

Modelleren en computermodellen in de β -vakken
Advies aan de gezamenlijke β -vernieuwingscommissies

Colofon

Op verzoek van de gezamenlijke β -vernieuwingscommissies adviseert de afstemmingsgroep modelleren over de rol van modelleren in de β -vakken. De afstemmingsgroep bestaat uit de volgende personen:

Elwin Savelsbergh (voorzitter)

Paul Drijvers

Carel van de Giessen

André Heck

Kees Hooyman

Jenneke Kruger

Berenice Michels

Frank Seller

René Westra

Redactie

Elwin Savelsbergh

Freudenthal Instituut voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen

Universiteit Utrecht

Postbus 80000

3508 TA Utrecht

e.r.savelsbergh@uu.nl

Inhoudsopgave

Samenvatting.....	1
1 Science is the name, modelling is the game.....	3
1.1 Modelleren in brede zin.....	4
1.2 Het wiskundig modelleren van dynamische systemen.....	6
1.3 Computerondersteund modelleren: krachtig gereedschap.....	6
1.4 Goed gereedschap vraagt vakmanschap.....	7
1.5 Toetsing.....	8
1.6 Hoofdpijnen van dit advies.....	8
2 Gezamenlijke leerdoelen.....	11
3 Relevante domeinen in de diverse vakken.....	13
3.1 Biologie.....	13
3.2 Natuurkunde.....	13
3.3 Scheikunde.....	14
3.4 Wiskunde.....	14
3.5 NLT.....	15
4 Goed gereedschap.....	17
4.1 Nadere overwegingen bij de keuze van modellersoftware....	20
5 Docenten en nascholing.....	23
6 Toetsing.....	25
Bijlage A: Selectie uit de internationale literatuur over modelleren en computermodellen in het onderwijs.....	27
Bijlage B: Suggesties voor handreiking of syllabus.....	29
Bijlage C: Criteria voor keuze modellersoftware.....	31

Samenvatting

In natuurwetenschappelijke en wiskundige praktijken wordt veel gebruik gemaakt van modellen. Het ontwikkelen, gebruiken en beoordelen van zulke modellen, ‘modelleren’, is dan ook een activiteit van β -breed belang. Ook in het voortgezet onderwijs worden veel modellen behandeld, alleen krijgen het modelleerproces en het modelkarakter van de ontwikkelde kennis daar vaak weinig aandacht. Zowel vanuit het oogpunt van scientific literacy, als vanuit het oogpunt van voorbereiding op studie en beroep, is het gewenst dat leerlingen meer zicht krijgen op het proces van kennisontwikkeling zoals dat in de wetenschap plaatsvindt. Aandacht voor modelleren en voor het gebruik van computermodellen kan daartoe bijdragen.

Het koepelbegrip ‘modelleren’ verwijst naar een scala aan verschillende invullingen, ieder met zijn eigen eigenaardigheden. Sommige modelleeractiviteiten zijn heel domeinspecifiek, terwijl andere een breder toepassingsbereik hebben. Een vorm van modelleren die zowel in wetenschappelijke als in maatschappelijke zin brede toepassing vindt, is het modelleren van dynamische verschijnselen. In dit advies zal vooral deze invulling van modelleren nader uitwerkt worden. Inhoudelijk afgestemde modelleeractiviteiten op dit gebied kunnen bijdragen aan de gewenste samenhang tussen de β -vakken. Het verdient daarom aanbeveling *gezamenlijke leerdoelen met betrekking tot modelleren* in examenprogramma op te nemen.

In de onderzoeks- en beroepspraktijk wordt voor het onderzoek aan dynamische verschijnselen veel gebruik gemaakt van computermodellen. Het is, zowel vanuit het oogpunt van scientific literacy, als vanuit het oogpunt van voorbereiding op studie en beroep, gewenst *dat leerlingen ervaring opdoen met de mogelijkheden en beperkingen van computermodellen en modelleertools*.

Het is wenselijk dat leerlingen en leraren goed vertrouwd raken tenminste één modelleertool. Dat tool moet dan wel breed inzetbaar zijn. Een *grafisch (systeemdynamisch) modelleertool* is voldoende breed inzetbaar en lijkt goed bruikbaar voor leerlingen. Voordat definitief voor een dergelijk tool gekozen kan worden, moeten de leer-effecten nader onderzocht worden. In de curriculum-ontwikkelingsfase moet er daarom naar gestreefd worden de merites van verschillende tools nader te vergelijken. Op termijn is het streven naar convergentie, maar er is geen noodzaak een keuze voor te schrijven.

Adequate nascholing van gemotiveerde docenten is een absolute voorwaarde voor een geslaagde invoering van (computer)modelleren. Voor veel docenten is modelleren als leerlingactiviteit een nieuwe insteek. Docenten zijn bovendien niet vertrouwd met het gebruik van computermodelleertools en tenslotte ervaart een deel van de docenten beperkingen op het gebied van wiskundige voorkennis. Gegeven deze situatie vraagt de motivatie van de betrokken docenten zorgvuldige aandacht. Hoewel modelleren als vaardigheid vakoverstijgende aspecten heeft, is de concrete modelleeractiviteit altijd betrokken op een concreet inhoudsdomen. Het verdient daarom aanbeveling de nascholing op het gebied van modelleren te integreren in de vakinhoudelijke nascholing. Een dergelijke integratie zal ook de motivatie van veel docenten ten goede komen.

Modelleren als iteratief proces vraagt creativiteit, reflectie en overleg. Gegeven deze kenmerken kunnen modelleervaardigheden het best getoetst worden in een open setting, zoals in een praktische opdracht. Toetsing in het schoolexamen ligt daarmee het meest voor de hand. Gegeven de complexiteit van het onderwerp en de nieuwheid voor docenten zijn er wel aanvullende waarborgen nodig voor het niveau van de toetsing. Gedurende het experimentele traject verdient het daarom aanbeveling modelleren te *toetsen in het schoolexamen met behulp van aangereikte opgaven en/of benchmarking*. Sommige deelvaardigheden, zoals het exploreren van een gegeven model, zouden eventueel ook in het centraal examen getoetst kunnen worden.

1 Science is the name, modelling is the game

*In art class, you'll learn to appreciate some great works of art, and you'll create some art yourself. In science class you'll spend plenty of time on appreciating great works of science, but how about the creative part?*¹

In de voornemens van alle natuurwetenschappelijke vernieuwingscommissies staat de relatie tussen context en concept centraal. Concepten worden ontwikkeld vanuit een context en toepasbaar gemaakt in (andere) contexten. De processen van kennisontwikkeling en toepassing krijgen vorm in concrete leerlingenactiviteiten. Eén van die activiteiten is modelleren. Modelleren is zowel in de natuurwetenschappen als in de wiskunde een kernactiviteit. De precieze invulling van die activiteit verschilt echter per domein. In de meest brede zin van het woord omvat modelleren zowel het ontwikkelen van natuurwetenschappelijke/ wiskundige concepten als het toepasbaar maken van die concepten in concrete situaties. In meer beperkte betekenis wordt de term ook wel gebruikt in de betekenis van “het ontwerpen, gebruiken en toetsen van computermodellen”.

