**6 Onderzoek**



Inhoudsopgave

6.0 Waar of niet 3

6.1 Mate van samenhang 6

6.2 Conclusies trekken 12

6.3 Onzekerheid 18

6.4 Gevaar! 22

6.5 Onderzoek 30

*Echt onderzoek is een reis door terra incognota, een grillig pad zonder bewijsbaar doel, waar een vooraf aangewezen bestemming bijna nooit blijkt te bestaan. Als je produceert wat je hebt aangekondigd, is het product platvloers of bedrog.*

Vincent Icke, 22 maart 2010

Colofon

© 2011 cTWO

Experimentele uitgave Kansrekening en Statistiek, vwo, wiskunde A en C

versie 2 (september 2012)

auteurs Leon van den Broek, Maris van Haandel

digiboek Carel van de Giessen

met medewerking van Simon Biesheuvel, Piet Versnel, Peter van Wijk

**0 Waar of niet**

statistische uitspraken

*Dagelijks staan er in de krant statistische uitspraken. De precieze betekenis is vaak niet duidelijk en of ze waar zijn is ook maar de vraag. Op welke feiten is zo’n uitspraak trouwens gebaseerd?*

**1** We bekijken enkele uitspraken.

* “Vandaag is het 8 tot 11 °C en dat is koel voor de tijd van het jaar.”
* “De kans dat er in uw woning brand uitbreekt is 1 op 1000” *Advertentie van brandmelders.*

*in Spits dec. 2010*

* “De inkomensverdeling in Nederland is iets ongelijker dan in de Scandinavische landen, maar het verschil is niet significant” *Centraal planbureau, ISBN 978-90-5833-426-8*
* “Twee keer per week witte rijst eten verhoogt het risico op ouderdomssuikerziekte met 11 procent.” *NRC 15-06-2010*
* “De kinderen van gescheiden ouders hebben drie keer zoveel kans om met justitie in aanraking te komen.” *NRC 15-01-2011*
* “De kans op regen is 30%.”
* “Vroeg kalende mannen hebben een twee keer zo groot risico later in hun leven prostaatkanker te krijgen als mannen die op hun twintigste nog een volle haardos hebben.” *NRC 17-02-2011*

a. Is jou duidelijk wat de bovenstaande uitspraken zeggen?

b. Denk je dat de uitspraken juist zijn?

c. Waarom zijn dit *statistische* uitspraken?

**2** Het aantal echtscheidingen is tussen 2004 en 2005 gestegen van 31.000 naar 33.000.

a. Vind je dit een grote stijging?

Of dit een forse stijging is, kun je niet zo maar zeggen. Informatief is hoe de aantallen echtscheidingen in de voorgaande jaren waren. Is er iets in de wetgeving veranderd?

Warmt de aarde op? Daarover is men het niet eens. De gemiddelde jaartemperaturen van 2004, 2005, 2006 en 2007 waren in België achtereenvolgens: 10,7 , 11,0 , 11,4 en 11,5 °C.

b. Vind je dat je hieruit mag concluderen dat het in België warmer wordt?

Ook hier moet je voorzichtig zijn met conclusies. Is de trend in de temperaturen duidelijk genoeg? Er wordt veel gepraat en geschreven over de opwarming van de aarde. En deze trend past daar prima bij.

Het bleek dat de gemiddelde jaartemperatuur in 2008 10,9 °C was, in 2009 11,0 °C en in 2010 9,7 °C.

***Discussie***

*De krant en internet staan vol van uitspraken als in opgave 1 en 2. Het is goed je af te vragen wat zo’n uitspraak nou eigenlijk precies betekent. En op welke gegevens is zij gebaseerd? Soms is de conclusie voorbarig of erg onzeker. Als illustratie nog enkele voorbeelden.*

**3** In 2010 was er veel ophef over een groot aantal zelfmoorden bij France Telecom. Lees onderstaand krantenartikel uit NRC van 7 oktober.

**Fransen plegen vaak zelfmoord; France Telecom scoort „relatief hoog”**

Jaarlijks plegen er volgens de meest recente cijfers (tot 2007) van het gezondheidsinstituut Inserm zo’n 10.000 Fransen zelfmoord, op een bevolking van 61 miljoen. Volgens onderzoeker Eric Jougla is dat een hoge score. In West-Europa zijn alleen de cijfers in Finland extremer. Voor mannen tussen de 25 en 34 jaar was zelfmoord in 2006 zelfs de eerste doodsoorzaak.
Bij France Telecom gaat het om 24 zelfmoorden op 100.000 werknemers in anderhalf jaar. Wat zegt dat? Jougla acht het aannemelijk dat de „akelige sfeer” bij het bedrijf een negatieve rol speelt, maar is voorzichtig over de interpretatie.

Was het aantal zelfmoorden bij France Telekom onrustbarend?

**4** In het vakblad Automotive van de automobielindustrie stond in januari 2011 het volgende.

**Aantal autodiefstallen stijgt**

Het aantal autodiefstallen is in 2010 voor het eerst sinds tien jaar weer gestegen. Vorig jaar werden er 11.733 voertuigen ontvreemd, 706 meer dan in 2009, ofwel 6,4 procent. Dit meldt de Stichting Aanpak Voertuigcriminaliteit (AVc).
Vooral jonge auto’s (0-7 jaar) lopen gevaar. Hoewel deze vaak zijn voorzien van elektronische beveiliging, slagen voertuigcriminelen er steeds vaker in die te kraken. Ze kopiëren sleutels en zetten startblokkeringen buiten spel. Of ze plegen een woninginbraak en stelen de autosleutels.

a. Vind jij de stijging onrustbarend?

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| jaar | 1995 | 2000 | 2005 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| aantal | 26.438 | 25.187 | 13.844 | 11.891 | 11.216 | 11.027 | 11.733 |

Bekijk de tabel:

b. Hoe denk je nu over de stijging van het aantal autodiefstallen tussen 2009 en 2010?

**5** Polio of kinderverlamming wordt veroorzaakt door het poliovirus. Polio kwam vroeger voor bij 1 op de 2000 kinderen. In 70% van de besmettingen merkt men niks van het poliovirus, in 1 à 2% treden verlammingsverschijnselen op. Totdat de poliovaccinatie in 1957 werd opgenomen in het Rijksvaccinatieprogramma (DKTP-prik) werden jaarlijks enkele honderden gevallen van polio gemeld. Tijdens epidemieën liep het aantal op tot 1500 à 2000, zoals in de oorlogsjaren 1943/1944, in 1952 en 1956. Na 1957 kwamen epidemieën alleen nog voor binnen groeperingen die om religieuze redenen vaccinatie afwijzen. Vaccinatie tegen polio beschermt vermoedelijk levenslang.

In 1954 ontwikkelde Jonas Salk in de VS het poliovaccin. Het vaccin werd uitgebreid getest. Hieronder staan de testresultaten van het tweede onderzoek, onder ongeveer 750.000 kinderen. In de tabel staan de aantallen poliogevallen per 100.000 kinderen.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **aantal polio per 100.000** | **totaal aantal kinderen** |
| **Salk** | 28 | 200.000 |
| **placebo** | 71 | 200.000 |
| **niet ingeënt** | 46 | 350.000 |

Opmerking: het valt op dat in de placebogroep vaker polio voorkwam dan bij de kinderen die niet ingeënt werden. Dat komt doordat de rijkere mensen vaker hun kinderen lieten inenten en in hun kringen de hygiëne beter was, waardoor de kinderen minder weerstand hadden.

 Vind je dat uit de tabellen blijkt dat het vaccin van Salk werkt?

Na deze testresultaten werd een vaccinatieprogramma gestart in grote delen van de wereld.

*Om te weten hoe iets zich ontwikkelt - bijvoorbeeld het klimaat, de criminaliteit, de export, het reken-niveau van de leerlingen - wordt de huidige toestand vergeleken met die van de laatste jaren. Aan de hand van cijfers wordt een wetenschappelijke, maatschappelijke of politieke discussie gevoerd en uiteindelijk worden beslissingen genomen. Maar met cijfers moet je voorzichtig omgaan, want ze vertellen vaak maar een deel van het verhaal.*

**Voorbeeld**

 Het aantal branden in een stad is dit jaar gestegen met 20%. Is dat reden tot ongerustheid?

Hierbij moet je allerlei dingen in acht nemen:

\* Vaak wordt de manier van tellen gewijzigd. Bijvoorbeeld werden voorheen de brandmeldingen geteld en later alleen de echte branden. Of het aantal keer dat de brandweer moest uitrukken. Ook schoorsteenbrandjes meetellen?

\* Interessant is ook te weten hoe groot de branden waren. Ofwel, tel het aantal uren dat de brandweer-lieden in de weer waren.

\* Hoe was de ontwikkeling in de jaren daarvoor?

\* Is er een reden voor het verschil? Bijvoorbeeld een extreem hete, droge zomer, of een pyromaan?

\* Hoeveel branden waren er eigenlijk in absolute aantallen. Het maakt nogal een verschil of het aantal branden steeg van 5 naar 6 of van 500 naar 600.

**6** In het laatste punt was sprake van twee toenames:

- van 5 naar 6 branden,

- van 500 naar 600 branden.

Welk van de twee toenames komt het gemakkelijkst door toeval tot stand?

**1 Mate van samenhang**

 conclusies uit kruistabellen

**7** In hoofdstuk 1 – Verschillen hebben we gezien hoe op het Amalia College gekozen werd voor wiskunde A/C of wiskunde B, apart voor jongens en meisjes. Hiernaast staan de gegevens in een tabel.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***geslacht*** | **A/C** | **B** | **totaal** |
|  **m** | 13 | 56 | 69 |
|  **v** | 30 | 55 | 85 |
|  **totaal** | 43 | 111 | 154 |

a. Vind jij dat op het Amalia College een duidelijke samenhang bestaat tussen de sekse en de wiskunde-keuze? Waarom?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***geslacht*** | **A/C** | **B** | **tot** |
|  **m** | 13 | 37 | 50 |
|  **v** | 30 | 74 | 104 |
|  **totaal** | 43 | 111 | 154 |

Op een andere school geldt de nevenstaande tabel.

b. Vind jij dat op deze school een duidelijke samenhang bestaat tussen de sekse en de wiskunde-keuze? Waarom?

Men spreekt van wiegendood (SIDS = sudden infant death syndrome) als een baby onverwacht overlijdt zonder dat daar – ook na een grondig onderzoek - een verklaring voor wordt gevonden.

 In 2006 overleden in Nederland 11 baby's (tussen een week en een jaar oud) onder de diagnose wiegendood/SIDS; in 2007 waren het er 14, in 2008 18 en in 2009 19.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **dood** | **niet** |
| **buikligging** |  |  |
| **geen buikligging** |  |  |
|  |  |  |

**8** In oktober 1987 maakte prof. G.A. de Jonge bekend dat er sterke aanwijzingen zijn voor een verband tussen buikligging bij baby’s en wiegendood. De gegevens van de Jonge waren:

* er zijn 150 gevallen van wiegendood onderzocht,
* in 127 van de gevallen was er sprake van buikligging.
* in een controlesteekproef van 326 baby’s werd bij 199 buikligging geconstateerd.

 a. Zet deze gegevens in de tabel.

b. Vind jij de gegevens zodanig dat je van een duidelijk verband tussen wiegendood en buikligging zou kunnen spreken.

Iemand interpreteert de gegevens als volgt: bij buikligging is het risico op wiegendood …

c. Maak deze zin af.

