**Paragraaf 7 : Helling Antwoorden**

**1 a.** De lengte van de rode driehoek is 8 en de hoogte 3, terwijl de lengte van de blauwe driehoek 5 is en de hoogte 2. En 8 : 3 is niet gelijk aan 5 : 2.

**b.** Blauwe driehoek: helling is   
Rode driehoek: helling is   
De helling van de rode driehoek is dus groter.

**c.** Omdat er een “knik” in de schuine zijde zit kunnen we dus niet spreken van twee driehoeken, maar wel van vierhoeken.

**2. a.**

**b.**

**c.**

**d.**

**e.**

**3 a**. meter per kilometer

**b.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| horizontale verplaatsing | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| hoogteverandering | 290-308 | 308-332 | 332-359 | 359-403 | 403-459 | 459-501 | 501-563 |
| afgelezen helling | 0,018 | 0,024 | 0,027 | 0,044 | 0,056 | 0,042 | 0,059 |
| berekende helling | 0,018 | 0,024 | 0,027 | 0,044 | 0,056 | 0,042 | 0,062 |

**c.** Zie boven

**d.** Alles klopt, behalve de helling in de 7e kilometer.

**4.** , dus een hellingspercentage van ongeveer 7,1 %

**5.** Het gaat om de percentages 4,4 % in de 4e kilometer en 8,8 % in de 14e kilometer

**6**. Het hellingspercentage 7,1 % treedt op aan het begin van de 19e kilometer.

**7.** Als we voor *x* de waarde 0 invullen dan is *h* gelijk aan 2, hetgeen betekent dat de top op 2000 meter ligt.   
Als we de vergelijking oplossen dan komen daar als antwoorden x = -20 en x = 20 uit, en dat wil zeggen dat het profiel 20 - -20 = 40 kilometer breed is.

**8.**

|  |  |
| --- | --- |
| lijnstuk | helling |
| *AB* | 0,175 |
| *BC* | 0,125 |
| *CD* | 0,075 |
| *DE* | 0,025 |

**9 a.** (Denk er om dat je de haakjes om -9 niet vergeet!)

**b.**

**10.** en

|  |  |
| --- | --- |
| *x-*coördinaat *P* | helling *CP* |
| ‒9 | 0,095 |
| ‒9,9 | 0,0995 |
| ‒9,99 | 0,09995 |
| ‒9,999 | 0,099995 |

**11.**

**12.** Hoe dichter punt *P* bij punt *C* wordt genomen, hoe dichter de helling van *CP* in de buurt van het getal 0,1 komt.

**13.** De helling in punt C is dus 0,1.

**14.** **a.**  en

De helling is dus 3

**b.** en

De helling is dus -3

**c.** De helling is 0,5

**d.** De helling is 3

**e.** De helling is 0

**f.** Ja, want in vraag ***d*** heb je te maken met de grafiek van een rechte lijn, en een rechte lijn heeft overal dezelfde helling (en het hellingsgetal is 3)

**15 a.** Dit betekent dat de raaklijn in punt *F* een helling 0 heeft en dus horizontaal loopt.

**b.** De nulpunten van de parabool liggen bij *x =* 0 en *x =* 4.   
De symmetrie-as is dus *x =* 2*.*

**c.** Het punt met *x*-coördinaat 1 ligt precies aan de andere kant van de symmetrie-as. De helling in dat punt moet dan dus -2 zijn (bedenk dat de grafiek daar daalt).

**16.** Als een grafiek op een interval waarop de grafiek stijgend is dan is de helling altijd positief (groter dan 0). Als de grafiek dalend is, is de helling altijd negatief (kleiner dan 0).

**17**.

**18.** De helling in punt Q is 0,2 en die in punt R is -0,8.

**19 a.** Van *(-5, 0)* naar *(0, 5)* betekent: *5* naar rechts en *5* omhoog, dus *1* naar rechts en *1* omhoog, dus helling is 1.

**b.** Lijnen die dezelfde helling hebben lopen evenwijdig.

**c.** In het punt *(-12; 1,2)*

**d.** In het punt *(8; 1,2)*

**20.** In een top van de grafiek is de helling nul. De coördinaten van dit punt zijn *(-2; 6,2)*.

**21. a.** De helling van de grafiek in het punt *P*(1, 4) is -2

**b.** De helling moet dus -1zijn en dat is het geval in punt *(1,59; 3,17)*.  
Opmerking: Het is heel lastig om dit punt nauwkeurig te bepalen. Als je in de buurt van het punt zit is je antwoord al goed.

**c.** De grafiek is dalend; dat betekent dat de helling negatief is.  
De grafiek is afnemend dalend; dat betekent dat de helling steeds dichter bij nul komt, dus dat de helling groter wordt (maar wel negatief blijft).

**d.**  en

**22. a.** De helling van de grafiek in punt *B*(2, 1) is 1.

**b.** De helling moet dus ***½*** zijn en dat is het geval in punt *(5, 8)*.

**c.** en

**d.** De helling is gelijk is aan 2 in het punt *(1,25; 1)*.

**23. a.** De helling in A is 2,25 en die in B is 1,80. Dat is dus 2,25 – 1,80 = 0,45 groter.

**b**. Bij x = -1 hoort y = 1.  
Bij x = 1 hoort y = -0,9.  
Dus 2 naar rechts en 1,9 naar beneden, dus de helling is -0,95.

**c**. De mier moet vanaf punt *A* eerst omhoog kruipen (eerst heel steil, later steeds minder steil) tot aan de top. Daarna kruipt de mier steeds sneller naar beneden tot aan een punt in de buurt van de oorsprong. Vervolgens blijkt de mier naar beneden gaan, maar dan steeds minder snel, tot aan het laagste punt van de grafiek. Na het laagste punt kruipt de mier weer steeds steiler omhoog tot aan punt *B*.  
De hellingen tussen het hoogste en het laagste punt zijn negatief en op z’n kleinst in de buurt van de oorsprong.