De meeste leerlingen zullen met modellen en modeluitkomsten te maken krijgen in vervolgstudies, toekomstige beroepssituaties, maar ook in hun rol als burger. In beroepssituaties wordt vaak gebruik gemaakt van bestaande modellen, terwijl in studie en wetenschap meer accent kan liggen op modelontwikkeling en validering. In de rol van burger is het vooral van belang dat de leerling begrip heeft van de mogelijkheden en beperkingen van modellen en de betrouwbaarheid van de bijbehorende resultaten. Modelleren is daarom niet alleen van belang als vaardigheid, maar ook als onderwerp.

Veel real-world problemen zijn complex van aard en houden zich niet aan disciplinegrenzen. Het is dan ook niet verbazend dat de cTWO opmerkt:

¹ De titel en het motto van deze paragraaf zijn ontleend aan voordrachten van respectievelijk David Hestenes en Ian Lawrence op de GIREP-conferentie 2006 in Amsterdam.

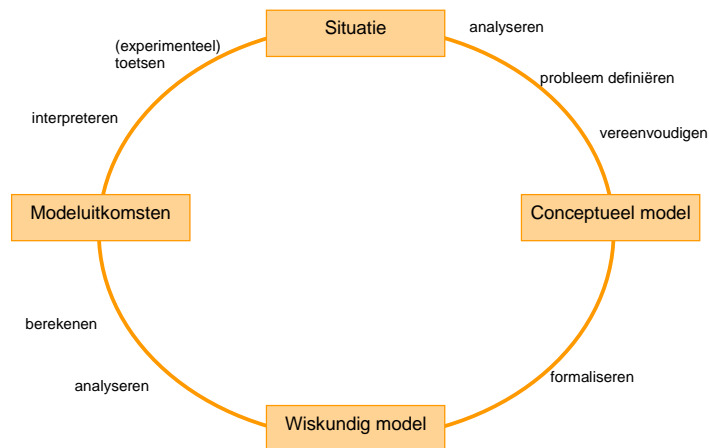
In echte wiskundige probleemsituaties is modelleren een zeer complexe en moeilijke activiteit; het is didactisch geen eenvoudige opgave om leerlingen in het voortgezet onderwijs iets van dit proces te laten ervaren zonder in kunstmatige overgesimplificeerde situaties te vervallen².

Deze opgave vereist dat modelleren niet als geïsoleerd onderwerp binnen een enkel vak behandeld wordt, maar dat modelleren een terugkerend onderwerp is, dat in inhoudelijke samenwerking en afstemming tussen de vakken behandeld wordt.

1.1 Modelleren in brede zin

Modelleren' in de brede betekenis van het woord verwijst naar een iteratief proces, waarin wiskundige en natuurwetenschappelijke kennis wordt toegepast om nieuwe situaties te beschrijven, hierover verwachtingen te formuleren en deze te toetsen aan de werkelijkheid. Dit omvat het doorgronden/analyseren van het probleem, het kiezen van variabelen, het opstellen van verbanden, het bepalen van een strategie, het inzetten van wiskundige middelen, en vervolgens het interpreteren van de gevonden resultaten en het verzamelen van gegevens waaraan deze resultaten getoetst worden. Het doel kan liggen in een beter begrip van de situatie op zich, maar (ook) in het ontwikkelen van nieuwe conceptuele kennis. In deze brede definitie is het modelleerproces min of meer synoniem met het gehele proces van "onderzoek doen". De, in Figuur 1 afgebeelde, geïdealiseerde modelleercyclus vertoont dan ook niet toevallig een sterke overeenkomst met de gebruikelijke modellen van onderzoek doen/onderzoekend leren.

² Uit het visiedocument van de cTWO



Terwijl een dergelijk dynamisch beeld van kennisontwikkeling in onderzoek en beroepspraktijk gemeengoed is, ligt in het voortgezet onderwijs vaak sterk de nadruk op het verwerven van bestaande, voltooide, kennis, en het toepassen daarvan in opgaven. Zoals ook in de internationale literatuur onderkend wordt (bijlage A), blijft als gevolg daarvan de bruikbaarheid van de opgedane kennis voor leerlingen beperkt en krijgen ze een vertekend beeld van het vak. De curriculumvernieuwingscommissies bepleiten daarom in verschillende bewoordingen een verschuiving in de richting van kennisontwikkeling als activiteit (“natuurkunde leren door deze te beoefenen”; “wiskunde als menselijke activiteit”; “scheikunde leren is scheikunde doen”; “biologieonderwijs waarin de activiteit van de leerling centraal staat”). Veel van de activiteiten die in de visie-documenten genoemd worden functioneren ook in het modelleringsproces. In het bijzonder leggen leerlingen al modellerend verband tussen context en concept.

Bij ieder pleidooi voor modelleren als leerling-activiteit moet worden benadrukt dat het hier niet gaat om dé enig juiste aanpak, maar om een accentverschuiving. Niet alle onderwerpen lenen zich voor een dergelijke aanpak en bovendien is hiermee nog geen beheersingsniveau aangegeven: het modelleringsproces van de leerling zal zich natuurlijk niet afspelen op hetzelfde niveau als dat van de beroepsbeoefenaar.

De gewenste accentverschuiving heeft alleen kans van slagen als deze een breed draagvlak heeft in voortgezet en hoger onderwijs, door de havo/vwo-leraren gewenst wordt, en als leraren bovendien over het benodigde didactisch repertoire beschikken.

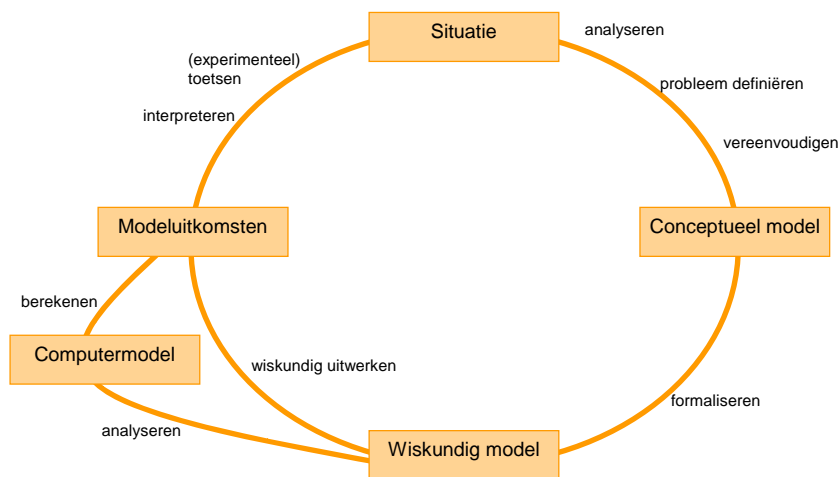
1.2 Het wiskundig modelleren van dynamische systemen

Het koepelbegrip ‘modelleren’ verwijst naar een scala aan verschillende invullingen, ieder met zijn eigen eigenaardigheden. Sommige modellen en modelleeractiviteiten zijn heel domeinspecifiek, terwijl andere een breder toepassingsbereik hebben. In het geval van atoommodellen, of golf-deeltje modellen, is het wel zinvol te onderkennen dat er sprake is van een model, maar of er met betrekking tot dit soort modellen ‘modelleervaardigheden’ te onderwijzen zijn is twijfelachtig.

