

Denken & doen

wiskunde op havo en vwo per 2015

Eindrapport van de vernieuwingscommissie wiskunde cTWO



Aan de staatssecretaris van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen.

Excellentie,

Sinds 2004 werkt de commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs cTWO aan de ministeriële opdracht tot het ontwerpen en beproeven van vernieuwde wiskunde-programma's voor havo en vwo.

De commissie, die breed is samengesteld uit docenten uit zowel het voortgezet onderwijs als de vervolgopleidingen en deskundigen op het gebied van wiskundeonderwijs, is voortvarend aan die taak begonnen. Dit leidde tot een experimenteel programma, dat vervolgens in 2009-2012 door één cohort op een aantal scholen verspreid over Nederland is beproefd. Daarnaast heeft de commissie gewerkt aan een revitalisering van de onderbouw en de invoering van een nieuw profielkeuzevak: Wiskunde D.

Voor de uitvoering is een projectteam samengesteld dat samen met schrijvers van lesmateriaal ervoor heeft gezorgd dat de nieuwe programma's door leraren en leerlingen konden worden uitgetoetst. Samenwerking met vele instanties zoals SLO, CvE, Cito was daarbij belangrijk.

Wij bieden u nu de resultaten aan van onze werkzaamheden. Allereerst betreft dat de zeven programma's voor Wiskunde A, B en D op havo en Wiskunde A, B, C en D op vwo. Daarbij evalueren wij het experiment, doen suggesties voor de invoering, trekken conclusies en geven aanbevelingen voor het wiskundeonderwijs. Het proces als zodanig heeft ons belangrijke inzichten verschaft voor mogelijke verbeteringen in de organisatiestructuur van het wiskundeonderwijs in havo en vwo.

Met de presentatie van de programma's is de ontwikkeling nog niet afgesloten, want er zijn nog diverse stappen te nemen in het implementatietraject. Alle bij het wiskundeonderwijs betrokken partijen zullen daarvoor hun bijdrage moeten leveren.

Het onderwijs en de wiskunde ontwikkelen zich in een geleidelijk en voortdurend proces. Er is binnen het wiskundeonderwijs daarom behoefte aan een continue, reflectieve heroverweging. Daartoe lijkt ons een breed samengestelde permanente curriculumcommissie een belangrijk instrument.

Wij danken voor het in de commissie gestelde vertrouwen.

Hoogachtend,



*Prof. dr. Dirk Siersma,
voorzitter commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs.*

Colofon

uitgave: commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs
Utrecht, december 2012
vormgeving: PAKWEG

Inhoudsopgave

1	Conclusies en aanbevelingen	7
2	Visie op wiskundeonderwijs	27
3	Wiskunde A havo	37
4	Wiskunde B havo	55
5	Wiskunde D havo	71
6	Wiskunde A vwo	85
7	Wiskunde B vwo	101
8	Wiskunde C vwo	115
9	Wiskunde D vwo	129
10	Doorlopende leerlijnen	145
Bijlage A	Specificaties Wiskunde A havo	151
Bijlage B	Specificaties Wiskunde B havo	161
Bijlage C	Specificaties Wiskunde A vwo	175
Bijlage D	Specificaties Wiskunde B vwo	185
Bijlage E	Specificaties Wiskunde C vwo	201
Bijlage F	Wiskunde D	211
Bijlage G	Standpunten uit het visiedocument	229
Bijlage H	Betrokkenen	233
Bijlage I	Chronologisch overzicht	243
Bijlage J	Literatuurlijst	247



1. Conclusies en aanbevelingen

cTWO is in het najaar van 2004 ontstaan. Aanleiding hiervoor was de toenemende zorg over de kwaliteit van het Nederlandse wiskundeonderwijs. Vervolgens heeft de minister van OCW deze commissie de status van vernieuwingscommissie wiskunde gegeven. Ondanks intensieve vernieuwingstrajecten in het verleden bestaat in het wiskundeonderwijs, net als bij natuurkunde, scheikunde en biologie, behoefte aan een continue, reflectieve heroverweging en een nieuwe uitlijning in relatie met de andere exacte vakken en het vervolgonderwijs.