**24 a.** De helling in het punt *A* is 4 en in punt *B* 1

**b**. De grafiek van stijgt in punt *A* minder snel dan de grafiek van . Dus de helling van is kleiner dan die van .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *x* | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| helling |  | -8 | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 |
| helling |  | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 |
| helling |  | 0,0433 | 0,0866 | 0,1733 | 0,3466 | 0,6932 | 1,3863 | 2,7726 | 5,5452 |

**25 a.**

**b**. De hellingen uit de 2e rij zijn telkens 4 keer zo groot als die uit de 3e rij.

**c**. De helling wordt steeds 2 keer zo groot.

**d**. Vermoedelijk 5,5452 \* 2 \* 2 \* 2 \* 2 = 88,7232

**26. a.** De grafiek stijgt overal, dus de helling is overal positief (en dus ook de marginale kosten).

**b.** De helling is bij benadering gelijk aan 0,75.

**c.** Ongeveer bij q = 260.

**d.** De marginale kosten zijn het laagste als de grafiek het minst steil omhoog loopt en dat is ongeveer bij q = 180.

**27. a.**

**b.**

**c.** De helling bij t = 0 is 133,33 en bij t = 180 is de helling 35,89. Dus de toename is aan het eind kleiner dan aan het begin.  
Of: De toename op [0, 10] is 1155 en de toename op [170, 180] is 364, dus de stijging is aan het eind kleiner dan aan het begin.

**d.** De helling bij t = 30 is 75,32 en de helling bij t = 90 is 49,01. En 49,0 \* 1,5 = 73,5

**28. a.**  euro.

**b.** De helling van de grafiek in het punt met L = 15 is 138,47.

**c.** De helling van de grafiek in het punt met L = 5 is -617,8. Dit betekent dat bij L = 5 de kavelkosten dalen met bijna 618 euro per hectometer.

**d.** Bij L = 50 met ongeveer 224 euro per hectometer.

**e.** Als L heel groot wordt dan is bijna gelijk aan 0 en is dus .  
Omdat dit de formule is van een rechte lijn is de toename dus 233.

**29. a.** In punt *A* is *x = 0*. Dan is . En .

**b.** Als *P* verder van *A* afligt, wordt *x* groter en dus ook *r*. Omdat je bij het berekenen van *S* het getal 100000 door een steeds groter getal moet delen, wordt de uitkomst van de breuk (en dat is *S*) steeds kleiner.

**c.** De grafiek daalt maar wel steeds minder snel en is dus afnemend dalend.

**d.** In het begin is de grafiek toenemend dalend, later afnemend dalend.

**e.** De grafiek daalthet snelst in de buurt van *x = 5* en daar is de helling ongeveer -8,59.

**Paragraaf 8: Exponentiële groei**

1. 1983: t = 56  
   1948: t = 21  
   35 naar rechts en 2 omhoog, dus het hellingsgetal is   
   De trendlijn gaat door *(56, 5)*, dus   
   Dus:

**2 a.** De groeifactor per 83 jaar is

**b.** De groeifactor per jaar is dan

**c.**

**d.** Ongeveer in 1970 of 1971

**3.** Stel dat we uitgaan van het lineaire verband , waarbij t de tijd is in uren en B het aantal bacteriën.   
Bij t = 0 is B = 4 en bij t = 1 is B = 8. Dat betekent dat het 1 uur duurt om het dubbele aantal bacteriën te krijgen.   
Als we echter kiezen voor t = 5 dan is B = 24. Om nu het dubbele aantal te krijgen moet B = 48 worden en dat betekent dat t = 11 moet zijn. Dus een verdubbelingstijd van 6 uur.  
Conclusie: de verdubbelingstijd bij een lineair verband is niet altijd hetzelfde.

**4 a.** Intersect 🡪 X = 46,556  
Dus ongeveer 47 jaar (behoorlijk alarmerend).

**b**. 2050: t = 123  
, dus bij linaire groei 8,83 miljard mensen  
, dus bij exponentiële groei 12,48 miljard mensen  
Verschil: 12,48 – 8,83 = 3,65 miljard mensen

**c**.

**d.** Dus een toename van ongeveer 16 %

**5 a.** Rode grafiek: door *(0, 1)* en *(1; 5,4)*, dus groeifactor 5,4Zwarte grafiek: door *(0, 1)* en *(1; 2,4)*, dus groeifactor 2,4Blauwe grafiek: door *(0, 1)* en *(1; 0,5)*, dus groeifactor 0,5

**b.** Rode grafiek: , dus   
Zwarte grafiek: , dus

**c.** Rode grafiek:   
Zwarte grafiek:   
Verschil: 1,686 – 0,875 = 0,811

**6.** Halveringstijd is 1

**7.** I , dus verdubbelingstijd

II , dus halveringstijd

III , dus verdubbelingstijd

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *t* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *h* | 0,1 | 0,82 | 1,396 | 1,857 | 2,225 |

**8 a.**

en . De factoren zijn niet gelijk, dus geen exponentieel verband.

**b.** Zie GR

**c.** Als *t* groter wordt, dan wordt kleiner en nadert tot 0. Daardoor wordt er steeds minder van 3,7 afgetrokken en wordt *h* dus groter.

**d.** Bij het poten is *t* = 0 en dan is *h* = 0,1 meter, dus 1 decimeter.

**e.** Als *t* groter wordt, dan wordt kleiner en nadert tot 0. Datzelfde geldt voor . Daardoor wordt er steeds minder van 3,7 afgetrokken en nadert de waarde van *h* dus tot 3,7 meter.

f.   
 Intersect 🡪 *X = 7,339*  
Dus na 7,339 weken en dat is na 7,339 \* 7 = 51 (of 52) dagen.

9 a.   
CALC – dy/dx – X = 2 🡪 dy/dx = 0,51  
Dus *0,51* meter per week

b. Dat is centimeter per dag

c. Dat is na 11,34 weken (of na 79 dagen)

10 a.   
Zie verder GR

**b.** Als *t* groter wordt, dan wordt groter en dus ook . Daardoor wordt er steeds meer van 24 afgetrokken en wordt *h* dus kleiner.

**c.** CALC – dy/dx – X = 20 🡪 dy/dx = -0,41

11 a.   
Zie verder GR

**b.** Als *t* groter wordt, dan wordt kleiner en nadert tot 0. Datzelfde geldt voor . Daardoor wordt er steeds minder bij 33 opgeteld en daalt de waarde van *h* dus tot 13.