Dat ligt anders voor het wiskundig modelleren van dynamische verschijnselen. Veel modellen, en zeker modellen die een rol spelen in het maatschappelijk debat, doen uitspraken over de ontwikkeling van een systeem in de tijd. Daarbij valt te denken aan weer- en klimaatmodellen; maar ook aan ecosystemen; chemische reactiekinetiek; farmacokinetiek; mechanische systemen; vliegsimulators etc. Hoewel in de genoemde voorbeelden heel verschillende domeinkennis gebruikt wordt, zijn de manier van beschrijven - in termen van toestanden en verandingsregels -, en de benodigde wiskundige vaardigheden vergelijkbaar. Zoals uitgewerkt wordt in de literatuur (bijlage A) liggen hier duidelijke mogelijkheden om -vakoverstijgende- modelleervaardigheden te ontwikkelen.

1.3 Computerondersteund modelleren: krachtig gereedschap

In hoeverre leerlingen werkelijk in staat zijn vakconcepten te ontwikkelen en hun kennis toepasbaar te maken in betekenisvolle situaties hangt sterk af van het gereedschap dat ze in handen krijgen. Met pen en papier blijft het modelleren veelal beperkt tot ‘schoolse’ situaties (krachtenevenwicht, constante versnelling; statisch voedselweb; evenwichtsreactie). Bij complexere problemen valt een analytische wiskundige behandeling al snel buiten bereik van de leerlingen. Met een geschikte computermodelleeromgeving kunnen leerlingen het modelgedrag door de computer laten simuleren. Zodoende hebben ze een instrument in handen om ook in meer realistische situaties problemen aan te pakken (complexiteit, dynamiek; veranderlijke versnelling; ecosystemontwikkeling; chemische procestechnologie). Zowel in Nederland als in de ons omringende landen wordt daarom in het wiskundig en natuurwetenschappelijk onderwijs steeds vaker gebruik gemaakt van computermodelleertools (bijlage A).



Daardoor krijgt modelleren een meer realistisch karakter en kunnen activiteiten als experimentele toetsing, modevaluatie en probleemdefinitie meer betekenis krijgen. Bovendien kan zodoende de relatie met ‘echte’ modelleerproblemen, zoals die spelen in de beroepspraktijk en in het maatschappelijke debat, beter inzichtelijk gemaakt worden. Een computermodelleertool is dus geen ‘neutraal’ hulpmiddel: het gebruik van een computermodelleertool heeft gevolgen voor welke natuurwetenschappelijke en wiskundige inhouden succesvol aangepakt kunnen worden.

Hoewel een computermodelleertool een krachtig gereedschap kan zijn is het leren bedienen van dat gereedschap geen doel op zich: een computermodelleertool heeft waarde voor het onderzoek aan een betekenisvol model. Voordat het tool kan worden ingezet moet de modelleerder het probleem definiëren, de situatie vereenvoudigen en formaliseren, en nadat de computer zijn werk gedaan heeft moeten de resultaten geïnterpreteerd en het model getoetst worden. Het zijn juist deze activiteiten die modelleren tot een kernactiviteit maken, en die tegelijkertijd modelleren zo moeilijk maken.

1.4 Goed gereedschap vraagt vakmanschap

Voordat een computermodelleeromgeving in handen van de leerlingen een krachtig gereedschap wordt moeten ze er eerst zinvol en met begrip mee leren werken. Een zekere mate van ‘learn to use’ is noodzakelijk voordat het hogere doel ‘use to learn’ bereikt kan worden. Gegeven de beperkte beschikbare tijd is het zaak te kiezen voor een programma dat breed inzetbaar is, dat dicht bij gangbare, voor leerlingen

begrijpelijke, wiskundige methodiek staat, en dat relatief gemakkelijk te beheersen is. Ook de docent is daarbij van belang: ook hij moet, met een redelijke inspanning, voldoende deskundig worden om boven de stof te staan en leerlingen goed te kunnen begeleiden.

Als aan deze voorwaarden voldaan wordt kan de technische innovatie van het invoeren van een modelleerprogramma een stimulans vormen voor de gewenste didactische vernieuwing; zo niet dan is de kans groot dat de introductie van een modelleeromgeving slechts ertoe leidt dat de leerlingen geprogrammeerd worden om een aantal standaardmodellen na te programmeren en dat het modelleertool voor de leerlingen een black box blijft.

1.5 Toetsing

Toetsing speelt een sturende rol in het curriculum. Wat getoetst wordt krijgt meer gewicht, en bovendien stuurt de manier waarop een onderwerp getoetst wordt ook de manier van onderwijzen. Een valide examinering is ook een voorwaarde voor een succesvolle implementatie.

1.6 Hoofdpijnen van dit advies

Modelleren in brede zin is een belangrijke denkwijze in wetenschap en techniek. Computerondersteund modelleren is waardevol als specifieke invulling daarvan en, gegeven de rol die computermodellen spelen in maatschappij en beroepspraktijk, bovendien als onderwerp op zich. Wil de invoering van computerondersteund modelleren als krachtig gereedschap kans van slagen hebben dan moet aan een aantal voorwaarden voldaan zijn:

- Modelleren is in alle β -vakken een herkenbare activiteit (Hoofdstuk 2: gezamenlijke leerdoelen; hoofdstuk 3: geschikte onderwerpen).
- Leerlingen hebben de beschikking over adequaat, breed inzetbaar, modelleergereedschap (Hoofdstuk 4: keuze van software).
- Docenten onderschrijven deze ambitie en bekwamen zich in de noodzakelijke vakinhoudelijke en vakdidactische kennis en vaardigheden (Hoofdstuk 5: nascholing).
- De beoogde modelleerkennis en -vaardigheden worden adequaat geëxamineerd (Hoofdstuk 6: Toetsing).

Hoewel er in binnen- en buitenland al enige ervaring is opgedaan met computerondersteund modelleren in het voortgezet onderwijs (bijlage

A), is niet bij voorbaat duidelijk dat aan alle randvoorwaarden voor een succesvolle algemene invoering voldaan is. Invoering, op experimentele basis, zal daarom zeer zorgvuldig dienen te geschieden op grond van bèta-breed te ontwikkelen materiaal voor de diverse doelgroepen. Evaluatie hiervan dient vooraf te gaan aan een besluit tot definitieve invoering.

2 Gezamenlijke leerdoelen

Modelleren stelt eisen aan wiskundige en natuurwetenschappelijke kennis en vaardigheden en aan attitudes van leerlingen en leraren. Deze zijn veelal vak-overstijgend, hoewel de precieze invulling contextafhankelijk is en niet ieder leerdoel bij ieder onderwerp aan de orde zal komen. Deze gezamenlijke leerdoelen zouden opgenomen moeten worden in de programma's bij het onderdeel β -brede vaardigheden. De uitwerking op het niveau van syllabus/handreiking kan verschillen per vak.

Een heldere beschrijving van de leerdoelen op handreikings- en/of syllabusniveau maakt het voor module-ontwikkelaars mogelijk om te beoordelen hoe, en in hoeverre hun module kan bijdragen aan de ontwikkeling van een modelleercompetentie. In de Bijlagen zijn suggesties opgenomen voor de uitwerking van leerdoelen op dit niveau.

