# Logisch redeneren in Omega

## Diagrammen

We nemen je mee naar een virtuele wereld: Omega. Om je staande te kunnen houden in deze wereld moet je goed op de hoogte zijn van de verschillende ‘soorten’ wezens en hun eigenschappen. Wat voor wezen jouw ‘alter-ego’ (of zo je wilt *Avatar*) is kom je pas op den duur te weten. Ook wordt pas op den duur duidelijk welke ‘soorten’ elkaar uitsluiten (denk aan mannen en vrouwen) en welke elkaar kunnen overlappen (denk aan blondines en bruinogigen).

Omdat de namen van verschillende ‘soorten’ geen houvast geven (Alfanen, Betanen, Nuen, Tauen, en nog veel meer) moet je afgaan op informatie van de handleiding (maar die is erg summier), en proberen via logisch redeneren verder te komen. Als het goed is ken je aan het einde Omega op je duimpje.

In de handleiding staat o.a. het volgende:

 *Alfaan* per definitie iedereen die hulpvaardig is.

 *Betaan* per definitie iedereen die technisch is.

 *Deltanen* zijn wispelturige wezens

1. **Alle *Alfanen* zijn (ook) technisch**
2. **Geen enkele *Deltaan* is technisch**
3. Je ontmoet in Omega een *Alfaan*. Ga na wat je weet van dit wezen.
4. Zelfde vraag over een *Deltaan*.

Om vragen als bovenstaande wat makkelijker te beantwoorden zijn er een aantal hulpmiddelen. We bespreken er twee.

* Je kunt proberen een vergelijking te maken met jouw bekende groepen. De *Alfanen* zijn dan te vergelijken met de leerlingen van jouw klas (of groep), en de *Betanen* met de leerlingen van jouw school. De *Deltanen* zijn dan leerlingen van een andere school.
* Je probeert de situatie in beeld te brengen. Dat kan bijvoorbeeld met de volgende *Eulerdiagrammen:*

 **B** D

1. Ga na welke van de volgende uitspraken logisch volgen uit de handleiding:
	1. Elke *Betaan* is een *Alfaan*
	2. Een *Deltaan* kan nooit een *Alfaan* zijn
	3. Geen enkele *Alfaan* is een *Deltaan*
	4. Alle *Betanen* zijn hulpvaardig
	5. Alle *Alfanen* zijn technisch
	6. Geen enkele *Betaan* is wispelturig

Om de laatste vraag te kunnen beantwoorden moeten we weten of er nog andere groepen of individuen zijn die wispelturig zijn. Of zijn de Deltanen de enige? We laten dit nog even in het midden, maar geven de wispelturigen een naam: *Muten*

*Muut* per definitie iemand die wispelturig is.

Om dat we niet weten of er ook *Muten* zijn die geen *Deltaan* zijn, gebruiken we een wat aangepast diagram: een *Venndiagram*.

Bij een **Venndiagram** overlappen de gebieden elkaar altijd

Zoals je ziet zijn er **ogenschijnlijk** vier mogelijkheden:

* Een wezen is een *Muut*, maar geen *Deltaan*
* Een wezen is *Muut* en (tegelijk) *Deltaan*
* Een wezen is *Deltaan* , maar geen *Muut*
* Een wezen is geen van beiden.

Het is handig om notaties en woorden te kennen. Deze zijn ontleend aan de *verzamelingentheorie*

* M ∩ D de **doorsnede** van M en D, bestaat uit alle wezen die tegelijk *Muut* zijn en *Deltaan*
* M \ D M **behalve (min)** D bestaat uit alle wezen die *Muut* zijn, maar geen *Deltaan*
* D \ M D **behalve (min)** M bestaat uit alle wezen die *Deltaan* zijn, maar geen *Muut*.
* M U D de **vereniging** van M en D, bestaat uit alle wezens die *Muut* zijn of *Deltaan* (of eventueel beide)
* Mc het **complement** van M bestaat uit alle wezens die geen *Muut* zijn
1. Ga in het Venn-diagram na welke gebieden bij bovenstaande omschrijvingen horen.

We gaan de *Betanen* toevoegen aan het Venndiagram.

