

► **In verhouding**

1. Van duur naar goedkoop is het rijtje: ABCD
2. Prijs per blikje, of per 72 blikjes
3. Ja: A kosten 72 blikjes $18 \cdot 2,35 = € 42,30$ en bij D kost dat slechts € 26,50
4. Als 48 blikjes genoeg zijn, dan 2 keer aanbieding C: $2 \cdot 9,75 = € 19,50$
5. I: 6 liter voor 4,80 II: 6 liter voor $4 \cdot 1,22 = 4,88$ dus aanbieding III is het voordeligst
6. 72 blikjes inhoud = $72 \cdot 0,33 = 23,76 \approx 24$ liter kost € 26,50
24 liter in flessen kosten $4 \cdot 3,49 \approx 14$ € dus de flessen zijn veel goedkoper
7. ..
8. $^{489}/_{354} \cdot 3,15 = 4,35$ €
9. In het vakje rechtsonder staat f·g·a; kruisproduct $a \cdot (f \cdot g \cdot a) = a \cdot f \cdot g \cdot a = (f \cdot a) \cdot (g \cdot a)$
10. 3 vwo: $\frac{22795}{42669} \cdot 100\% \approx 53,45\%$ 6 vwo: $\frac{19683}{36131} \cdot 100\% \approx 54,5\%$
dus in vwo 6 relatief meer meisjes (maar het verschil is klein)

► **Verhoudingen en aandeel in het totaal**

11. $440 : 660 = 2 : 3$ (deel beide getallen door 220)
12. Laagste twee tonen kwint $2 : 3$ en hoogste twee tonen een kwart: $3 : 4$, geeft voor de drie tonen de verhouding $2 : 3 : 4$; de laagste en de hoogste toon verhouden zich dus $2 : 4 = 1 : 2$ ofwel een octaaf
13. lengte : breedte = $18 : 9 = 2 : 1$
grote rechthoek: $6 : 9 = 2 : 3$ kleine rechthoek: $3 : 9 = 1 : 3$
14. $13,5 : 21 = 21 : 42 = 1 : 2$
15. ..
16. $91,44 / 54,864 \approx 1,666667 \approx 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ dus $91,44 : 54,864 = 5 : 3$
17. $1920 : 1080 = 16 : 9$
18. $7,31 : 9,5 = 731 : 950 \approx 0,76947$ de verhouding $3 : 4$ komt dicht in de buurt...
(of $15 : 19 \approx 0,78947$)
19. $^{13}/_8$
20. Kies twee opeenvolgende getallen uit de rij van Fibonacci: 1-1-2-3-5-8-13-21-34-55-89
Onder de 100 is dat dus $^{89}/_{55}$ ($\approx 1,618618618\dots$)

► **Verhoudingen en aandeel in het totaal**

21. 1990/1991: $\frac{69100}{69900+69100} \cdot 100\% \approx 49,7\%$ 2009/2010: $\frac{88100}{88100+75800} \cdot 100\% \approx 53,8\%$
22. 1990/1991: $^{69100}/_{69900} \approx 0,99$ 2009/2010: $^{88100}/_{75800} \approx 1,16$
23. $53,8\% - 49,7\% = 4,1\% \approx 4\%$
24. $\frac{53,8\%}{49,7\%} = \frac{53,8}{49,7} = 1,08$ dus de toename is dan 8%
25. ..
26. $100\% - 83\% = 17\%$ is man; dus $\frac{\text{vrouwen/meisjes}}{\text{mannen/jongens}} = \frac{83}{17} \approx 4,9$ keer zoveel
27. $^{5}/_8 \cdot 100\% = 62,5\%$ (of afgerond 63%)
28. Nieuwe kans = $0,4 \cdot 1,20 = 0,48$ dus met 0,08 pp toegenomen (procentpunt)
29. Wel ziek: van 0,4% naar $0,4\% \cdot 0,65 = 0,26\%$ kans, dus 99,74% *niet* ziek
Dus *niet* ziek van 99,6% naar 99,74%; dat is een stijging van 0,14%
30. Bij een erg kleine kans, bijvoorbeeld van 1% naar 2%

► **Vaste verhouding, (recht) evenredig en gelijkvormigheid**

31. Aflezen: 50 € per 960 km, dus $50/960 \approx 0,052$ ofwel 5,2 ct per km
32. De lijn moet bij evenredigheid ook door de oorsprong gaan
33. $b = 3,6 \cdot \frac{a}{10} = 0,36 \cdot a$
34. Omdat de grafiek door (0, 0) gaat: $rc = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y\text{-coördinaat}}{x\text{-coördinaat}}$ van elk punt op de lijn
35. ..

