

## Antwoorden Kans en Stat H3 Discrete verdelingen

Opg. 1a  $\frac{9}{16} \times \frac{9}{16} = \frac{81}{256}$

1b  $\frac{7}{16} \times \frac{6}{16} = \frac{42}{256} = \frac{21}{128}$

1c

|        |                  |                   |                  |
|--------|------------------|-------------------|------------------|
| aantal | 9                | 10                | 11               |
| kans   | $\frac{81}{256}$ | $\frac{133}{256}$ | $\frac{21}{128}$ |

$$P(\text{aantal}=10) = 1 - \frac{81}{256} - \frac{21}{128} = \frac{133}{256}$$

1d  $\frac{9}{16} \times \frac{8}{15} = \frac{3}{10}$

1e  $\frac{7}{16} \times \frac{6}{15} = \frac{7}{40}$

1f

|        |                |                 |                |
|--------|----------------|-----------------|----------------|
| aantal | 9              | 10              | 11             |
| kans   | $\frac{3}{10}$ | $\frac{21}{40}$ | $\frac{7}{40}$ |

$$P(\text{aantal}=10) = 1 - \frac{3}{10} - \frac{7}{40} = \frac{21}{40}$$

1g 0 (nul)

1h  $\frac{7}{7} \times \frac{6}{7} = \frac{6}{7}$

1i

|        |   |               |               |
|--------|---|---------------|---------------|
| aantal | 9 | 10            | 11            |
| kans   | 0 | $\frac{1}{7}$ | $\frac{6}{7}$ |

Opg. 2a Alle mogelijkheden J of M, J of M, J of M, dus  $2 \times 2 \times 2 = 8$

jjm jmj of mij De kans is dus  $\frac{3}{8}$

2b mmm of jjj De kans is dus  $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

2c

|                |               |               |               |               |
|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| aantal meisjes | 0             | 1             | 2             | 3             |
| kans           | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |

De kansen zijn samen 1, dat klopt dus.

Opg. 3a Bereken dus de kans op 2 afspraken bij 3 telefoontjes. Afspraak is ja.

ja, ja, nee of ja, nee, ja of nee, ja, ja kans =  $3 \times 0,4 \times 0,4 \times 0,6 = 0,288$

3b

|                  |       |       |       |       |
|------------------|-------|-------|-------|-------|
| aantal afspraken | 18    | 19    | 20    | 21    |
| kans             | 0,216 | 0,432 | 0,288 | 0,064 |

Kansen samen 1, dat klopt dus.

Opg. 4a

|           |   |   |   |        |
|-----------|---|---|---|--------|
| enveloppe | A | B | C |        |
| brief     | a | b | c | 3 goed |
|           | a | c | b | 1 goed |
|           | b | a | c | 1 goed |
|           | b | c | a | 0 goed |
|           | c | a | b | 0 goed |
|           | c | b | a | 1 goed |

4b  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

4c  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

4d

|             |               |               |   |               |
|-------------|---------------|---------------|---|---------------|
| aantal goed | 0             | 1             | 2 | 3             |
| kans        | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{6}$ |

Opg. 5a  $\frac{3}{25}$

5b

|                |                  |                 |                 |                 |
|----------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| aantal betrapt | 0                | 1               | 2               | 3               |
| kans           | $\frac{91}{460}$ | $\frac{21}{46}$ | $\frac{27}{92}$ | $\frac{6}{115}$ |

$P(\text{aantal} = 0) = P(\text{wel, wel, wel}) = \frac{15}{25} \times \frac{14}{24} \times \frac{13}{23} = \frac{91}{460}$

$P(\text{aantal} = 1) = 3 \times P(\text{wel, wel, niet}) = \frac{15}{25} \times \frac{14}{24} \times \frac{10}{23} = \frac{21}{46}$  enz.

Opg. 6a minimaal 1 en maximaal 4

6b kans op 4, 5 of 6 is  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

6c kans op 1,1,1, 1 of meer is  $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{6}{6} = \frac{1}{216}$

6d

|                |               |                |                  |                 |
|----------------|---------------|----------------|------------------|-----------------|
| aantal beurten | 1             | 2              | 3                | 4               |
| kans           | $\frac{1}{2}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{17}{216}$ | $\frac{1}{216}$ |

3 beurten kan met 1, 1, 2 of meer kans =  $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{216}$

met 1, 2, 1 of meer kans =  $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{6}{6} = \frac{6}{216}$

met 2, 1, 1 of meer kans =  $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{6}{6} = \frac{6}{216}$

Samen is dit  $\frac{17}{216}$

Kans op 2 beurten is  $1 - \frac{1}{2} - \frac{17}{216} - \frac{1}{216} = \frac{5}{12}$

Opg. 7a 2 t/m 12

7b Maak een rooster, bovenaan en links staan de mogelijke uitkomsten van de twee dobbelstenen.

Verder is de som ingevuld

$P(S=2) = \frac{1}{36}$  want 2 staat in één

van de 36 hokjes

$P(S=3) = \frac{2}{36}$   $P(S=4) = \frac{3}{36}$

|          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|          | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> | <b>6</b> |
| <b>1</b> | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        |
| <b>2</b> | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        |
| <b>3</b> | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        |
| <b>4</b> | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       |
| <b>5</b> | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       | 11       |
| <b>6</b> | 7        | 8        | 9        | 10       | 11       | 12       |

c

|   |                |                               |                               |                              |                |                              |                |                              |                               |                               |                |
|---|----------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|----------------|------------------------------|----------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------|
| S | 2              | 3                             | 4                             | 5                            | 6              | 7                            | 8              | 9                            | 10                            | 11                            | 12             |
| P | $\frac{1}{36}$ | $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ | $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ | $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ | $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ | $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ | $\frac{1}{36}$ |

- Opg. 8a 100 euro bakje steeds naar links, kans is  $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$  dus  $\frac{1}{32} \times 40000 = 1250$  keer  
 8 euro bakjes 1 van de 5 naar rechts dus 5 mogelijkheden  
 of 3 van de 5 naar rechts  $\binom{5}{3} = 10$  mogelijkheden  
 elke mogelijkheid heeft een kans van  $\frac{1}{32}$  dus  $\frac{15}{32} \times 40000 = 18750$  keer  
 25 euro bakje 2 van de 5 naar rechts  $\binom{5}{2} = 10$  mogelijkheden dus  $\frac{10}{32} \times 40000 = 12500$   
 16 euro bakjes 1 van de 5 naar links dus 5 mogelijkheden dus  $\frac{5}{32} \times 40000 = 6250$  keer  
 20 euro bakje steeds naar links, kans is  $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$  dus  $\frac{1}{32} \times 40000 = 1250$  keer
- 8b  $1250 \times 100 + 8 \times 18750 + 25 \times 12500 + 16 \times 6250 + 20 \times 1250 = 712500$  euro  
 8c maximaal  $40000 \times 100 = 4000000$  euro  
 Minimaal  $40000 \times 8 = 320000$   
 8d De eigenaar krijgt  $15 \times 40000 = 600000$  Hij zal naar verwachting meer uitbetalen, namelijk 712500. Dat is aantrekkelijk voor een speler.  
 8e 100 euro geen routes  
 8 euro l, l, r, l, l en l, l, r, r, r of r, r, l, l, r 3 mogelijkheden  
 25 euro l, l, r, l, r en l, l, r, r, l en r, r, l, l, l 3 mogelijkheden  
 16 euro r, r, r, r, l 1 mogelijkheid  
 20 euro r, r, r, r, r 1 mogelijkheid  
 0 euro de rest  
 $\frac{3}{32} \times 40000 \times 8 + \frac{3}{32} \times 40000 \times 25 + \frac{1}{32} \times 40000 \times 16 + \frac{1}{32} \times 40000 \times 20 = 168750$
- 8f  $168750 / 40000 = 4,21875$  Dus bij 4,22 euro of meer is het niet meer aantrekkelijk om te spelen.