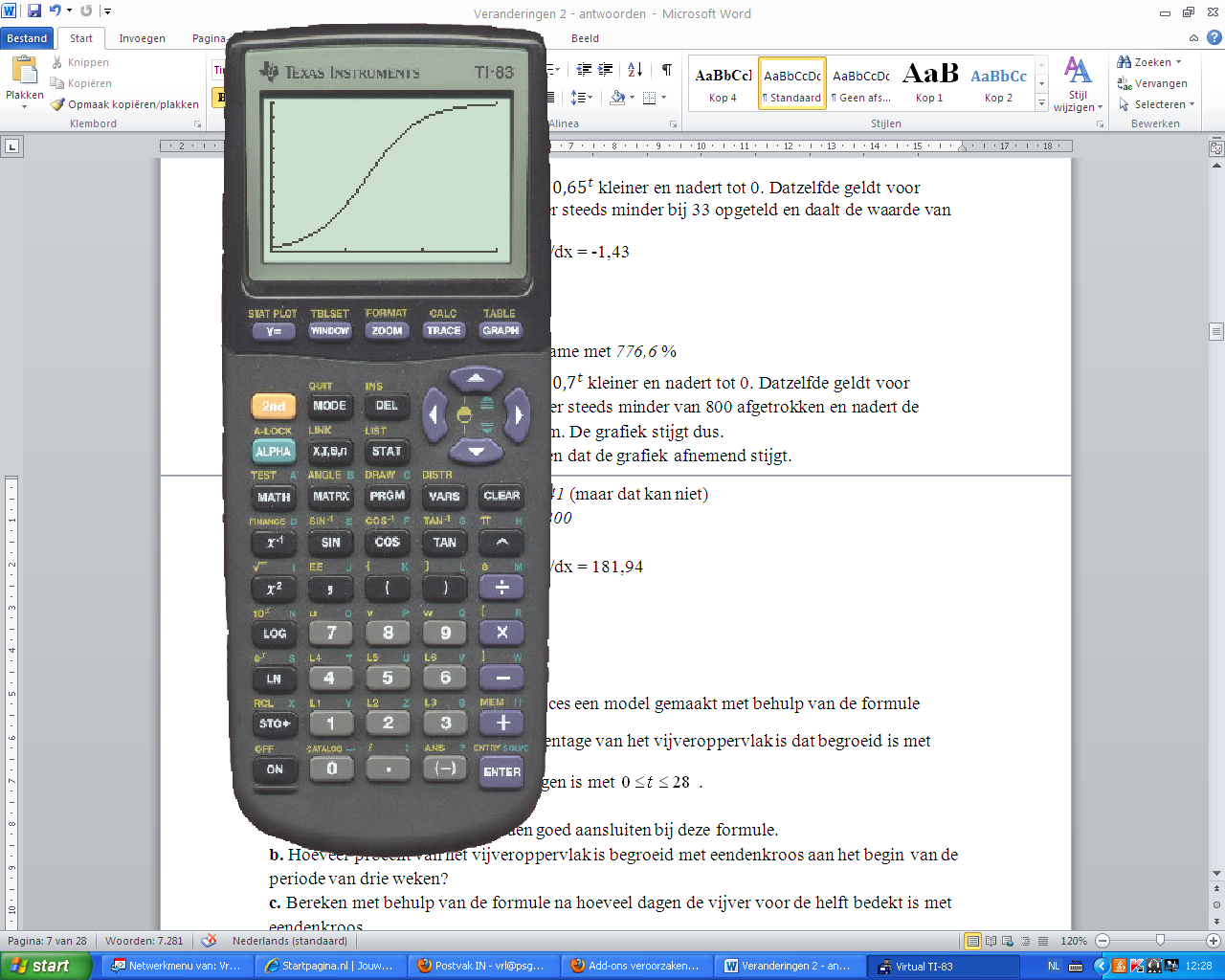
**c.** CALC – dy/dx – X = 6 🡪 dy/dx = -1,43

**12 a.** t = 1 🡪 H = 71,3  
t = 5 🡪 H = 625,04 , dus een toename met 776,6 %  
Of:

**b.** Als *t* groter wordt, dan wordt kleiner en nadert tot 0. Datzelfde geldt voor . Daardoor wordt er steeds minder van 800 afgetrokken en nadert de waarde van *h* dus tot 800 gram. De grafiek stijgt dus.   
Aan de tabel in je GR is te zien dat de grafiek afnemend stijgt.

**c.** t = 0 🡪 H = 800 – 1041= -241(maar dat kan niet)   
Dus H ligt altijd tussen 0 en 800

**d.**   
CALC – dy/dx – X = 2 🡪 dy/dx = 181,94  
Dus 182 gram per jaar.

**13 a.**

**b**. Na ongeveer *21* dagen

**14 a**.   
Table 🡪 de waarden komen goed overeen met de tabel

**b.** t = 0 🡪 P = 2,78 , dus ongeveer *3* %

**c.**   
 Intersect 🡪 X = 12,71  
Dus na ongeveer 13 dagen.

**d.** Als t groter wordt, dan wordt kleiner en nadert tot 0. Datzelfde geldt voor . Daardoor komt de noemer steeds dichter bij 1 en de breuk steeds dichter bij 100. Dus het percentage nadert de 100 %.

**e.** Zie GR (Xmin = 0 en Xmax = 21)

**f.** t = 12 🡪 P = 45,05  
t = 0 🡪 P = 2,78  
groeifactor in 12 dagen   
groeifactor per dag   
Kijk in de Table en daar blijkt dat de waarden van Y1 en Y2 bijna gelijk zijn tussen 0 en 12

**15 a.** Aantal in 2003:   
, dus een toename van 48 %.

**b.** Als t groter wordt, dan wordt kleiner en nadert tot 0. Datzelfde geldt voor . Daardoor komt de noemer steeds dichter bij 3 en de breuk steeds dichter bij . Dus het percentage nadert de 74 %.

**c.** Als t groter wordt, dan wordt kleiner en nadert tot 0. Datzelfde geldt voor . Er wordt dus steeds minder bij 3 opgeteld. Daardoor wordt de noemer dus steeds kleiner. Dus wordt de breuk steeds groter en is de grafiek van P dus stijgend.