Het ministerie van OCW gaf de commissie een vierledige opdracht mee:

1. examenprogramma's voorstellen voor Wiskunde A, B en D op havo en voor Wiskunde A, B, C en D op vwo;
2. voorbereidende ontwikkelingen in gang zetten voor Wiskunde C op vwo en Wiskunde D op havo en vwo per 2007;
3. adviseren over doorlopende leerlijnen wiskunde;
4. adviseren over didactische ontwikkelingen.

Begin 2012 is hier de aanvullende opdracht bijgekomen om een voorstel te doen voor een examenprogramma voor Wiskunde C op havo. Hierover wordt apart verslag uitgebracht; het zal in dit rapport niet aan bod komen. Wiskunde C havo valt ook buiten de examenpilot van cTWO.

De afgelopen jaren is de commissie met deze opdracht aan de slag gegaan. Belangrijke ijkpunten waren de oplevering van haar visiedocument *Rijk aan betekenis* in 2007, het programma voor Wiskunde D per 2007, de experimentele examenprogramma's Wiskunde A, B en D havo en A, B, C en D vwo en de tussendoelen voor de onderbouw. De experimentele examenprogramma's zijn in 2009 vastgesteld. Hieraan ging een periode vooraf waarin conceptversies onderwerp van veldraadplegingen waren en voorgelegd zijn aan diverse belangengroepen, zoals partijen in het hoger onderwijs, waaronder de HBO-raad en de VSNU, de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars en de Resonansgroep. Daarnaast waarborgde de samenstelling van cTWO kennis- en ervaringsuitwisseling tussen secundair

en tertiair onderwijs. In het schooljaar 2009/2010 zijn zestien scholen, verspreid over Nederland, op experimentele basis begonnen met de vernieuwde wiskundeprogramma's. In het kader van deze pilot zijn door het College voor Examens (CvE) syllabi gemaakt. De examenpilots zijn afgesloten met aparte eindexamens.

In dit hoofdstuk staan de belangrijkste conclusies en aanbevelingen die voortkomen uit het traject dat tussen 2004 en 2012 is doorlopen. Leidraad hierbij is de vierledige opdracht van OCW.

Dit hoofdstuk gaat over de hoofdlijnen. In de volgende hoofdstukken passeren de programma's een voor een in detail de revue. Hierbij worden de wijzigingen beschreven ten opzichte van de huidige programma's, de cTWO-programma's worden gekarakteriseerd, de pilot wordt geëvalueerd en bij ieder programma wordt een verantwoording gegeven op grond van criteria van haalbaarheid, aansluiting bij de visie, relevantie en consistentie.

1.1 Examenprogramma's

Opdracht

Examenprogramma's voorstellen voor Wiskunde A, B en D op havo en voor Wiskunde A, B, C en D op vwo.

cTWO heeft examenprogramma's ontwikkeld voor Wiskunde A, B en D op havo en Wiskunde A, B, C en D op vwo. De invoering van deze vernieuwde programma's staat gepland voor het schooljaar 2015/2016 in de vierde klas van havo en vwo. De verandering is zichtbaar op een aantal belangrijke punten:

1. de wijze waarop statistiek in Wiskunde A en C wordt behandeld bereidt beter voor op de wijze waarop in de vervolgopleidingen statistiek wordt gebruikt;
2. de vergaande vernieuwing van het Wiskunde C-programma op vwo, waardoor het niet langer een deelverzameling is van Wiskunde A maar een eigen inhoud heeft die is toegesneden op leerlingen in het profiel Cultuur en Maatschappij en hun vervolgopleidingen;
3. een programma Wiskunde B havo dat beter past in het beperkte aantal studielasturen;
4. in de meetkundedomeinen van de Wiskunde B-programma's krijgt analytische meetkunde een grotere rol, waardoor het programma coherenter wordt en de algebraïsche vaardigheden worden versterkt;
5. bijgestelde programma's voor Wiskunde D op grond van de ervaringen die sinds de invoering in 2007 zijn opgedaan;
6. wiskundige denkactiviteiten als een rode draad door alle wiskunde-vakken.