Opg. 9 –

- Opg. 10a  $100\ 000 \times 0,06 = 6000$  gewonden  
 Kosten  $6000 \times 4000 = 24\ 000\ 000$  euro  
 $24\ 000\ 000 / 100\ 000 = 240$  euro  
 10b  $50\ 000 \times 0,06 = 3000$  gewonden die betaald moeten worden  
 Kosten  $3000 \times 4000 = 12\ 000\ 000$  euro  
 $12\ 000\ 000 / 50\ 000 = 240$  euro (weer)

- Opg. 11a  $100 \times 5 + 8 \times 75 + 25 \times 50 + 16 \times 25 + 20 \times 5 = 2850$  wordt betaald  
 11b  $2850 / 160 = 17,8125 \approx 17,81$  euro  
 11c 17,8125 euro

- Opg. 12a  $X$  is de uitbetaling,  $n = 5$   
 $x_1 = 100$   $x_2 = 8$   $x_3 = 25$   $x_4 = 16$   $x_5 = 20$   
 $p_1 = \frac{1}{32}$   $p_2 = \frac{15}{32}$   $p_3 = \frac{10}{32}$   $p_4 = \frac{5}{32}$   $p_5 = \frac{1}{32}$

Opg. 13a –

13b

| aantal ogen | 1             | 2             | 3             | 4             | 5             | 6             |
|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| kans        | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |

Verwachting is  $1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = 3\frac{1}{2}$

13c 3 tot en met 18

13d –

Opg. 14 in april boeken  $4 \times 800 = 3200$   
 last minute (kans maal prijs)  $0,6 \times 4 \times 550 + 0,4 \times 4 \times 900 = 2760$   
 advies is dus wachten.

Opg. 15a

|      |                |               |               |                |
|------|----------------|---------------|---------------|----------------|
| X    | 0              | 1             | 2             | 3              |
| kans | $\frac{8}{27}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{1}{27}$ |

kansen zijn samen 1

0 wit kans is  $\left(\frac{4}{6}\right)^3 = \frac{8}{27}$  1 wit (w, z, z 3 mogelijkheden) kans is  $3 \times \frac{2}{6} \times \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{48}{9}$  enz.

$$E(X) = 0 \times \frac{8}{27} + 1 \times \frac{4}{9} + 2 \times \frac{2}{9} + 3 \times \frac{1}{27} = 1$$

15b

|      |               |               |               |
|------|---------------|---------------|---------------|
| Y    | 0             | 1             | 2             |
| kans | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{1}{5}$ |

0 wit kans is  $\frac{4}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{5}$  1 wit (w, z, z 3 mogelijkheden)  $3 \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$

2 wit (w, w, z 3 mogelijkheden)  $3 \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{1}{5}$

$$E(Y) = 0 \times \frac{1}{5} + 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{1}{5} = 1\frac{2}{5}$$

Opg. 16a Ze gooit dan geen 6, geen 6, 6 kans is  $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$

16b 1 tot oneindig

16c

|      |               |                |                  |                    |                    |
|------|---------------|----------------|------------------|--------------------|--------------------|
| X    | 1             | 2              | 3                | 4                  | 5                  |
| kans | $\frac{1}{6}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{25}{216}$ | $\frac{125}{1296}$ | $\frac{625}{7776}$ |

16d

|      |                      |                        |                         |
|------|----------------------|------------------------|-------------------------|
| X    | 6                    | 7                      | 8                       |
| kans | $\frac{3125}{46656}$ | $\frac{15625}{279936}$ | $\frac{78125}{1679616}$ |

$$P(X > 8) = 1 - \frac{1}{6} - \frac{5}{36} - \dots - \frac{78125}{1679616} \approx 0,2326 \text{ of } \left(\frac{5}{6}\right)^8 \approx 0,2326$$

16e Misschien gewoon 6 (?)

16f -

16g Extra  $E(X) = \frac{1}{6} \times 1 + \frac{5}{6} E(X) + \frac{5}{6}$ , dus  $\frac{1}{6} E(X) = 1$ , dus  $E(X) = 6$

Opg. 17a Winkel A  $E = 0 \times 0,2 + 0,5 \times 0,1 + 1 \times 0,2 + 1,5 \times 0,25 + 2 \times 0,25 = 1,125$

Winkel B  $E = 0 \times 0 + 0,5 \times 0,4 + 1 \times 0,4 + 1,5 \times 0,2 + 2 \times 0 = 0,9$

17b  $P(0, 0) = 0$  (kan niet)  $P(0,5; 0,5) = 0,1 \times 0,4 = 0,04$   $P(1, 1) = 0,2 \times 0,4 = 0,08$

$P(1,5; 1,5) = 0,25 \times 0,2 = 0,05$   $P(2, 2) = 0$  (kan niet) Samen is dit 0,17

17c

|           |      |      |      |     |      |      |      |
|-----------|------|------|------|-----|------|------|------|
| wachttijd | 0,5  | 1    | 1,5  | 2   | 2,5  | 3    | 3,5  |
| kans      | 0,08 | 0,12 | 0,16 | 0,2 | 0,24 | 0,15 | 0,05 |

Kansen zijn samen 1

$$P(W=1,5) = P(0; 1,5) + P(0,5; 1) + P(1; 0,5) = 0,2 \times 0,2 + 0,1 \times 0,4 + 0,2 \times 0,4 = 0,16 \text{ enz.}$$

17d  $E(W) = 0,5 \times 0,08 + 1 \times 0,12 + \dots + 3,5 \times 0,05 = 2,025$

17e Wat ik gemiddeld denk te moeten wachten bij A en bij B is samen natuurlijk wat ik gemiddeld denk te moeten wachten bij A en B samen.

Opg. 18a  $Y = 7 - 2 = 5$

18b X 1, 2, 3, 4, 5, 6 Y 1, 2, 3, 4, 5, 6 X + Y = 7

18c  $E(X) = 3\frac{1}{2}$   $E(Y) = 3\frac{1}{2}$  (zie opg. 13 b)  $X + Y = 7$  met kans 1  $E(X + Y) = 7 \times 1 = 7$

18d Ja, want  $E(X) + E(Y) = 7$  en  $E(X + Y) = 7$

Opg. 19a  $E(X) = 3\frac{1}{2}$   $E(Y) = 3\frac{1}{2}$

19b (zie opg. 7c)  $E(X + Y) = 2 \times \frac{1}{36} + 3 \times \frac{1}{18} + 4 \times \dots + 12 \times \frac{1}{36} = 7$

19c Ja, weer 7

Opg. 20a verwachting per week is  $554 \times 7 = 3878$

20b  $E(\text{dag 1}) + E(\text{dag 2}) + \dots + E(\text{dag 7}) = 3878 = E(\text{week})$

Opg. 21a

|                           |               |               |
|---------------------------|---------------|---------------|
| Aantal harten eerste keer | 0             | 1             |
| kans                      | $\frac{3}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |

$$E = 0 \times \frac{3}{4} + 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