**9** Als verpleegster Lucia dienst heeft in een ziekenhuis, vinden er relatief veel “incidenten” plaats. (Men spreekt van een incident als een patiënt overlijdt of gereanimeerd moet worden.)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **L. heeft dienst** | **L. heeft geen dienst** | **totaal aantal diensten** |
| **incidenten** | 14 | 13 | 27 |
| **geen incidenten** | 187 | 1490 | 1677 |
|  **totaal** | 201 | 1503 | 1704 |

De gegevens staan in de tabel hiernaast.

Op grond hiervan wordt Lucia verdacht van (poging tot) moord.

a. Vind je de aantallen zodanig dat je Lucia zou willen veroordelen.

In een vaas zitten 27 zwarte en 1677 witte ballen. Iemand pakt 201 ballen uit de vaas.

b. Hoeveel zwarte ballen zal hij naar verwachting trekken?

c. Blijf je bij je mening in onderdeel a.

Mede op grond van een dergelijke berekening werd de Haagse verpleegster Lucia de Berk in 2004 tot levenslang veroordeeld. Deskundigen hebben de berekeningsmethoden aangevochten en ten slotte is de hechtenis in 2008 onderbroken en is Lucia in 2010 vrijgesproken.

De gegevens in de tabel spreken inderdaad zeer in het nadeel van Lucia. Maar men moet bedenken dat er zeer veel diensten zijn in ziekenhuizen in Nederland en dat dus uiterst onwaarschijnlijke toevalligheden ook wel eens voorkomen. Zo is in het casino van Monaco wel eens dertig keer achter elkaar rood voorgekomen, zonder dat er fraude in het spel was.

Een uitvoerige bespreking vind je op http://www.math.vu.nl/~rmeester/onderwijs/HOVO/Lucia\_euclides.pdf

**odds-ratio**

**10** Er worden in Nederland meer jongetjes geboren dan meisjes. Het verschil kun je op twee manieren uitdrukken:

* 51,26 % van de geboortes is een jongen
* De sekseodds is 1,0517 (= aantal jongetjes : aantal meisjes)

a. Ga na dat deze twee uitspraken met elkaar in overeenstemming zijn.

Ook in België worden meer jongetjes dan meisjes geboren, maar iets minder meer dan in Nederland.

De verhouding van de sekseodds in Nederland en Belgie is 1,0024, de zogenaamde **odds-ratio**.

b. Hoeveel procent van de baby’s is in België een jongetje?

 Chinezen willen graag een stamhouder en daarom zijn jongens populairder dan meisjes. De regering in Peking heeft bepaald dat echtparen maar één kind mogen krijgen om de bevolkingsgroei in te dammen. In China worden dan ook veel meer jongens dan meisjes geboren. De British Medical Journal meldt dat het aantal jongetjes 25 procent hoger is dan het aantal pasgeboren meisjes.

c. Wat is de odds-ratio jongen/meisje tussen China en Nederland.

De odds-ratio is de verhouding (= ratio) van twee odds; in het bovenstaande voorbeeld de sekseodds in China en de sekseodds in Nederland. Welke van de twee we in de teller zetten en welke in de noemer, is een kwestie van keuze. Wij kiezen ervoor de grootste van de twee odds in de teller te zetten. De odds-ratio is dus een getal, groter dan of gelijk aan 1.

De odds-ratio drukt uit hoe sterk het verband is tussen twee variabelen, die allebei twee waarden kunnen aannemen; in opgave 10: de waarden *jongen* en *meisje*.

Als waardering van de odds-ratio is gangbaar:

* $ odds-ratio < 2$, gering verschil
* $2 < odds-ratio< 3$, middelmatig verschil
* $odds-ratio > 3$, groot verschil

**11** Ajax speelt tegen RKC in de halve finale van de KNVB-beker in 2011. De odds voor Ajax zijn 7.

a. Hoeveel procent kans had Ajax om te winnen. (Er is altijd een winnaar; gelijkspel komt dus niet

 voor.)

In de eredivisie voetbal worden in Nederland ongeveer 600 doelpunten gescoord door de thuisspelende ploeg en 400 door de uitspelende ploeg. In de eerste divisie zijn die aantallen 500 en 400.

b. Wat is de odds-ratio van het aantal thuis/uit-doelpunten tussen de ere- en eerste divisie?

Voor de komende paardenrace schat men de winstkansen van Hinkepink en Rolator op 0,4 en 0,3.

c. Bereken de odds-ratio tussen Hinkepink en Rolator.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***geslacht*** | **Roken** | **Niet-Roken** | **totaal** |
| **m** | 23 | 13 | 36 |
| **v** | 44 | 40 | 84 |
| **totaal** | 67 | 53 | 120 |

**12** In een onderzoek is aan 120 leerlingen gevraagd of zij rookten. De resultaten staan hiernaast, opgesplitst naar geslacht.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***geslacht*** | **Roken** | **Niet-Roken** | **totaal** |
| **m** | *a* | *b* |  |
| **v** | *c* | *d* |  |
| **totaal** |  |  |  |

a. Vind je dat je op grond van deze cijfers mag zeggen dat onder de jongens meer gerookt wordt dan onder de meisjes?

Noem de aantallen in de 2×2-tabel *a*, *b*, *c* en *d*.

b. Wat weet je van *a*, *b*, *c* en *d* als er verhoudings-gewijs onder de jongens en onder de meisjes evenveel gerookt wordt?

Een manier om het verschil in rookgedrag tussen jongens en meisjes op grond van zo’n tabel tot uitdrukking te brengen is de odds-ratio.

c. Welke breuk is de verhouding rokers : niet-rokers onder de jongens? En onder de meisjes.

De odds-ratio is de verhouding van deze twee verhoudingen, dus  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ .

d. Ga na dat deze verhouding gelijk is aan $\frac{ad}{bc }$.

Als we jongens en meisjes in dit verhaal verwisselen (of als we roken en niet-roken verwisselen), vinden we $\frac{bc}{ad }$ . Welk van de twee we kiezen, $ \frac{ad}{bc }$ of $\frac{bc}{ad }$ , is niet belangrijk.

Op de vorige bladzijde hebben we afgesproken dát quotiënt te kiezen dat groter dan of gelijk aan 1 is.

e. Wat is de odds-ratio als er verhoudingsgewijs evenveel jongens als meisjes roken?

**13** a. Bereken de odds-ratio B-keuze : A/C-keuze tussen jongens en meisjes op het Amalia College (zie

 opgave 7a).

 b. Bereken de odds-ratio wel Lucia : niet Lucia tussen de twee soorten diensten met incidenten en zonder

 incidenten (zie opgave 9).

**14** Bereken de odds-ratio dood: niet-dood bij buikligging en niet-buikligging (zie opgave 8).

**15 Meer kanker bij vroeg kale man**

*NRC 17 02 2011*

Vroeg kalende mannen hebben een twee keer zo

groot risico later in hun leven prostaatkanker te

krijgen als mannen die op hun twintigste nog een

volle haardos hebben.

Dit is de conclusie van een Frans wetenschappelijk onderzoek, dat op 15 februari 2011 gepubliceerd werd in de Annals of Oncology.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***20-jarige leeftijd*** | **wel kanker** | **geen kanker** |
|  **vol haar** | 351 | 267 |
|  **(enige) kaalheid** |  37 | 14 |
|  **totaal** | 388 | 281 |

In dat onderzoek werd aan 388 kankerpatiënten en 281 gezonde mensen gevraagd hoeveel haar zij nog hadden op 20-, 30- en 40-jarige leeftijd.

Bekijk de tabel voor de situatie op 20-jarige leeftijd.

Daarin zijn de kaalheidsfasen II, III en IV op een hoop gegooid.

a. Ga na dat de odds-ratio 2,01 is.

b. Hoeveel procent van de prostaatkankerpatiënten had (enige) kaalheid op 20-jarige leeftijd?

Hoeveel procent van de gezonde mannen had op 20-jarige leeftijd nog een volle haardos?

c. Vind je de conclusie in het krantenartikel terecht?

Beter is de conclusie: Bij kalende 20-jarige mannen is de verhouding prostaatkanker / geen prostaatkanker

2 keer zo groot als bij 20-jarige mannen met een volle haardos.

Bekijk de tabel voor de situatie op 30-jarige leeftijd.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***30-jarige leeftijd***  | **wel kanker** | **geen kanker** |
|  **vol haar** | 266 | 200 |
|  **(enige) kaalheid** | 122 | 81 |
|  **totaal** | 388 | 281 |

d. Bepaal de odds-ratio.

Deze ligt dicht bij 1. Dus maakt wel of geen kaalheid bij 30-jarige leeftijd weinig verschil voor het risico op prostaatkanker.

Effectgrootte

In hoofdstuk 1 – Verschillen heb je naast de odds-ratio nóg een maat ontmoet om het verband tussen twee statistische variabelen te meten: de **effectgrootte**. We werken hieronder een voorbeeld uit.

 Biologische groenten zijn duurder dan conventioneel gekweekte groenten. Dit komt, omdat de organische teelt geen gebruik maakt van zaken als kunstmest en pesticiden. Hierdoor daalt de opbrengst per hectare land, wat de investering per kilo gewas laat toenemen. De precieze daling in opbrengst is sterk afhankelijk van de eigenschappen van het gewas. Ziekte- en insectgevoelige gewassen als aardappels en suikerbieten lenen zich relatief slecht voor de organische teelt, met opbrengsten die tot wel 50% lager liggen. Voor sterkere gewassen kan het opbrengstverlies echter gering zijn. Gemiddeld genomen produceren organische boerderijen 8% minder gewas per hectare dan conventionele boerderijen.

Bron: <http://www.ikleefgroen.nl/lifestyle/>

**16** De opbrengst van een boomgaard is normaal verdeeld. De boer is vorig jaar overgeschakeld op biologische fruitteelt. Voorheen was de opbrengst 40 ton appels per hectare, met standaardafwijking 4 ton. Dit jaar is die 35 ton. Veronderstel dat de standaardafwijking bij de nieuwe aanpak ook 4 ton is.

a. Bereken de effectgrootte *D* van de biologische aanpak op de opbrengst:

 *D* = $\frac{verschil van nieuwe en oude opbrengst}{gem. van standaardafwijkingen}$ .

Stel dat de biologische aanpak in principe een even grote opbrengst geeft.

b. Tussen welke grenzen – symmetrisch om 40 ton - zal de opbrengst met 90% zekerheid liggen?

c. Vind jij de 35 ton voldoende argument om te zeggen dat biologische fruitteelt minder opbrengt dan klassieke fruitteelt?

**Als waardering van de effectgrootte (*D*) is gangbaar:**

* $D\leq 0,4$ gering verschil
* $0,4<D\leq 0,8$ middelmatig verschil
* $0,8<D\leq 1,5$ groot verschil
* $D>1,5$ zeer groot verschil

**17** Een *coopertest i*s een oefening waarbij de [conditie](http://nl.wikipedia.org/wiki/Lichamelijke_conditie) wordt gemeten. Men moet in 12 minuten een zo groot mogelijke afstand afleggen.

Hieronder staat de tabel voor de coopertest voor 15-16-jaar.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **zeer slecht** | **slecht** | **redelijk** | **goed** | **zeer****goed** |
| **Jongens** | ≤ 2200 m | 2200 –2300 m | 2300 – 2500 m | 2500 – 2800 m | ≥ 2800 m |
| **Meisjes** | ≤ 1600 m | 1600 – 1700 m | 1700 – 2000 m | 2000 – 2100 m | ≥ 2100 m |

Een gezonde Nederlandse jongen van 16 jaar legt in een coopertest gemiddeld 2400 meter af en een meisje 1850 meter, beide met een sd van 150 meter.

a. Bereken de effectgrootte *D* van het geslacht voor de af te leggen afstand bij de coopertest.

b. Vul in: de jongens lopen gemiddeld … meter meer dan de meisjes en dat is … keer de sd.

c. Vind je dat het geslacht van grote invloed is op de prestaties bij de coopertest?