**d.** De grafiek lijkt de eerste drie jaren exponentieel te stijgen.  
t = 0 🡪 P = 4,83  
t = 3 🡪 P = 34,59  
groeifactor in 3 dagen   
groeifactor per dag   
Kijk in de Table en daar blijkt dat de waarden van Y1 en Y2 bijna gelijk zijn tussen 0 en 3

**e.**   
CALC – dy/dx – X = 4 🡪 dy/dx = 13,78  
Dus 13,78 % per jaar

**16 a.**   
 Intersect 🡪 X = 12,05  
Dus ongeveer 12 dagen

**b.** t = 0 🡪 G = 214  
t = 1 🡪 G = 226,67  
Dus een toename met ongeveer 6 %

**c.** CALC – dy/dx – X = 10 🡪 dy/dx = 21,89

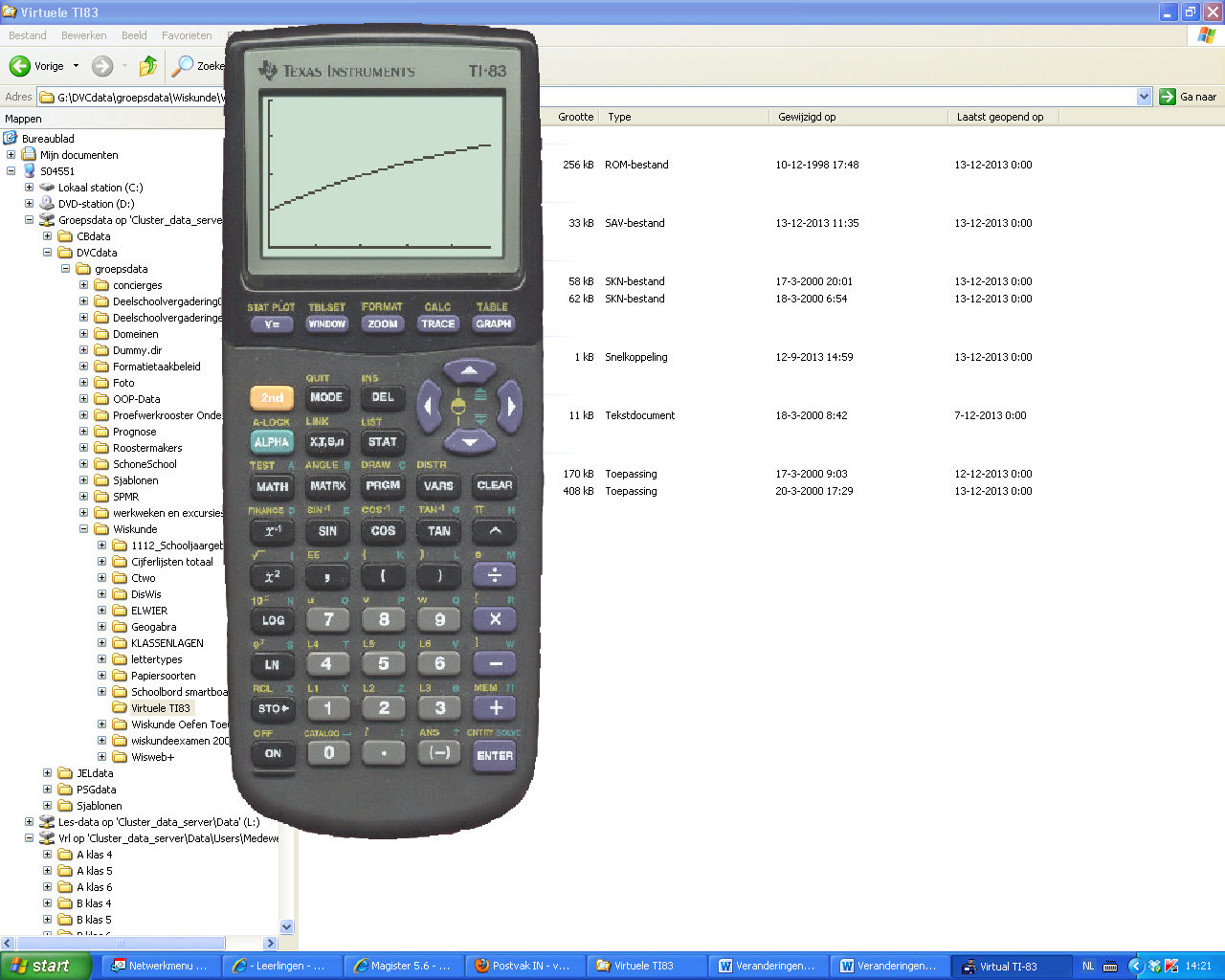
**17 a.** In de figuur is te zien dat het ongeveer 6 uur duurt dat de temperatuur van de koffie is gedaald tot 80 °C. Als we dus een inschenktemperatuur van 80 °C hebben duurt het dus nog 24 – 6 = 18 uur voordat die koffie een temperatuur van 50 °C bereikt.

**b.** Op tijdstip t = 0 is de temperatuur 95 °C, dus het temperatuurverschil met de omgevingstemperatuur is 95 – 20 = 75 °C.  
Op tijdstip t = 24 is de temperatuur 50 °C, dus het temperatuurverschil met de omgevingstemperatuur is 50 – 20 = 30 °C.  
De groeifactor is dus

**c.** , dus ongeveer 15 °C

**d.** Groeifactor per dag is 0,4 , dus de groeifactor per uur is   
t = 16 🡪 T = 20 + 75 \* 0,962516 = 60,716 , dus ongeveer 60,7 °C

**e.**    
 Intersect 🡪 X = 18,155  
Dus ongeveer 18 uur.

 **f.**

**18 a.** De verdubbelingstijd bij 42 °C is groter dan die bij 40 °C. Dat betekent dat de bacteriën er bij 42 °C langer over doen om zich te verdubbelen en dat de groei dus zwakker is dan bij 40 °C.

**b.**    
T = 34 🡪 V = 0,384, dus verdubbelingstijd is 0,384 \* 60 = 23,05 minuten.

**c.** De groei is het sterkst als de verdubbelingstijd het kleinst is, dus als de grafiek van V een minimum heeft.  
CALC – minimum – X = 37,5  
Dus bij 37,5 °C

**d.** , dus 1145 bacteriën

**e.**   
 Intersect 🡪 X = 4,596  
Dus de halveringstijd is ongeveer 4,6 uur (of 276 minuten)

**f.** CALC – dy/dx – X = 2 🡪 dy/dx = -200,79  
Dus een afname van ongeveer 201 bacteriën per uur

**Paragraaf 9: Machtsverbanden en leesbare grafieken**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 1 | 2 | 3 | 6 | 10 |
| Totale oppervlakte *O* | 6 | 24 | 54 | 216 | 600 |
| Inhoud *I* | 1 | 8 | 27 | 216 | 1000 |

**1 a.**

**b.** De oppervlakte wordt dan 22 = 4 keer zo groot.

**c.** Het volume (de inhoud) wordt dan 23 = 8keer zo groot.

**d.** Iets dat je tot de derde macht doet groeit sneller dan iets dat je in het kwadraat doet, omdat de exponent van de eerste groter is.

