Antwoorden Vorm en Ruimte herhaling

Verhoudingen

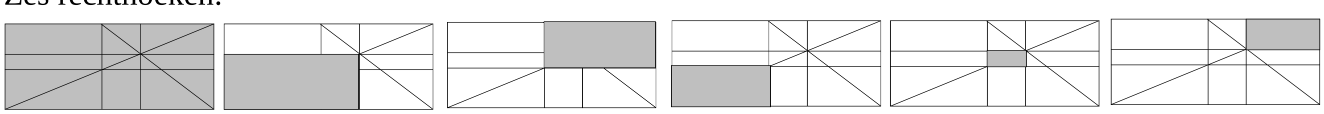
1. a. Tegenover elke 4 eenheden A staan 5 eenheden B en omgekeerd.
   b. 125 ; 80
   c. A bevat 800 exemplaren, B bevat 1000 exemplaren.
   d. $\frac{5}{4}x$; $\frac{4}{5}y$

2. a. 3 : 2
   b. De eerste rechthoek is $1\frac{1}{2}$ keer zo lang en $\frac{1}{2}$ zo breed als de tweede rechthoek, en heeft dus een $\frac{3}{4}$ keer zo grote oppervlakte. De verhouding van de oppervlaktes is 3 : 4.
   c. De eerste balk is $1\frac{1}{2}$ keer zo lang, $\frac{1}{2}$ zo breed en $2\frac{1}{2}$ keer zo hoog als de tweede balk, en heeft dus een $\frac{15}{8}$ keer zo grote inhoud. De verhouding van de inhouden is 15: 8.

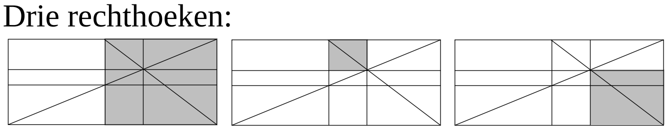
3. a. $\frac{2}{5} \times 3500 = 1400$
   b. 35 : 30 = 7 : 6 en 63 : ? is dezelfde verhouding. Dus ? = 54.
   c. Het aantal zakken is gelijk aan het aantal minuten. Dus 6 kangoeroes eten 100 zekken gras in 100 minuten.
   d. In bak A komt $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ van het water; in bak B komt de rest, dat is $\frac{3}{4}$. De verhouding is dus 1 : 3.

4. 15 bij 22,5
   pa bij *pb*
   b bij *cb*

5. Zes rechthoeken:



Drie rechthoeken:



6. Nee, want de plakjes zijn even hoog terwijl de grondvlakken dat niet zijn.
   (Je ziet trouwens meteen dat het bovenste stukje (een echte piramide) een andere vorm heeft dan de andere drie stukjes.)

7. a. Nee, want de lijn op halve hoogte heeft lengte 5. De evenwijdige zijden van de bovenste helft verhouden zich als 5 : 2 en die van de onderste helft als 8 : 5 en die verhoudigen zijn niet hetzelfde.
   b. Nu wel, want de lijn op hoogte 6 heeft lengte 4. Alle afmetingen van de bovenste helft zijn de helft van de afmetingen van de onderste helft.

8. a. $\alpha = 19°$, $\beta = 80°$
   b. 66 : 55 = 6 : 5
   c. $x = \frac{6}{5} \times 25 = 30$, $y = \frac{5}{6} \times 18 = 15$

9. Dat geldt niet. Voorbeeld: alle rechthoeken hebben gelijke hoeken (de hoeken zijn allemaal 90°), maar rechthoeken zijn (in het algemeen) niet gelijkvormig.

10. $\alpha = 57°$, $\beta = 100°$, $h = \frac{30}{24} \times 26 = 32\frac{1}{2}$, $x = \frac{24}{30} \times 50 = 40$

11. $\frac{112}{96} \times 21 = 24{,}5$ mm , $\frac{96}{112} \times 26 = 18$ mm

12. De linker driehoek is $\frac{3}{5}$ keer de hele driehoek en zijn ingeschreven cirkel heeft dus straal $\frac{3}{5}$.
De rechter driehoek is $\frac{4}{5}$ keer de hele driehoek en zijn ingeschreven cirkel heeft dus straal $\frac{4}{5}$.

13.a. 150 cm = 1,5 m.
   b. 400.000 cm = 4 km.

14.a. $\frac{9}{5{,}4} \times 4 \approx 6{,}7$ cm
   b. $\frac{5{,}4}{9} \times 6 = 3{,}6$ cm

15.a. 1 : 31890.000
   b. 8848 / 31890.000 m ≈ 0,028 cm

16.a. De breedtes van de vier figuren zijn 10, 22,4, 45 en 64 mm.
De cirkel is opgerekt met dec factoren $\frac{10}{45} \approx 0{,}22$, $\frac{22{,}4}{45} \approx 0{,}5$ en $\frac{66}{45} \approx 1{,}5$
   b. Dan wordt het een ellips; de verhouding van hoogte en breedte is 5 : 3.
Dan wordt het een ellips; de verhouding van hoogte en breedte is 1 : 0,96 = 25 : 24.

17. Zeg dat de korte zijde van een A5-vel x mm lang is.
Dan is een A5-vel dus x bij 210 en een A4-vel 210 bij $2x$.
Vanwege de gelijkvormigheid van A5 en A4 geldt: $\frac{210}{x} = \frac{2x}{210}$.
Dus $2x^2 = 210^2$. Dus $x \approx 148{,}5$ mm.