**18** In een vwo5 wiskunde A-klas van 10 jongens en 15 meisjes worden bij een toets de volgende cijfers gehaald.

De jongens scoren 7,4 4,6 3,5 6,9 4,1 5,8 8,1 8,4 7,4 7,8

en de meisjes 7,9 7,5 5,4 6,3 5,3 4,9 8,3 5,6 8,5 7,8 6,5 7,5 7,8 5,1 9,0.

 Bereken de effectgrootte van het geslacht voor de toetsscore.

**19** Een onderzoeker vraagt zich af of het wat uitmaakt hoe mensen in reclamefolders aangesproken worden. Maakt het wat uit voor het toekomstig koopgedrag van lezers of ze aangesproken worden met U of met Je? Hij maakt twee versies van dezelfde folder en verspreidt deze huis aan huis waarbij in elke brievenbus aselect of de U-folder of de Je-folder gedaan wordt. Na twee dagen gaat hij de huizen nogmaals af en vraagt de potentiële klanten een oordeel over de folder door cijfers tussen 1 en 10 te geven. De U-folder krijgt daarbij de volgende scores: 8 5 6 6 5 4 4 7 7 6. De Je-folder krijgt de scores: 9 6 5 8 8 6 4 8 9 7.

 Bereken de effectgrootte van het soort folder voor het klantoordeel.

**2 Conclusies trekken**

 *Je meet iets: de gemiddelde temperatuur in een jaar, het aantal zelfmoorden in een land, het aantal keer kop in een serie worpen met een muntstuk, … . Als je extreme resultaten krijgt, zul je concluderen dat er iets speciaals aan de hand is. Maar wanneer is een resultaat extreem, dat wil zeggen wanneer wijkt het voldoende af van wat je zou verwachten in normale omstandigheden. Dat is het grote probleem van de statisticus.*

**20** In deze opgave moet je op gevoel antwoorden. Je hoeft je antwoord dus niet met argumenten te onder-bouwen.

 Je werpt twintig keer met een muntstuk. Het valt 15 keer op kop.

a. Is dit voor jou voldoende reden om te concluderen dat het muntstuk vals is?

Je meet in de maand mei een gemiddelde maximum dagtemperatuur van 20°C. Normaal is 17°C.

b. Is dit voor jou voldoende aanleiding om te concluderen dat Nederland opwarmt?

20% van de mensen voelt zich in Amsterdam onveilig op straat. Dat is in 1999 uit een groot onderzoek gekomen. In een recent onderzoek zei 25% van de 200 ondervraagden dat ze zich onveilig voelden op straat.

c. Is dat voor jou voldoende reden om te concluderen dat het percentage van 20% achterhaald is?

significant

In de statistiek wordt een resultaat **significant** genoemd als het *onwaarschijnlijk* is dat het optreedt door toeval.

Maar wat is *onwaarschijnlijk*?

In normale omstandigheden zal de uitkomst in de buurt van het verwachte aantal liggen. Als het veel van het verwachte aantal afwijkt, noemt men het resultaat significant.

Maar wat is *veel afwijken*?

Een resultaat heet **niet**-**significant** als een dergelijke afwijking *in normale omstandigheden* in minstens 95% van de gevallen zou optreden. Een resultaat heet **significant** als een dergelijk grote afwijking *in normale omstandigheden* in minder dan 5% van de gevallen zou optreden.

Als een resultaat significant is, is dat voldoende reden om aan te nemen dat de *omstandigheden* *niet normaal* zijn. Maar het is altijd mogelijk dat door toeval in normale omstandigheden toch dat resultaat optreedt.

De “95%” en “5%” zijn een keuze die veel gemaakt wordt. Andere percentages die wel worden gekozen zijn 90% (en 10%) of 99% (en 1%).

Het blijft tot nu toe een beetje vaag. De volgende voorbeelden zijn verhelderend.

**21** Veronderstel dat 20% van de bevolking zich onveilig voelt op straat.

Een dagblad houdt een enquête onder 100 lezers. Waarschijnlijk ligt het aantal lezers dat zegt zich onveilig te voelen in de buurt van 20.

a. Ga na dat de kans dat dat aantal tussen 12 en 28 ligt, inclusief 12 en 28, groter is dan 95%.

 Ga na dat de kans dat dat aantal tussen 13 en 27 ligt, inclusief 13 en 27 kleiner is dan 95%.

b. Als 25% zegt zich onveilig te voelen, wijkt het resultaat dan significant af van 20?

Een dagblad houdt een enquête onder 400 lezers. Nu verwacht je een aantal lezers dat zegt zich onveilig te voelen rond de 80.

c. Zoek zo scherp mogelijke grenzen, symmetrisch om 80, waartussen dat aantal met minstens 95% kans ligt?

d. Als 25% zegt zich onveilig te voelen, wijkt het resultaat dan significant af van 80?

Als de enquête onder 100 lezers is gehouden is het resultaat “25% voelt zich onveilig” onvoldoende reden om de 20% te verwerpen. De geconstateerde afwijking is niet groot genoeg.

Als de enquête onder 400 lezers is gehouden is het resultaat “25% voelt zich onveilig” daar wel voldoende reden voor. De geconstateerde afwijking is dan groot genoeg.

De gehanteerde 5% heet het **significantieniveau**.

De term **significant** is ingevoerd door de Britse statisticus Ronald Fisher (1890 – 1962).

Het woord significant zou het best vertaald kunnen worden met *belangrijk*, *veelzeggend*, *in het oog springend.*

 In opgave 21 heb je gezien dat het van de grootte van de enquête afhangt of een resultaat significant is.

**22** We gaan een serie van twintig worpen doen met een munt. Veronderstel dat de munt “eerlijk” is.

 We verwachten dat de munt circa tien keer op kop zal vallen.

a. Zoek zo scherp mogelijke grenzen, symmetrisch om 10, waartussen het aantal keer kop met

 minstens 95% kans ligt?

Het blijkt dat de munt 15 valt keer op kop valt.

b. Is dit resultaat significant? Wat is je conclusie?

**23** Mensen maken zich zorgen over de opwarming van de aarde, anderen zeggen dat het niet zo’n vaart loopt. De jaartemperatuur in De Bilt is normaal verdeeld met een standaardafwijking van 1 °C. Veronderstel dat het gemiddelde (nog steeds) 9,8 °C is.

a. Tussen welke grenzen, symmetrisch om 9,8 °C, ligt de jaartemperatuur met een waarschijnlijkheid van 95%?

b. Als de jaartemperatuur het komende jaar 10,4 °C blijkt te zijn, is dat dan significant hoger?





🖳 Ga naar VuStat / Kansverdelingen / Normale verdeling

Kies μ = 9,8 en σ = 1. Kies voor het tweede plaatje linksonder; zie hiernaast.

Kies voor “kans staart” 0,05.

c. Lees de grenzen die bij a. gevraagd werden af.

de steekproef

Een statistische uitspraak wordt gedaan op grond van data. Die data komen uit

\* een enquête

\* een steekproef

\* het verleden

Eigenlijk is een enquête ook een steekproef.

Het is helemaal niet eenvoudig een goede steekproef te nemen.

**24** Een onderzoeksbureau wil weten hoeveel procent van de Nederlandse bevolking vertrouwen heeft in de regering.

Bekijk de volgende drie methodes en geef kritiek.

a.In een winkelstraat in Amsterdam worden op zaterdagochtend 1200 mensen naar hun mening gevraagd.

b. Uit de adressenlijst van de grootste krant van Nederland worden 1200 namen geloot en die mensen wordt naar hun mening gevraagd.

c.Uit alle telefoonboeken van Nederland worden als volgt 1200 mensen geloot:

 uit ieder van de 50 regionale telefoonboeken wordt 24 keer een willekeurige bladzijde open geslagen

 en met een speld een naam geprikt. Deze wordt gebeld en naar zijn mening gevraagd.

Het met een speld prikken suggereert dat het loten eerlijk gebeurt: iedereen zou een even grote kans hebben om in de steekproef te komen.

Men zou ook gebruik kunnen maken van dobbelstenen met meer dan zes kanten, bijvoorbeeld een 100-kantige dobbelsteen. Of zo'n 100-kantige dobbelsteen bestaat of niet, het idee is duidelijk: als je ermee gooit krijg je een getal (van 00 t/m 99) dat zuiver door toeval tot stand gekomen is. Zoiets zou prima functioneren als je uit een groep van 100 mensen een steekproef van 10 mensen wilt nemen. Je geeft alle 100 mensen een nummer (van 00 t/m 99); je gooit nu net zolang met de 100-kantige dobbelsteen totdat je 10 verschillende getallen hebt. De mensen met deze nummers komen in de steekproef.

**25** Hoeveel keer moet je minimaal werpen om tien verschillende nummers te krijgen? En hoeveel maximaal?

We zeiden al dat zo'n 100-kantige dobbelsteen misschien niet bestaat; het was een gedachtenexperiment.

Bovendien, als de groep te onderzoeken mensen uit 105 personen bestaat, zou je liever een 105-kantige dobbelsteen hebben. Het eind is zoek. De computer of grafische rekenmachine bewijst hier zijn nut. Deze kunnen een lijst van zogenaamde **toevalsgetallen** maken. Hieronder zie je een lijst van willekeurige getallen van twee cijfers, als ware er met een 100-kantige dobbelsteen gegooid.

27 35 51 80 76 39 04 99 65 54 98 26 82 31 02 36 13 86 23 38 33 70 66 50 99

91 23 77 57 06 93 54 33 31 80 74 60 18 42 45 01 53 81 17 42 90 17 87 17 28

75 50 85 93 48 38 50 80 15 77 62 87 85 12 42 16 16 96 89 01 07 06 27 00 94

14 67 51 61 64 22 78 81 76 24 53 39 77 22 77 32 27 10 31 48 69 35 24 92 95

41 35 28 16 69 06 87 01 01 16 95 82 70 98 10 79 80 96 55 56 40 70 04 19 40

23 06 88 41 00 22 09 49 45 48 37 69 92 13 50 31 29 55 91 33 71 08 12 55 85

29 31 09 15 98 59 12 23 93 17 15 04 09 23 60 10 96 69 21 46 48 56 58 70 98

15 96 67 10 29 65 80 82 51 62 46 40 42 24 80 96 18 91 24 63 47 38 00 02 51

43 74 71 11 18 86 10 40 60 18 56 01 02 37 84 80 04 44 55 23 28 31 41 50 28

16 14 06 61 16 18 42 84 34 97 37 25 59 13 51 30 29 61 47 37 48 20 54 92 72

41 44 20 34 89 95 07 26 25 02 16 33 25 65 67 91 46 42 37 98 00 82 42 37 43

24 08 13 24 29 03 07 66 11 53 61 29 75 29 56 98 24 32 16 37 77 93 03 89 08

80 19 76 72 97 66 15 91 11 50 05 15 80 47 28 29 16 34 10 86 61 65 41 44 56

69 45 35 08 86 99 02 96 24 52 03 41 75 71 57 69 42 38 76 79 38 95 88 14 40

68 19 26 20 07 97 87 27 93 87 99 71 46 98 80 11 09 82 32 65 37 57 57 66 35

Nu is het aan de steekproefnemers om deze lijst handig te gebruiken.

**26** Bij een autofabriek moeten de laatste 50 auto's van de productielijn gecontroleerd worden. In plaats van de auto’s een voor een te testen, neemt men een steekproef van 6 stuks, die grondig worden nagekeken. Welke auto's kiest men nu? Niet de eerste zes of laatste zes. Loten dus.