Er zijn nu maar liefst 8 gebieden te onderscheiden:

1. M ∩ B ∩ D
2. M ∩ B \ D
3. M ∩ D \ B
4. B ∩ D \ M
5. M \ (B U D)
6. D \ (B U M)
7. B \ (M U D)
8. (B U D U M)c
9. Neem de tekening over, en zet de getallen op de juiste plek.

* 1. Alle *Deltanen* zijn wispelturig, dus *Muut*. Dat betekent dat een deel van het Venn-diagram leeg is. Welk deel is dat ?
	2. Een ervaren en betrouwbare bezoeker van Omega weet te melden dat hij een *Betaan*  kent die *wispelturig* is***.*** Van welk gebied weet je nu iets meer ?
1. **Er is (minstens) één wispelturige Betaan**
2. Gebruik alles wat je weet over de groepen om aan te geven welke gebieden
* Zeker leeg zijn (zet daar een - teken)
* Zeker niet leeg zijn (zet daar een + teken)
* Misschien wel, maar misschien ook niet leeg zijn. Zet daar een ? teken
1. Maak een (Euler)diagram dat duidelijk aangeeft hoe de situatie is
2. Ga bij de volgende uitspraken na of ze logisch volgen uit wat je weet. Als dat niet het geval is, kijk dan of je door een kleine aanpassing kunt zorgen dat het wel zeker is
	1. De *Muut* die ook *Alfaan* is, is zeker geen *Deltaan*
	2. Alle *Muten* die geen *Deltaan*  zijn, moeten *Betaan* zijn
	3. Al iemand wispelturig is moet het een *Deltaan* zijn of een *Betaan*
	4. Als een *Betaan* wispelturig is moet het een *Alfaan* zijn.

In de handleiding worden nog veel meer groepen onderscheiden

 *Epsiloner* per definitie lastig te benaderen

 *Fisten* per definitiefilosofisch aangelegd

 *Gamma’s* per definitie kleurrijk

1. **Alle Fisten zijn lastig te benaderen**
2. **Sommig Fisten zijn kleurrrijk**
3. Teken een (Euler- of Venn)diagram dat duidelijk aangeeft hoe de situatie is.
4. Schrijf twee uitspraken op die logisch volgen uit deze (nieuwe) gegevens,
5. Ga na of de volgende conclusies juist zijn:
	1. Sommige *Gamma’*s zijn lastig te benaderen
	2. Als je geen *Fist* bent kun je ook geen *Gamma* zijn
	3. Iemand die niet lastig te benaderen is kan geen *Fist* zin
	4. Als je *Gamma* bent maar geen *Fist*, ben je je niet moeilijk te benaderen.

Nieuwe informatie:

1. **Geen enkele Alfaan , Betaan of Deltaan is lastig te benaderen**
2. **Alle Muten zijn kleurrijk**

Dat een bepaald gebied’ leeg is wordt ook wel genoteerd met behulp van ∅ [de **lege** verzameling]

Bijvoorbeeld : A ∩ E =∅ Je kunt dit ook gebruiken om aan te geven dat een verzameling zeker niet leeg is: M ∩ D ≠∅

1. Schrijf op deze manier nog een paar juiste beweringen op.
2. Maak een zo duidelijk mogelijk diagram voor A, B, D,M , E, F, G
3. Ga na of de volgende conclusies juist zijn:
	1. Geen enkele Alfaan is filosofisch aangelegd
	2. Alle Deltanen zijn kleurrijk
	3. Deltanen kunnen filosofisch aangelegd zijn
	4. Alfanen zijn niet kleurrijk

## Redeneringen noteren

We hebben tot nu toe kennis gemaakt met de volgende groepen:

* ***A****lfanen* zijn allen zeer hulpvaardig, maar hebben soms weinig tijd
* ***B****etanen* zijn allemaal technisch
* ***D****eltanen* zijn allemaal wispelturig
* ***E****psiloners* allemaal lastig te benaderen
* ***F****isten* beetje filosofisch aangelegd
* ***G****amma’s* zeer kleurrijk
* ***M****uten* per definitie alle wispelturige wezens

Gemakshalve geven we deze groepen aan met de eerste (hoofdletter) van de naam

Met de bijbehorende kleine letters geven we uitspraken aan:

* *a Dit wezen is een Alfaan*
* *b Dit wezen is een Betaan*
* *d*  enz.