18. De oppervlakte van een A4-vel is $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \times 1 \text{ m}^2 = \frac{1}{16} \text{ m}^2 = 625 \text{ cm}^2$.
De oppervlakte van een An-vel is $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ m^2

19. Eén A4-vel weegt $\frac{1}{16} \cdot 80$ gram = 5 gram.
Het hele pak weegt 500 · 5 gram = 2500 gram = 2,5 kg.

20.a. Als het vierkant van 1 bij 1 er vanaf geknipt is, houd je een rechthoek van 1 bij $x - 1$ over.
$\frac{breedte}{lengte}$ is $\frac{1}{x}$ bij het hele vel en $\frac{x-1}{1}$ bij het overschot. Deze quotiënten zijn gelijk.
   b. Vermenigvuldig beide leden met x; dat geeft: $x^2 - x = 1$.
Trek van beide leden 1 af; dat geeft: $x^2 - x - 1 = 0$.
   c. Wortelformule: a = 1, b = -1, c = -1. $x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Of met kwadraatafsplitsen: $x^2 - x - 1 = 0$, dus $x^2 - x = 1$, dus $x^2 - x + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$,
dus $(x-\frac{1}{2})^2 = 1\frac{1}{4}$, dus $x-\frac{1}{2} = \pm\sqrt{1\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{5}$, dus $x = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{5}$
We moeten de positieve oplossing hebben, dus die met het plusteken.

21.a. $210 \cdot \phi = 210 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}) \approx 340$ mm
b. $210 / \phi = 210 / (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}) \approx 130$ mm

22. $3 \times 2 = 6$ keer zo groot

23. $3 \times 2 \times 1{,}5 = 9$ keer zo groot

24.a. $1 : (\frac{96}{112})^2 : (\frac{85}{112})^2 \approx 1 : 0{,}73 : 0{,}58 = 100 : 73 : 58$
b. $1 : (\frac{96}{112})^3 : (\frac{85}{112})^3 \approx 1 : 0{,}63 : 0{,}44 = 100 : 63 : 44$

25.a. Het kleine ijsje is ca. 10 mm hoog, het grote 85 mm.
Het grote ijsje heeft dus $(\frac{85}{10})^3 \approx 614$ keer zo grote inhoud. Merk op dat meetonnauwkeurigheden kunnen leiden toch antwoorden die nogal afwijken van dit antwoord.
b. $(\frac{85}{10})^2 \approx 72$ keer zo veel.

26. Die zou $(\frac{33}{1{,}8})^3 \cdot 80$ kg ≈ 492963 kg ≈ 493 ton wegen. Dat is iets zwaarder dan 440 ton.

27.a. De oppervlakte van de stip is evenredig met het aantal inwoners.
De grote stip heeft een 10 keer zo grote diameter en dus een 100 keer zo grote oppervlakte als de kleine stip. En het aantal inwoners dat de grote stip vertegenwoordigt is ook 100 keer zo groot.
b. 30 miljoen
c. Florida's stip heeft een diameter van 9 mm en California's stip 14 mm.
$(\frac{9}{14})^2 \cdot 30$ miljoen $\approx$12 à 13 miljoen.
d. De oppervlakte van Alaska's stip moet $\frac{0{,}7}{30} \approx 0{,}023$ keer zo groot zijn als die van California.
De diameter van Alaska's stip moet dus $\sqrt{0{,}023} \approx 0{,}153$ keer zo groot zijn.
$0{,}153 \cdot 14$ mm $\approx 2{,}1$ mm

28. Ik tel tien pilaren. Het bovenaanzicht is dus een regelmatige tienhoek.

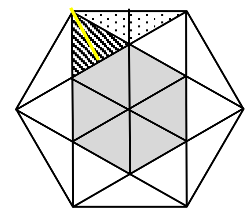
29.a. 180
5
900
$128\frac{5}{7}$
b. 4
$7 \cdot 4 / 2 = 14$ diagonalen
Twee verschillende lengtes: 7 korte en 7 lange diagonalen

30.a. Ook een regelmatige zevenpuntige ster; hiervan zijn de punten spitser.
b. Twee regelmatige zeshoeken door elkaar.
c. Een regelmatige elfpuntige ster.
d. Twee regelmatige vijftigpuntige sterren door elkaar.

31. $\phi^4 = (\phi^2)^2 = (\phi+1)^2 = \phi^2 + 2\phi + 1 = \phi + 1 + 2\phi + 1 = 3\phi + 2$

32.a. De zijden van de grote en kleine vijfhoek verhouden zich als $a : c = \phi^2 : 1 = 3\phi+2 : 1 \approx 6{,}85 : 1$

b. De grijze vijfhoek is dus het 1/6,85–de deel van de grote vijfhoek.
Dat is ongeveer 14,6%.



33.a. De gestreepte driehoek kan worden verdeeld in twee stukken en de gestippelde driehoek kan worden in twee dezelfde stukken! Zie plaatje.