In het gedachtenexperiment zouden we met een 50-kantige dobbelsteen gooien totdat we zes verschillende nummers hadden. In plaats daarvan gaan we de lijst met toevalsgetallen gebruiken.

We kiezen een willekeurige regel, bijvoorbeeld regel zeven van de bovenstaande lijst. Deze luidt: 29 31 09 15 98 59 12 enz.

We nemen steeds twee cijfers naast elkaar. Zo ontstaan getallen van 00 tot en met 99. Getallen boven de vijftig zijn niet bruikbaar: die slaan we over.

Wat zijn de nummers van de auto’s die worden getest?

Je kunt de toevalsgetallen ook op een andere manier gebruiken. Bijvoorbeeld als volgt. Kies weer regel zeven en neem weer twee cijfers naast elkaar. Spreek van tevoren af:

- als het getal kleiner dan 50 is, wordt dat gekozen,

- als het getal 50 of groter is, dan trek je er 50 vanaf.

- als je zodoende een getal twee keer tegenkomt, sla je het de tweede keer gewoon over.

**27** **a.** Welke auto’s worden gekozen bij de rij: 29 31 09 15 98 59 12 23 93 17 15 ?

 **b.** Wat is het voordeel van deze tweede methode?

Een steekproef is pas 'goed' als iedere persoon (of auto, of …) uit de te onderzoeken populatie een even grote kans heeft om in de steekproef te komen. Maar daarmee ben je er nog niet. Het is bijvoorbeeld soms wenselijk dat een deelgroep (bijvoorbeeld vrouwen, allochtonen, ouderen) evenredig vertegenwoordigd is in de steekproef. We geven een voorbeeld.

**28** Men wil een onderzoek doen naar docenten op de basisschool en neemt een steekproef van 150 docenten. In het primaire onderwijs zijn ongeveer 21.000 mannen werkzaam en 117.000 vrouwen (cijfers van 2008). In de steekproef zou bij voorbaat met deze werkelijke verdeling rekening kunnen worden gehouden.

 a. Hoeveel mannen en hoeveel vrouwen moeten dan in de steekproef worden opgenomen?

b. Met welke andere factoren zou men in het samenstellen van de steekproef rekening moeten houden?

simuleren

**29** Om de werking van een nieuw medicijn te onderzoeken, worden er meestal twee groepen gemaakt: de *experimentele* groep en de *controle*groep. In de experimentele groep krijgt iedereen het nieuwe medicijn toegediend. In de controlegroep krijgt iedereen een nepmiddel (placebo), dat er precies zo uitziet als het echte medicijn.

Bovendien wordt het onderzoek *dubbelblind* uitgevoerd, dat wil zeggen dat zowel de patiënten als doktoren niet weten wie het echte medicijn en wie de placebo krijgt.

**a.** Waarom is het goed dat het onderzoek dubbelblind wordt uitgevoerd?

Stel dat de tabel hiernaast de resultaten na drie weken geeft.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  **genezing** | **niet** | **totaal** |
| **medicijn** | 35 | 22 | 57 |
| **placebo** | 28 | 14 | 42 |
|  **totaal** | 63 | 36 | 99 |

**b.** Vind jij dat het medicijn goed werkt? Waarom?

Als de uitslag is zoals in de tabel hiernaast, zul je waarschijnlijk wel vinden dat het medicijn overtuigend presteert.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  **genezing** | **niet** | **totaal** |
| **medicijn** | 35 | 22 | 57 |
| **placebo** |  5 | 37 | 42 |
|  **totaal** | 40 | 59 | 99 |

c. Vanaf welk uitslag van de placebogroep zou jij

willen concluderen dat het medicijn werkt? Het is de bedoeling dat je je eigen criterium formuleert. Dat hoef je niet te beargumenteren.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  **genezing** | **niet** | **totaal** |
| **medicijn** | 32 | 27 | 59 |
| **placebo** | 16 | 24 | 40 |
|  **totaal** | 48 | 51 | 99 |

Vaak is het resultaat niet zo duidelijk dat je vrijwel zeker kunt concluderen dat het medicijn werkt. Bijvoorbeeld in het geval hiernaast.

Het medicijn presteert wel wat beter dan de placebo, maar deze uitslag kan misschien ook door toeval tot stand zijn gekomen. Met andere woorden: is dit resultaat afwijkend genoeg?

Die vraag gaan we beantwoorden.

We nemen een populatie van 99 personen: 48 positieven en 51 negatieven. Daaruit trekken we een steek-proef van 59 personen (die het medicijn krijgen toegediend). Veronderstel dat het medicijn niet beter werkt dan de placebo.

d. Hoeveel positieven verwacht je dan onder die 59 personen?

🖳 We gaan een simulatie maken in VuStat/Simulaties/Steekproeven:

* stel het percentage blauwe in op 48 / 99 = 0.485
* neem omvang populatie 99
* neem omvang steekproef 59
* voer de steekproef 1000 keer uit.

Elke keer dat de steekproef getrokken wordt, wordt het aantal blauwen geteld.

Met “sorteren” kun je te weten komen hoe vaak er 32 of meer blauwen waren.

e. Hoe vaak was dat in jouw geval?

Hoe groot schat jij de kans op 32 of meer blauwen?

Vind je dat het resultaat in de tabel (32 keer genezing) voldoende sterk om te concluderen dat het medicijn werkt?

**De redenering is als volgt**

Stel dat het medicijn niet werkt en het relatief hoge aantal genezingen geheel door toeval is gekomen.

Dan verwacht je dat van de 57 mensen met medicijn er 48 /99 ste-deel zal genezen.

In een simulatie blijkt dat de kans op 32 of meer genezingen dan een kans van … heeft.

Dit is niet minder dan het significantieniveau van 5%.

Dus is de conclusie niet gerechtvaardigd dat het medicijn werkt.

Een simulatie is niet nodig. De kans zou ook kunnen worden berekend. We hebben een vaas met 48 blauwe en 51 rode ballen en pakken er 57 uit. Dan kun je de kans uitrekenen op 32 of meer blauwe ballen.

f. Hoe? Zeg hoe je de berekening uit zou voeren. Het uitvoeren zelf is veel werk, en kun je maar beter

 achterwege laten. Met Excel heb ik gevonden dat die kans ongeveer 0,058 is.

**30** Opgave **5** ging over de test van het poliovaccin Salk. 200.000 kinderen kregen het Salk-vaccin en 200.000 kinderen kregen een placebo. Men constateerde de volgende aantallen polio in de twee groepen :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  **polio** |
| **Salk** | 56 |
| **placebo** | 142 |

De vraag was of het middel van Salk werkt tegen polio.

a. Hoe zou je met een simulatie kunnen nagaan of dit resultaat significant is?

🖳 b. Voer de simulatie uit in VuStat.

c. Was het in 1956 verantwoord te concluderen dat het middel van Salk werkt?

**3 Onzekerheid**

grenzen aan onzekerheid

MeteoConsult in Wageningen stelt dagelijks weersvoorspellingen op. Met *ensemble*- of *pluim-*verwachtingen krijg je een idee van de onzekerheid in de weersverwachtingen. Meteo rekent het voorspellingsmodel vijftig keer door, steeds met kleine verschillen in de begingegevens. Soms is de temperatuur erg gevoelig voor kleine veranderingen; dan zullen de verwachtingen al snel uit elkaar gaan lopen en wordt de onzekerheid gaandeweg de periode erg groot. Als de verschillende verwachtingen weinig uiteenlopen is de weertoestand stabiel en de betrouwbaarheid hoog.

In de grafiek zie je:

- de hoofdverwachting van Meteo,

- de vijftig verwachtingen; die vormen een “pluim” die naar rechts steeds breder wordt,

- het gemiddelde van alle verwachtingen

- de voorspelling van het Amerikaanse [GFS](http://www.ncep.noaa.gov/) (Global Forecasting System).
Hieronder zie je de temperatuurverwachting in Wageningen van 30 september 2012, 12:00 uur voor de komende 15 dagen.



GFS

Meteo

gemiddelde

GSF, Meteo, de vijftig runs, gemiddelde daarvan

**31** Wat zijn de hoogste en de laagste temperatuur die in deze voorspelling zijn berekend voor 10 oktober 2012, 12:00 uur?

Het KNMI kan een waarschuwing of weeralarm uitgeven voor gladheid en sneeuwval, voor regen, zicht, onweer, windstoten, hitte en voor wind- en water­hozen.

Het KNMI maakt daarvoor gebruik van vier kleuren: groen, geel, oranje en rood:

Groen: geen waarschuwing

Geel: waarschuwing voor gevaarlijk weer

Oranje: waarschuwing voor extreem weer

Rood: weeralarm

De kleurcoderingen worden ook internationaal gehanteerd, zoals op de website www.meteoalarm.eu.

Voor alle waarschuwingen geldt dat het weerverschijnsel wordt verwacht of optreedt in een gebied van minimaal 50 bij 50 kilometer.

**32** Het KNMI verwacht met *65% zekerheid* dat er binnen 14 uur windstoten van 110 kilometer per uurvoorkomen. Het KNMI geeft in dat geval een waarschuwing voor extreem weer af (kleur: oranje).

Dit is een voorbeeld uit de folder: *KNMI Waarschuwingen Nederland.*

 Kun je zeggen wat voor het KNMI een zekerheid van 65% betekent?

Met de trein reizen is onzeker. Veel treinen hebben vertraging. De overheid heeft met de NS afgesproken dat minstens 93% van de treinen hoogstens 5 minuten vertraging mag hebben. Omdat die regel in 2010 werd overtreden, kreeg de de NS een boete van 2 miljoen euro van minister Schulz van Haegen.

**33** Jan gaat vijf dagen per week met de trein naar zijn werk en weer terug naar huis. Jan heeft 40 werkweken per jaar.

Hoe vaak heeft Jan per jaar naar verwachting een grotere vertraging dan vijf minuten?

 (Aangenomen dat de NS zich precies aan de richtlijn houdt.)

schatten

**34** Bij elke 10 euro aan boodschappen ontvang je een kraslot. Als het kraslot een PLUS blijkt te hebben, krijg je 10 euro; als het een MIN heeft, krijg je niets. Anne heeft de afgelopen weken zeventien van die loten ontvangen. Slechts één ervan had een PLUS.

a. Wat denk je op grond hiervan dat het percentage PLUS-krasloten is?

Hoe zeker is zo’n schatting? Anne gokt dat het percentage loten met een PLUS tussen de 5% en 15% ligt. Mara denkt dat het percentage best flink groter dan 15% kan zijn.

b. Welk standpunt lijkt jou het beste? Het is de bedoeling dat je intuïtief – zonder te rekenen – je mening geeft.

Stel dat het percentage PLUSkrasloten 15% is. Dan is 0 of 1 PLUSkraslot onder de zeventien loten wel erg weinig.

c. Wat is dan de kans daarop?

d. Ga je je antwoord op vraag b nu herzien?

**35** Er dreigt een griepepedemie; waarbij 25% de griep zal krijgen. Grieppatiënten moeten het bed houden en kunnen dus niet naar hun werk.

Een bedrijf telt 400 personeelsleden.

Het bedrijf wil op zeker spelen en schatten hoeveel zieken er maximaal (redelijkerwijs) zullen zijn.

a. Wat is de verwachtingswaarde van het aantal zieke personeelsleden?

Het zou kunnen zijn dat 150 of nog meer personeelsleden de griep krijgen, maar de kans daarop is uiterst klein. Personeelszaken heeft het grensaantal *g* bepaald, waarvoor geldt dat de kans op meer dan *g* zieke personeelsleden minder dan 5% is.

 b. Welk getal is *g*?