36. Omtrek = $2\pi \cdot r$; neem straal 1 groter, dan omtrek = $2\pi \cdot (r + 1) = 2\pi \cdot r + 2\pi$ dus dan is de omtrek 2π groter geworden
37. Neem enkele getallenvoorbeelden:
 $d = 20$, dan omtrek = $20\pi \approx 62,83\dots$ cm; 1 cm eraf geeft omtrek $61,83\dots$ cm de diameter is dan $61,83\dots/\pi = 19,68$
 $d = 25$, dan omtrek = $25\pi \approx 78,54\dots$ cm; 1 cm eraf geeft omtrek $77,54\dots$ cm de diameter is dan $77,54\dots/\pi = 24,68$
 De diameter wordt dus 0,32 cm (dus ruim 3 mm) kleiner
38. Blauwe rhd: $2/5 = 0,4$
39. Rode rhd: $3/8 = 0,375$
40. In de plaatjes sluiten de twee schuine zijden niet precies aan, want de richtingscoëfficiënten zijn *niet* gelijk. In het bovenste plaatje zit een minimale knik naar beneden en in de onderste figuur een knik naar boven. Het 'gat' van de knik van de bovenste figuur heeft precies de oppervlakte van dat extra vierkantje.

► **Vaste verhouding keer op keer**

41. $10 \cdot 0,8^6 \approx 2,62$ cm
42. 12 kwinten: $1,5^{12} \approx 129,7$ en 7 octaven: $2^7 = 128$ dus het is bijna gelijk
43. $k^2 = 2$ dus $k = \sqrt{2}$ dus alle afstanden worden met $\sqrt{2}$ ($\approx 1,4$) vermenigvuldigd
44. ...
45. De factor is telkens ongelijk: $3/2 = 1,5$ – $5/3 \approx 1,67$ – $8/5 = 1,6$ – $13/8 = 1,625$
 $21/13 \approx 1,615$ – $34/21 \approx 1,619$ – $55/34 \approx 1,618$ – $89/55 \approx 1,618$
 De groeifactor wordt uiteindelijk vrijwel constant 1,618
46. $89 + 55 = 144$
47. $\varphi^{12} = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5})^{12} \approx 322$
48. $F_{13} = 144 + 89 = 233$ $\varphi^{13} = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5})^{13} \approx 521$
49. Neem $n = 13$: $F_{13} = c \cdot \varphi^{13}$ geeft $233 = c \cdot 521$ dus $c = 233/521 \approx 0,44721689\dots$
50. $F_{37} = 0,4472168906 \cdot \varphi^{37} = 0,472168906 \cdot 54018521 \approx 24.157.995$
 (Controle op de GR door ingeven rij van Fibonacci: $F_{37} = 24.157.817$, dus toch een afwijking van 178 ☹)