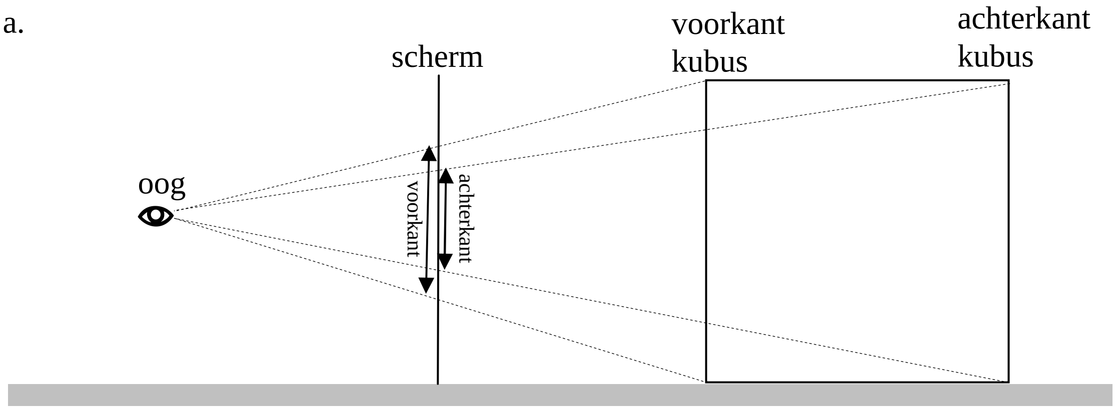
b. De grijze zeshoek kan worden verdeeld in 6 gestreepte driehoeken. Zie plaatje.

c. Het oppervlak buiten de grijze zeshoek telt 6 gestippelde driehoek en 6 gestreepte driehoeken.
De grijze zeshoek zelf telt 6 gesteepte driehoeken.
Alle achttien driehoeken zijn even groot.
Dus is de grijze zeshoek 1/3-deel van de hele zeshoek.
De oppervlaktes verhouden zich als 1 : 3.

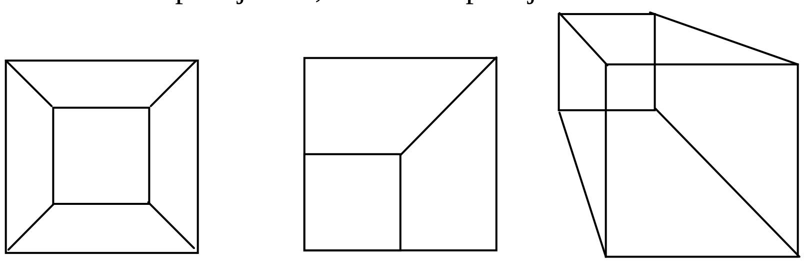
d. De zijden verhouden zich dus als $1 : \sqrt{3} \approx 1 : 1{,}73 = 100 : 173$

Perspectief

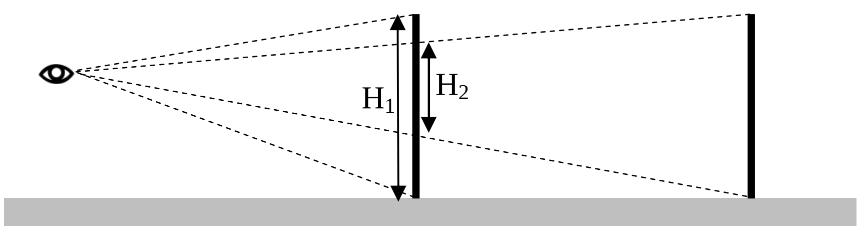
1. a.



   b. Die veranderen niet.
   c. Als het oog naar voren gaat, worden beide kleiner.
   d. De eerste drie plaatje wel, het vierde plaatje niet.
   e.



2. Ja:

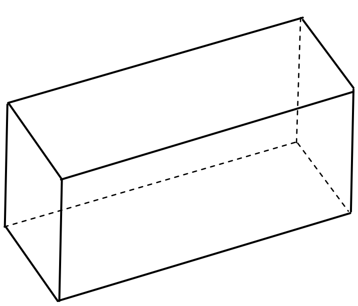


   $H_2 = ½ H_1$

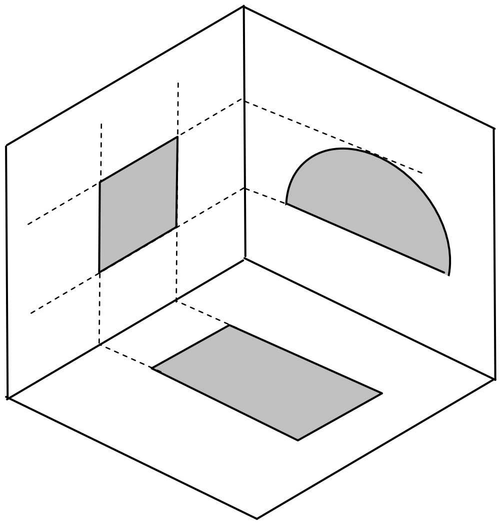
3. Centrale projectie

4. Als je de voorkant van de kubus als vierkant ziet, moet je er recht voor staan, en dan kun je de zijkant en bovenkant onmogelijk zien.

5.

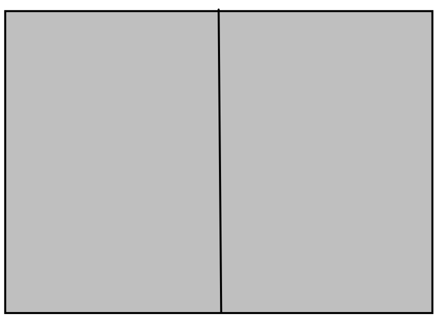


6.