De vraag doet zich voor of de leerdoelen op programmaniveau voor havo en vwo verschillend moeten zijn. Een mogelijk onderscheid zou zijn dat het ontwikkelen van modellen tot de vwo-stof behoort, terwijl op de havo alleen modellen gebruikt worden. Dit lijkt ons echter geen wenselijk onderscheid omdat het ervaren van, en het inzicht hebben in, het proces van kennisontwikkeling voor iedereen van belang is. Het onderscheid moet daarom eerder gezocht worden in het beheersingsniveau, dan in kwalitatief andere doelen.

We willen, in lijn met het voorgaande, benadrukken dat 'modelleren' meer inhoudt dan 'het oplossen van een modelleerprobleem met de computer'. Anderzijds moet het al dan niet gebruiken van computermodelleertools geen vrijblijvende keuze zijn. We onderscheiden daarom twee afzonderlijke eindtermen m.b.t. modelleervaardigheid.

1. De leerling kan een realistische contextsituatie analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen.

Deze eindterm brengt mede tot uitdrukking dat de leerling de vertaalslag van context naar concept en terug (!) moet kunnen maken. Het toetsen en beoordelen van het model kan ingevuld worden door het vergelijken van modeluitkomsten met empirische gegevens uit eigen onderzoek of uit de literatuur en door het gebruiken van een model om resultaten in nieuwe situaties te voorspellen.

2. De leerling kan bij het oplossen van een modelleerprobleem gebruikmaken van passende modelleerssoftware.

De eindtermen brengen nog niet tot uitdrukking bij welke onderwerpen de leerling dat zou moeten kunnen en welk(e) soort(en) modelleer-tool(s) de leerling daarbij zou moeten gebruiken. Bij de in aanmerking komende inhoudelijke domeinen zou nader gespecificeerd moeten worden welke modelleeraspecten aan de orde komen en op welk beheersingsniveau.

Naast deze vaardigheden moet de leerling ook begrip hebben van de rol van (computer)modellen, modelontwikkeling en modelgebruik in wetenschap en techniek. Dit kan als volgt geformuleerd worden:

3. De leerling kan weergeven hoe modellen ontwikkeld worden, hoe ze gebruikt worden bij verklaren en voorspellen, hoe ze getoetst worden, en wat mogelijkheden en beperkingen zijn van computermodellen bij het vinden van modeluitkomsten.

3 Relevante domeinen in de diverse vakken

In ieder β -vak wordt gemodelleerd. Voor zover het gaat om het (computerondersteund) modelleren van dynamische verschijnselen ligt het beeld iets genuanceerder. Modellen van dynamische verschijnselen zijn in ieder geval van belang bij biologie, natuurkunde en NLT, terwijl binnen de wiskunde vooral het dynamische model zelf, en het onderzoek daaraan, object van studie zijn. In het schoolvak scheikunde vinden we op dit moment minder aansluitingsmogelijkheden. De volgende paragrafen geven per schoolvak een overzicht van de onderwerpen waar het computerondersteund modelleren de duidelijkste bijdragen kan leveren.

3.1 Biologie

In het biologiecursus spelen bij veel onderwerpen complexe causale netwerken een rol. Vaak zijn de beschikbare gegevens ontoereikend om betrouwbare uitkomsten te berekenen en precieze voorspellingen te doen. Een computermodel zal hier vooral kunnen bijdragen aan het kwalitatieve begrip van het systeemgedrag.

havo	vwo
<ul style="list-style-type: none">▪ Ecosysteem▪ Metabolisme▪ Homeostase▪ Energiestroom▪ Evenwicht▪ Kringloop	<ul style="list-style-type: none">▪ Ecosysteem▪ Metabolisme▪ Homeostase▪ Energiestroom▪ Evenwicht▪ Kringloop

3.2 Natuurkunde

In het natuurkundecursus is bij een groot deel van de domeinen sprake van modelleren. In meerdere gevallen zal het gebruik van modelleersoftware meerwaarde bieden om uitkomsten te vinden die voor leerlingen analytisch niet te bereiken zijn.

havo	vwo
Verkeer en transport Aarde en heelal <ul style="list-style-type: none"> ▪ Ruimtevaart Menselijk lichaam <ul style="list-style-type: none"> ▪ Radioactiviteit Meten en regelen <ul style="list-style-type: none"> ▪ Controlekamer 	Communicatie <ul style="list-style-type: none"> ▪ GSM communicatie (resonantieverschijnselen) ▪ Meten en regelen Beweging en wisselwerking <ul style="list-style-type: none"> ▪ Zonnestelsel ▪ Sport ▪ Transport Micro-macro <ul style="list-style-type: none"> ▪ Steratmosfeer Leven en aarde <ul style="list-style-type: none"> ▪ Klimaat

3.3 Scheikunde

In het scheikundecurriculum wordt veel gemodelleerd, maar de gehanteerde representaties zijn vaak erg vakspecifiek (bijvoorbeeld molecuulmodellen). De gebruikte modelleertools zijn daarmee ook vakgebonden, zoals het molecular-modellingpakket Spartan, dat gebruikt wordt in de Nieuwe-Scheikundemodule “zoetstoffen”.

Hoewel scheikundige reacties bij uitstek dynamische processen zijn, kijkt men meestal naar het eindproduct, en niet naar het gedrag van een mengsel uit evenwicht. Dynamische modellen vinden wel toepassing in de toegepaste chemie, zoals bij het beschrijven van industriële syntheseprocessen, of in farmacologische modellen.

havo	vwo
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Industriële chemie ▪ Farmacologie 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Industriële chemie ▪ Reactiekinetiek ▪ Laboratoriumtechnieken <ul style="list-style-type: none"> - scheidingstechnieken (destillatie) - titratieproces ▪ Farmacologie

3.4 Wiskunde

In wiskunde B en D van havo en vwo speelt modelleren een grote rol, zij het dat die rol niet altijd duidelijk zichtbaar is omdat modelvorming in de eindtermen van de examenprogramma's tot het domein Vaardig-

heden gerekend wordt, maar in de verder genoemde domeinen op een enkele uitzondering na niet meer expliciet aandacht krijgt. Modelleren in algemene zin houdt in het analyseren van een probleemsituatie en inperken tot een hanteerbaar probleem, dat in wiskundetaal wordt vertaald, binnen de wiskunde wordt opgelost, en waarvan de oplossing geïnterpreteerd en op kwaliteit beoordeeld wordt in het licht van de uitgangssituatie. In deze ruime interpretatie speelt modelleren een rol in alle domeinen van wiskunde B en D. In examenprogramma's wordt wel benadrukt dat modelleren niet beperkt moet blijven tot het gebruik van door anderen aangeleverde formules of modellen. Modelleren in de zin van opstellen van en werken met dynamische modellen (discreet en continu) komt met name voor in het gelijknamige domein van wiskunde D vwo. Het modelleren op basis van natuurwetenschappelijke beginselen is hierbij gewenst in het onderwijsproces, maar tevens intrinsiek lastig zodat dit beter geen onderdeel van de eindtermen is of pas in een verdere verdieping binnen het domein. De wiskundige methodiek van discrete en continue modellen die ten grondslag ligt aan toepassingen zoals populatiemodellen, compartimentmodellen, epidemiemodellen, etc., en het analyseren van een dynamisch systeem zijn daarentegen wel onderdeel van de eindtermen.