De programma's zijn getest in een pilot en vervolgens bijgesteld op grond van de bevindingen. De programma's zijn van tevoren beoordeeld door experts. De pilot is geëvalueerd door cTWO en, onafhankelijk daarvan, door SLO en CvE. Hierbij richtte SLO zich, in een onderzoek van Kuiper, op de punten haalbaarheid en uitvoerbaarheid voor leerlingen en docenten, terwijl het CvE belast was met de evaluatie van de centrale eindexamens.

De programma's zijn beschreven in de volgende hoofdstukken. Mede op grond van deze bevindingen trekt cTWO de volgende conclusies over de

examenprogramma's die in dit rapport worden voorgesteld. Deze worden in de latere hoofdstukken gemotiveerd.

Conclusie 1. De programma's zijn haalbaar.

Het betreft hier studeerbaarheid, onderwijsbaarheid en toetsbaarheid. Voor één wiskundevak, Wiskunde B havo, kon haalbaarheid slechts worden bereikt door het doen van concessies aan inhoud en omvang. Bij Wiskunde A havo heeft naar aanleiding van de pilot een herverdeling plaatsgevonden van domeinen die op het schoolexamen en op het centraal eindexamen worden getoetst.

Conclusie 2. De programma's passen bij de visie van cTWO.

De visie van cTWO is vertaald in de examenprogramma's. Vervolgens is er in de pilot ervaring mee opgedaan. Ten aanzien van wiskundige denkactiviteiten heeft er in de pilot een ontwikkeling plaatsgevonden die hopelijk haar weerslag zal vinden in de schoolboeken, lessen en toekomstige examens. De impuls die algebraïsche vaardigheden in de programmaherziening van 2007 hebben gekregen, is voortgezet. Op het gebied van ICT zijn, buiten het onderwerp statistiek en Wiskunde D vwo, de ontwikkelingen vooralsnog beperkt gebleven; in dit rapport wordt wel aangegeven op welke punten in het curriculum ICT functioneel kan worden ingezet. Het laatste speerpunt van cTWO, het gebruik van contexten, heeft in de pilot weinig aandacht gekregen.

Conclusie 3. De programma's voor Wiskunde B en D op havo en vwo en Wiskunde C vwo zijn relevant.

Het gaat hier zowel om inhoudelijke relevantie ten aanzien van algemene vorming als voor doorstroming naar vervolgoopleidingen en –beroepen. Wiskunde C vwo en Wiskunde D havo en vwo zijn op dit punt succesvol. Dat geldt ook voor Wiskunde B vwo, hoewel het wegvallen van kansrekening en statistiek ten gevolge van de studielastreductie uit 2007 wel als een gemis wordt ervaren. Wiskunde B havo is inhoudelijk een relevant programma, dat tot onze verbazing door vrijwel geen enkele hbo-vervolgstudie wordt geëist. (In aanbeveling 7 gaan we hier verder op in.)

Conclusie 4. Het is niet goed mogelijk gebleken, een invulling te geven aan Wiskunde A die zowel past bij het profiel Economie en Maatschappij als bij het profiel Natuur en Gezondheid.

Vóór de herziening van de Tweede Fase in 2007 waren er twee wiskundevakken A en B, voorzien van zogenaamde deelvakken. Wiskunde A hoorde bij de maatschappijprofielen en Wiskunde B bij de natuurprofielen. Hiermee had ieder profiel een eigen wiskundevak. Met de komst van Wiskunde A, B, C en D is de koppeling met profielen deels losgelaten. Dit is met name problematisch bij Wiskunde A, dat zowel een plek heeft in het profiel Natuur en Gezondheid als in het profiel Economie en Maatschappij. Ook veel C&M-leerlingen kiezen Wiskunde A. Deze doelgroepen lopen erg uiteen, waardoor het niet goed mogelijk is gebleken dit vak voldoende relevant voor de leerlingen te maken. De eisen die gelden in het licht van doorstroomrelevantie (inclusief benodigde voorkennis voor vervolgopleidingen), vakafstemming, contexten en de wiskundige capaciteiten en interesses van leerlingen voor wiskunde in N&G, zijn anders dan die in het E&M-profiel of het C&M-profiel. Uit de examenresultaten blijkt dat C&M-leerlingen lager scoren dan E&M-leerlingen, die weer lager scoren dan N&G-leerlingen. Voor deze laatste groep leerlingen zou het niveau waarop wiskunde wordt aangeboden hoger kunnen en eigenlijk ook moeten zijn. Op korte termijn zouden scholen meer stof kunnen aanbieden in het N&G-profiel, of ze zouden Wiskunde B als uitgangspunt kunnen nemen in de profielvoorlichting. In aanbeveling 10 gaan we in op mogelijke oplossingen voor de lange termijn.