21b zie 21a

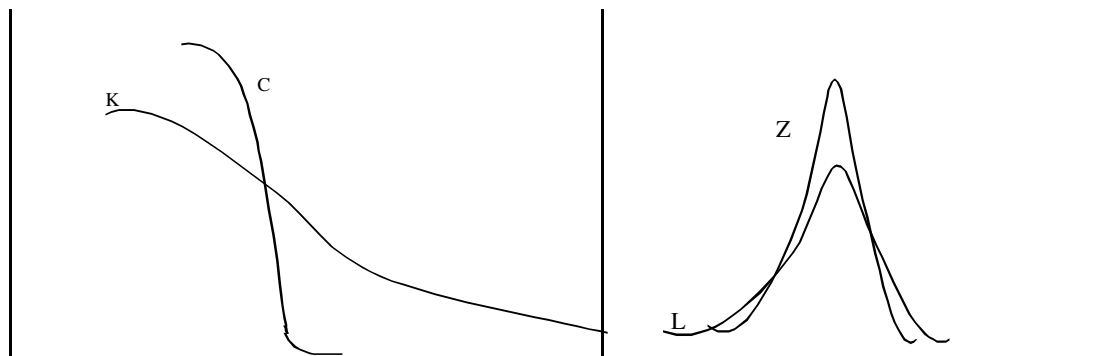
21c  $E = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \dots + \frac{1}{4}$  (13 keer)  $= 3\frac{1}{4}$

Opg. 22a Winkel A 0 t/m 2 Winkel B 0,5 t/m 1,5 Dus winkel B de kleinste variatie.  
In winkel A de grootste spreiding

22b Bij allebei  $45 / 5 = 9$

22c Bij renner A grootste spreiding, van 1 t/m 20 Bij B slechts van 3 t/m 15

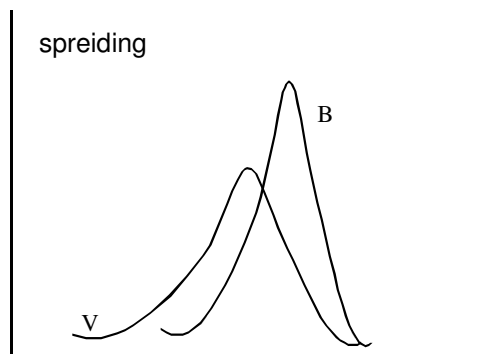
Opg. 23a



23b Landklimaat heeft grootste

23c Basketballers zijn allemaal lang. Bij voetballers zal de spreiding het grootst zijn.

spreiding



Opg. 24a gemiddelde 5  
afw. -3, 1, 2  
kwadr. 9, 1, 4  
gem. kw. 4,67  
sd (wortel) 2,16

- 24b gemiddelde 104  
 afw. -3, 1, 2  
 kwadr. 9, 1, 4  
 gem. kw. 4,67  
 sd (wortel) 2,16
- 24c gemiddelde 8  
 afw. -6, 2, 4  
 kwadr. 36, 4, 16  
 gem. kw. 18,67  
 sd (wortel) 4,32
- 24d gemiddelde 40  
 afw. -30, 10, 20  
 kwadr. 900, 100, 400  
 gem. 467  
 sd (wortel) 21,6
- 24e gemiddelde 4  
 afw. -3, -3, 1, 1, 2, 2  
 kwadr. 9, 9, 1, 1, 4, 4  
 gem. kw. 4,67  
 sd (wortel) 2,16
- 24f gemiddelde 4  
 afw. -3 (5 keer) 1 (5 keer) 2 (5 keer)  
 kwadr. 9 (5 keer) 1 (5 keer) 4 (5 keer)  
 gem. kw. 4,67  
 sd (wortel) 2,16

- Opg. 25a bij alle gegevens 1 (of 100) opgeteld heeft geen invloed op de sd  
 25b alle gegevens keer 2 (of 10), dan sd keer 2 (of 10)  
 25c alle gegevens 2 (of 5) maal zo vaak, heeft geen invloed op de sd

- Opg. 26a  $sd \approx 1,87$   
 26b  $sd \approx 20,21$   
 26c  $sd \approx 1,15$

- Opg. 27a gem. = 18,7 dm sd = 0,72 dm  
 27b gem.  $\approx 73,62$  inch sd  $\approx 2,83$  inch

- Opg. 28a Winkel A  $sd \approx 0,722$  Winkel B  $sd \approx 0,374$   
 28b dus inderdaad winkel A  
 28c renner A  $sd \approx 7,87$  renner b  $sd \approx 4,24$   
 28d inderdaad renner A

- Opg. 29  $p_i / n_i = f_i$  alle  $f$ 's opgeteld is  $n$  alle  $p$ 's opgeteld is 1  
 Opg. 30  $sd \approx 1,71$  (tabel bij antw. opg. 13b)

- Opg. 31a Winst bij 3, 6 en 10 komt 6 van de 12 keer voor. Kans is  $\frac{1}{2}$

31b

|      |               |               |               |                |                |
|------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| X    | 0             | 1             | 3             | 6              | 10             |
| kans | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{12}$ |

$$E(X) = 2,5$$

- 31c  $sd \approx 2,87$   
 31d  $2,5 - 2 \times 2,87 = 3,24$   $2,5 + 2 \times 2,87 = 8,24$  Hierbuiten ligt alleen 10  
 Kans is  $\frac{1}{12}$

Opg.32a

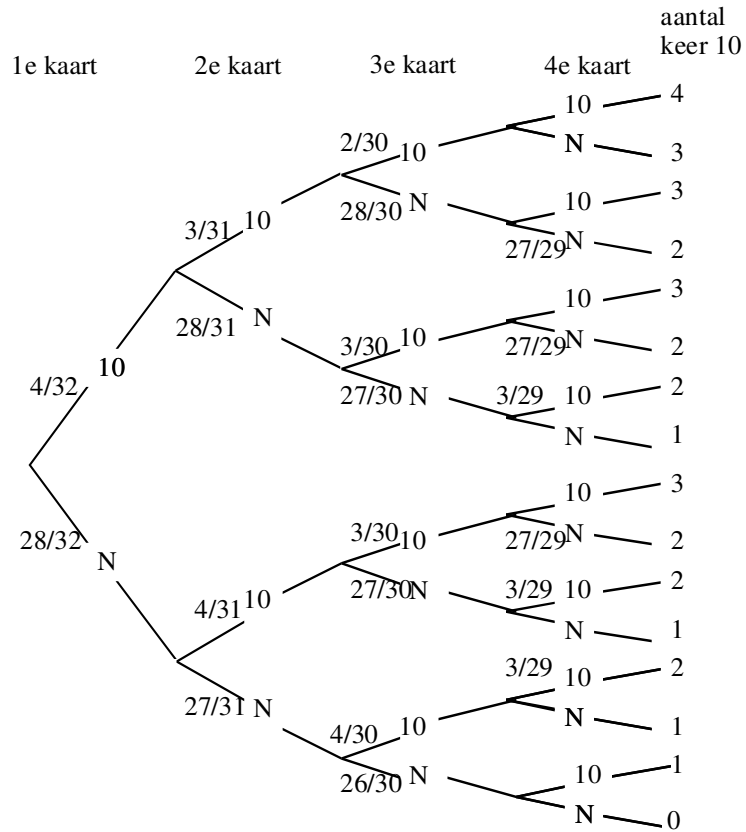
|      |               |               |               |
|------|---------------|---------------|---------------|
| Y    | 0             | 2             | 10            |
| kans | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{6}$ |

$$E(Y) = 0 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{2} + 10 \times \frac{1}{6} = 2\frac{2}{3}$$

32b sd  $\approx 3,40$

Opg. 33 --

Opg. 34a



34b  $6 \times \frac{4}{32} \times \frac{3}{31} \times \frac{28}{30} \times \frac{27}{29} = \frac{567}{8990}$

Opg. 35a  $\binom{32}{4} = 35960$

35b 2 tien en 2 niet-tien uit 28  $\binom{4}{2} \cdot \binom{28}{2} = 2268$

35c  $\frac{2268}{35960} = \frac{567}{8990}$

Opg. 36a 28

36b 8 en 8

36c 28

36d 1

36e  $\binom{8}{5}$  is ook 56

36f  $\binom{8}{0} = \binom{8}{1}$  en dat is 1

36g 1, n, n, 1

$$36h \quad \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

Opg 37a  $\frac{1}{2}$

37b  $\frac{1}{30} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{1}{6}$

37c opgeteld is dit 1

Opg. 38  $\frac{800}{2261}$

Opg. 39a  $\frac{1}{2530}$  en  $\frac{4}{253}$

39b Nee, de docent kent zijn leerlingen. De steekproef is heel select.