havo	vwo
Dynamische modellen kan in de keuzeruimte van Wiskunde D gekozen worden en dan zijn discrete dynamische systemen het meest voor de hand liggende domein	Domein Dynamische Systemen <ul style="list-style-type: none"> Discrete dynamische systemen: recurrente betrekkingen; iteratieve processen; groei modellen; gedrag van een dynamisch systeem $x_{n+1}=f(x_n)$ Continue dynamische systemen: differentiaalvergelijking $y'=f(y,t)$; numerieke oplossingsmethode; eigenschappen van oplossingen

3.5 NLT

In de meeste domeinen van NLT op het vwo en in veel domeinen van de havo-versie speelt modelleren een rol. De positie van NLT is uitzonderlijk omdat de thema's binnen de domeinen en daarmee de inhoud van het vak voor het grootste deel nog moeten ontstaan. Ze worden van 2006 tot 2009 ontwikkeld, Door de modulaire opzet en de

globale domeinbeschrijving kan de ontwikkeling van nieuwe inhoud voor NLT een min of meer continu proces zijn, dat ook na 2010 doorgaat. Welke plaats modelleren in NLT gaat innemen hangt in hoge mate af van het aanbod van thema's door participanten (scholen (docenten) VO, instellingen voor HBO en WO, kennisinstituten).

havo	vwo
<p>Over wetenschap en technologie</p> <ul style="list-style-type: none"> dynamisch modelleren (module in ontwikkeling) <p>Bedreiging en behoud van de leefomgeving</p> <ul style="list-style-type: none"> beheer, monitoring en kwaliteitsonderzoek biosfeer epidemieën in de landbouw (vogelpest, varkenspest, MKZ, etc.) afvalstromen en verwerking <p>Opsporen en beschermen</p> <ul style="list-style-type: none"> verkeersveiligheid productveiligheid risico-analyse <p>Sneller, hoger, verder</p> <ul style="list-style-type: none"> doping in de sport biomechanische modellen en technieken in de sport topsporttechnologie automotorentechniek <p>Communiceren en navigeren</p> <ul style="list-style-type: none"> Ruimtevaart <p>Gemak dient de mens</p> <ul style="list-style-type: none"> optimalisatie en automatisering productieprocessen 	<p>Wiskunde in wetenschap en technologie</p> <ul style="list-style-type: none"> numerieke modellen van de werkelijkheid schatten, toetsen en statistisch voorspellen in de natuurwetenschap <p>Aarde en klimaat</p> <ul style="list-style-type: none"> bio/geologische ontwikkeling van de aarde de invloed van endogene en exogene processen op het vasteland, de oceanen, de polen en de atmosfeer mondiale kringlopen weer en klimaatmodellering <p>Stellaire informatie en processen</p> <ul style="list-style-type: none"> kosmische straling exoplaneten, exobiologie zwarte gaten <p>Biomedische technologie</p> <ul style="list-style-type: none"> de rol van radioactiviteit in het labelen van organische stoffen, biologische halveringstijd <p>Nieuwe stoffen en materialen</p> <ul style="list-style-type: none"> de ontwikkeling van nieuwe stoffen (biomaterialen, medicijnen, composieten, intelligente materialen, nanomaterialen) <p>Duurzame technologie</p> <ul style="list-style-type: none"> kwaliteit van de woonomgeving (miniklimaat, landinrichting)

4 Goed gereedschap

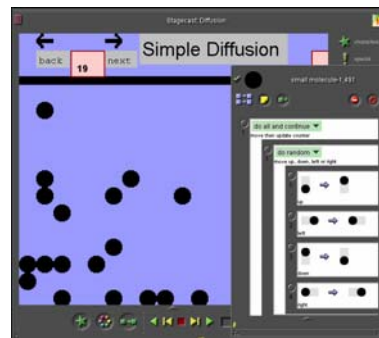
Er zal slechts een beperkte hoeveelheid tijd en aandacht beschikbaar zijn voor modelleren. Wat betreft het gebruik van ICT hierbij kan een leerling, gegeven de beperkte tijd, goed leren werken met één breed inzetbaar modelleertool. Daarnaast zal er bij individuele vakken behoefte zijn aan specifieke tools (te denken valt aan computeralgebra bij wiskunde, molecular modelling bij scheikunde; of random-walkmodellen bij biologie). Deze tools zullen i.h.a. eerder in verkennende zin gebruikt worden.

Bij de keuze voor een modelleertool voor algemeen gebruik zijn meerdere factoren van belang: naast inhoudelijke factoren zoals brede inzetbaarheid en wiskundige inzichtelijkheid, zijn ook gebruiksgemak en benodigde aanleertijd van belang. Voor didactisch gebruik is daarnaast bijvoorbeeld van belang dat modellen overzichtelijk op de beamer te presenteren zijn, zodat ze bijvoorbeeld in een onderwijsleergesprek door docent en leerlingen gezamenlijk opgebouwd kunnen worden.

General-purpose programmeertalen bieden, evenals computer-algebra systemen, alle gewenste functionaliteiten. Dergelijke omgevingen vragen echter veel aanleertijd en bieden voor de meeste leerlingen te weinig ondersteuning om binnen een redelijk tijdsbestek zelf modellen te leren bouwen.

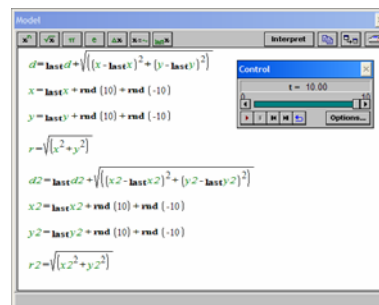
Aparte vermelding verdienen de spreadsheets, zoals Excel. Spreadsheets zijn breed toepasbaar, en de meeste leerlingen zullen wel ergens in hun opleiding ervaring opdoen met spreadsheets. Als modelleertool schiet een spreadsheet al snel tekort; enerzijds doordat de modellen onoverzichtelijk worden, en anderzijds door het ontbreken van geavanceerde rekenformalismen (bijv. Runge-Kutta integratie). Een spreadsheet kan echter wel een inzichtelijke ingang bieden tot stapgewijze integratie.

Er zijn tientallen modelleertools specifiek voor het modelleren van dynamische systemen, die in enkele groepen uiteenvallen. Het meest fundamentele onderscheid is tussen object-gebaseerde en variabele-gebaseerde modellen. In het ene geval zijn de model-eenheden objecten (bijv. atomen of konijnen), waarvan het gedrag gespecificeerd wordt door middel van rekenregels. In het andere geval zijn de modelobjecten variabelen waarvan het gedrag gespecificeerd wordt door hun onderlinge relaties. Beide typen modellen zijn van belang in het β -onderwijs en beide typen modelleer-omgevingen zouden een functie kunnen vervullen. Variabele-gebaseerd modelleren sluit echter beter aan bij wiskundevoorkennis van leerlingen en bij de beoogde curricula (zie het betreffende hoofdstuk), zodat een variabele-gebaseerd tool voor algemeen gebruik de beste keuze lijkt.