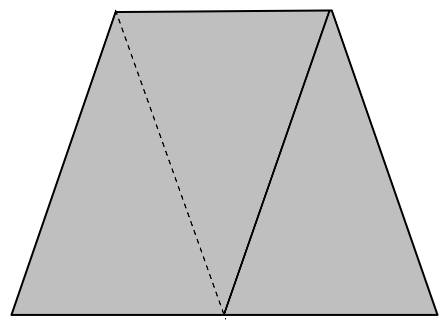


7. Links: centrale projectie , rechts: parallelprojectie

8. a.

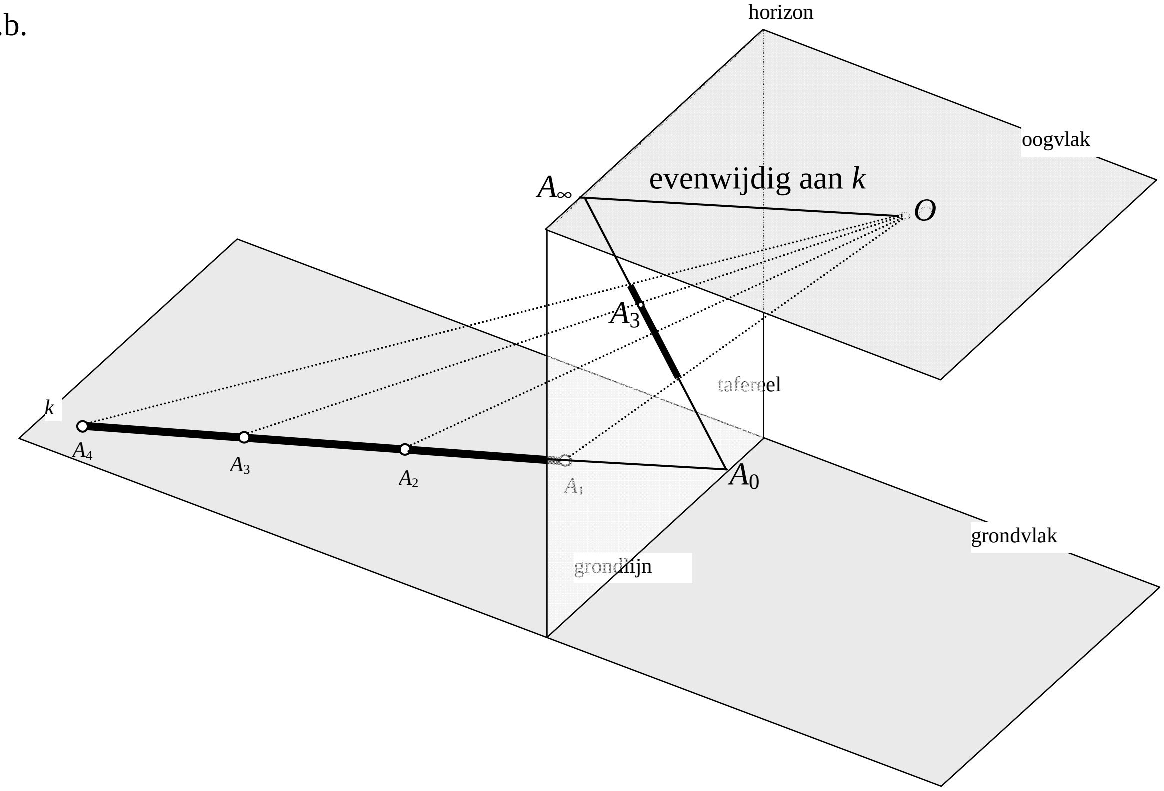


b.



(voor de zijde van het grondvlak heb ik 4 cm gekozen.)

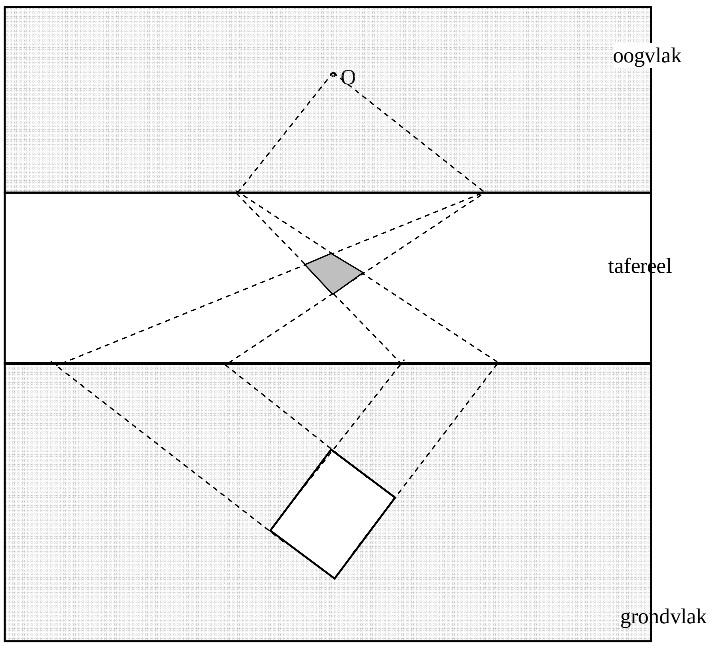
9. a.b.