Conclusie 5. De programma's tonen consistentie en samenhang, zowel binnen een programma als in relatie tot andere vakken.

Beide programma's voor Wiskunde A bestaan uit de onderwerpen analyse, algebra en statistiek. De twee Wiskunde B-programma's tonen een sterkere interne samenhang dan voorheen, doordat bij de invulling van de meetkundedomeinen de algebraïsche benadering sterker is aangezet. De samenhang met andere vakken is voor cTWO een punt van aandacht geweest, bijvoorbeeld in de samenwerking met de andere bètavakvernieuwingscommissies, verenigd in Bèta-5, en in het rapport *Samenhang en afstemming wiskunde en de profielvakken* (Alink et al. 2012).

Conclusie 6. De wens om het schoolexamen een eigen invulling te geven kan frictie geven met beleid rond examencijfers.

In de pilotprogramma's voor Wiskunde A op havo en vwo en Wiskunde C op vwo heeft cTWO, conform het beleid van OCW, slechts een gedeelte van de subdomeinen aangewezen voor toetsing in het centrale examen (CE). Wat aldus niet landelijk werd getoetst, moest op het schoolexamen (SE) aan bod komen. Ongeveer 40% van de totale studielast werd daardoor enkel op het SE getoetst. cTWO heeft hiervoor onder andere onderdelen aangewezen die geschikter waren voor toetsing op het SE, bijvoorbeeld omdat computers moesten worden ingezet of bij bepaalde wiskundige denkactiviteiten.

Bij docenten kwam in dit kader herhaaldelijk de vrees naar voren dat de SE-subdomeinen in de praktijk snel in de marge zullen belanden. Een reden hiervoor is het belang dat door verschillende partijen wordt gehecht aan het eindexamencijfer, waardoor docenten worden gestuurd, zich zo veel mogelijk te richten op voorbereiding voor het CE. Een tweede reden is het voorschrift van de inspectie dat het SE-cijfer niet te veel mag afwijken van het CE-cijfer, terwijl er geen reden is om een sterke correlatie tussen deze cijfers te verwachten als de getoetste kennis en vaardigheden anders zijn.

Conclusie 7. Het brede curriculum uit het programma Wiskunde C vwo wordt door docenten gewaardeerd en de nieuwe onderwerpen blijken toetsbaar op het centraal examen.

De wijzigingen in het programma Wiskunde C vwo zijn groot. Niet alleen wordt in dit vak, net als bij Wiskunde A, de vernieuwing van het onderdeel statistiek doorgevoerd, maar ook zijn er nieuwe domeinen ingevoerd, rond meetkunde en redeneren. Hierdoor kan worden aangesloten bij de belangstelling en mogelijkheden van een, vanuit het oogpunt van wiskundeonderwijs, kwetsbare groep leerlingen. Pilotdocenten zijn enthousiast over het programma en geven aan dat leerlingen nu beter tot hun recht komen dan voorheen. Ook de reacties op de twee drukbezochte conferenties over Wiskunde C die cTWO de afgelopen twee jaar heeft georganiseerd, zijn overwegend positief. Ten slotte blijken de eindtermen bij meetkunde en redeneren toetsbaar op het centraal eindexamen.

Conclusie 8. De geringe groeps grootte bij Wiskunde C is een punt van zorg.