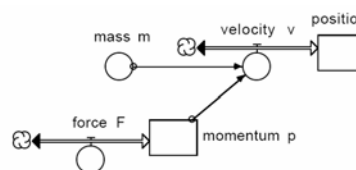
Object-gebaseerd: Stagecast

Binnen de klasse van variabele-gebaseerde tools is het onderscheid tussen “tekstgebaseerde” en “grafische” tools van belang. Tekstgebaseerde tools tonen het model in de vorm van een lijst formules (al dan niet in pretty print). Bij grafische tools worden eerst de modelvariabelen en relaties geschetst in een diagram. De gebruiker vult daarna de formules in op de bijbehorende plaatsen.



Tekst-gebaseerd: Modellus

Bij de meeste grafische tools is het model ook te bekijken in de vorm van een lijst formules. Enkele tools (Coach 6; Stella) bieden mogelijkheden om een model zowel in tekst- als in grafische mode te bewerken. Coach biedt bovendien een ‘programmeermodus’ die de achterliggende rekenmethode zichtbaar maakt. Voor gevorderde gebruikers kunnen dit belangrijke pluspunten zijn.



systeemdynamisch: Stella

Binnen de grafische groep is het onderscheid tussen kwantitatieve en kwalitatieve tools van belang. Kwalitatieve modelleertools kunnen op basis van alleen een modelschets eenvoudige modellen zonder verdere kwantificering doorrekenen. Voor beginnende modelleerders en in de lagere leerjaren kan dit wellicht zinvol zijn. Op examenniveau zijn de modellen vaak te complex om goed in een kwalitatieve omgeving te behandelen. Bovendien vragen veel modelleerproblemen een antwoord met een zekere nauwkeurigheid; daarvoor is een kwantitatieve modelleeromgeving noodzakelijk. Sommige tools bieden zowel kwalitatieve als kwantitatieve mogelijkheden. Dit kan een voordeel zijn bij het vormgeven van een leerlijn.

Er zijn verschillende formalismen om variabelen en relaties grafisch weer te geven. Twee bekende formalismen zijn de functional-block representatie (Labview, 20sim) en de systeemdynamische representatie (Stella, Co-lab, Coach 6, Powersim). Bij functional block representaties stellen de grafische elementen wiskundige operatoren voor. Je kunt het model dus pas tekenen als je al weet hoe je de berekening gaat aanpakken. De systeemdynamische representatie leent zich beter voor het schetsen van een conceptueel model, waarbij formalisering pas in een volgende fase plaatsvindt. Systeemdynamische modelleeromgevingen hebben internationaal een zekere populariteit verworven in de bovenbouw van het middelbaar onderwijs en in de bachelorfase van het hoger onderwijs, vooral in minder exact georiënteerde richtingen (biologie, economie, aardwetenschappen).

Zowel uit praktijkervaring als uit onderzoek blijkt dat grafische modelleeromgevingen voor beginnende modelleerders belangrijke ondersteuning bieden, zowel bij het zelf bouwen van modellen als bij het interpreteren van andermans modellen³. Leerlingen zijn in staat om na een korte aanleertijd met een systeemdynamisch modelleertool relatief geavanceerde modellen te bouwen. Bovendien blijkt dat een voldoende krachtige grafische omgeving voor de meeste middelbare schooltoepassingen toereikend is.

Aan de andere kant blijkt ook dat leerlingen de formele betekenis van de modelsymbolen soms niet doorzien. De systeemdynamische representatie leunt op de metafoor van waterreservoirs (stocks) en water-

³ Löhner, S. (2005). Computer-based modelling tasks: The role of external representations. Proefschrift, UvA.

stromen (flows). Volgens sommige auteurs biedt deze metafoor een natuurlijke ondersteuning bij het ontwerpen en interpreteren van modellen; volgens anderen is de gebruikte metafoor voor veel toepassingen niet adequaat en beneemt de metafoor het zicht op het onderliggende formalisme van differentievergelijkingen. De kritiek spitst zich vooral toe op het gebruik als ‘toverdoos’, en valt deels te ondervangen door voldoende aandacht te besteden aan het achterliggende mechanisme, en daarbij ook de representatie in de vorm van differentie- of differentiaalvergelijkingen te behandelen. Wellicht kan ook het modelleren in vergelijkingenmodus of in de programeermodus, zoals in Coach, helpen het ‘black box-effect’ te voorkomen.

Een systeemdynamisch modelleertool, bij voorkeur met mogelijkheden voor programmeren in tekstmodus, lijkt daarmee voorlopig een geschikte kandidaat voor een rol als algemeen modelleertool voor de β -vakken in het middelbaar onderwijs. Voordat definitief voor een dergelijk tool gekozen kan worden, moeten de effecten nader onderzocht worden. In de curriculum-ontwikkelingsfase moet er daarom naar gestreefd worden de merites van verschillende tools nader te vergelijken. Op termijn is het streven naar convergentie, maar er is geen noodzaak een keuze voor te schrijven.

4.1 Nadere overwegingen bij de keuze van modelleersoftware

Er is een groot aantal systeemdynamische modelleerprogramma’s beschikbaar (Coach 6, Co-lab, Dynasys, Goldsim, Powersim, Stella 9). De basis-modelleerfunctionaliteit van deze pakketten is vrijwel identiek, en de modelafbeeldingen zijn uitwisselbaar. Er zijn wel duidelijke verschillen in gebruikersvriendelijkheid, aanvullende functionaliteit, compatibiliteit, kosten etc.

Voor de uitwisselbaarheid van lespakketten en voor de samenwerking tussen vakken is een uniforme keuze binnen een school en tussen samenwerkende scholen gewenst. De meest interessante pakketten worden echter nog volop doorontwikkeld en het zou voorbarig zijn op dit moment een definitieve keus te maken. In de ontwikkelfase is dit ook geen groot bezwaar: lesmateriaal ontwikkeld met het ene pakket kan meestal met overzienbare aanpassingen gebruikt worden met het andere pakket.

We kunnen wel aandachtspunten formuleren die bij de keuze voor een programma van belang zijn. Leerlingen én docenten zijn “low density

users’’: ze zullen slechts af en toe van een modelleertool gebruik maken. Eenvoud en transparantie zijn daarom essentieel. Aanvullende functies kunnen handig zijn, maar mogen niet ten koste gaan van de inzichtelijkheid voor beginnende gebruikers. We onderscheiden onderstaande rubrieken. Een gedetailleerde uitwerking is te vinden in de bijlagen.

- Basis-modelfuncties
- Bedieningsgemak en lay-out
- Openheid en flexibiliteit
- Rondom de software
- Aanvullende functies

5 Docenten en nascholing

Modelleren is voor veel docenten een nieuwe activiteit. Het valt te verwachten dat een substantieel aantal docenten daarbij tegen beperkingen oploopt op het gebied van computervaardigheid en/of wiskundige vaardigheden. De wiskundige/technische kant van het modelleren zal met name voor biologen en scheikundigen een uitdaging vormen. De didactische kant (ruimte bieden aan constructieve leerlingactiviteiten) vormt een uitdaging voor docenten uit alle disciplines. Deze didactische uitwerking vraagt naast algemene modelleervaardigheden ook inzicht in de vakspecifieke moeilijkheden.