**36** De selectie van een voetbalclub moet voldoende groot zijn om, wanneer er toevallig veel blessures zijn, toch een volwaardig elftal te kunnen opstellen.

Stel dat voor elke speler de kans om op een wedstrijddag geblesseerd te zijn 20% is.

a. Bereken de kans dat geen volwaardig elftal kan worden opgesteld als de selectie uit slechts 16 spelers bestaat.

b. Hoe groot moet de selectie zijn als de club niet meer dan 5% kans wil lopen dat er geen volwaardig elftal kan worden opgesteld?

**37** Een partij lampen heeft een onbekend percentage foute exemplaren. De partij wordt afgekeurd als in een steekproef van 20 lampen twee (of meer) foute exemplaren worden aangetroffen.

De kans *K* dat de partij wordt afgekeurd is een functie van het percentage foute exemplaren *p* in de partij. Hieronder staat een tabel van de kansen.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *p* | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| *K* |  0 | 0,06 | 0,19 | 0,34 | 0,48 | 0,61 | 0,71 | 0,79 | 0,85 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *p* | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 | 34 |
| *K* | 0,90 | 0,93 | 0,95 | 0,97 | 0,98 | 0,99 | 0,99 | 1,00 | 1,00 |

a. Reken na dat bij *p* = 6 de kans *K* 0,34 is.



*p*/100

*K*

Hierboven staat de grafiek van *K* als functie van *p*.

De productieleider noemt een partij met hoogstens 4% foute exemplaren “goed” en met minstens 8% foute exemplaren “slecht”.

b. Wat is de kans dat een goede partij met maar 2% slechte exemplaren wordt goedgekeurd?

 Wat is de kans dat een slechte partij met zelfs 10% slechte exemplaren wordt goedgekeurd?

c. Is deze procedure om de partij lampen te keuren geschikt?

betrouwbaarheid

Vaak kan men niet de gehele populatie onderzoeken. Bijvoorbeeld als men de grootte van de aanhang van een politieke partij wil weten, is het ondoenlijk alle Nederlanders naar hun politieke voorkeur te vragen. Dan moet men zich beperken tot een kleinere groep: men neemt dus een **steekproef**. Op grond van het resultaat in de steekproef wil men zeggen hoe groot de aanhang is in de gehele populatie. Hoe groter de steekproef, hoe *betrouwbaarder* de schatting van de grootte van de aanhang.

**38** Voor de komende gemeenteraadsverkiezingen in Luilekkerdorp heeft de dorpskrant een enquête gehouden onder 200 dorpelingen. 66 van hen zeggen op de partij *Van Alles Meer* te zullen stemmen.

a. Welke schatting van het werkelijke percentage dat op *Van Alles Meer* zal stemmen levert de enquête op?

De dorpelingen kunnen natuurlijk nog van mening veranderen, maar daar gaat het nu niet om. Luilekkerdorp heeft 3456 stemgerechtigden die allen ook zullen gaan stemmen.

Neem aan dat de schatting precies goed is.

🖳 b. Simuleer de steekproef in VuStat. Ga uit van een aanhang van 33%. Voer de steekproef 100 keer uit.

Tussen welke grenzen lagen de percentages stemmen op *Van Alles Meer*?

De uitersten komen zelden voor. Het werkelijke percentage ligt hoogstwaarschijnlijk dichter bij het geschatte percentage 33%.

c. Hoe groot schat jij (op grond van de simulatie) de kans dat het werkelijke percentage ten hoogste 5% verschilt van 33%?

Meestal worden die grenzen zo gekozen dat minstens 95% van de steekproeven daartussen ligt. Hoe dichter die grenzen bij elkaar liggen, des te nauwkeuriger de schatting is.

In plaats van 95% wordt soms een ander percentage gekozen, bijvoorbeeld 90% of 99%.

**39** a. Bepaal met de simulatie in VuStat het 95%-interval voor het percentage stemmen op *Van Alles Meer* in de

🖳 vorige opgave, symmetrisch om 33.

b. Bepaal ook het 90%-interval, symmetrisch rond 33.

Je kunt deze intervallen ook zonder simulatie vinden.

c. Bepaal het 95%-interval met behulp van de binomiale verdeling met *n* = 200 en *p* = 0,33.

d. Ook het het 90%-interval.

**40** a. Vul in: het 99%-interval is … (groter/kleiner) dan het 95%-interval.

b. Vul in: hoe kleiner het 95%-interval, des te … (onnauwkeuriger/nauwkeuriger) is de schatting.

**4 Gevaar!**

snelle conclusies

**41** Enkele leerlingen, die een onvoldoende voor wiskunde op het rapport hebben, krijgen bijles. Iedere donderdagmiddag krijgen ze 1,5 uur bijles. Het eerste proefwerk, enige weken later, blijkt voor hen een succes. De gemiddelde score van het groepje is 6,5. Dus de bijles helpt prima, is de voor de hand liggende conclusie.

Bedenk argumenten om deze snelle conclusie onderuit te halen.

**42** Geef kritiek bij de volgende situaties. Kritiek kun je geven op de opzet van het onderzoek of op de conclusies die getrokken worden.

Geef waar mogelijk aanwijzingen om het onderzoek te verbeteren.

**a. Vaccinatie levensgevaarlijk**

In oktober 1976 werd in de Verenigde Staten gestart met griepvaccinatie. Allereerst werden de ouderen en zwakken ingeënt. In de eerste week werden 24000 mensen van 65 jaar en ouder ingeënt. Drie ervan overleden kort hierna. Daarop stopten acht staten met de vaccinatie. Hier trok men blijkbaar de conclusie dat vaccineren gevaarlijk is.

**b. Vitamines verlengen je leven**

De laatste jaren is er een enorme stijging in het gebruik van vitaminen. Speciale 'gezondheidswinkels' rijzen als paddestoelen uit de grond. Een van die winkels wil voor reclamedoeleinden aantonen dat het gebruik van extra vitaminepillen de gezondheid bevordert. Er worden enquêteformulieren neergelegd in alle filialen van deze winkel. De enquête wordt ingevuld door 3214 mensen. Van deze groep zegt 91% baat te hebben bij extra vitaminegebruik.

Vervolgens adverteert de winkel. In de advertentie zet hij: 'Onderzoek toont aan dat 91% van de mensen baat heeft bij extra vitaminegebruik'.

**c. Ontevreden vrouwen**

Bij een onderzoek naar seksuele gewoontes werden 50000 vrouwen aangeschreven met het verzoek een enquête in te vullen. Slechts 3750 vrouwen voldeden aan dat verzoek. De resultaten van het onderzoek werden vastgelegd in een rapport. Daarin wordt gesproken over het feit dat drie van de vier vrouwen ontevreden is over de man.

**d. Naar het buitenland?**

Een onderzoeker wil graag weten hoeveel Nederlanders er dit jaar de zomervakantie in eigen land willen doorbrengen.

Om mensen voor zijn steekproef te selecteren bezoekt hij 27 reisbureaus in de randstad (daar wonen veel mensen) en interviewt daar iedere zevende bezoeker. Het resultaat van het onderzoek was dat een record aantal Nederlanders zijn vakantie in het buitenland wil doorbrengen.

schijnverbanden

**43** De inktvis Paul leefde in een aquarium in

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **wedstrijd** | **winnaar****volgens Paul** | **uitslag** |
| Duitsland - Polen | Duitsland | goed |
| Kroatië - Duitsland | Duitsland | fout |
| Oostenrijk - Duitsland | Duitsland | goed |
| Portugal – Duitsland | Duitsland | goed |
| Duitsland – Turkije | Duitsland | goed |
| Duitsland – Spanje | Duitsland | fout |
| Duitsland - Australië | Duitsland | goed |
| Duitsland - Servië | Servië | goed |
| Ghana - Duitsland | Duitsland | goed |
| Duitsland - Engeland | Duitsland | goed |
| Argentinië – Duitsland | Duitsland | goed |
| Duitsland - Spanje | Spanje | goed |
| Uruguay - Duitsland | Duitsland | goed |
| Spanje - Nederland | Spanje | goed |

Oberhausen (Duitsland). Had hij voorspel-

lende gaven voor voetbalwedstrijden?

De dag voorafgaand aan een voetbalwedstrijd tussen twee landen werden Paul twee kistjes aangeboden, elk met een mossel als voedsel. Op de kistjes waren de vlaggen van de twee landen aangebracht. Het kistje dat Paul als eerste koos om de mossel te consumeren, was het land dat hij voorspelde als winnaar.

Hiernaast staan Pauls voorspellingen tijdens het Europees kampioenschap van 2008 en het wereldkampioenschap van 2010.

Veronderstel dat Paul geen verstand van voetbal heeft.

a. Wat is dan de kans dat hij twaalf of meer van de veertien wedstrijden goed voorspelt?

b. Heeft Paul voorspellende gaven?



Paul is op op 12 juli 2010 als orakel met pensioen gegaan. Kort daarna, op 26 oktober is hij op 2,5-jarige leeftijd overleden.

Soms lijkt het dat twee variabelen (de uitslag van een voetbalwedstrijd en de eerste keuze van een mossel) samenhangen. Zonder dat het duidelijk is wat die samenhang is. Veroorzaakt de ene variabel de andere, of omgekeerd, of hebben ze helemaal niets met elkaar te maken en berust de overeenkomst op louter toeval. We bekijken nog wat voorbeelden.

**44** Tussen 1960 en 1980 nam het aantal geboorten in Duitsland af. In dezelfde periode nam ook het aantal ooievaars in Duitsland af, terwijl de teelt van rode kool gelijk bleef. De theorie luidt: de ooievaarsstand neemt af, daardoor kunnen ze minder kinderen brengen.

a. Haal de theorie onderuit.

Lees het krantenartikel hiernaast. (De laatste zin had

**Tofu veroorzaakt geheugenverlies**

**AMSTERDAM -  Tofu blijkt toch niet zo gezond als gedacht. Uit onderzoek blijkt dat de vleesvervanger het geheugen aantast en kan leiden tot dementie.**

Dat blijkt uit onderzoek door de universiteiten van Loughborough en Oxford, meldt de website Meat & Meal. De resultaten van de studie zijn verrassend omdat sojabonen, waar tofu van is gemaakt, als producten worden gezien die grote gezondheidsvoordelen met zich meebrengen.

De wetenschappers onderzochten 719 ouderen die meer tofu aten dan normaal. Vooral bij de personen onder de 68 jaar bleek dat het geheugen achteruit ging.

De Telegraaf, 15 juli 2008

moeten zijn: Vooral bij personen van 68 jaar of ouder

bleek dat het geheugen achteruit ging.)

Tofu is een vleesvervanger op basis van sojabonen.

b. Vind je dit bericht verrassend?

c. Kun je een mogelijke verklaring verzinnen?

Tussen 1995 en 2005 is de bierprijs flink gestegen en ook de bedragen die studenten lenen als aanvulling op de basisbeurs. Allicht: als de bierprijs stijgt, hebben de studenten hogere uitgaven, dus moeten ze wel meer lenen.

d. Geef commentaar.

Koeien met een naam geven meer melk, dan koeien zonder naam. Dit is de conclusie van een onderzoek dat de Ig-Nobelprijs voor diergeneeskunde in 2009 in de wacht sleepte.

(De Ig Nobelprijs is een parodie op de [Nobelprijs](http://nl.wikipedia.org/wiki/Nobelprijs) en wordt ieder jaar uitgereikt voor tien onderzoeken waar men eerst om moet lachen, maar die ook aan het denken zetten.)

e. Geef een mogelijke verklaring.