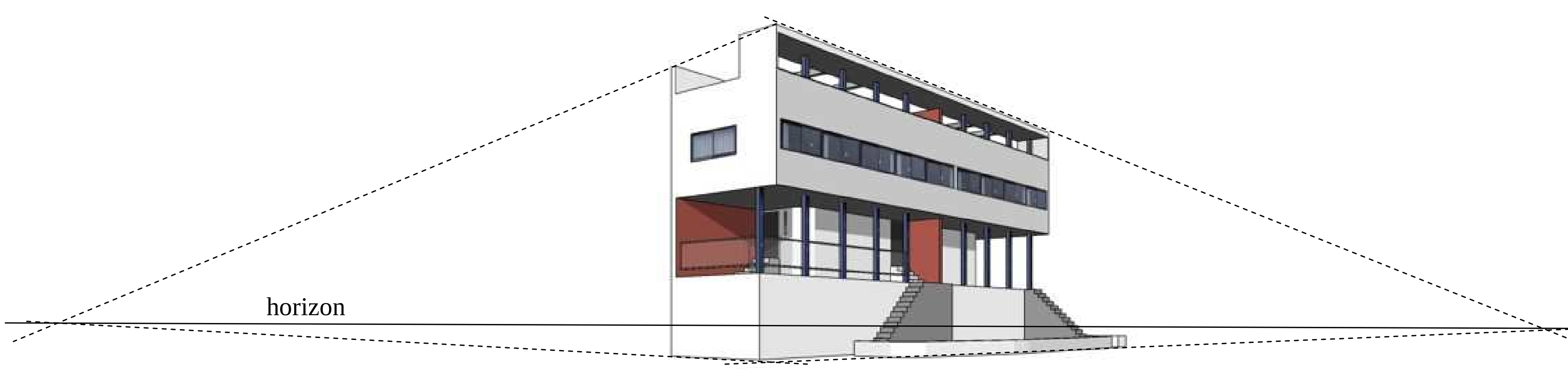
c. Het beeld van *k* is dan evenwijdig aan de grondlijn.
d. Die beelden swnijden elkaar op de horizon (ze hebben hetzelfde verdwijnpunt)
e. Dat ligt recht tegenover *O*.
f. Op de echte horizon liggen de punten die “oneindig” ver weg liggen (zo ver als je kunt kijken), in alle richtingen. De beelden van die punten komen op het tafereel op een lijn terecht, die daarom ook horizon genoemd wordt.

10.a. Oneindig lange lijnen die niet evenwijdig aan de horizon zijn moeten allemaal eindigen op de horizon. Dat doet de kortere lijn niet, dus die is fout getekend.
b. Die lopen in werkelijkheid uit elkaar.

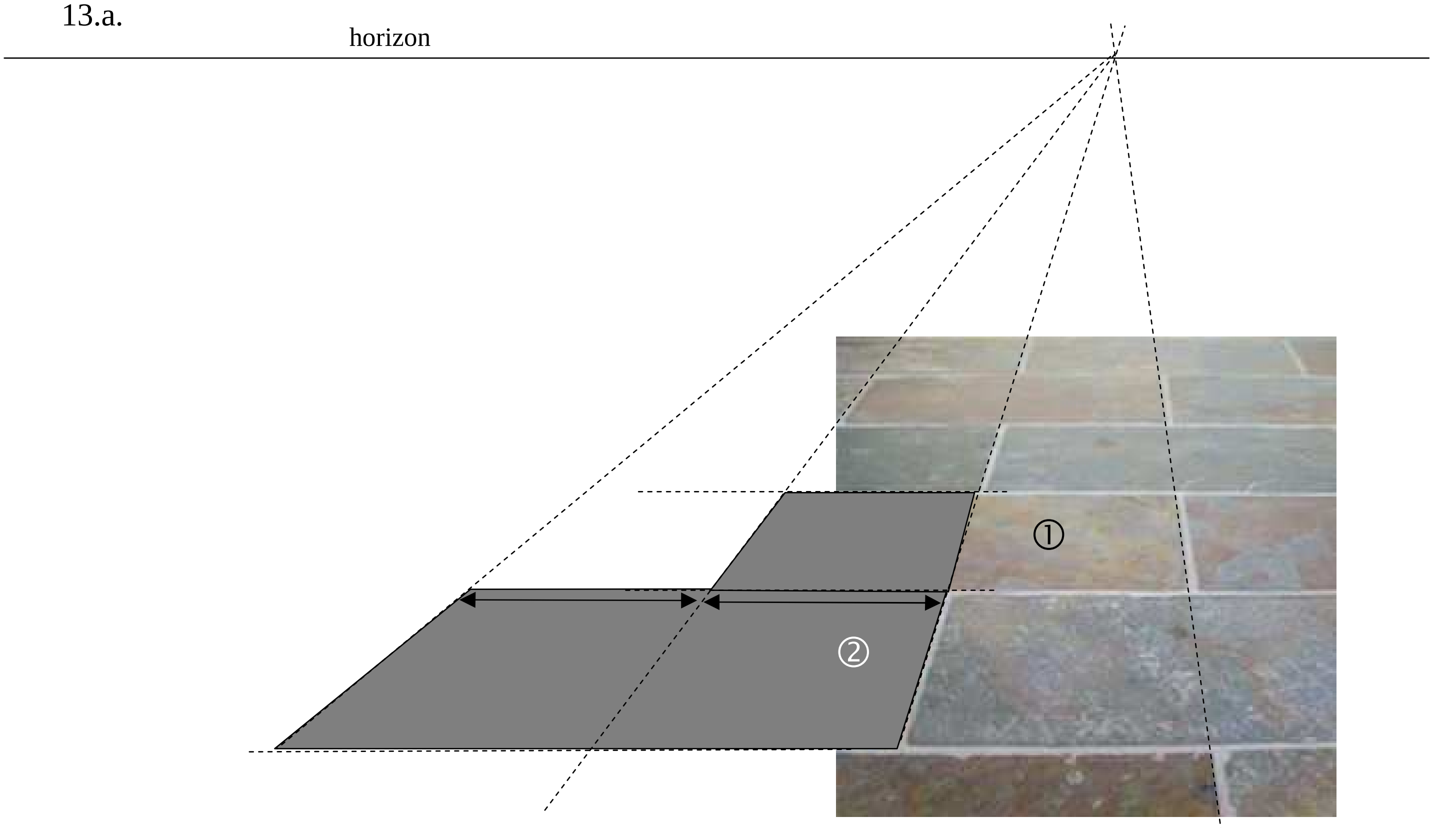
11.