**2** Bij is c = 1 en p = 3  
Bij is c = 6 en p = 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Inhoud *I* | 1000 | 64 | 729 | 100 | *I* |
| Lengte ribbe *x* | 10 | 4 | 9 |  |  |

**3**

**4 a**.

**b.**

**5 a.**

**b.**

**6** I = 0 🡪 O = 0  
I = 1 🡪 O = 6  
Gemiddelde verandering is dus 6 – 0 = 6  
I = 4999 🡪 O = 1745,18  
I = 5000 🡪 O = 1745,41  
Gemiddelde verandering is dus 1745,41 – 1745,18 = 0,23  
Er is dus sprake van afnemende stijging.

**7** Als de inhoud van een kubus wordt 1000 keer zo klein wordt, dan wordt de opper­vlakte van de kubus keer zo klein.

**8**

**9 a.**

**b.**  dus een omgekeerd evenredig verband.

**10** Als het gewicht (dus ook het volume) van de baby deel is van het gewicht van een volwassene, dan is de huidoppervlakte van een baby deel van de huidoppervlakte van een volwassene.

**11** Omdat een baby een relatief grote huidoppervlakte en omdat het lichaam de meeste warmte verliest via de huid is er dus hulp nodig van een kruikje om het lichaam op temperatuur te houden.

**12** , dus de grafiek gaat door *(1, 1)*

**13**  is de blauwe grafiek  
 is de zwarte grafiek  
 is de groene grafiek  
 is de rode grafiek  
Dus van is geen grafiek getekend.

**14 a.** Zie GR.  
 is een toenemend stijgende grafiek, die boven de *x*-as loopt  
 daalt links van de *y*-as en stijgt rechts van de *y*-as.

**b.** Bij machtsverbanden staat de variabele als grondtal en is de exponent een constante (vast getal). Bij spreken we van een exponentieel verband.

**15 a.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | door (0, 0) | door (–1, –1) | door (1, 1) | door (–1, 1) |
|  | ja | nee | ja | ja |
|  | ja | ja | ja | nee |
|  | ja | nee | ja | ja |
|  | ja | ja | ja | nee |
|  | ja | nee | ja | ja |

**b.** Ja, beide beweringen zijn waar.

**c.** Als de exponent *p* oneven is, geldt altijd dat de grafiek door *(–1, -1), (0, 0)* en *(1, 1)* gaat en toenemend stijgend is voor *x > 0* en afnemend stijgend voor *x < 0*.

**16 a.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | door (–1, 1) | door (–1, –1) | door (1, 1) | afnemend dalend voor *x* > 0 |
|  | nee | ja | ja | ja |
|  | ja | nee | ja | ja |
|  | nee | ja | ja | ja |
|  | ja | nee | ja | ja |
|  | nee | ja | ja | ja |

**b.** Als de exponent *p* negatief en even is, geldt altijd dat de grafiek door *(–1,1)* en *(1, 1)* gaat en toenemend stijgend is voor *x < 0* en afnemend dalend voor *x > 0*.

**c.** Als de exponent *p* negatief en oneven is, geldt altijd dat de grafiek door *(–1, -1)* en *(1, 1)* gaat en toenemend dalend is voor *x < 0* en afnemend dalend voor *x > 0*.

**d.** Zie hierboven.

**17 a.** Als je voor de *x* in de vergelijking de *x*-waarden van de punten *A* en *E* invult en voor de *y* de *y*-waarden van de punten krijg je de twee gegeven vergelijkingen.

**b.** c = 0,5

**c.**   
 en   
 Intersect 🡪 X = 4  
Dus p = 4

**d.**

**18 a.** Als je voor de *x* in de vergelijking de *x*-waarden van de punten *A* en *E* invult en voor de *y* de *y*-waarden van de punten krijg je de twee gegeven vergelijkingen.

**b.** Als je in beide vergelijkingen linker- en rechterkant deelt door de macht, dan krijg je de twee ‘nieuwe’ vergelijkingen.