Sinds de Tour de France is begonnen lijkt het wel of ik meer mensen op racefietsen zie. Het gaat vooral om mannen van middelbare leeftijd.

f. Geef een mogelijke verklaring.

Tijdens de kwartfinale Nederland-Frankrijk van het Europees kampioenschap voetbal van 1996 miste Clarence Seedorf de beslissende strafschop. Het bleek dat op die dag meer mannen een infarct kregen.

g. Vind je dat logisch?

Logisch, want zo’n wedstrijd brengt natuurlijk de nodige spanning met zich mee. En zo haalde een nieuw statistisch significant verband de krant: voetbal is dodelijk. Echter, de desbetreffende wedstrijd werd gespeeld op een zaterdag. Het blijkt dat de zaterdag altijd meer infarcten heeft, soms nog meer dan de ‘piek’ op de zaterdag van de gemiste penalty. (Naar Hans van Maanen, studium generale Utrecht, 17 februari 2010)

Hoe langer de naam van een eredivisie voetbalclub, des te slechter de prestaties.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | AZ | 10 | VITESSE |
| 2 | FC TWENTE | 11 | NEC |
| 3 | AJAX | 12 | WILLEM II |
| 4 | PSV | 13 | SPARTA ROTTERDAM |
| 5 | SC HEERENVEEN | 14 | ADO DEN HAAG |
| 6 | FC GRONINGEN | 15 | HERACLES ALMELO |
| 7 | FEYENOORD | 16 | RODA JC |
| 8 | NAC BREDA | 17 | DE GRAAFSCHAP |
| 9 | FC UTRECHT | 18 | FC VOLENDAM |

Dit is de conclusie uit de eindstand van de vaderlandse voetbalcompetitie 2008/2009.

We onderscheiden de clubs in de bovenste helft (de eerste negen) en de onderste helft.

En we kijken naar de lengte van de naam: bestaat die uit ten hoogste negen letters, of uit meer dan negen?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **bovenste****helft** | **onderstehelft** | **totaal** |
| **korte naam** |  |  |  |
| **lange naam** |  |  |  |
| **totaal** |  |  |  |

h. Vul de tabel hiernaast in.

i. Bereken de odds-ratio bij de tabel.

j. Geef commentaar op het geconstateerde verband tussen de lengte van de naam en de voetbalprestatie.

**45** In opgave **8** hebben we gesproken over wiegendood/SIDS (sudden infant death syndrome).

De Britse expert [Sir Roy Meadow](http://nl.wikipedia.org/wiki/Sir_Roy_Meadow) schreef eind jaren ’70 dat het vrijwel uitgesloten was dat wiegendood meer dan één maal in een gezin voorkwam. "Eén keer wiegendood in een gezin is een drama, twee keer wiegendood is verdacht, drie keer wiegendood is moord", luidde de *Wet van Meadow*. Alleen al tussen [1993](http://nl.wikipedia.org/wiki/1993) en 2003 zijn enkel op basis van deze wet 258 ouders voor moord op hun kind veroordeeld. Eind 2003 werden de eerste vonnissen teruggedraaid, waarna er een brede discussie ontstond over de betrouwbaarheid van de wet van Meadow.

Ga uit van een wiegendood bij 1 op 4000 baby’s.

a. Wat is de kans dat in een willekeurig gezin met twee geboortes beide baby’s aan wiegendood overlijden.

b. Wat is de kans dat in een willekeurig gezin met drie geboortes alle drie de baby’s aan wiegendood overlijden.

Er is nog een andere factor in het spel. In Groot-Brittanië worden elk jaar 540.000 kinderen geboren. Je mag verwachten dat er jaarlijks 135 keer wiegendood optreedt. Bij een deel van die gezinnen zal nog een tweede kind geboren worden; stel dat er dat jaarlijks 100 zijn.

c. Hoe vaak verwacht je dat in honderd jaar tijd dat tweede kind ook aan wiegendood zal overlijden?

Omdat er zoveel kinderen geboren worden is het helemaal niet zo onwaarschijnlijk dat er twee keer een wiegendood voorkomt in één gezin. Dat is wel erg toevallig, maar ook erg toevallige dingen komen voor, zeker als het “experiment” heel vaak herhaald wordt.

Vergelijk dit met de veroordeling van Lucia de Berk (opgave **9**).

d. Kun je beredeneren dat de kans op twee of zelfs drie keer wiegendood in één gezin niet zo klein is als de uitkomsten van a, b en c doen geloven?

**46** Een ander voorbeeld geeft de Bulgaarse lottotrekking van 10 september 2009: [**4, 15, 23, 24, 35 en 42**](http://www.nieuwsblad.be/Article/Detail.aspx?articleID=DMF17092009_058)**.** De vorige trekking, op 6 september, waren precies dezelfde balletjes uit de draaiende trommel gevallen. De Bulgaarse Lotto werkt met de nummers 1 t/m 42.

De kans dat in een week precies dezelfde getallen worden dan de week daarvoor is 0,00000019.

a. Reken deze kans na.

b. Waarom betekent dit niet dat de Bulgaarse Lotto corrupt is?

**schijncausaliteit**

Er lijkt een verband te zijn tussen wiegen dood en buikligging. Is dat een reden om baby’s niet meer op de buik te leggen?

Dat veel wiegendood-baby’s op de buik lagen, zou als volgt verklaard kunnen worden. Een kind voelt zich niet goed en is onrustig. Daarom legt een ouder het kind op de buik. Als het kind dan overlijdt, lijkt de buikligging de oorzaak te zijn.

Sinds 1996 overlijden 7 van de wiegendoodkinderen in een box. Is dit een reden om baby’s niet meer in een box te leggen?
Een verklaring zou kunnen zijn dat, als een baby in een box gelegd is, de ouders niet meer zo intensief op het kind (hoeven te) letten.
En buikligging in de box is helemaal uit den boze. Maar pas op. Onderzoeken wijzen uit dat buikligging in een box goed is voor de motorische ontwikkeling van het kind.

Tien van alle wiegendoodgevallen in Nederland vindt plaats op een kinderdagverblijf. Op een kinder-dagverblijf is de kans op wiegendood maar liefst 4 maal zo groot als thuis.
Is dit een reden een kind niet meer naar een kinderdagverblijf te doen?
Een mogelijke verklaring is dat een kind meer gestrest is op een kinderdagverblijf.

De moraal:
Wees voorzichting met het leggen van een *oorzakelijk* verband tussen twee verschijnselen.

De kans op een wiegendood is zo klein dat de ouders, de box of het kinderdagverblijf snel verdacht zijn. Maar er kunnen andere factoren in het spel zijn die heel plausibele verklaringen geven.

placebo

Voordat een geneesmiddel op de markt komt, wordt eerst onderzocht of het effectief is. Maar hoe weet je of een gemeten effect is veroorzaakt door het geneesmiddel, of door andere factoren?

Die andere factoren kunnen van alles zijn. Patiënten kunnen bijvoorbeeld na verloop van tijd gewoon weer beter worden door het natuurlijke verloop van de ziekte: de ziekte is *self-limiting*, of het immuun-systeem maakt de patiënt beter. Ook door meetfouten of externe factoren kunnen gemeten effecten vertroebeld raken. Om toch het effect van het geneesmiddel correct te meten, worden geneesmiddelen vergeleken met een placebo. De patiënten die meedoen aan het onderzoek worden willekeurig verdeeld in twee groepen en krijgen precies dezelfde behandeling, met één belangrijk verschil: de ene groep krijgt het geneesmiddel en de andere groep een placebopil (die geen werkzame bestanddelen bevat).

Er kleven ethische aspecten aan het gebruik van placebo’s. Mag je patiënten willens en wetens een niet werkzaam middel voorschrijven? Volgens de Medisch Ethische Commissie wel als je ze bij aanvang van de studie duidelijk maakt dat ze misschien een placebo toegediend krijgen. Uiteindelijk is het wel ten bate van de wetenschap en de kennis over het geneesmiddel.

**47** Gek genoeg blijken die placebo’s ook vaak genoeg een gunstig effect op de gezondheid te hebben: het placebo-effect.

Heb je hier een verklaring voor?

De rol van de menselijke psyche wordt prachtig gedemonstreerd door het volgende voorbeeld.

Bij een onderzoek kregen studenten een rood of een blauw pilletje, beide placebo’s, in de veronderstelling dat ze of een rustgevend of een oppeppend middel kregen toegediend. Niet alleen bleken de ‘pillen’ daadwerkelijk effect te hebben; de studenten wisten ook zeker dat de rode pillen de oppeppers waren en de blauwe pillen de rustgevende middelen.

Simpsonparadox

**48** Burgerrechten zijn [rechten](http://nl.wikipedia.org/wiki/Recht) die door de [overheid](http://nl.wikipedia.org/wiki/Overheid) gegarandeerd behoren te worden, en die de [burgers](http://nl.wikipedia.org/wiki/Burger) beschermen tegen oneerlijke behandeling gebaseerd op [huidskleur](http://nl.wikipedia.org/wiki/Huidskleur), [geloof](http://nl.wikipedia.org/wiki/Religie) of [geslacht](http://nl.wikipedia.org/wiki/Sekse). Vooral in de [Verenigde Staten](http://nl.wikipedia.org/wiki/Verenigde_Staten) zijn burgerrechten in de [20e eeuw](http://nl.wikipedia.org/wiki/20e_eeuw) veel in opspraak geraakt doordat ze vaker voor blanken dan voor zwarten ([Afro-Amerikanen](http://nl.wikipedia.org/wiki/Afro-Amerikanen)) golden; vooral in de zuidelijke staten van de VS was dat het geval. In [1964](http://nl.wikipedia.org/wiki/1964) werd de [Civil Rights Act](http://nl.wikipedia.org/w/index.php?title=Civil_Rights_Act_of_1964&action=edit&redlink=1) aangenomen die de staten verplichtte hun burgerrechten voor al hun inwoners te laten gelden.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **aantal****congresleden** | **democraten** | **republikeinen** | **totaal** |
| **noordelijk** | 154 | 162 | 316 |
| **zuidelijk** | 94 | 10 | 104 |
| **totaal** | 248 | 172 | 420 |

Hieronder staat hoe het Amerikaanse Congres was samengesteld uit Democraten en Republikeinen opgesplitst naar de zuidelijke en noordelijke staten. In de tweede tabel staat hoe de Democraten en Republieken stemden, ook opgesplitst naar de zuidelijke en noordelijke staten.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **aantal****vóórstemmers** | **democraten** | **republikeinen** | **totaal** |
| **noordelijk** | 145 | 138 | 283 |
| **zuidelijk** | 7 | 0 | 7 |
| **totaal** | 152 | 138 | 290 |

a. Bereken het percentage voorstemmers onder de democraten in de noordelijke staten (dus 145 van 154)

b. Ga na dat de percentages voorstemmers onder de democraten zowel in de noordelijke als van de zuidelijke staten groter waren dan de percentages voorstemmers onder de republikeinen.

c. Ga na dat over alle staten bekeken het percentage voorstemmers bij de republikeinen hoger was dan onder de democraten.

Terwijl de democraten positiever tegenover de Civil Rights Act stonden dan de republikeinen als je Noord en Zuid afzonderlijk bekijkt, is dat niet zo over het geheel bezien. Dit komt bijzonder vreemd, zelfs tegen-natuurlijk, over. Vandaar dat men hier spreekt van een paradox.

**49** Een nieuw medicijn werd getest.

 100 mannen kregen het medicijn, waarvan er 60 genazen; 50 mannen kregen een placebo waarvan er 25 genazen.