Wiskunde C op vwo kan alleen gekozen worden in het profiel Cultuur en Maatschappij. Leerlingen in dit profiel kunnen in plaats daarvan Wiskunde A of B kiezen. Uit gegevens van het ministerie (DUO 2012) blijkt dat in 2011 per vestiging gemiddeld 5,5 leerlingen eindexamen deden in Wiskunde C. Op 61% van de scholen waren het er 5 of minder.

Ook in de pilot was het aantal leerlingen per school klein. Scholen zijn verplicht om Wiskunde C aan te bieden, maar dergelijke kleine klassen zijn voor scholen erg duur. In de praktijk worden daarom Wiskunde C-leerlingen in Wiskunde A-klassen geplaatst. Deze combinatie is in de door cTWO voorgestelde examenprogramma's programmatisch lastiger dan voorheen. Maar bovendien vindt cTWO het combineren van groepen onwenselijk. In de pilot is geconstateerd dat leerlingen in een homogene Wiskunde C-groep beter tot hun recht komen. In aanbeveling 10 wordt ingegaan op oplossingen voor de lange termijn.

Een tweede, voorzichtige constatering die cTWO op grond van de pilot en geluiden uit het veld doet, is dat meisjes vaker uitwijken naar Wiskunde C dan jongens. Het pilotcohort Wiskunde C vwo bestond uit 46 meisjes en 1 jongen. In hoofdstuk 8 gaan we hier nader op in.

Conclusie 9. De algebraïsche vaardigheden van leerlingen in de bovenbouw van havo en vwo zijn toegenomen.

In de periode voor 2007 was er veel kritiek vanuit het universitair onderwijs op de algebraïsche vaardigheden van hun eerstejaarsstudenten. De wijzigingen die in 2007 in de examenprogramma's zijn doorgevoerd, stonden daarom voor een belangrijk deel in het teken van het verstevigen van deze vaardigheden. In een tussenevaluatie die cTWO vervolgens liet uitvoeren (Projectteam cTWO 2009) bleek deze ingreep succesvol: leerlingen in de vijfde klas van vwo scoorden beter op algebraïsche vaardigheden dan zesdeklassers die niet te maken hadden gehad met deze ingreep. Daarnaast constateren wij dat deficiëntiecurssussen die voor 2007 op veel universiteiten werden ingevoerd, inmiddels weer zijn verdwenen. De accentverschuiving die in 2007 heeft plaatsgevonden, wordt in de examenprogramma's van cTWO voortgezet.

Voorgaande conclusies en de ervaringen uit de pilot leiden tot een aantal

aanbevelingen rondom de implementatie van de examenprogramma's.

Aanbeveling 1. Verhoog het voorgeschreven aantal studielasturen voor Wiskunde B havo, teneinde dit vak voor een grotere groep leerlingen studeerbaar te maken.

Bij de herstructurering van de wiskundevakken in 2007 is het aantal studielasturen voor wiskunde in het profiel Natuur en Techniek sterk verminderd. Met name op havo heeft dit zeer nadelige consequenties. Het huidige, reguliere programma is sterk overladen en hetzelfde gold voor het pilotprogramma. Om deze reden is gedurende de pilot op verzoek van cTWO een aanzienlijk deel van het oorspronkelijke programma door het CvE van examinering uitgesloten. Noodgedwongen heeft cTWO deze uitsluiting definitief doorgevoerd in het programma Wiskunde B havo dat in dit rapport is opgenomen. Maar het blijft een gegeven dat er weinig tijd is voor leerlingen om met de kernconcepten en wiskundige denkactiviteiten vertrouwd te raken. Aanbeveling 1 richten wij aan de staatssecretaris van OCW en aan de schoolleiders.

Aanbeveling 2. Geef een vervolg aan de vernieuwingen die zijn ingezet rondom wiskundige denkactiviteiten en statistiek en rondom het gebruik van ICT en contexten.