Opg. 40a 3, 4, 5, 6

40b w,w,z,w en w,z,w,w en z,w,w,w

40c twee wit en de vierde is wit

40d  $3 \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{9}{35}$

40e twee wit in de eerste vier, de vijfde is wit.

40f  $\binom{4}{2} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{35}$

Opg. 41a  $\frac{3}{22}$

41b  $\frac{9}{22}$

41c  $\frac{6}{55}$

44d  $\frac{\binom{6}{1}\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{12}{55} \quad 3! \times \frac{6}{12} \times \frac{4}{11} \times \frac{2}{10} = \frac{12}{55}$

Opg. 42a  $\frac{\binom{13}{3}\binom{13}{3}\binom{13}{3}\binom{13}{4}}{\binom{52}{13}} \approx 0,0263$

42b De vier kaarten zijn H, K, R of S kans is dus  $4 \times 0,026... \approx 0,1054$

Opg. 43a  $3^8 = 6561$

43b alleen 1 en 2 dus  $2^8 = 256$

43c 1, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 1

43d  $\binom{8}{2} = 28$  en  $\binom{6}{5} = 6$  en  $28 \times 6 = 168$

43e  $\binom{8}{1} \cdot \binom{7}{2} = 168$

43f  $\binom{8}{5} \cdot \binom{3}{2} = 168$

43g  $\binom{10}{1} \cdot \binom{9}{2} \cdot \binom{7}{3} = 12600$



Opg. 44a  $\binom{6}{3} \cdot \binom{3}{2} = 60$

44b 1 van de 60, dus kans  $\frac{1}{60}$

44c  $\binom{11}{1} \cdot \binom{10}{4} \cdot \binom{6}{4} = 34650$

44d  $\frac{1}{34650}$

Opg. 45a  $\frac{10}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{8}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{189}{1250}$

45b  $\frac{10}{10} \times \left(\frac{1}{10}\right)^5 = \frac{1}{100000}$

45c  $\left(\frac{9}{10}\right)^6 \approx 0,531$

45d  $1 - P(\text{geen } 8) \approx 1 - 0,531 = 0,469$

45e  $\left(\frac{1}{10}\right)^2 \times \left(\frac{9}{10}\right)^4 = 0,006561$

45f  $\binom{6}{2} \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 \times \left(\frac{9}{10}\right)^4 = 0,098415$

45g 88nnnn n88nnn nn88nn nnn88n nnnn88 dus  $5 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 \times \left(\frac{9}{10}\right)^4 = 0,032805$

Opg. 46a  $\frac{144}{360} = \frac{2}{5}$

46b  $\left(\frac{2}{5}\right)^5 = \frac{32}{3125}$

46c  $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \frac{3}{5} = \frac{48}{3125}$

46d  $5 \times \left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \frac{3}{5} = \frac{48}{625}$  46e  $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{72}{3125}$

46f  $\binom{5}{3} \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{144}{625}$

Opg. 47a n r n kans  $\frac{3}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{45}{512}$  47b r x kans  $\frac{8}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{8}{8} = \frac{5}{8}$

47c

| X    | 0                | 1                 | 2                 | 3                 |
|------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| kans | $\frac{27}{512}$ | $\frac{135}{512}$ | $\frac{225}{512}$ | $\frac{125}{512}$ |

47d Kansen zijn samen 1

47e Vijf achtste deel is rood. Dus 225 graden rood, 135 graden zwart

Opg. 48a 6 6 n n n kans  $\left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{7776}$

48b n 6 n 6 n kans  $\left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{7776}$

48c  $\binom{5}{2} \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{625}{3888}$

48d

| Z    | 0                   | 1                   | 2                  | 3                  | 4                 | 5                |
|------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|-------------------|------------------|
| kans | $\frac{3125}{7776}$ | $\frac{3125}{7776}$ | $\frac{625}{3888}$ | $\frac{125}{3888}$ | $\frac{25}{7776}$ | $\frac{1}{7776}$ |

48e Som is precies 1

48f Een wiel met een zesde deel (60 graden) 6 en vijf zesde deel niet 6

Opg. 49a We gaan ervan uit dat de kans op een katertje 0,5 is.

$$\text{BinPD}(X = 3, n = 6, p = 0,5) = 0,3125$$

49b  $\text{BinPD}(X = 4, n = 6, p = 0,5) + \text{BinPD}(X = 5, n = 6, p = 0,5) + \text{BinPD}(X = 6, n = 6, p = 0,5) \approx 0,34375$

49c  $1 - \text{kans op geen katers} - \text{kans op geen poezen} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6 - \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 0,96875$

Opg. 50a  $\frac{3}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^8 = \frac{1}{6561}$  of  $3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^9 = \frac{1}{6561}$

50b  $\text{BinPD}(X = 3, n = 9, p = \frac{1}{3}) = 0,2731$

50c  $\binom{9}{3} \times \binom{6}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^9 = \frac{560}{6561}$  50d  $\text{BinPD}(X = 1, n = 12, p = \frac{1}{12}) \approx 0,3840$

Opg. 51a  $\text{BinPD}(X = 3, n = 10, p = 0,3) \approx 0,2668$

51b van de gemiste penalty's wordt  $\frac{2}{3}$  deel gestopt en  $\frac{1}{3}$  deel gaat over of naast

$$\text{BinPD}(X = 4, n = 7, p = \frac{2}{3}) \approx 0,2561$$

51c  $\text{BinPD}(X = 4, n = 7, p = \frac{1}{4}) \approx 0,0577$

Opg. 52a  $\text{BinPD}(X = 5, n = 13, p = \frac{1}{3}) \approx 0,2067$

52b  $\text{BinPD}(X = 0, n = 13, p = \frac{1}{3}) \approx 0,0051$

52c  $\text{BinPD}(X = 11, n = 13, p = \frac{1}{3}) + \text{BinPD}(X = 12, n = 13, p = \frac{1}{3}) + \text{BinPD}(X = 13, n = 13, p = \frac{1}{3}) \approx 0,0002$

Opg. 53a  $\text{BinPD}(X = 4, n = 9, p = 0,5) \approx 0,2461$

$$53b \binom{9}{4} \times \binom{5}{3} \times 0,5^4 \times 0,3^3 \times 0,2^2 \approx 0,0851$$

53c  $\text{BinPD}(X = 0, n = 9, p = 0,2) \approx 0,1342$

$$53d \binom{9}{3} \times \binom{6}{3} \times 0,5^3 \times 0,3^3 \times 0,2^3 \approx 0,0454$$