**c.**  en   
 Intersect 🡪 X = 3  
Dus *p = 3 🡪*  en dus

**19**

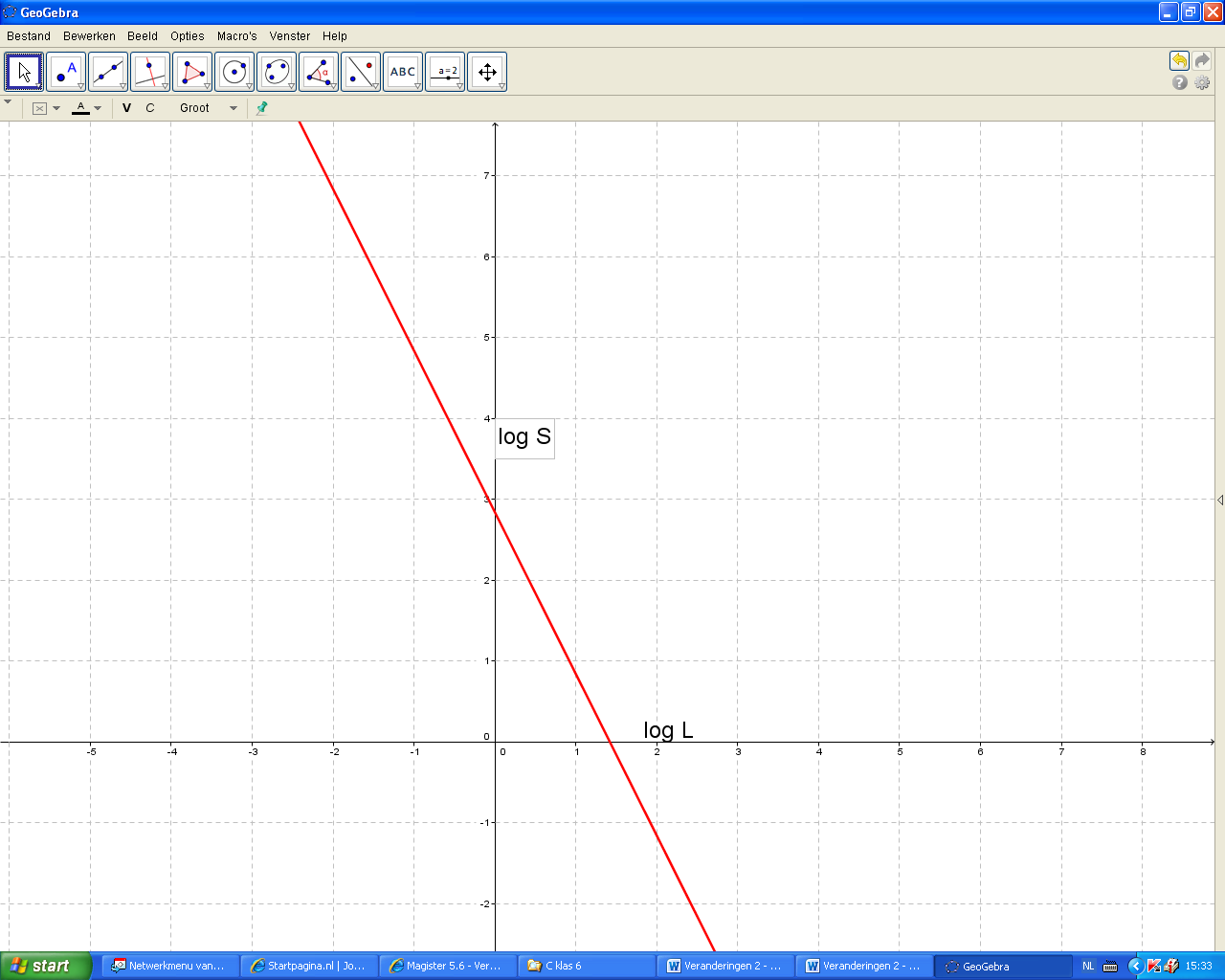
**20**

**21 a.** Je kunt de formule ook anders schrijven, namelijk als en dat is een machtsformule.

**b.** 10 cm 🡪 L = 0,10 🡪 S = 70000 en 50 cm 🡪 L = 0,50 🡪 S = 2800  
Dus 25 keer zoveel.

**22** ; er zijn dus 7977 diersoorten met een gewicht van 1,1 kg.  
; er zijn dus 8929 diersoorten met een lengte van 0,28 m.  
Het is dus mogelijk dat er 7000 diersoorten zijn die bij beide groepen horen, dus deze persoon heeft gelijk.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *L* | *S* |  |  |
| 0,1 | 70000 | -1 | 4,85 |
| 1 | 700 | 0 | 2,85 |
| 10 | 7 | 1 | 0,85 |
| 100 | 0,07 | 2 | -1,15 |

**23 b.**

**c.**

**24 a.**  keer zo intelligent

**b.**

**c.** Muis:   
Dolfijn:   
Mens:   
Walvis:   
Dus de muis zou het intelligentst zijn.

**25** **a.** Olifant, Nijlpaard, Dolfijn en Mens

**b.** Ongeveer 1300 gram

**26 a.**  gram

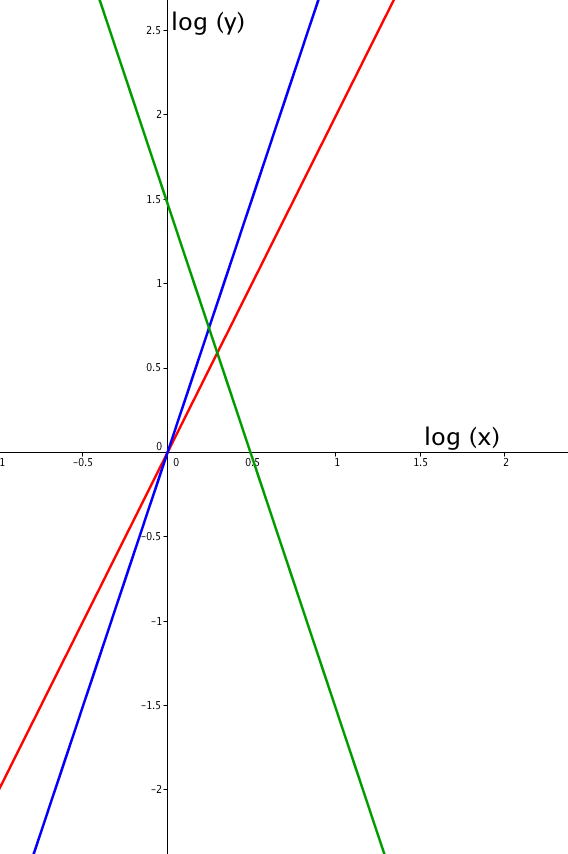
**b.** Omdat het werkelijke hersengewicht 1500 gram is ligt het punt boven de trendlijn.

**c.** 1500 – 204 = 1296 gram

**27 a.**  gram

**b.**  kilogram

**c.**

**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 10 | 20 |
|  | 1 | 100 | 400 |
|  | 1 | 1000 | 8000 |
|  | 30 | 0,03 | 0,00375 |

**28** **a.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 1,3 |
|  | 0 | 2 | 2,602 |
|  | 0 | 3 | 3,903 |
|  | 1,477 | -1,523 | -2,426 |

**b.**

**c.**

**d.** Alle drie een rechte lijn (na herschaling)

**29 a.**  bij beide verbanden, en

**b.** Zie GR

**c.** Tussen 0,485 en 3,212 (of een ander interval tussen beide genoemde getallen)

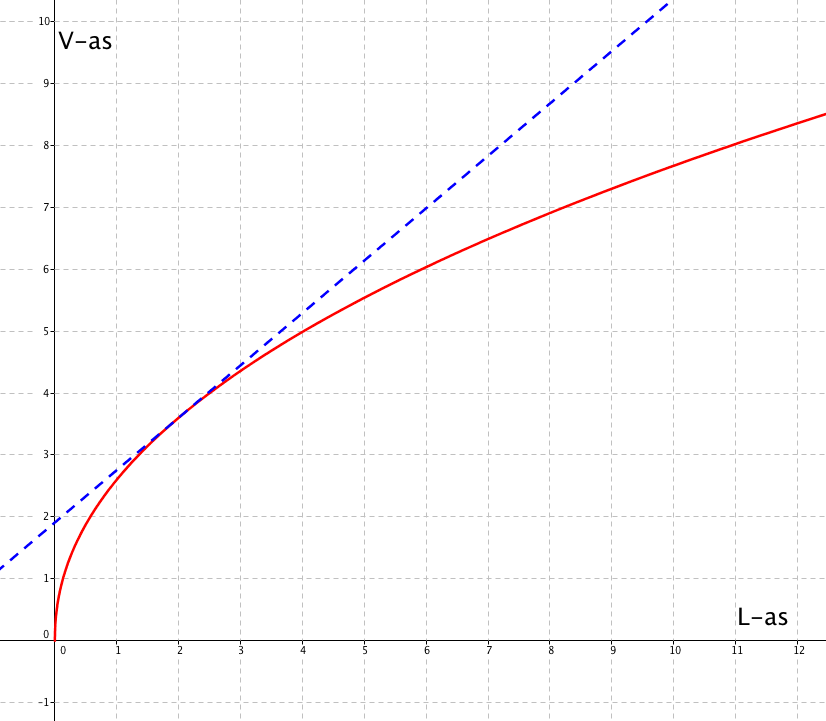
**d.** Tussen 0 en 0,485 èn rechts van 3,212