Zowel de explicitering van wiskundige denkactiviteiten als de vernieuwde aanpak van statistiek is in de pilot door ontwikkelaars en docenten met enthousiasme ontvangen. Het bleek niet altijd eenvoudig, de juiste wijze te vinden om deze vernieuwingen in slechts één cohort in de lespraktijk vorm te geven. Bovendien waren de voor de statistiek vereiste randvoorwaarden omtrent ICT niet altijd vanzelfsprekend. Toch is gedurende de pilot een belangrijke stap gezet, zoals in latere hoofdstukken zal worden toegelicht. Het ontwikkelproces is nog niet ten einde en vraagt om een vervolg. Enkel het opnemen van deze zaken in het examenprogramma is geen voldoende waarborg voor daadwerkelijke implementatie in het onderwijs. Er is een groeitraject nodig. Datzelfde geldt voor het gebruik van ICT en contexten,

die in de visie van cTWO een belangrijke positie innemen.

Aanbeveling 2 richten wij aan SLO en aan het Platform Wiskunde Nederland.

Aanbeveling 3. Zorg voor professionaliseringsactiviteiten ten behoeve van het welslagen van enkele centrale aspecten van de vakvernieuwing in 2015. Het betreft met name statistiek, Wiskunde C, analytische meetkunde, ICT-gebruik, samenhang binnen profielen en wiskundige denkactiviteiten.

De ervaring die de afgelopen jaren in de pilot met deze aspecten van de vernieuwing is opgedaan, is op diverse scholingsbijeenkomsten gedeeld met het veld. Een continuering en intensivering van deze activiteiten is wenselijk. Het is op dit moment onduidelijk op welke manier hierin wordt voorzien. Naarmate de invoeringsdatum nadert, zal de informatiebehoefte bij docenten alleen maar toenemen. We denken aan goede informatie over de veranderingen, ervaringen met de vernieuwde aanpak inclusief 'good practices', aandacht voor de inzet van ICT, versterking van de samenhang tussen wiskunde en andere bètavakken en informatie over het gebruik van wiskunde in vervolgoopleidingen. In ieder geval bij de laatste twee punten kunnen de regionale steunpunten een belangrijke functie vervullen.

Aanbeveling 3 richten wij aan SLO en aan het Platform Wiskunde Nederland

Aanbeveling 4. Ontwikkel voorbeeldopgaven voor het examen, met name bij de domeinen Statistiek bij Wiskunde A en Wiskunde C.

Na vaststelling van de pilotprogramma's zijn door de syllabuscommissies voorbeeldopgaven en door Cito voorbeeldexamenopgaven ontwikkeld. Met de jaarlijkse afname van examens bij de pilotprogramma's zal deze verzameling opgaven nog verder groeien. Het betreft hier echter alleen de vernieuwde onderdelen van het programma die in het centraal examen worden getoetst. Het domein Statistiek valt in de pilot volledig onder het schoolexamen en daarom is een apart ontwikkelproces hiervoor noodzakelijk. Bij Wiskunde A havo dient daarbij gelet te worden op

de samenhang tussen het CE- en het SE-gedeelte, want bij beide heeft statistiek in dat programma een plaats. De behoefte aan opgaven over statistiek is groot, bijvoorbeeld aan praktische opdrachten waarin ICT-gebruik en de empirische cyclus samenkomen.

Aanbeveling 4 richten wij aan SLO en Cito aangaande het SE en aan CvE aangaande het CE.

1.2 Wiskunde C en D

Opdracht

Vorbereidende ontwikkelingen in gang zetten voor Wiskunde C op vwo en Wiskunde D op havo en vwo per 2007.

Eén van de eerste activiteiten van cTWO was het opstellen van examenprogramma's voor het nieuwe keuzevak Wiskunde D dat in 2007 op havo en vwo werd ingevoerd. De twee programma's bestaan voor een deel uit onderdelen die door de studielastreductie uit de Wiskunde B-programma's zijn verdwenen, zoals statistiek en kansrekening. Ook is een plek gecreëerd voor samenwerking met relevante vervolgopleidingen. In het opstellen van de programma's Wiskunde D voor 2015 zijn nadrukkelijk ook de ervaringen met de 2007-programma's meegenomen.

