \frac{1}{1,93} \approx 0,52$

c. Op de eerste school, want daar is  $D$  het grootst.

59a.  $D = \frac{6,8 - 6,2}{(0,28 + 0,2) : 2} = 2,5$

b. Het effect van kunstmest is erg groot.

60a. 10

b. 9,9

c. 1,01

61a. *leeftijd*:  $D = \frac{204,8 - 203,8}{(8,46 + 7,3) : 2} \approx 0,13$  klein verschil

*cijfgem*:  $D = \frac{7,43 - 7,25}{(0,675 + 0,772) : 2} \approx 0,25$  klein verschil

*cijfwis*:  $D = \frac{7,67 - 6,25}{(0,968 + 1,164) : 2} \approx 1,33$  groot verschil

*kunstbel*:  $D = \frac{3,6 - 2,7}{(1,02 + 1,13) : 2} \approx 0,84$  groot verschil

*huiswerk*:  $D = \frac{10,47 - 8,57}{(3,41 + 3,15) : 2} \approx 0,58$  matig verschil

b. Op variabele *cijfwis*.

c. Voor variabele *Leeftijd*.

62a. B-groep: gem = 7,43 ; sd = 0,77

A/C-groep: gem = 7,25 ; sd = 0,67

$$D = \frac{7,43 - 7,25}{(0,77 + 0,67) : 2} = 0,25$$

Er is dus slechts een klein verschil in cijfergemiddelde tussen deze twee groepen leerlingen.

b. 6,0 ; 6,5 ; 7,0 ; 7,5 ; 8,0 ; 8,5 ; 9,0 ; 9,5

c. De groepen hebben niet dezelfde grootte.

63a.  $D = \frac{168 - 165}{(7 + 7) : 2} \approx 0,43$

b. Het effect van sekse op de lengte van 14-jarigen is matig.

c.  $D = \frac{183 - 170}{(7 + 7) : 2} \approx 1,86$

Het effect van sekse op de lengte van 18-jarigen is erg groot.

64  $D = \frac{176,5 - 169,9}{(8,6 + 8,9) : 2} \approx 0,75$

Het effect van sekse op de lengte van deze 4vwo-leerlingen is matig.

65 A/C-groep: gem = 6,25 ; sd = 0,97

B-groep: gem = 7,67 ; sd = 1,16

$$D = \frac{7,67 - 6,25}{(0,97 + 1,16) : 2} \approx 1,3 \quad \text{Dit is een redelijk groot verschil.}$$

De uitspraak zou dus kunnen kloppen.

- 66a. De gemiddelde huiswerktijd van jongens is 7,0 uur per week en van meisjes 10,8 uur per week. Dus een zeer duidelijk verschil, want meisjes besteden blijkbaar gemiddeld ruim 1,5 maal zoveel tijd aan hun huiswerk.
- b. De gemiddelden per profiel zijn: CM: 9,6 uur, EM 9,5 uur, NG: 9,8 uur en NT: 7,4 uur. Blijkbaar zijn wat huiswerktijd betreft alleen de NT-leerlingen afwijkend van de rest.
- c. In het profiel NT is de gemiddelde lengte meer dan 5 cm hoger dan in de andere profielen. Dit komt omdat dit profiel vooral door jongens wordt gekozen (NT: 35 jongens en 6 meisjes).