80 vrouwen kregen het medicijn, waarvan er 70 genazen; 200 vrouwen kregen een placebo, waarvan er 160 genazen.

a. Ga na dat het medicijn beter dan de placebo presteert bij de mannen en ook bij de vrouwen.

b. Wat presteert het beste over alle mensen tezamen, het medicijn of de placebo?

De moraal: Intuïtie kan bedrieglijk zijn.

terugval naar het midden

**50** Ben jij het met de volgende beweringen eens?

* De kinderen van hoogbegaafde ouders zijn vaak niet hoogbegaafd.
* Extreem lange mensen zijn vaak niet extreem zwaar.
* Een sportman, -vrouw of -ploeg die dit jaar een topprestatie heeft geleverd, zal volgend jaar waarschijnlijk wat minder goed presteren.
* Als je voor je laatste toets een laag cijfer hebt gehaald, zal de volgende toets waarschijnlijk iets beter gaan.

Het idee achter al deze voorbeelden is: *bij een extreem resultaat zal een volgende keer het resultaat wel weer extreem zijn, maar minder extreem, dus dichter bij het gemiddelde liggen.*

Dit verschijnsel noemt men **terugval naar het midde**n.

Sir Francis Galton (1822 – 1911), een Brits statisticus (en neef van Charles Darwin), is grondlegger was van de psychometrie (het meten van persoonskenmerken). Rond 1888 stelde Galton vast dat verschillende menselijke eigenschappen, zoals lengte en intelligentie, de neiging hebben om dichter bij het gemiddelde te liggen in een volgende generatie. Lange ouders hebben bijvoorbeeld gemiddeld kinderen die minder lang zijn dan zijzelf, terwijl korte ouders juist kinderen hebben die gemiddeld langer zijn dan zijzelf. Hij noemde dit verschijnsel **terugval naar het midden**.

De bevindingen van Galton werden bevestigd door de Amerikaanse psycholoog Lewis Terman (1877 – 1956). Rond 1920 startte hij een onderzoek waarin meer dan 1000 hoogbegaafde kinderen (met een gemiddeld IQ van 152) levenslang gevolgd werden. In 1950 testte Terman 384 nakomelingen; die bleken een gemiddeld IQ te hebben van “maar” 128. Meer dan de helft van deze kinderen van hoogbegaafde ouders waren niet hoogbegaafd.

**51** Op grond van het bovenstaande zou je kunnen denken dat er in volgende generaties steeds minder hoogbegaafden zullen zijn.

Bedenk een reden waarom dat niet het geval zal zijn.

**52** Waarom is terugval naar het midden relevant in deze paragraaf met titel “Gevaar”?

Veronderstel dat een prestatie afhangt van kundigheid en van toeval. Dan zal een zeer hoge prestatie meestal gevolgd worden door een minder hoge prestatie. Dat is zo omdat die hoge prestatie door geluk (meewerkende toevalligheden) tot stand kwam en bij gelijke kundigheid een volgende keer het geluk minder zal zijn of er zelfs sprake van pech kan zijn.

Dit is bijvoorbeeld het geval bij lichaamslengte; die wordt gedeeltelijk door aanleg bepaald, maar ook door toeval. En bij de dagtemperatuur van twee opvolgende dagen; de temperatuur op een dag hangt samen met die op de dag daarvoor, maar wordt gedeeltelijk door toeval bepaald. Vaak wordt echter niet aan die toevallige factoren gedacht en wordt de volgende keer een even hoge prestatie verwacht.

**53** Geef commentaar op de volgende conclusies.

a. Een bedrijf kan dit jaar erg goede jaarcijfers overleggen. Volgende jaar verwachten de aandeelhouders weer zulke goede cijfers.

b. De jackpot viel in een jaar vier van de tien keer in Gelderland. Mensen overwegen nu om naar deze provincie te verhuizen.

c. Vorige week waren er wel tien diefstallen in de Winkel van Sinkel. De directie stelde een opziener in uniform aan. Deze week waren er maar vier winkeldiefstallen. Zo’n opziener in uniform helpt dus.

d. Een patiënt voelt zich erg beroerd en krijgt een medicijn. De volgende dag voelt hij zich een stuk beter. De verklaring ligt voor de hand: dat komt door het medicijn.

De moraal

Na een extreem slecht resultaat worden maatregelen genomen. Als er daarna verbetering optreedt, hoeft dat niet door die maatregelen te komen. Immers, meestal komt er een terugval naar het midden voor.

In de volgende opgave bekijken we een aardig model om terugval naar het midden te simuleren op de GR.

**54** We willen met de grafische rekenmachine lengtes van mannen uit opeenvolgende generaties produceren.

Daarvoor gebruiken we de optie randomgenerator die willekeurige getallen uit een normale verdeling met een gemiddelde van 60 en een sd van 8 geeft.

We maken de rij lengtes als volgt:

* start met bijvoorbeeld 174 cm,
* neem 2/3 van de lengte,
* tel daarbij een random getal uit de normale verdeling met een gemiddelde van 60 en een sd van 8 op,
* de wordt de lengte van de volgende generatie.

a. Produceer op deze manier een rij van lengtes uit twintig opeenvolgende generaties.

b. Ga na of er bij de geproduceerde rij lengtes sprake is van terugval naar het midden.

c. Wat is (volgens dit model) de kans dat de zoon van een man van 195 cm langer is dan zijn vader?

d. Wat is (volgens dit model) de kans dat de zoon van een man van 160 cm kleiner is dan zijn vader?

**5 Onderzoek**

Hoe ziet er een goed opgezet onderzoek uit? Die vraag gaan we in deze paragraaf behandelen. We onderscheiden verschillende delen:

* onderzoeksopzet
* verzamelen van data
* verwerken van data
* analyse van data
* conclusie en rapportage

**Onderzoeksopzet**

Hierin staat de *onderzoeksvraag* centraal: wat wil je te weten komen? De onderzoeksvraag kan eventueel opgesplitst worden in deelvragen. Welke variabelen zijn interessant?

Bedenk een passende titel voor het onderzoek.

Ook aan de *relevantie* van het onderzoek moet aandacht worden besteed: voor wie is het onderzoek interessant en waarom?

**Verzamelen van data**

Dit deel bevat een plan hoe je aan de gewenste data gaat komen. Als je zelf een *steekproef* (enquête) neemt, moet je je afvragen of die *representatief* is. Je moet er met name op letten dat je geen ingebouwde voorselectie hebt. Ook moet je erop letten dat je vragen niet suggestief zijn.

**Verwerken van data**

De gegevens die je hebt verzameld zet je in een tabel. Waarschijnlijk is deze nog onoverzichtelijk. Je kiest *variabelen* en neemt stukken uit de tabel samen.

Dit kun je presenteren in kruistabellen of grafisch in een cirkeldiagram, staafdiagram, histogram of lijngrafiek.

**Analyseren van data**

Hierbij kunnen *effectgrootte*, *odds-ratio* en *kansrekening* van pas komen om te bepalen of je resultaten *significant* genoemd mogen worden.

**Concluderen en rapporteren**

Hierin beantwoord je de onderzoeksvraag. Je vat de uitkomsten van het onderzoek samen. Deze kunnen leiden tot aanbevelingen, eventueel voor vervolgonderzoek.

In een bijlage kunnen de tabellen en eventueel geraadpleegde literatuur worden opgenomen.

een uitgewerkt voorbeeld

In het onderstaande, uitgewerkte voorbeeld slaan we het deel van het verzamelen van de data over. We starten met de volgende dataset.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|   | Totaal herkomstgroepering | Autochtonen | Westerse allochtonen | Niet-westerse allochtonen | Herkomst onbekend |
| Onderwerpen | 2007/'08 | 2009/'10 | 2007/'08 | 2009/'10 | 2007/'08 | 2009/'10 | 2007/'08 | 2009/'10 | 2007/'08 | 2009/'10 |
| Totalen leerlingen naar onderwijs-soort | Totaal leerlingen | 941 136 | 935 427 | 740 971 | 732 426 | 60 151 | 59 936 | 137 858 | 138 866 | 2 156 | 4 199 |
| Algemene lj 1-2-3 | 390 017 | 387 746 | 305 400 | 300 191 | 24 650 | 24 869 | 58 707 | 60 021 | 1 260 | 2 665 |
| Vwo lj 3-6 | 161 290 | 163 904 | 134 159 | 136 581 | 12 259 | 12 153 | 14 615 | 14 758 | 257 | 412 |
| Havo lj 3-5 | 145 291 | 149 395 | 119 012 | 121 986 | 9 456 | 9 653 | 16 533 | 17 327 | 290 | 429 |
| Vmbo lj 3-4 | 217 460 | 207 488 | 165 337 | 156 871 | 12 345 | 11 771 | 39 536 | 38 288 | 242 | 558 |
| Vmbo-t lj 3-4 | 79 089 | 77 011 | 61 708 | 59 176 | 4 812 | 4 885 | 12 490 | 12 763 | 79 | 187 |
| Vmbo-g lj 3-4 | 24 016 | 24 742 | 20 308 | 21 082 | 1 198 | 1 169 | 2 490 | 2 463 | 20 | 28 |
| Vmbo-k lj 3-4 | 59 027 | 56 591 | 44 966 | 42 860 | 3 221 | 3 032 | 10 789 | 10 606 | 51 | 93 |
| Vmbo-b lj 3-4 | 55 328 | 49 144 | 38 355 | 33 753 | 3 114 | 2 685 | 13 767 | 12 456 | 92 | 250 |
| Praktijkonderwijs | 27 078 | 26 894 | 17 063 | 16 797 | 1 441 | 1 490 | 8 467 | 8 472 | 107 | 135 |
| Vwo naar profiel lj 4-6 | Vwo natuur | N&T | 17 351 | 20 414 | 14 721 | 17 048 | 1 245 | 1 508 | 1 369 | 1 830 | 16 | 28 |
| Natuur ongedeeld | 10 138 | 18 955 | 8 466 | 15 917 | 787 | 1 312 | 877 | 1 699 | 8 | 27 |
| Vwo maatsch. | Totaal | 57 638 | 54 865 | 47 929 | 45 821 | 4 541 | 4 200 | 5 115 | 4 719 | 53 | 125 |
| E&M | 34 507 | 32 275 | 28 771 | 26 915 | 2 439 | 2 301 | 3 271 | 3 012 | 26 | 47 |
|   | 4 079 | 7 978 | 3 360 | 6 748 | 344 | 596 | 372 | 626 | 3 | 8 |
| Vwo comb. N/M |   | 143 | 267 | 118 | 235 | 14 | 20 | 10 | 12 | 1 | - |
| N&T/E&M | 8 | 48 | 8 | 43 | - | 3 | - | 2 | - | - |
| N&T/C&M | 5 | 8 | 5 | 7 | - | 1 | - | - | - | - |
| Havo naar profiel lj 4-5 | Havo natuur | Totaal | 33 236 | 37 963 | 28 118 | 32 193 | 1 828 | 2 018 | 3 272 | 3 703 | 18 | 49 |
| N&T | 10 829 | 12 083 | 9 234 | 10 250 | 618 | 650 | 968 | 1 162 | 9 | 21 |
| Natuur ongedeeld | 3 249 | 6 298 | 2 702 | 5 346 | 201 | 365 | 345 | 582 | 1 | 5 |
| Havo maatsch. | Totaal | 71 402 | 69 967 | 57 853 | 56 375 | 4 809 | 4 662 | 8 696 | 8 859 | 44 | 71 |
| E&M | 41 663 | 47 099 | 33 639 | 37 924 | 2 602 | 2 874 | 5 397 | 6 263 | 25 | 38 |
| Maatsch. ongedeeld | 2 055 | 3 442 | 1 603 | 2 810 | 165 | 275 | 284 | 353 | 3 | 4 |
| Havo comb. N/M | Totaal | 47 | 88 | 30 | 77 | 12 | 5 | 5 | 6 | - | - |
| N&T/E&M | 34 | 47 | 21 | 41 | 9 | 3 | 4 | 3 | - | - |
| N&T/C&M | - | 1 | - | 1 | - | - | - | - | - | - |
| Vmbo leerweg lj 3-4 | Vmbo-t en lwoo-t | Vmbo-t (excl. lwoo) | 76 659 | 73 947 | 60 046 | 57 127 | 4 644 | 4 664 | 11 894 | 11 981 | 75 | 175 |
| © Centraal Bureau voor de Statistiek, Den Haag/Heerlen 11-5-2011 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

lj = leerjaar

natuur = natuurprofiel

maatsch. = maatschappijprofiel

**55** Hiernaast staat een deel van de tabel.

Totaal leerlingen 941 136

Algemene lj 1-2-3 390 017

Vwo lj 3-6 161 290

Havo lj 3-5 145 291

Vmbo lj 3-4 217 460

Vmbo-t lj 3-4 79 089

Vmbo-g lj 3-4 24 016

Vmbo-k lj 3-4 59 027

Vmbo-b lj 3-4 55 328

Praktijkonderwijs 27 078

Kloppen de aantallen wel met elkaar?