Voor Wiskunde C vwo waren in 2007 reeds programma's en syllabi vastgesteld. Daarbij was Wiskunde C slechts een deelverzameling van Wiskunde A, met ruimte voor keuzeonderwerpen. De cTWO-plannen voor Wiskunde C waren dermate afwijkend van het bestaande dat gewacht is op de pilot om de plannen eerst voorzichtig uit te proberen. cTWO heeft dus geen apart Wiskunde C-programma ontwikkeld voor 2007. Wel konden scholen nieuwe Wiskunde C modules gebruiken als keuzeonderwerp. Wiskunde C is daarom in dit rapport bij de bespreking van de eerste opdracht in paragraaf 1.1 meegenomen.

Conclusie 10. Vulgoopleidingen blijken een zinvolle bijdrage aan Wiskunde D te kunnen leveren.

Vulgoopleidingen hebben zich vaak georganiseerd in regionale

steunpunten. Vanuit universiteiten, maar ook door individuele docent-auteurs, is een veelheid aan modules voor vwo ontwikkeld. Hierdoor heeft de docent een rijke keuze aan lesmateriaal om naast de reguliere schoolboeken te gebruiken. Ook voor havo zijn er vanuit het hbo enige modules ontwikkeld, maar in kleinere hoeveelheid. Het lukt ook om via regionale steunpunten contacten te onderhouden tussen docenten uit VO en HO.

Conclusie 11. Het onderscheid tussen school- en samenwerkingsmodel is niet noodzakelijk.

In het oorspronkelijke programma had de school een keuze uit twee modellen: een samenwerkingsmodel gericht op samenwerking met het hoger onderwijs en een schoolmodel dat bedoeld was voor scholen die een dergelijke samenwerking niet konden realiseren. Dit onderscheid blijkt niet aan te sluiten bij de praktijk, waar veel graduelere vormen van samenwerking voorkomen dan de dichotomie die de modelstructuur suggereert. De modelstructuur is in het programma dan ook verlaten. In plaats daarvan wordt één programma voorgeschreven met veel keuzeruimte en aandacht voor afstemming met de profielspecifieke vervolgopleidingen.

Conclusie 12. Wiskunde D biedt een goede voorbereiding op vervolgopleidingen bèta en techniek.

Wiskunde D biedt relevante onderdelen als differentiaalvergelijkingen, kansrekening en statistiek. Uit diverse reacties uit het hoger onderwijs komt het beeld naar voren dat Wiskunde D-leerlingen het in het vervolgonderwijs beter doen. Leerlingen met Wiskunde D in hun pakket halen betere examenresultaten bij Wiskunde B. Maar het is bij deze observaties moeilijk om een causaal verband aan te tonen: zijn leerlingen door het volgen van Wiskunde D beter geworden in Wiskunde B of kiezen voornamelijk de goede wiskundeleerlingen Wiskunde D?

Conclusie 13. De geringe groepsgrootte bij Wiskunde D is een belangrijk punt van zorg.

Op veel scholen is het NT-profiel al niet zo groot en aangezien Wiskunde D een keuzevak is, resulteert dit vaak in kleine klassen. In havo is dit probleem het grootst: daar zijn 'klassen' van twee of drie leerlingen geen uitzondering. We merken overigens dat scholen en docenten steeds beter worden in het vinden

van flexibele oplossingen hiervoor, met name door jaarlagen te combineren. Dat neemt niet weg dat Wiskunde D op veel scholen om financiële redenen niet of niet meer wordt aangeboden.

Een punt dat hierop aansluit is de observatie dat Wiskunde D op scholen vaak bestaat bij de gratie van een enthousiaste docent. Als deze wegvalt, wat in verband met de vergrijzing en het lerarentekort steeds vaker gebeurt, dan dreigt afschaffing van het vak op de bewuste school. De impuls voor invoering van het vak moet vaak komen van onderaf, vanuit de wiskundesectie. In aanbeveling 10 gaan we in op mogelijke oplossingen voor de lange termijn.

Voorgaande conclusies en de ervaringen met het huidige Wiskunde D-programma leiden tot de volgende aanbeveling.

Aanbeveling 5. Verstevig de positie van Wiskunde D en zorg dat de verbreding, de verdieping en de gelegenheid tot talentontwikkeling die Wiskunde D biedt, behouden blijft.