► **Evenredig met...**

51. $6^2 = 36$ keer zoveel verf
 rood: $36 \cdot 0,5 = 18$ liter; geel: $36 \cdot 0,4 = 14,4$ liter paars: $36 \cdot 0,4 = 14,4$ liter
 groen: $36 \cdot 0,3 = 10,8$ liter blauw: $36 \cdot 0,2 = 7,2$ liter
52. factor voor afmetingen = 1,5 dus oppervlakte raam gaat keer $1,5^2 = 2,25$ en dat is dus ruim 2 keer zo groot (dus er kan ook twee keer zoveel licht door)
53. $k^2 = 1,5$ dus $k = \sqrt{1,5} \approx 1,2247\dots$, dus de diameter is $90 \cdot 1,2247\dots \approx 110$ cm
54. ..
55. $V = c \cdot d^2$; wieken van 20 m, dus diameter is dan 40 m, invullen: $500 = c \cdot 40^2$
 dus $c = 500/1600 = 0,3125$
 Als de wieken 30 m zijn, dan is de diameter 60 m, dus $V = 0,3125 \cdot 60^2 = 1125$ kW
56. Als de afmetingen 3 keer zo groot zijn, dan is het gewicht $3^3 = 27$ keer zo groot;
 dus $m = 3,85 \cdot 27 = 103,95$ kg
57. $k = 0,7$ dus het gewicht wordt vermenigvuldigd met $0,7^3 = 0,343$
 $m = 3,85 \cdot 0,343 = 1,32$ kg
58. De tijd wordt vermenigvuldigd met factor $1/1,4 = 0,71$ dus 29% tijdsbesparing
59. $s_{\text{nieuw}} = 0,06 \cdot (10m)^{1,1} = 0,06 \cdot 10^{1,1} \cdot m^{1,1} = 10^{1,1} \cdot (0,06 \cdot m^{1,1}) \approx 12,6 \cdot s_{\text{oud}}$
 dus het skeletgewicht is 12,6 keer zo zwaar.
 Anders: met getallenvoorbeeld:
 $m = 1$ geeft $s = 0,06 \cdot 1^{1,1} = 0,06$ $m = 10$ geeft $s = 0,06 \cdot 10^{1,1} \approx 0,7553$
 dus s is dan $0,7553/0,06 \approx 12,6$ keer zo zwaar geworden

60. $0,8^{0,92} \approx 0,8144$ moet met een correctiefactor vermenigvuldigd worden om 1 te worden, dus de correctiefactor is dan $1/0,8144... \approx 1,23$ ofwel 23% erbij om te compenseren
 Anders: met een getallenvoorbeeld:
 echt 100: $m = 13,2 \cdot 100^{0,92} = 913,2$ foutief: 80: $m = 13,2 \cdot 80^{0,92} = 743,7$
 De correctiefactor is $913,2/743,7 \approx 1,23$ ofwel 23% erbij om te compenseren

► **Snelheid en tijd: toepassingen en valkuilen**

61. $200 / 25,36 \approx 7,886$ m/s $\approx 28,4$ km/uur
62. tijd = $2 \cdot 60 + 15,68 = 135,68$ seconden; snelheid = $800/135,68 \approx 5,896$ m/s $\approx 21,2$ km/u
63. tijd = afstand/snelheid, dus tijd = $5,3 / 20 = 0,265$ uur = 15 min 54 sec.
64. 55 km/uur = $55/3,6 \approx 15,2777...$ m/s; het tijdsverschil is $0,02/15,2777... \approx 0,0013$ sec
65. De tijden zijn 113,06 en 113,08 seconden; snelheid = $1500/113,06 \approx 13,267...$ m/s
 0,02 sec. tijdsverschil, dus $0,02 \cdot 13,267... \approx 0,265$ m, ofwel 26,5 cm
66. Snelweg: tijd = $40/110 \approx 0,3636...$ uur; Rest: tijd = $20/30 = 0,6666...$ uur
 totaal tijd = 1,0303... uur dus de snelheid = $60/1,0303... \approx 58$ km/uur
67. Verwachting is een gemiddelde snelheid van $120/1,5 = 80$ km/uur
 Dus na 50 km is de verwachting om daar $50/80 = 0,625$ uur over te doen
 +15 min = 0,25 uur vertraging, dus 0,875 uur onderweg over die 50 km
 Nog $1,5 - 0,875 = 0,625$ uur over voor de resterende 70 km,
 dus de gemiddelde snelheid voor de rest moet dan zijn = $70/0,625 = 112$ km/uur
68. Hij mag $15/84 = 0,17857$ uur doen over het stuk van 15 km
 Over de eerste 10 km deed hij $10 / 97 \approx 0,10309...$ uur
 Over de resterende 5 km mag hij nog $0,17857... - 0,10309... \approx 0,0754786...$ uur doen
 De snelheid is dan $5/0,0754786... \approx 66,2$ km/uur
69. Echte reistijd = $12:35 - 9:16 - 0:15 = 3:04$ (3 uur en 4 minuten) = $3\frac{4}{60}$ uur
 Snelheid = $500/(3\frac{4}{60}) \approx 163$ km/uur
70. Echte reistijd = $700/130 \approx 5,385$ uur = 5:23 uur (5 uur en 23 minuten)
 $6:43 - 5:23 = 1:20$ u wachttijd (1 uur en 20 minuten)