Opg. 54a  $\text{BinPD}(X = 1, n = 10, p = 0,1055) \approx 0,3868$

54b  $\text{BinPD}(X = 0, n = 10, p = 0,1055) + \text{BinPD}(X = 1, n = 10, p = 0,1055) + \text{BinPD}(X = 2, n = 10, p = 0,1055) \approx 0,9200$

54c  $1 - \text{BinPD}(X = 0, n = 10, p = 0,1055) + \text{BinPD}(X = 1, n = 10, p = 0,1055) \approx 0,2853$

Opg. 55a 3-1-0-0 of 2-2-0-0 of 4-0-0-0 verdeling kans =  $0,1648 + 0,1348 + 0,01056 = 0,31016$

55b  $1 - \text{BinPD}(X = 0, n = 10, p = 0,01056) \approx 0,1007$

55c  $\text{BinPD}(X = ?, n = 10, p = 0,5843)$  met ? = 0, 1, 2 en 3 en optellen  $\approx 0,0674$

$$55d \quad \binom{10}{1} \times \binom{9}{7} \times 0,1055 \times 0,5843^7 \times 0,1648^2 \approx 0,0240$$

$$55e \quad \binom{10}{1} \times \binom{9}{7} \times \binom{2}{1} \times 0,1055 \times 0,5843^7 \times 0,1648 \times 0,1348 \approx 0,1348$$

Opg. 56a  $1 - \text{BinCD}(X = 6, n = 14, p = 0,3) \approx 0,0933$

56b  $\text{BinCD}(X = 7, n = 14, p = 0,3) \approx 0,9685$

56c  $\text{BinCD}(X = 4, n = 14, p = 0,3) - \text{BinCD}(X = 1, n = 14, p = 0,3) \approx 0,5367$

56d  $\text{BinCD}(X = 10, n = 14, p = 0,3) - \text{BinCD}(X = 2, n = 14, p = 0,3) \approx 0,8389$

Opg. 57  $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \text{BinCD}(X = 2, n = 10, p = \frac{1}{6}) \approx 0,2248$

Opg. 58a  $P(X > 30) = 1 - P(X \leq 30) = 1 - \text{BinCD}(X = 30, n = 250, p = 0,1) \approx 0,1247$

58b  $P(Y \geq 1) = 1 - P(Y \leq 0) = 1 - \text{BinCD}(X = 0, n = 250, p = \frac{1}{500}) \approx 0,3938$

Opg. 59a  $\text{BinPD}(X = 2, n = 3, p = \frac{1}{3}) \approx 0,222222$

59b 0,219780

59c zie a

59d 0,222202

Opg. 60a tenminste 4 en ten hoogste 6 keer kop:  $P(4 \leq X \leq 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 3) = \text{BinCD}(X = 6, n = 10, p = \frac{1}{2}) - \text{BinCD}(X = 3, n = 10, p = \frac{1}{2}) \approx 0,6563$

60b 20 worpen  $P(8 \leq X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 7) = 0,7368$

60c 50 worpen  $P(20 \leq X \leq 30) = P(X \leq 30) - P(X \leq 19) = 0,8811$

60d 100 worpen  $P(40 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 39) = 0,9648$

60e De kans is  $\frac{1}{2}$  en dat betekent: als je steeds vaker gooit zal de kans steeds dichterbij 50% komen. Dus de kans op "tussen de 40% en 60%" zal zeker naar de 100% gaan.

Opg. 61a  $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{BinCD}(X = 4, n = 20, p = 0,15) \approx 0,1702$

61b Op een strenge school zal minder dan 15% spijbelen.

Op een minder strenge school gaan steeds meer leerlingen spijbelen omdat je toch niet gestraft wordt.

Opg. 62a  $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{BinCD}(X = 4, n = 50, p = 0,05) \approx 0,1036$

62b  $P(X = 0) = \text{BinPD}(X = 0, n = 50, p = 0,05) = 0,0769\dots$  en  $0,0769\dots \times 500 = 38,4\dots$   
Dus 38 doosjes

Opg. 63a  $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{BinCD}(X = 7, n = 20, p = 0,25) \approx 0,1018$

63b  $1 - P(X \leq 9) = 1 - \text{BinCD}(X = 9, n = 20, p = 0,25) \approx 0,0139$

$1 - P(X \leq 10) = 1 - \text{BinCD}(X = 10, n = 20, p = 0,25) \approx 0,0039$

Bij 10 hoort 11 goed, dan moet de docent een 4 geven.

Opg. 64a We nemen de kans op langer dan gemiddeld 0,5

$P(X \geq 24) = 1 - P(X \leq 23) = 1 - \text{BinCD}(X = 23, n = 37, p = 0,5) \approx 0,0494$

64b nee, de kans op 24 (en zelfs 24 of meer) is wel heel erg klein.

Opg. 65a  $P(X \leq 13) = \text{BinCD}(X = 13, n = 69, p = 0,387) \approx 0,0003$

$P(X \geq 30) = 1 - P(X \leq 29) = 1 - \text{BinCD}(X = 29, n = 85, p = 0,387) \approx 0,7740$

65b nee, de kans op 13 (en zelfs 13 of minder) is wel heel erg klein.

Opg. 66a -

66b -

66c neem 0,387, 10000, 69 en 100 Druk op sorteren (onderaan) kwam 13 of minder wel een keer voor? Zo niet, dan klopt dat goed met opg. 65a

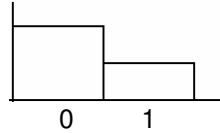
66d Kwam na sorteren 30 of meer ongeveer 77 keer voor, dan klopt het antwoord met opg. 65b

- Opg. 67a  $0,09 \times 33 \approx 3$  leerlingen  
 67b  $\text{BinPD}(X = 3, n = 33, p = 0,09) \approx 0,2349$   
 67c  $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \text{BinCD}(X = 5, n = 33, p = 0,09) \approx 0,0714$   
 67d Eigenlijk is het zonder terugleggen.

Opg. 68a Voorbeeld bij  $n = 3$   $P(X = 2) = \text{BinPD}(x = 2, n = 3, p = \frac{1}{3}) = \frac{2}{9}$

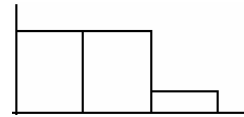
$n = 1$

|      |               |               |
|------|---------------|---------------|
| $X$  | 0             | 1             |
| kans | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |



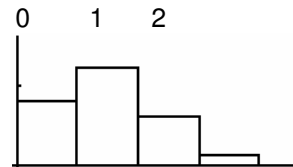
$n = 2$

|      |               |               |               |
|------|---------------|---------------|---------------|
| $X$  | 0             | 1             | 2             |
| kans | $\frac{4}{9}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{1}{9}$ |



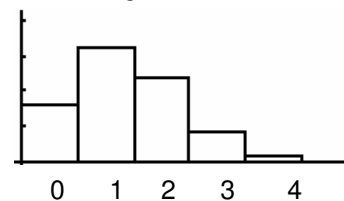
$n = 3$

|      |                |               |               |                |
|------|----------------|---------------|---------------|----------------|
| $X$  | 0              | 1             | 2             | 3              |
| kans | $\frac{8}{27}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{1}{27}$ |



$n = 4$

|      |                 |                 |                |                |                |
|------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|
| $X$  | 0               | 1               | 2              | 3              | 4              |
| kans | $\frac{16}{81}$ | $\frac{32}{81}$ | $\frac{8}{27}$ | $\frac{8}{81}$ | $\frac{1}{81}$ |



68bc de sd bereken via list 1 en list 2 op je rekenmachine

$n = 1$   $E(X) = \frac{1}{3}$   $sd(X) \approx 0,4714045208$   $\text{Var}(X) \approx 0,4714045208^2 \approx 0,222222..$