Met *a 🡪 b* bedoelen we  *uit a volgt b*. Wat defitiger gezegd *a* **impliceert** *b*

 Dus als een wezen een *Alfaan* is weet je ook zeker dat het een *Betaan* is

 Dit is een juiste uitspraak, want in de spelregels staat dat alle *Alfanen*  *Betanen* zijn

1. Leg uit waarom: *b 🡪 a*  geen juiste uitspraak is
2. Ga na welke van de volgende conclusies juist zijn.
	1. *f 🡪 e*
	2. *d 🡪 m*
	3. *e 🡪 f*
	4. *f 🡪 g*

Om alle uitspraken die in de vorige paragraaf staan kort te noteren hebben we nog wat extra afspraken en symbolen nodig:

* ¬ *b Dit wezen is geen Betaan*
* *a* Λ *m Dit wezen is een Alfaan én ( tegelijk) een Muut*
* *a* V *m Dit wezen is een Alfaan of een Muut ( of beide)*
* ∃ *g Er is (tenminste) een wezen dat een Gamma is*
1. Noteer de volgende uitspraken met behulp van bovenstaande symbolen:
	1. Elke *Betaan* is een *Alfaan*
	2. Een *Deltaan* kan nooit een *Alfaan* zijn
	3. Geen enkele *Alfaan* is een *Deltaan*
	4. Alle *Betanen* zijn hulpvaardig
	5. Alle *Alfanen* zijn technisch
	6. Geen enkele *Betaan* is wispelturig
2. Streep de onjuiste beweringen door, of pas ze zo aan dat ze kloppen

Kijk nog eens naar de volgende twee beweringen

* Een *Deltaan* kan nooit een *Alfaan* zijn
* Geen enkele *Alfaan* is een *Deltaan*

Je kunt (bijv. met behulp van Eulerdiagram hiernaast) makkelijk nagaan dat beide beweringen waar zijn.

Ze zijn ook gelijkwaardig. Een derde manier om het zelfde te beweren is dat het onmogelijk is om(tegelijk) zowel *Afraan*  als *Deltaan* te zijn.

Een manier om dit kort te noteren is : ¬ (*a* Λ *d*)

De volgende uitspraken zijn dus **gelijkwaardig** :

* *a 🡪* ¬*d*
* *d 🡪 ¬a*
* ¬ (*a* Λ *d*)
1. Er is nog een uitspraak die gelijkwaardig is met bovenstaande drie. Ga na welke van de volgende twee dat is, en vooral waarom:
	* 1. ¬ *a* Λ ¬ *d*
		2. ¬ *a* V ¬ *d*
2. *x* is een of andere bewering; *y* een andere

Laat zien ( met een tekening of een redenering) dat de volgende uitspraken gelijkwaardig zijn.

* + 1. ¬ (*x* V *y*)
		2. ¬ *x* Λ ¬ *y*

Wanneer twee beweringen gelijkwaardig zijn wordt dat vaak genoteerd met een dubbele implicatie pijl

 *¬ (x* V *y)* **↔**  *¬ x* Λ *¬ y*

Ook hier kun je uitdrukkingen met haakjes vertalen in uitdrukking zonder haakjes, en omgekeerd. Het *haakje wegwerken* gaat wel iets anders dan bij 3·(*x*+*y*), maar doet er wel aan denken

In de negentiende eeuw is door *George Boole*  de basis gelegd voor de *Boole-algebra* waarbij je allerlei logische beweringen kunt herschrijven. Met behulp daarvan is het relatief eenvoudig om (met bijv een computerprogramma) na te gaan of een bewering logisch volgt uit de beschikbare gegevens.

1. Zoek nog (minstens) twee gelijkwaardige uitspraken en noteer ze met behulp van de dubbele implicatiepijl.
2. Vertaal de volgende uitspraken in “gewoon Nederlands” , en ga na of ze juist zijn.:
	1. ¬ *g* 🡪¬ *d*
	2. ¬ *e* 🡪¬ f
	3. *d* **↔**  (*g* Λ¬ e) *)*