Een gevaar is dat docenten die zelf moeite hebben met de technische kant of met de vakinhoudelijke invulling de leerlingen strak zullen aansturen om alleen de geplande modellen te bouwen – dit staat haaks op de beoogde didactiek. Het is daarom van belang dat docenten niet alleen de voorgestelde innovatie ondersteunen, maar ook tijdig in staat worden gesteld zich bij te scholen. Daarbij moet zowel aandacht zijn voor de beoogde didactiek, voor de rol van modelleren in de huidige wetenschappelijke en technische praktijk, als voor de technische kant van het modelleren. De nascholing op het gebied van modelleren zou daarom geïntegreerd moeten worden in de bredere inhoudelijke nascholing die gepaard gaat met de invoering van het nieuwe curriculum.

6 Toetsing

Het opnemen van modelleren als vast programmaonderdeel in het examen kan een belangrijke impuls geven aan de invoering. Het centraal examen wordt daarbij door veel docenten als het meest richtinggevend gezien en ook stimuleert dit leraren en leerlingen om modelleren te zien als een belangrijk en essentieel onderdeel van wiskunde en natuurwetenschappen. Het is echter wel van belang dat de toetsing een valide afspiegeling vormt van de gewenste leerling-activiteit, kennis en vaardigheden.

In het huidige programma maakt computerondersteund modelleren onderdeel uit van het Natuurkunde2-programma, maar op het centraal examen komt het niet vaak aan de orde. Sommige docenten besteden er veel tijd aan, terwijl andere het goeddeels overslaan. Bij biologie en natuurkunde maakt computerondersteund modelleren sinds enkele jaren deel uit van het Compex. De uitvoering daarvan is tot nu toe redelijk soepel verlopen en docenten zijn positief over de meerwaarde van dit Compex-onderdeel⁴. Enerzijds kan worden vastgesteld dat de geplande algemene invoering van het compex in 2007 ertoe geleid heeft dat met name veel biologieleraren zich actief in het onderwerp zijn gaan verdiepen en op zoek gegaan zijn naar nascholing. Anderzijds moet worden vastgesteld dat de invulling van ‘modelleren’ in deze examens noodzakelijkerwijze tamelijk beperkt is: er worden gegeven modellen geëxploreerd en er worden kleine veranderingen aangebracht.

Modelleren als iteratief proces omvat een breed scala aan activiteiten. Het proces vraagt creativiteit, reflectie, overleg, en een behoorlijke hoeveelheid tijd voor het uitwerken van ideeën tot een goed model. Ook een goede modelleur kan in een impasse belanden, en er moet gelegenheid zijn om daar productief mee om te gaan. Bij het beoordelen van een modelleerprestatie is daarom naast het product ook het proces van belang.

Hoewel in vakliteratuur positieve ervaringen beschreven zijn met toetsing in meer traditionele zin van modelleercompetenties in onderdelen van het modelleerproces, is de gangbare mening dat modelleren als iteratief proces zich meer leent voor andere vormen van toetsing. Het

⁴ Boeijen, G. (augustus, 2006). Compex examens 2006. Arnhem: Cito.

advies luidt dan ook: Gegeven de kenmerken van modelleren als iteratief proces lenen modelleervaardigheden zoals beschreven in eindterm 1 (paragraaf 2) zich vooral voor toetsing in een open setting, zoals in een praktische opdracht. Modelleren wordt daarmee voornamelijk getoetst in het schoolexamen. Om het niveau en de validiteit van deze toetsing te garanderen is een vorm van benchmarking wenselijk. Bovendien zou, gezien de nieuwheid van het onderwerp voor veel docenten, de eerste jaren gekozen kunnen worden voor het aanreiken van opgaven.

Ook het profielwerkstuk biedt rijke mogelijkheden voor het toetsen van modelleervaardigheden, maar alleen als de leerlingen daarvoor kiezen. Het profielwerkstuk alléén is dus niet voldoende als toetsing.

Het wiskundig oplossen van een gegeven deelprobleem of het beschrijven van gedrag van een gegeven wiskundig model zijn voorbeelden van deelvaardigheden die zich wel lenen voor toetsing in het centraal examen.

Eenzelfde advies geldt voor toetsing van computerondersteund modelleren (eindterm 2, paragraaf 2).

Daar waar computergebruik een essentieel onderdeel van het hele iteratieve modelleerproces is en van een leerling verwacht wordt dat hij/zij zelf een model voor een probleemsituatie ontwikkelt, hiervan een computermodel opstelt en dit verder exploreert, leent een open setting als een praktische opdracht of profielwerkstuk zich voor toetsing. Om het niveau en de validiteit van deze toetsing te garanderen is ook hier een vorm van benchmarking wenselijk.

Het exploreren van een gegeven computermodel, het gestuurd aanbrengen van modelaanpassingen en het beschrijven van het onderliggende wiskundige en/of natuurwetenschappelijke model dat ten grondslag ligt aan de gebruikte modelleertool zijn voorbeelden van vaardigheden die zich wel lenen voor toetsing in het centraal examen.

Bijlage A: Selectie uit de internationale literatuur over modelleren en computermodellen in het onderwijs

- Blanchard, P. (1994). Teaching differential equations with a dynamical systems viewpoint. *College Mathematics Journal*, 25, 385-395.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *New ICMI Study Series , Vol. 10: Modelling and Applications in Mathematics Education - The 14th ICMI Study*: Springer.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 86-95.
- Feurzeig, W. & Roberts, N. (Eds.), *Modelling and Simulation in Science and Mathematics Education*. New York: Springer.
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 143-162.
- Gilbert, J. K., & Boulter, C. (1998). Learning science through models and modelling. In B. J. Fraser & K. G. Tobin (Eds.), *International Handbook of Science Education* (Vol. I, pp. 53-66). Dordrecht: Kluwer.
- Hestenes, D. (1992). Modeling games in the Newtonian world. *American Journal of Physics*, 60, 732-748.
- Hogan, K., & Thomas, D. (2001). Cognitive Comparisons of Students' Systems Modeling in Ecology. *Journal of Science Education and Technology*, 10, 319-345.
- Justi, R. S., & Gilbert, J. K. (2002). Modelling, teachers' views on the nature of modelling, and implications for the education of modelers. *International Journal of Science Education*, 24, 369-387.
- Löhner, S., Van Joolingen, W. R., & Savelsbergh, E. R. (2003). The effect of external representation on constructing computer models of complex phenomena. *Instructional Science*, 31, 395-418.
- Löhner, S., Van Joolingen, W. R., Savelsbergh, E. R., & Van Hout-Wolters, B. (2005). Students' reasoning during modelling in an inquiry learning environment. *Computers in Human Behavior*, 21, 441-461.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 113-142.