$n = 2$   $E(X) = \frac{2}{3}$   $sd(X) \approx 0,6666666666$   $\text{Var}(X) \approx 0,6666666666^2 \approx 0,444444..$

$n = 3$   $E(X) = 1$   $sd(X) \approx 0,8164965809$   $\text{Var}(X) \approx 0,8164965809^2 \approx 0,666666..$

$n = 4$   $E(X) = 1\frac{1}{3}$   $sd(X) \approx 0,9428090416$   $\text{Var}(X) \approx 0,9428090416^2 \approx 0,888888..$

68d De verwachting is steeds  $n$  keer de verwachting bij  $n = 1$   
 De variantie is steeds  $n$  keer de variantie bij  $n = 1$

68e  $E(X) = np$

$\text{Var}(X) = n \text{Var}(X, n = 1)$  en  $\text{Var}(X, n = 1) = 0,2222... = \frac{2}{9}$  en dat is  $p(1 - p)$  of  $2p^2$  of zo

$\text{Var}(X) = np(1 - p)$  of  $2np^2$

Opg. 69a 0 en 1

69b alle enen opgeteld geeft de waarde van  $X$ , dat is dus het aantal successen bij het  $n$  keer uitvoeren van het experiment

69c  $E(X_1) = 0 \times (1 - p) + 1 \times p = p$  dit is ook  $E(X_2)$ ,  $E(X_3)$  enz.

69d Dus  $E(X) = p + p + p \dots = np$

Opg. 70a  $X_1$  is 0 of 1  $X_1 + X_2$  is 0, 1 of 2 met meer spreiding, dus hogere sd.

70b  $E(Y)$  is 2 maal  $E(X)$ , afwijkingen van het gemiddelde worden 2 maal zo groot, het kwadraat wordt 4 maal zo grooten het gemiddelde hiervan wordt ook 4 maal zo groot. De wortel hieruit wordt weer 2 maal zo groot.

70c  $Y$  is 0 of 2. Vergeleken met 0, 1 of 2 zijn dit alleen de 2 uitersten, dus is de sd groter bij  $Y$

70d Zie het bovenstaande bij b en c.

Opg. 71a  $\text{Var}(S_2) = \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) = \frac{35}{12} + \frac{35}{12} = \frac{35}{6}$ ,  $\text{Var}(S_6) = 6 \times \frac{35}{12} = \frac{35}{2}$

71b ook  $\frac{35}{2}$

71c 0 (nul) omdat de som steeds 7 is, zijn de afwijkingen van het gemiddelde 0 (afhankelijk)

Opg. 72a

|                          |         |                |
|--------------------------|---------|----------------|
| $X_1$                    | 0       | 1              |
| kans                     | $1 - p$ | $p$            |
| afwijking $X_1 - E(X_1)$ | $0 - p$ | $1 - p$        |
| kwadraat afw             | $p^2$   | $1 - 2p + p^2$ |

$\text{Var}(X_1)$  is steeds kans maal kwadraat en optellen.

$$\text{Var}(X_1) = (1 - p) \times p^2 + p \times (1 - 2p + p^2) = p^2 - p^3 + p - 2p^2 + p^3 = p - p^2 = p(1 - p)$$

72b  $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$   $\text{Var}(X) = n \times \text{Var}(X_1) = n p(1 - p)$  dus  $\text{sd}(X) = \sqrt{np(1 - p)}$

Opg. 73a  $\text{sd} = \sqrt{20 \times \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right)} \approx 2,236$

73b  $\text{sd} = \sqrt{20 \times \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3}\right)} \approx 2,108$

Opg. 74a  $\text{sd} = \sqrt{1000 \times \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right)} \approx 15,8$   $500 - 2 \times 15,8 = 468,4$   $500 + 2 \times 15,8 = 531,6$

Ongeveer 95% ligt tussen 468 en 532

74b  $\text{sd} = \sqrt{186000 \times \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right)} \approx 215,638$   $E = 93000$  De afwijking is 2000

Dit is  $2000 / 215,638 \approx 9,27$  keer de sd.

74c Dit is samen 186000 en 95000 wijkt 9,27 keer de sd af. Als de kans op een jongen  $\frac{1}{2}$  is.

74d Waarschijnlijk is de kans op een jongen dus niet  $\frac{1}{2}$

Opg. 75a Zonder terugleggen. Kans op geen aas is  $= \frac{6327}{20825}$

75b  $\frac{9139}{20825}$

75c

|             |                      |                      |                      |                     |                   |
|-------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|-------------------|
| aantal azen | 0                    | 1                    | 2                    | 3                   | 4                 |
| kans        | $\frac{6327}{20825}$ | $\frac{9139}{20825}$ | $\frac{4446}{20825}$ | $\frac{858}{20825}$ | $\frac{11}{4165}$ |

kansen zijn samen 1

Opg. 76a 1, 5, 6, 8 hebben 4! Volgordes en een ervan is goed. Kans is dus  $1 / 4! = \frac{1}{24}$

76b 3 goed kan niet, dan moet de vierde ook goed zijn.

2 goed kies er 2 die goed zijn,  $\binom{4}{2} = 6$  mogelijkheden, de anderen moet op elkaars plaats

staan. Dus 6 van de 24 =  $\frac{1}{4}$

1 goed kies er 1 die goed is, 4 mogelijkheden. De andere 3 moeten fout zijn. Dat geeft 2 mogelijkheden (voorbeeld : als het 568 is, dan is alles fout alleen maar 685 en 856)

$4 \times 2 = 8$  mogelijkheden van de 24 =  $\frac{1}{3}$

0 goed is de rest (alles is samen 1)

|             |               |               |               |   |                |
|-------------|---------------|---------------|---------------|---|----------------|
| aantal goed | 0             | 1             | 2             | 3 | 4              |
| kans        | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | 0 | $\frac{1}{24}$ |

Opg. 77a Bekijk 1 kilo.  $0,3 \times 20 = 6$  jaar regen  $6 \times 0,75 = 4,50$   
 $0,7 \times 20 = 14$  jaar geen regen  $14 \times 2 = 28$   $4,50 + 28 = 32,50$   
 Gemiddeld is dit  $32,50 / 20 = 1,625$  en dat is meer dan 1,50

77b Noem de opbrengst per kilo aan getast fruit  $a$  euro.  
 $6 \times a + 14 \times 2 = 6a + 28$  gemiddeld per jaar  $(6a + 28) / 20$   
 Wanneer is dit kleiner dan 1,50?

$$\frac{6a+28}{20} < 1,50 \quad 6a+28 < 30 \quad 6a < 2 \quad a < \frac{1}{3}$$

Als de prijs minder is dan  $\frac{1}{3}$  euro ( $\approx 0,33$  euro) is de eerste manier beter.

|         |           |                               |                               |                               |                               |                               |                |         |
|---------|-----------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------|---------|
| Opg. 78 | uitkering | 200000                        | 5000                          | 500                           | 50                            | 5                             | 1              | 0       |
|         | kans      | $\left(\frac{1}{10}\right)^6$ | $\left(\frac{1}{10}\right)^5$ | $\left(\frac{1}{10}\right)^4$ | $\left(\frac{1}{10}\right)^3$ | $\left(\frac{1}{10}\right)^2$ | $\frac{1}{10}$ | de rest |

$$E(\text{uitkering}) = 200000 \times \left(\frac{1}{10}\right)^6 + 5000 \times \left(\frac{1}{10}\right)^5 + \dots + 0 \times \text{de rest} = 0,5$$

$$E(\text{winst}) = 1 - 0,5 = 0,5 \text{ euro per kaart}$$

Opg. 79 1, 3 heeft dezelfde sd als b (tweemaal 1 en 3) en d (driemaal 1 en 3)  
 e heeft dezelfde sd als b (alle getallen -1) Dus b, d en e hebben dezelfde sd