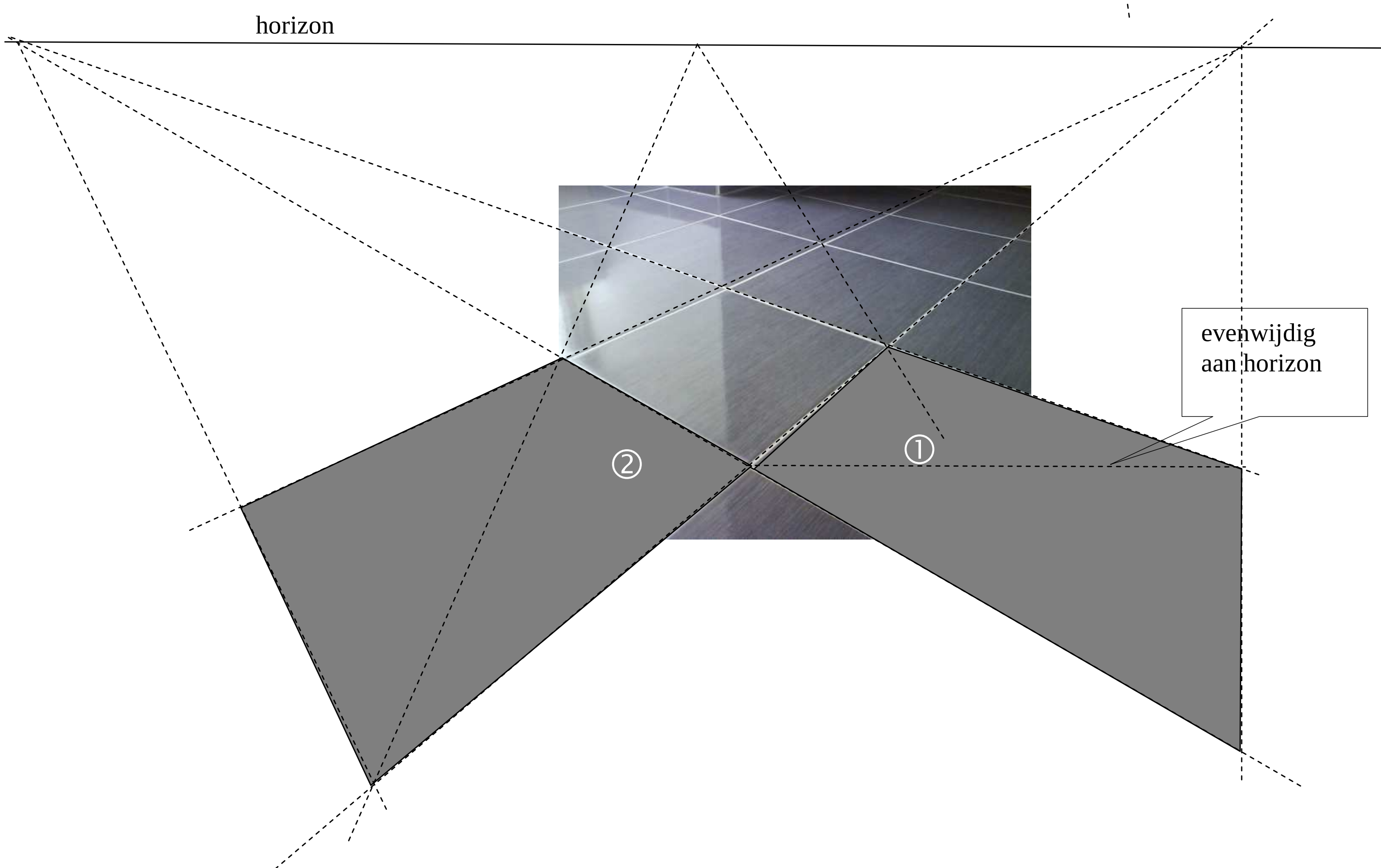
12



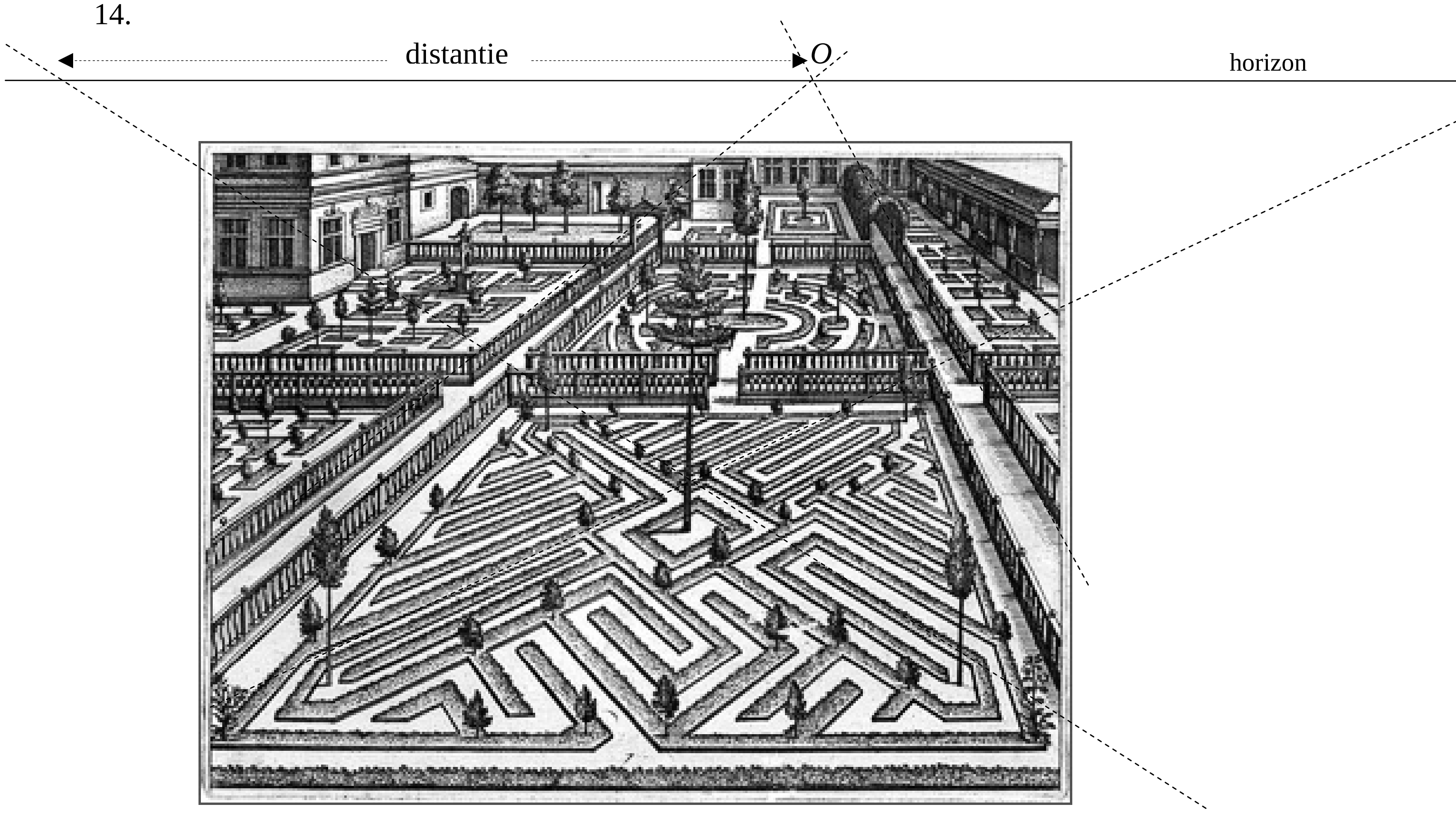