**e.** Helling van voor x = 2 is 4  
Helling van voor x = 2 is 2,77

**30 a.**   
 , dus ongeveer 26 % langer

**b.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *V* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| *L* | 0 | 2,6 | 3,60 | 4,36 | 4,99 | 5,54 | 6,04 | 6,49 | 6,91 | 7,30 | 7,67 |

** c.**

**d.** Aflezen dat de raaklijn door *(0, 2)* en *(6, 7)* gaat, dus de helling is ongeveer

**e.** Dit betekent dat als er 2 liter water in de vissenkom zit de lengte van de goudvis toeneemt met 0,846 centimeter per liter.

**f.** Als *r* toeneemt van *10* tot *30*, dan neemt *V* toe met 17,67 – 3,53 = 14,14  
Dus als *r* met *1* toeneemt, neemt *V* toe met .  
Dat betekent dat a = 0,71.  
We kunnen *V* dus schrijven als   
Als we voor *r* de waarde 10 invullen in de formule moet *V* gelijk zijn aan 3,53.  
Dus:

**31 a**.

**b**. ‘Hoogste’ plus aflezen: *(52, 610)* (of )  
Dus een afwijking van 610000 – 490756 = 119244 euro (of 129059 euro)  
En dat is (of )

**c.** Bij het plusteken van 20 woningen is de afstand tot de grafiek net even groot als bij het vorige punt. Dat betekent dat de afwijking van het berekende aantal even groot is bij 20 woningen als bij 52 woningen. Maar omdat de berekende kosten bij 20 woningen veel lager zijn dan bij 52 woningen is de procentuele afwijking bij 20 woningen veel groter dan bij 52 woningen.

**d**. De helling bij *x =* 20is ongeveer 7,91 (of *7,75*).  
Dat betekent dat bij 20 woningen de toename van de kosten 7910 (of 7750) euro per woning bedraagt.

**e**.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | *B* |  |  |
| 1 | 0,4 | 0 | -0,398 |
| 20 | 87,885 | 1,301 | 1,944 |
| 40 | 306,033 | 1,602 | 2,486 |
| 60 | 634,939 | 1,778 | 2,803 |
| 80 | 1065,668 | 1,903 | 3,028 |

**32 a.**   
Verticale lijn trekken door 1,813 en kijken waar deze lijn de getekende lijn snijdt.  
Door het snijpunt een horizontale lijn tekenen en aflezen waar deze de verticale as snijdt. Dat is ongeveer bij 0,11.  
Dus het gewicht is ongeveer 1,3 gram

**b.**  gram

**c.**   
 Intersect 🡪 X = 59,48  
Dus vanaf 60 mm

**Paragraaf 10: Rijen**

**1**. Omdat alle getallen uit de eerste rij die van de tweede rij een handdruk geven, moeten er wel evenveel getallen in de eerste rij als in de tweede rij zijn en zijn de rijen dus ook even lang.  
Een mogelijk verband:

**2 a**. 4e rij: ieder getal is de som van de twee getallen die daarvoor in de rij staan  
5e rij: 1, 1 + 2, 1 + 2 + 3, 1 + 2 + 3 + 4, …  
6e rij: ieder getal is het dubbele van het voorafgaande getal  
7e rij:

**b.** 6e rij:  
7e rij:

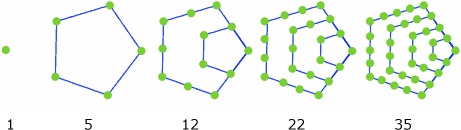
**3 Opgave ontbreekt**

**4** 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55

**5** Bijvoorbeeld:

**6 a.** Je kunt de waarde van elke term *direct* uitrekenen zonder dat je eerst alle voorgaande termen in de rij hoeft te berekenen/kennen.

**b.**



**7 a.** 1 + 4 + 7 + 10 + 13 = 35

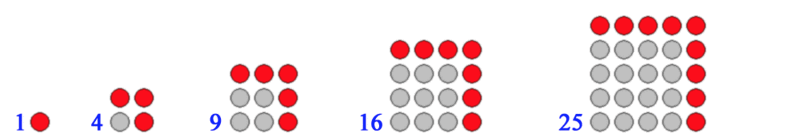
**b.** Bijvoorbeeld:

**c.**

**d.** Vraag je docent hoe je de formule op jouw rekenmachine kunt invoeren.

**e.** *590*

**f.** Vanaf het *82e* rangnummer.



**8 a.** 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25

**b.** *u(n) = n2*

**c.** *v(n) = 2n - 1*

**9 a.** Steeds *7* erbij optellen

**b.**

**c.** Steeds vermenigvuldigen met -1

**d**. Steeds 7 ervan aftrekken

**10 a.**

**b.**

**Paragraaf 11: Recursieve formules**

**1.** 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28 handen

**2 a.** Als er nog maar één persoon is kan die geen handen schudden.

**b.** Als de ne persoon binnenkomt zal deze de handen van de n – 1 andere personen moeten schudden. Er waren al u(n - 1) handen geschud, dus nu u(n - 1) + n - 1

**c.** u(9) = u(8) + 9 – 1 = 28 + 8 = 36 (zie opgave 1 voor u(8))

**3 a.** Door de omtrek van de voorgaande letter door *2* te delen.

**b.**

**4 a.** Door de oppervlakte van de vorige letter door 22 = 4 te delen.

**b.**

**5 a.** 8, 6, 2, -6, -22, -54, …

**b.** 3, 7, 47, 2207, 4870847, 2,37 \* 1013, …  
4, 4, 4, 4, 4, 4, …

**6 a.** Rij a(n): 1, 4, 7, 10, …  
Rij b(n): 1, 4, 7, 10, …  
Beide rijen leveren dezelfde termen op.

**b.** Nee

**7**

**8** De formule is gegeven. In deze formule gaan we de *n* vervangen door n + 1.  
Je krijgt dan:

**9** 6e lid: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15  
100e lid: 1 + 2 + … + 98 + 99 = 4950

**10 a.** u(15) = 10681152342

**b.** v(15) = -14,9987  
w(15) = 15294,33

**11 a.** *P(1) = 43, P(2) = 47, P(3) = 53, P(4) = 61, P(5) = 71, P(6) = 83*

**b.** *P(41) = 1763 = 41 \* 43*. Dus de 41e term is geen priemgetal.

**12 a.**

**b.** Om een volgende getal uit de rij te vinden moet je de twee voorgaande getallen bij elkaar optellen  
…, 34, 55, 89, 144, …

