Bijlage 19

Bijlage bij het Thema Afgeleide (par. 3.5)

Auteur: Kees Rijke (januari 2007)

Er zijn twee vragen gesteld door Mark Peletier.

1. Als je de notatie van het integraalteken niet onderwijst, hoe doe je het dan?

2. Het is aan te bevelen om bij wiskunde regelmatig situaties te presenteren die niet met de regeltjes aangepakt kunnen worden. Om zo de theoretische achtergrond die voor de natuurkunde juist zo belangrijk is, niet te laten wegzakken. Wat is de bedoeling ?

Vraag 1.
Het gaat om een eenvoudige aanloop naar de integraalrekening. En dan zo dat je aansluit bij de natuurkunde.
De natuurkunde werkt met oppervlaktefuncties. In een *v-t*-diagram bijvoorbeeld wordt door middel van hokjes tellen Δs bepaald. Of, indien v een lineaire functie van t is, door middel van de formule voor de oppervlakte van een trapezium.
In de wiskunde kun je op dezelfde manier beginnen. Laat eerst maar eens oppervlakten berekenen onder een lineaire functie. Of onder een kwadratische of een wortelfunctie. Werk in deze laatste voorbeelden met smalle verticale strookjes die benaderd worden door rechthoeken.
Omdat er een GR beschikbaar is, kun je met lijsten werken die gesommeerd kunnen worden tot 1000 termen toe. Leerlingen komen zelf vaak op het idee van verfijningen.
Vervolgens kun je oppervlaktefuncties bestuderen. Bijvoorbeeld onder de grafiek van $f(x) = 0{,}5x + 2$.
Daarbij heb je een startwaarde nodig om de oppervlaktefunctie vast te leggen. Bijvoorbeeld $x = 0$.
Dan kun je op diverse manieren naar $\text{Opp}_0(x) = 0{,}25x^2 + 2x$ kijken.
En dan kun je daarna toewerken naar een redenering waaruit blijkt dat $\text{Opp}_0'(x) = f(x)$.
Verder staat je in de GR (TI) de functie fnInt ter beschikking voor het nauwkeurig benaderen van integralen.
Eerst alles doen in zo'n eenvoudige situatie en daarna in het algemeen.
Trouwens: oppervlaktefuncties zijn er niet voor het eerst. Ik herinner mij dat ik vroeger volgens het wiskundeboek de functie $f(x) = \ln(x)$ moest introduceren als oppervlakte onder de grafiek van $y = 1/x$ met x=1 als startwaarde. Door meetkundige transformaties werden dan daarna de eigenschappen van de logaritme afgeleid.

Vraag 2
Ik denk hierbij aan meerdere dingen.
Van belang daarbij is dat leerlingen telkens worden teruggestuurd naar het uitrekenen van differentiequotiënten met bijbehorende limietprocessen (beschrijving met een meer informeel taalgebruik misschien), naar het opstellen van een lineaire benadering van een functie.
De grafische rekenmachine kan daarbij goede diensten bewijzen. Die kan het reken- en tekenwerk overnemen bij inzoomen op een punt van de grafiek.

Iets anders is het verkennen van afgeleiden van functies die in klas 4 worden geïntroduceerd maar waarvoor op dat moment geen regel beschikbaar is. Zoals de goniometrische functies, de exponentiële en de logaritmische.
Verder denk ik aan het voorbereiden van de productregel. En niet te vergeten de kettingregel.

Zie het materiaal van het PROFI-project. Veel mooie dingen daaruit zijn niet in de leerboeken terechtgekomen. Ik noem daaruit een voorbeeld.
Voor de verdubbelingstijd *d* bij vaste procentuele groei per tijdseenheid met groeipercentage *p* geldt de vuistrege : $d \cdot p = 70$. Daarbij speelt de lineaire benadering van de natuurlijke logaritme een rol.
Dezelfde formule geldt mutatis mutandis ook voor de halveringstijd.

De techniek van het differentiëren, Serie nieuwe wiskunde tweede fase deel 2, Freudenthal instituut 1997