13.a.



b.



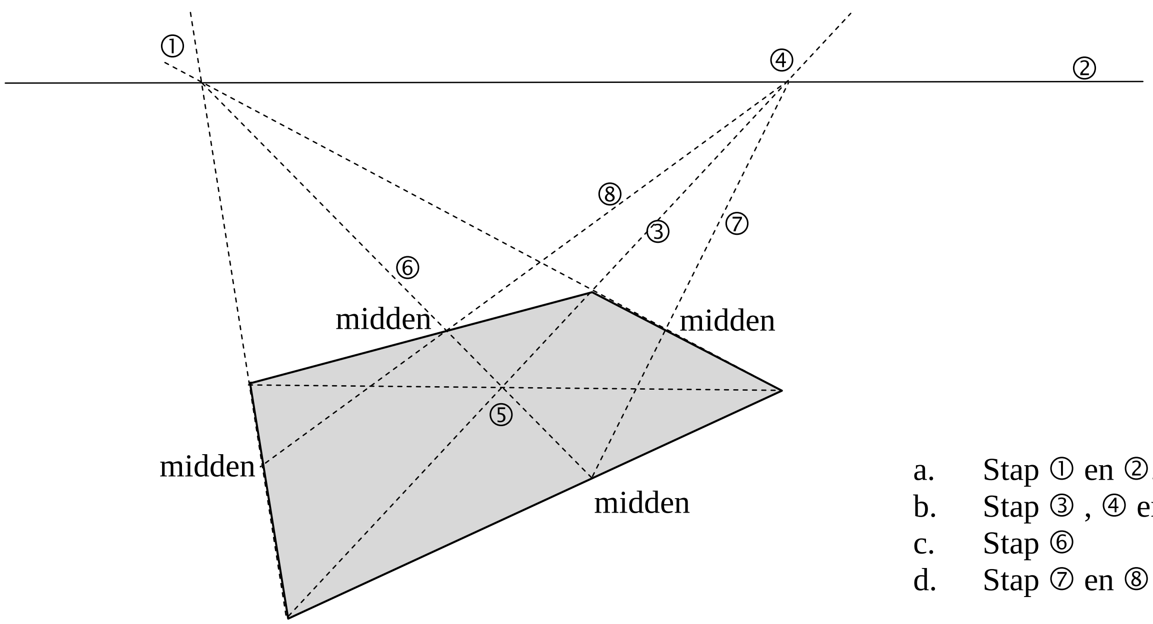
14.