**13** …, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, 17711, …

**14** Zie opgave 13

**15 a.**  met

**b.**

**c.** 1, 1 \* 2, 1 \* 2 \* 3, 1 \* 2 \* 3 \* 4, …

**d.**479001600

**16**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Directe formule | Eerste vijf termen in rijnotatie | Recursieve formule |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**Paragraaf 12: Rijen bij lineaire verbanden**

**1 a.** Er komt steeds 2 bij.

**b.** Je kunt het berekenen door 9 + 2 = 11.

**c.** De figuur bestaat uit 20 haken.

**d.** De 13e haak: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, **25**  
De 20e haak: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, **39**

**e.** Je kunt ook kijken naar de oppervlaktes van de totale figuur (een vierkant) en dan de oppervlaktes van elkaar aftrekken, dus bijvoorbeeld 62 – 52 = 36 – 25 = 11.

**f.** Oppervlakte van de ne haak: 2n - 1

**g.** 196 = 142, dus de figuur bestaat uit 14 haken.  
De grootste haak heeft een oppervlakte van 2 \* 14 – 1 = 27

**2**   
Als je de haakjes wegwerkt krijg je en dat lijkt erg op een lineair verband.

**3**

**4**

**5 a.**

**b.**

**c.**

# 6 a.

# b.

# c.

# d.

# e.

# 7

**8 a.** 294 – 216 = 78 zitplaatsen meer als we 34 – 21 = 13 ringen omhoog gaan. Dat betekent dat er per ring 6 plaatsen bijkomen.   
In de eerste ring heb je dus 216 – 20 \* 6 = 96 zitplaatsen.

**b.**

**9 a.** Nee, want je weet niet hoe je aan de 3e term moet komen.

**b.**

**c.** 8; 12; 18; 27; 40,5; 60,75; …  
Of: 8, 12 ,17, 23, 30, 38, …

**10 a.** In elke volgende ring komen er steeds 6 ringen bij.   
In de 40e ring zitten dus *40 \* 6 = 240* cirkels.

**b.**

**c.** De rij is *12 , 24, 36, 48, …*

**d.**

**Paragraaf 13: Rijen bij een exponentieel verband**

**1 a.**  , …

**b.**

**c.** De paradox van Zeno.

**2 a**. Bijvoorbeeld: 63 \* 1,618 = 101, 934 🡪 102

**b.** Bijvoorbeeld: 165 = 102 + 63

**3** Bijvoorbeeld: 126 \* 1,618 = 203,868 🡪 204  
Bijvoorbeeld: 330 = 204 + 126

**4**  r(0) = 3, r(14) = 2959  
b(0) = 7, b(13) = 3658, b(14) = 5919

**5 a.** 6, 30, 150, 750, 3750, …

**b.** Bij een exponentieel verband met je tekens met hetzelfde getal vermenigvuldigen en dat moet bij deze rij ook.

**6** In de rij van Mulisch vermenigvuldig je telkens met .

**7 a.**

**b.**  of

**8 a.**

**b.**

**9 a.** De rijen *A, F, G* en *H.*

**b/c.** A: en   
F: en   
G: en   
H: en

**d.** A: F:   
G:   
H:

**10** , , , , …  
Er wordt niet steeds met hetzelfde getal vermenigvuldigd, dus geen meetkundige rij.

**11 a.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Term | *f*(1) | *f*(2) | *f*(3) | *f*(4) | *f*(5) | *f*(6) | *f*(7) | *f*(8) | *f*(9) | *f*(10) | *f*(11) | f(12) |
| Waarde | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 | 89 | 144 |
| Verhouding |  | 1:1=1 | 2:1=2 | 3:2=1,5 | 1,667 | 1,600 | 1,625 | 1,615 | 1,619 | 1,618 | 1,618 | 1,618 |

**b.** De waarde van de verhoudingen nadert steeds dichter de waarde van φ.

**12 a.** Na 1 jaar: 1000 \* 1,025 = 1025 euro  
Na 2 jaar: 1025 \* 1,025 = 1050,63 euro of 1000 \* 1,025 \* 1,025 = 1050,63 euro

**b.**

**c.**

**d.**

**13** De groeifactor is

**Herhalingsopgaven rijen**

**1 a.** Als je kijkt naar de afmetingen van de opeenvolgende rechthoeken dan zie je het volgende: 1 bij 2, 2 bij 3, 3 bij 4, 4 bij 5, 5 bij 6  
De rechthoeken die je nog moet tekenen hebben dus de afmetingen 6 bij 7 en 7 bij 8.

**b.** 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110, …

**c.**

**2 a.** *7*vrouwen, *49* zakken, *343* katten, *2401* kittens. Telkens het vorige aantal maal 7.

**b.** *7 + 49 + 343 + 2401 = 2800*

**c.** *7 + 49 + 343 + 2401 + 16807 + 117649 = 137256*

**3 a.** 1 jaar later:   
2 jaar later:

**b.**

**c.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 3000 | 3150 | 3285 | 3406 | 3515 | 3614 | 3702 | 3782 | 3854 | 3918 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 3976 | 4029 | 4076 | 4118 | 4156 | 4191 | 4222 | 4249 | 4274 | 4297 |

N.B.: De grafiek bestaat uit 21 punten (en dus geen lijn door die punten).

**d/e.** Op den duur staan er 4500 bomen op zijn perceel. Maak hierbij gebruik van de tabelfunctie op je GR.

**4 a.** 0,5is de groeifactor die hoort bij een afname met 50% van de actieve bestanddelen van het al ingenomen medicijn. 5 is de hoeveelheid actieve bestanddelen die je elke 24 uur inneemt.

**b.** Zie GR

**c.** Op den duurwordt de hoeveelheid medicijn 10 mg

**5 a.** Bij het begin:   
Na 1 week:

**b.** Groeifactor is 1,81

**c.**

**d.** ??

**e.** en dus het verschil is ongeveer 6,29.