Opg. 80 Wilhelm T. heeft de grootste sd. Zijn scores liggen erg ver uit elkaar  
 Ter controle  $sd(W) = 2,70$  en  $sd(R) = 2,35$

Opg. 81  $\frac{728}{2185}$

Opg. 82  $\frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$   $\frac{\binom{4}{2} \binom{2}{0}}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{5}$

Opg. 83a  $6! = 720$

83b  $\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} = 360$  of  $6! / 2! = 360$

83c  $\binom{6}{3} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} = 120$  of  $6! / 3! = 120$

83d  $\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{1} = 180$  of  $6! / 2! / 2! = 180$

Opg. 84ab

|      |                 |                 |                |                |
|------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|
| X    | -3              | 1               | 5              | 9              |
| kans | $\frac{27}{64}$ | $\frac{27}{64}$ | $\frac{9}{64}$ | $\frac{1}{64}$ |

84c  $E(X) = -3 \times \frac{27}{64} + 1 \times \frac{27}{64} + 5 \times \frac{9}{64} + 9 \times \frac{1}{64} = 0$  gemiddeld win je niets, dus een eerlijk spel.

84d Een eerlijk spel is dat mijn tegenstander en ik evenveel winnen, dus niets.

Opg. 85a dus KMKMKM kans is  $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$

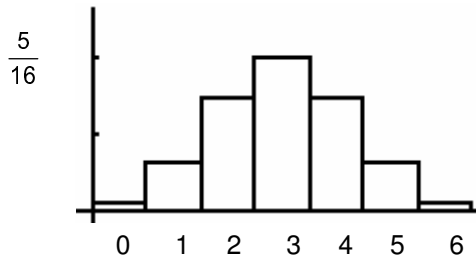
85b dus MKMKMK kans is  $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$

85c  $\binom{6}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5}{16}$

85d

|      |                |                |                 |                |                 |                |                |
|------|----------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|
| Y    | 0              | 1              | 2               | 3              | 4               | 5              | 6              |
| kans | $\frac{1}{64}$ | $\frac{3}{32}$ | $\frac{15}{64}$ | $\frac{5}{16}$ | $\frac{15}{64}$ | $\frac{3}{32}$ | $\frac{1}{64}$ |

85e



85f De kans op nul keer kop is hetzelfde als de kans op 6 keer munt en die is weer even groot als de kans op 6 keer kop. Zo zijn de kansen op 1 en 5 keer kop ook gelijk en 2 en 4 ook.

Opg. 86a Dus in 3 beurten een 6 en de 4<sup>e</sup> beurt is een 6

Kans is  $\text{BinPD}(X = 1, n = 3, p = \frac{1}{6}) \times \frac{1}{6} \approx 0,0579$

86b Dus in 4 beurten 1 of 0 keer 6 Kans is  $\text{BinCD}(X = 1, n = 4, p = \frac{1}{6}) \approx 0,8681$

86c Dus in 9 beurten 2 keer een 6 en de 10<sup>e</sup> beurt is een 6

Kans is  $\text{BinPD}(X = 2, n = 9, p = \frac{1}{6}) \times \frac{1}{6} \approx 0,0465$

86d Dus in 20 beurten 3 keer een 6

Kans is  $\text{BinCD}(X = 3, n = 20, p = \frac{1}{6}) \approx 0,5665$

Opg. 87a Sommige mensen zijn meer vatbaar voor griep dan anderen en een deel daarvan krijgt een antigriepinjectie en is dus weer minder vatbaar.

87b  $1 - \text{BinCD}(X = 4, n = 25, p = 0,2) \approx 0,5793$

87c dus hoogstens 20 wel griep, kans is  $\text{BinCD}(X = 20, n = 25, p = 0,2) \approx 0,1960$

Opg. 88a 11, 12, 13, 21, 22 en 23

88b

|      |          |          |          |          |          |          |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| S    | 11       | 12       | 13       | 21       | 22       | 23       |
| kans | $p_1q_1$ | $p_2q_1$ | $p_3q_1$ | $p_1q_2$ | $p_2q_2$ | $p_3q_2$ |

88c  $E(X) = p_1 + 2p_2 + 3p_3$   $E(Y) = 10q_1 + 20q_2$

88d  $p_1(1-a) + p_2(2-a) + p_3(3-a) = p_1 - p_1a + 2p_2 - p_2a + 3p_3 - p_3a =$   
 $p_1 + 2p_2 + 3p_3 + (-p_1a - p_2a - p_3a) = a - a(p_1 + p_2 + p_3) = a - 1a = 0$   
 zo ook  $q_1(10-b) + q_2(20-b) = 10q_1 - q_1b + 20q_2 - q_2b =$   
 $10q_1 + 20q_2 + (-q_1b - q_2b) = b - b(q_1 + q_2) = b - 1b = 0$

88e  $\text{Var}(X) = p_1(1-a)^2 + p_2(2-a)^2 + p_3(3-a)^2$   $\text{Var}(Y) = q_1(10-b)^2 + q_2(20-b)^2$

Opg. 89a

|      |               |               |               |               |               |                |
|------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| X    | 10            | 15            | 20            | 30            | 35            | 50             |
| kans | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{36}$ |

89b  $E(X) = 10 \times \frac{1}{4} + 15 \times \frac{1}{3} + 20 \times \frac{1}{9} + 30 \times \frac{1}{6} + 35 \times \frac{1}{9} + 50 \times \frac{1}{36} = 20$

89c

|       |               |               |               |
|-------|---------------|---------------|---------------|
| $X_1$ | 5             | 10            | 25            |
| kans  | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ |

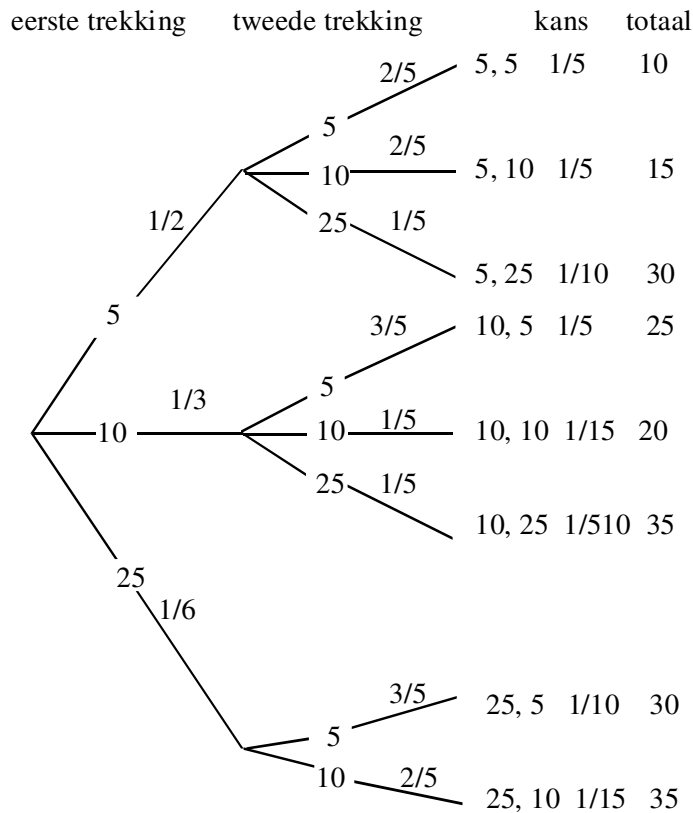
$$E(X_1) = 5 \times \frac{1}{2} + 10 \times \frac{1}{3} + 25 \times \frac{1}{6} = 10$$

$$\text{Var}(X_1) = (-5)^2 \times \frac{1}{2} + 0^2 \times \frac{1}{3} + 15^2 \times \frac{1}{6} = 50$$

$$\text{Var}(X) = \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) = 2 \times \text{Var}(X_1) = 2 \times 50 = 100$$