- Mellar, H., Bliss, J., Boohan, R., Ogborn, J., & Tompsett, C. (1994). *Learning with artificial worlds: Computer-based modelling in the curriculum*. London: Falmer.
- Ogborn, J. (1999). Modelling Clay for Thinking and Learning. In W. Feurzeig & N. Roberts (Eds.), *Modelling and Simulation in Science and Mathematics Education* (pp. 5-37). New York: Springer.
- Raghavan, K., & Glaser, R. (1995). Model-Based Analysis and Reasoning in Science - The Mars Curriculum. *Science Education*, 79, 37-61.
- Schecker, H. (1993). Learning Physics by Making Models. *Physics Education*, 28, 102-106.
- Stratford, S. J., Krajcik, J., & Soloway, E. (1998). Secondary Students' Dynamic Modeling Processes: Analyzing, Reasoning About, Synthesizing, and Testing Models of Stream Ecosystems. *Journal of Science Education and Technology*, 7, 215-234.
- Teodoro, V. D. (1999). *Teachers and researchers opinions about modelling and Modellus (Internal Report)*: Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.
- Tiberghien, A. (1994). Modeling as a basis for analyzing teaching & learning situations. *Learning and Instruction*, 4, 71-87.
- Van Driel, J. H., & Verloop, N. (1999). Teachers' knowledge of models and modelling in science. *International Journal of Science Education*, 21, 1141-1153.
- White, B. Y., & Frederiksen, J. R. (1998). Inquiry, modeling, and metacognition: Making science accessible to all students. *Cognition and Instruction*, 16, 3-118.
- Wisnudel Spitulnik, M., Krajcik, J. S., & Soloway, E. (1999). Construction of Models to Promote Scientific Understanding. In W. Feurzeig & N. Roberts (Eds.), *Modelling and Simulation in Science and Mathematics Education* (pp. 70-94). New York: Springer.

Bijlage B: Suggesties voor handreiking of syllabus

Hier volgt een overzicht van mogelijke eindtermen voor in de handreiking of syllabus. Dit is uitsluitend bedoeld ter inspiratie. De eindtermen zijn niet allemaal van gelijk niveau, niet alle eindtermen zullen voor alle deelgebieden relevant zijn en tenslotte zijn de hier gepresenteerde eindtermen vooral toegesneden op het modelleren van dynamisch systeemgedrag.

1. De leerling kan een realistische contextsituatie analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen.
 - a. De leerling kan door het doen van aannamen en het maken van vereenvoudigingen een probleemsituatie inperken tot een onderzoekbare vraagstelling.
 - b. De leerling kan een modelleerprobleem vereenvoudigen door deelproblemen successievelijk op te lossen.
 - c. De leerling kan relevante variabelen in een situatie identificeren en selecteren en op basis daarvan een modelschets opstellen.
 - d. De leerling kan modelrelaties definiëren.
 - e. De leerling kan een beargumenteerde schatting maken voor parameterwaarden op basis van gegevens en/of een theoretische onderbouwing.
 - f. De leerling kan de correctheid van modelrelaties beoordelen met behulp van dimensieanalyse.
 - g. De leerling kan toetsbare verwachtingen formuleren over het gedrag van het model.
 - h. De leerling kan modeluitkomsten interpreteren.
 - i. De leerling kan een model evalueren op basis van uitkomsten, verwachtingen en (meet)gegevens.
 - j. De leerling kan op basis van evaluatieresultaten een model herzien.
 - k. De leerling kan alternatieve modellen voor hetzelfde verschijnsel kritisch vergelijken.
 - l. De leerling kan modellen, modeluitkomsten en evaluatieresultaten presenteren en toelichten.

2. De leerling kan bij het oplossen van een modelleerprobleem gebruikmaken van passende modelleersoftware.
 - a. De leerling kan een computermodel implementeren in de gebruikte software.
 - b. De leerling kan een bestaand model uitbreiden door een nieuwe beïnvloedende factor in het model op te nemen.
 - c. De leerling kan standaard modelstructuren herkennen en het gedrag van deze modelstructuren toelichten (1^e orde verval/groei/gradiënt-gedreven transport; 2^e orde (gedempte/aangedreven) harmonische oscillator).
 - d. De leerling kan op basis van modeleigenschappen de karakteristieke tijdschaal van het onderzochte gedrag inschatten.
 - e. De leerling kan een geschikte integratietijdstap en intergatieformalisme kiezen op basis van het verwachte modelgedrag.
 - f. De leerling kan geschikte condities (begintoestand, parameterwaarden etc.) kiezen om het model te kunnen toetsen aan de verwachtingen.
 - g. De leerling kan modeluitkomsten op een geschikte manier weergeven in tabel of grafiek.
3. De leerling kan weergeven hoe modellen ontwikkeld worden, hoe ze gebruikt worden bij verklaren en voorspellen, hoe ze getoetst worden, en wat mogelijkheden en beperkingen van computermodellen zijn.
 - a. De leerling kan aan de hand van voorbeelden uitleggen welke rollen computermodellen vervullen.
 - b. De leerling kan uitleggen hoe een dynamisch verschijnsel benaderd kan worden in termen een begintoestand en een veranderingsproces en hoe door een dergelijke benadering de toestand na verloop van tijd berekend kan worden.
 - c. De leerling kan aan de hand van voorbeelden uitleggen dat er grenzen aan de voorspelbaarheid kunnen zitten voortvloeiend uit:
 - onzekerheden in het model;
 - beperkte rekencapaciteit;
 - chaoticiteit.

Bijlage C: Criteria voor keuze modellersoftware

Basis-modelfuncties

- Grafische modus (consequente implementatie sys. dyn.)
- Tekstmodus (begrijpelijke “formulelisting”)
- Grafiek
- Tabel
- Integratiemethoden (mn. Euler, RK4 en Variable-step methoden)
- Model vergelijken met metingen

Bedieningsgemak en lay-out

- Basisfuncties conform Windows conventies (nieuw bestand; openen; opslaan, knippen; plakken etc.)
- Veelgebruikte functies zijn makkelijk bereikbaar
- Scherm lay-out (kwaliteit graphics etc.)

Openheid en flexibiliteit

- Installatie en netwerkcompatibiliteit (Windows 2000, XP, Vista, conflicten met virusscanners)
- Beschikbaarheid op andere platforms (Apple, Linux)
- Uitwisseling met andere pakketten:
 - model/grafiek kopiëren naar tekstverwerker;
 - web-based viewer (kan iedereen het model bekijken/uitproberen zonder specifieke software te installeren);
 - import/export comma-delimited ascii-data.

Rondom de software

- Ondersteuning
- Toekomstperspectief
- Huidige beschikbaarheid/bekendheid op school
- Licentievormen en kosten

Aanvullende functies

- Externe data importeren als input voor model
- Copy/paste spreadsheet tabel
- Zoomfunctie (model vergroten/verkleinen)
- Nederlandstalige interface
- Data-analysefuncties
- Meerdere runs vergelijken
- Richtingveld
- Bewerken in tekstmode (bewerken modelstructuur + waarden veranderen)
- Kwalitatief modelleren
- Relaties specificeren dmv. een grafiek
- Dimensie-controle
- Animatie koppelen aan model
- Gevoeligheidsanalyse
- Events detecteren (bijv. botsingen)
- Delen van het model verbergen (hiërarchie inklappen/uitklappen)
- Opmaakmogelijkheden (kleur, lijndikte)
- Configureerbare omgeving (leeromgeving, auteursmogelijkheden)