**Onderzoeksopzet**

Onderzoeksvraag:

*Is er een verschuiving tussen 2007/’08 en 2009/’10 wat aantallen leerlingen betreft van vmbo naar havo/vwo?*

|  |
| --- |
| **Het VMBO krimpt ten gunste van HAVO/VWO**  |

|  |
| --- |
| 60% van de leerlingen gaat naar het vmbo, 40% naar havo/vwo. Sinds jaar en dag hanteren we deze percentages als we over het vo praten. Maar uit statistische gegevens van het ministerie van OCW blijkt dat de verhouding tussen vmbo- en havo/vwo-leerlingen is verschoven naar 55-45. Een proces dat lijkt door te zetten. De Besturenraad is benieuwd of u deze ontwikkeling op uw school herkent. **Groei én krimp**De laatste jaren zijn de schooltypen havo en vwo landelijk enkele procenten gegroeid, is het mavo gekrompen en het vbo zo'n 7% teruggelopen. Dat blijkt uit statistieken van OCW sinds de start van het vmbo. De teruggang is het grootst in de afdeling Techniek, die slonk met zeker 5%. Het percentage leerlingen dat voor de richting Landbouw kiest, blijft stabiel.Intussen is bijna de helft van de vmbo'ers zorgleerling: het aantal lwoo-leerlingen groeide van circa 80.000 naar 100.000 en vormt daarmee inmiddels 40% van het vmbo. **Oorzaken**OCW meet de leerlingenaantallen in leerjaar drie. Sinds de start van het vmbo is het percentage leerlingen per schooltype verschoven. Het is complex de exacte oorzaak aan te geven, zo laat het ministerie weten. Wel is duidelijk dat de verhouding tussen de schooltypen per regio nogal verschilt. De verschuiving binnen de schooltypen kan veroorzaakt zijn door de status van de schoolsoorten of doordat de leerlingen van de basisscholen hogere CITO-scores halen. Maar ook het eerder onderkennen van achterstanden en het daardoor sneller leiden tot zorgindicaties kan een oorzaak zijn. Bron: Nieuwsbrief Besturenraad |

Toelichting:

Het vermoeden bestaat dat er steeds minder kinderen (ouders) voor vmbo kiezen en dus steeds meer voor havo/vwo. Zie het artikel hiernaast, afkomstig van de site van www.ouders.net.nl, waarin zo’n verschuiving in globale percentages wordt genoemd. (Het is geschreven door de Besturenraad, dat is een landelijke organisatie voor christelijke onderwijsinstellingen.)

**56** Verzin een passende titel voor dit onderzoek. (Dat kun je ook achteraf doen.)

**57** Als er een duidelijke verschuiving is, zal dat ver-strekkende gevolgen hebben. Dus moet de politiek daar rekening mee houden.

Noem enkele maatschappelijke en economische gevolgen?

We vergelijken de jaren 2007/2008 en 2009/2010.

Daarbij nemen we de totale aantallen op vmbo en havo/vwo. Op de volgende bladzijde zullen we

daarmee een 2×2-kruistabel maken.

**Verzamelen van data**

De gegevens die op bladzijde 31 staan zijn gevonden op Internet.Ze zijn afkomstig van het cbs (de tabel is een bewerking, zodat hij mooi op een pagina past).

🖳 Deze tabel is ook in Digimap beschikbaar onder de naam: onderwijs.cbs.

De originale tabel is te vinden bij <http://www.cbs.nl/nl-NL/menu/themas/onderwijs/cijfers/default.htm>

Kies daar bij Voortgezet onderwijs: “leerlingen naar onderwijssoort”.

**Verwerken van data**

**58** Voor het maken van een kruistabel moet je keuzes maken.

a. Kies je voor de bovenbouw, voor de onderbouw of voor het totaal?

b. Reken je het praktijkonderwijs bij het vmbo?

c. De verschillende schooltypen hebben verschillende aantallen leerjaren. Houd je hier rekening mee? Hoe?

d. Werk je met absolute aantallen of met procenten? Waarom?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **2007/’08** | **2009/’10** | **totaal** |
| **havo/vwo** |  |  |  |
| **vmbo** |  |  |  |
| **totaal** |  |  |  |

**59** a. Maak de kruistabel van je keuze.

b. Geef de gegevens ook grafisch weer. Kies je eigen type plaatje.

**Analyseren van data**

**60** a. Bereken de bijbehorende odds-ratio.

b. Maakt het daarbij uit of je met absolute aantallen of met percentages werkt?

**61** Anneke heeft in opgave 51 zulke keuzes gemaakt, dat ze besluit dat in 2007/2008 59% naar havo/vwo ging en in 2009/2010 60% naar havo/vwo ging. Dat scheelt maar 1%, maar het gaat wel over een half miljoen leerlingen.

Stel dat in 2009/2010 eigenlijk nog steeds het percentage van 59% gold.

 Bereken de kans dat dan door toeval 60% of meer voor havo/vwo koos.

**Concluderen en rapporteren**

**62** Vind je het verschil tussen 2007/2008 en 2009/2010 significant?

**63** Het aandeel van het vmbo is in twee jaar tijd afgenomen.

a. Doe een voorspelling van de situatie in 2019/2020 van lineaire groei.

b. Ook uitgaande van exponentiële groei.

**64** Schrijf een korte aanbeveling aan de politiek op grond van je bevindingen.

enquêtevragen

Realiseer je om te beginnen wat het doel is van de enquête, dus wat je te weten wilt komen. Bijvoorbeeld wil je:

* de service van je bedrijf verbeteren,
* een voorspelling voor de toekomst doen,
* eventueel passende maatregelen nemen.

Van belang is ook de doelgroep: zijn het mannen, 65+ers, automobilisten, veelverdieners, scholieren, hooligans?

Bijzondere aandacht verdient het stellen van vragen in een enquête. Daarbij moet je op een heleboel dingen letten.

* Stel de vraag niet aan een bij voorbaat selecte groep.
* Zorg ervoor dat de vraag helder gesteld is; vermijd (dubbele) ontkenningen.
* De vraag mag niet suggestief zijn.
* De vraag mag niet in strijd zijn met de privacy.
* De vraag moet niet uitgaan van vooringenomen standpunten.
* Wees specifiek; vermijd termen als “vaak”, “zelden”.
* Stel geen vragen die iedereen hetzelfde zal beantwoorden.
* Stel geen vragen over het verre verleden of de verre toekomst.

In de volgende opgave staan voorbeelden van deze fouten.

**65** Wat is je bezwaar tegen de volgende vragen?

a. Bij een nascholing voor leraren wiskunde op 10 juni wilden de organisatoren – met het oog op komende jaren – weten of 10 juni een geschikte dag was in het jaar. De vraag aan de deelnemers luidde: “Is 10 juni een geschikte dag voor de nascholing?”

b. “Heb jij de afgelopen maand een winkeldiefstal gepleegd?

c. “Denk je dat de aangekondigde bezuinigingen op onderwijs ten koste gaan van de kwaliteit?”

d. “Vind je een doelpuntloze voetbalwedstrijd even interessant als een doelpuntrijke wedstrijd?”

e. “Vind je het milieu belangrijk?”

f. Aan ouders van scholieren: “Was jij vroeger een brave leerling?”

g. Mentor vraagt aan leerlingen: “Maak jij regelmatig je huiswerk?”

h. Een enquête onder studenten: “Ga jij na je pensioen vaak met vakantie?”

i. “Ben jij fan van Ajax of PSV?”

j. In een reisbureau: “Blijft u binnen Nederland of gaat u naar het buitenland?”

k. “Denkt u dat roken slecht is voor de gezondheid?”

**OPDRACHT**

Voer zelf een onderzoek met eenzelfde opzet als het uitgewerkte voorbeeld. Hieronder volgen enkele suggesties voor onderwerpen.

* Je kunt zelf een geheel eigen onderwerp kiezen, daarbij je eigen data verzamelen, bijvoorbeeld door middel van een enquête.
* Je kunt data van Internet halen. Rijke bronnen zijn:

[www.verkiezingsuitslagen.nl](http://www.verkiezingsuitslagen.nl)

Een online databank met verkiezingsuitslagen van Eerste Kamer, Tweede Kamer, provincie en gemeente, te selecteren op jaartal, provincie, kieskring en gemeente.

[www.knmi.nl/klimatologie/](http://www.knmi.nl/klimatologie/) en [www.weerdirect.nl](http://www.weerdirect.nl) en <http://www.cesar-database.nl/>

Websites met allerlei historische weergegevens uitgesplitst naar weerstation en datum.

[www.koningvoetbal.nl](http://www.koningvoetbal.nl)

Een website met allerlei voetbaluitslagen van de eredivisie, maar ook wedstrijden van het Nederlands elftal, Europacupwedstrijden van Nederlandse clubs, en veel info over WK- en EK-toernooien.

<https://easy.dans.knaw.nl/dms>

Een engelstalige site met data van allerlei Nederlandse onderzoeken, waarvan een flink aantal beschikbaar zijn voor geregistreerde gebruikers.

<http://www.cbsinuwbuurt.nl/>

Hier kun je door selectie van plaats, buurt en thema allerlei interessante gegevens op wijkniveau vinden.

[www.cbs.nl](http://www.cbs.nl)

Door te klikken op “thema's”, dan een thema te kiezen (bijvoorbeeld “bevolking” of “onderwijs”) en vervolgens te klikken op “cijfers” krijg je de mogelijkheid om via StatLine de data te sorteren naar eigen inzicht (m.b.v. de knop "Pas gegevens aan").

Eenmaal in StatLine kun je zelf tabellen maken.

<http://www.census.gov/>

Een Amerikaanse site met allerlei historische gegevens over o.a. inkomen opgesplitst naar ras (white, black, Hispanic, Asian), naar leeftijd, gezinssamenstelling en sekse.

<http://www.gbe-bund.de/>

Duitse site over gezondheid, ook internationale vergelijking tussen landen.

[www.euphix.org](file:///%5C%5Cpluri.science.ru.nl%5Cvdbroek%5CStatAC%5Conderzoek%5Cwww.euphix.org)

Engelstalige internationale vergelijking over gezondheid

[www.nationaalkompas](http://www.nationaalkompas)

 Over gezondheid, waarbij veel tabellen als grafisch zijn omgezet.

<http://lib.stat.cmu.edu/DASL/> Kies: datasubjects

Een Amerikaanse site met zeer veel data op allerlei gebied.