89d  $\text{Var}(X) = (-10)^2 \times \frac{1}{4} + (-5)^2 \times \frac{1}{3} + 0^2 \times \frac{1}{9} + 10^2 \times \frac{1}{6} + 15^2 \times \frac{1}{9} + 30^2 \times \frac{1}{36} = 100$

Opg. 90a



90b

|       |               |               |               |
|-------|---------------|---------------|---------------|
| $Y_2$ | 5             | 10            | 25            |
| kans  | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ |

$$E(Y_2) = 5 \times \frac{1}{2} + 10 \times \frac{1}{3} + 25 \times \frac{1}{6} = 10$$

90c

|      |               |               |                |               |                |
|------|---------------|---------------|----------------|---------------|----------------|
| $Y$  | 10            | 15            | 20             | 30            | 35             |
| kans | $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{15}$ |

$$E(Y) = 10 \times \frac{1}{5} + 15 \times \frac{2}{5} + 20 \times \frac{1}{15} + 30 \times \frac{1}{5} + 35 \times \frac{2}{15} = 20$$

90d  $\text{Var}(Y) = (-10)^2 \times \frac{1}{5} + (-5)^2 \times \frac{2}{5} + 0^2 \times \frac{1}{15} + 10^2 \times \frac{1}{5} + 15^2 \times \frac{2}{15} = 100$

90e  $Y_1$  en  $Y_2$  zijn afhankelijk (de kansen bij  $Y_2$  zijn afhankelijk van de trekking bij  $Y_1$ )

Opg. 91a  $1 \times 0,88 + 4 \times 0,25 = 1,88$

91b leugenaar aangewezen als leugenaar, 4 waarheidsprekers als waarheidsprekers heeft kans  $0,88 \times 0,75^4 \approx 0,2748$



leugenaar aangewezen als waarheidspreker, een waarheidspreker als leugenaar (4 mogelijkheden) en 3 waarheidsprekers als waarheidsprekers heeft kans  $4 \times 0,12 \times 0,25 \times 0,75^3 \approx 0,0506$  Samen  $\approx 0,33$

91c  $1 - \text{BinCD}(X=0, n=10, p=0,25) \approx 0,9436 \approx 94\%$

91d  $X$  is het aantal waarheidsprekers die als leugenaar worden aangemerkt.

$P(X \geq 1) = 1 - \text{BinCD}(X=0, n=10, p=x) \leq 0,5$  zoek de maximale waarde van  $x$   
Dit kan via insluiten, tabellen of grafieken. Dit geeft een kans van ongeveer 0,066

Opg. 92a Stip en A of A en stip kans is  $2 \times \frac{4}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{9}$

92b L fiche niet kwijt, B beide fiches kwijt heeft kans  $\frac{4}{6} \times \left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{2}{27}$

92c  $X$  is het aantal keer dat K wint,  $Y$  is het aantal keer dat L wint

$P(X \geq 7) = 1 - \text{BinCD}(X=6, n=10, p=0,43) \approx 0,0806$

$P(Y \geq 7) = 1 - \text{BinCD}(X=6, n=10, p=0,57) \approx 0,3102$  opgeteld  $\approx 0,39$

Opg. 93a  $X$  is het aantal fout beantwoorde vragen  $P(X \geq 1) = 1 - \text{BinCD}(X=0, n=10, p=0,2) \approx 0,893$

93b Kans op 2 keer goed of 2 keer fout is  $0,8^2 \times 0,1^2 = 0,66$

93c Kans op 10 keer hetzelfde is  $0,66^{10} = 0,016.. > 1\%$ , dus geen strafmaatregel

Opg. 94a  $P(\text{aantal goed gegokt} \geq 4) = 1 - \text{BinCD}(X=3, n=9, p=\frac{1}{2}) \approx 0,75$

94b  $P(4 \text{ keer ja/nee goed}) = \frac{1}{16}$   $P(3 \text{ keer ja/nee goed}) = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{4}$

$P(2 \text{ ja/nee goed en 1 driekeuze}) = \binom{4}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$  Opgeteld  $\frac{7}{16} \approx 0,44$

94c  $P(\text{zakken})^4 = 0,11$  dus  $P(\text{zakken}) = 0,11^{\frac{1}{4}} \approx 0,58$  dus  $P(\text{slagen}) \approx 0,42$

94d  $P(\text{aantal geslaagden} \geq 17) = 1 - \text{BinCD}(X=16, n=20, p=0,655) \approx 0,0488$

Opg. 95a  $\frac{18}{35}$

95b  $P(\text{winst 2 of 3 euro}) = \frac{18}{35} + \frac{4}{35} = \frac{22}{35}$

$P(\text{aantal keer winst 2 of 3 euro} \geq 10) = 1 - \text{BinCD}(X=9, n=16, p=\frac{22}{35}) \approx 0,62$

95c  $E(\text{uit te keren bedrag}) = 0 \times \frac{1}{35} + 1 \times \frac{12}{35} + 2 \times \frac{18}{35} + 3 \times \frac{4}{35} \approx 1,714$

maar de inzet is meer (1,75) dus moet het Casino op de duur winst maken.

## Begrepen

Blz. 12a Bij één lot

|                   |                    |                  |
|-------------------|--------------------|------------------|
| opbrengst loterij | -15                | 985              |
| kans              | $\frac{999}{1000}$ | $\frac{1}{1000}$ |

$$E(\text{opbr. loterij}) = -15 \times \frac{999}{1000} + 985 \times \frac{1}{1000} = -14 \quad E(\text{bezit}) = 100 + -14 = 86$$

12b Bij vijf loten  $E(\text{opbr. loterij}) = 5 \times -14 = -70$

$$E(\text{bezit}) = 100 + -70 = 30$$

Blz. 18a Van klein naar groot: D, A, B, C

18b Weer 8 °C en 3 °C

18c

|      |               |               |               |
|------|---------------|---------------|---------------|
| X    | 0             | 1             | 2             |
| kans | $\frac{4}{9}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{1}{9}$ |

$$E(X) = 0 \times \frac{4}{9} + 1 \times \frac{4}{9} + 2 \times \frac{1}{9} = \frac{2}{3} \text{ en ook met GR}$$

$$\text{Var}(X) = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{4}{9} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{4}{9} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\text{sd}(X) = \frac{2}{3} \text{ en ook met GR}$$

Blz. 23a  $\left(\frac{4}{6}\right)^6 = \frac{64}{729}$

23b  $\frac{6}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{32}{243}$

23c  $\frac{2}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{90}$

23d AA BB CC komen op 3! volgordes voor.  $3! \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{15}$

23e Begin met een letter, een andere letter, een andere letter dan de eerste en de tweede

kans is  $\frac{6}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{4}{15}$

Begin met een letter, een andere letter, weer de eerste letter, niet de tweede (anders worden de laatste twee hetzelfde)

kans is  $\frac{6}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{15}$

Samen is dit  $\frac{1}{3}$