Aangenomen dat het grote tuindeel op de voorgrond een vierkant is kan ik de distantie-punten vinden. De distantie is 10,3 cm. De prent moet dus bekeken worden met het oog 10,3 cm recht voor het oogpunt *O*.

15. Het oogpunt (het verdwijnpunt van de diagonalen) is in het plaatje al aangegeven (iets boven het midden van de prent). Zo ook de distantiepunten (de verdwijnpunten van de zijden van de vierkanten). De distantie is 6,5 cm. De prent moet dus bekeken worden met het oog 6,5 cm recht voor het oogpunt.

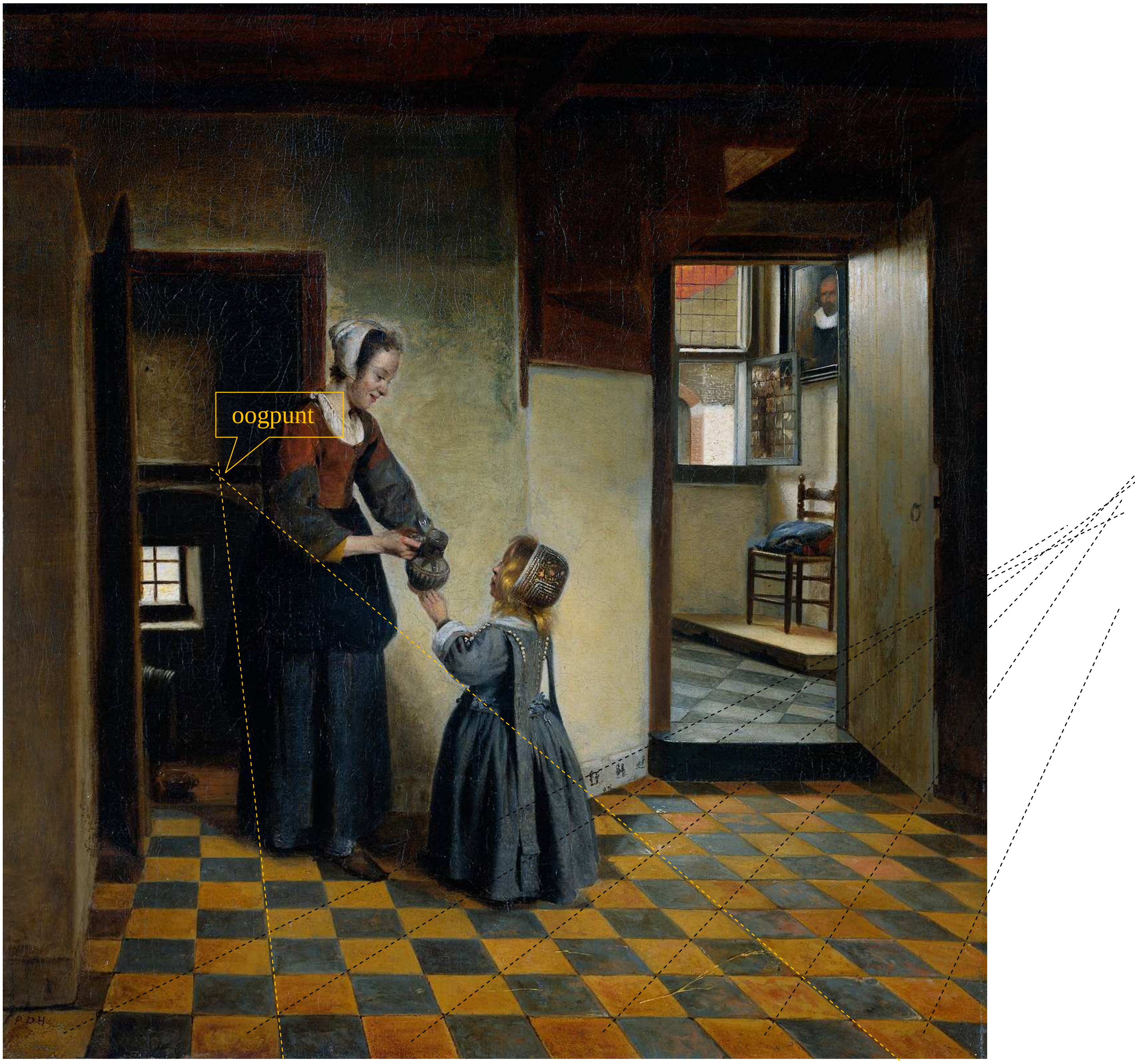
16.



a. Stap ① en ②.
b. Stap ③ , ④ en ⑤.
c. Stap ⑥
d. Stap ⑦ en ⑧

17a. Als de breedtes van de tegels in de opvolgende rijen de juiste verhouding hebben, dan moeten de diagonalen-naar-rechts van de tegels allemaal hetzelfde snijpunt hebben en ook de diagonalen-naar-links. En dat klopt niet helemaal..

c. Ongeveer 15 cm (de distantie), recht voor het oogpunt.



18.b. Met de diagonalen van de tegels bepaal ik het oogpunt en daarmee de hoogte van de horizon. Het oog van de schilder bevond zich iets onder de kin van de vrouw en is dus kleiner dan de gastvrouw (aangenomen dat de schilder staande schilderde.

c. De distantiepunten bepaal ik met behulp van de zijden van de tegels.+ Ze vallen buiten het papier, op ongeveer 14 cm van het oogpunt. De distantie is dus 14 cm.