Wiskunde D vormt voor bètaleerlingen een waardevolle aanvulling op Wiskunde B. Op organisatorisch en budgettair gebied is het echter ook een kwetsbaar vak. De versteviging van de positie van het vak moet op twee fronten plaatsvinden. Ten eerste is het belangrijk dat het hoger onderwijs het belang van het vak duidelijk onderstreept in de voorlichting aan potentiële studenten. Ten tweede moet de structuur die zich rondom de regionale steunpunten aan het ontwikkelen is, worden verankerd. Deze steunpunten bieden namelijk zowel inhoudelijke als organisatorische ondersteuning aan scholen. Hierbij is een beperkte landelijke coördinatie noodzakelijk. Het gaat bij dat laatste om het registreren en toegankelijk maken van lesmateriaal, het samenbrengen van kennis uit steunpunten, het organiseren van de succesvolle jaarlijkse Wiskunde D-dag en het onderhouden van wervingsactiviteiten zoals het uitbrengen van voorlichtingsmateriaal ten behoeve van de profielkeuze in de derde klas. Aanbeveling 5 richten wij aan de staatssecretaris van OCW en aan de betrokkenen in het hoger onderwijs.

1.3 Doorlopende leerlijnen

Opdracht

Adviseren over doorlopende leerlijnen wiskunde.

De opdracht over doorlopende leerlijnen valt uiteen in drie onderdelen: de voorbereiding in de onderbouw, de aansluiting bij de vervolgopleidingen en de samenhang met andere vakken. cTWO heeft aan alle drie facetten aandacht besteed. In eerdere conclusies is al ingegaan op samenhang binnen de profielen en op de aansluiting met het vervolgonderwijs. Daarnaast trekt cTWO de volgende conclusies.

Conclusie 14. Er is een lijn ingezet voor versterking van wiskunde in de onderbouw.

Bij de ontwikkelingen rondom de basisvorming heeft een erosie plaatsgevonden van de wiskunde in de onderbouw. Mede met het oog op de doorlopende leerlijn naar de bovenbouw is het wenselijk om de erosie terug te dringen. In het *Overzicht tussendoelen wiskunde havo en vwo* (Bos et al. 2010) is aangegeven wat leerlingen in havo en vwo aan het einde van de derde klas moeten kennen en kunnen om de onderbouwwiskunde 'naar behoren' af te sluiten en soepel door te stromen naar de bovenbouw. Een concretisering hiervan heeft plaatsgevonden in de opgavenbank (De Haan et al. 2012) die door cTWO is ontwikkeld. Deze versterking van de wiskunde in de onderbouw wordt op dit moment geëffectueerd in de nieuwe edities van de onderbouwboeken. De Tussendoelen geven docenten in de onderbouw zicht op de voorkennis die van bovenbouwleerlingen verwacht wordt.

Conclusie 15. Hoewel bètasamenhang een weerbarstig onderwerp blijft, is een aantal belangrijke stappen gezet.

De cultuurverschillen tussen docenten wiskunde en docenten natuurwetenschappen zijn groot. Toch zijn alle betrokken vakken gebaat bij afstemming. Dat geldt zowel voor de volgorde van onderwerpen in de tijd, als voor het gebruik van dezelfde nomenclatuur, als voor het uitwisselen van contexten. Om deze reden heeft cTWO tijdens de ontwikkeling van de pilotprogramma's samengewerkt in Bèta 5, waarbij ook de andere vernieuwingscommissies waren aangesloten. In samenwerking met

natuurkunde is een rapport verschenen over afstemming (Van de Giessen et al. 2008). In een recente samenwerking met SLO zijn in een concrete handreiking voor docenten veel voorbeelden verzameld (Alink et al. 2012). Naast natuurkunde, scheikunde en biologie is daarbij ook gekeken naar de wisselwerking met economie. Ook verwerking van samenhang op het niveau van syllabi is gewenst.

Rondom doorlopende leerlijnen komt cTWO tot de volgende aanbevelingen.

Aanbeveling 6. Breid de contacttijd wiskunde in de onderbouw uit.

De implementatie van de tussendoelen, in combinatie met meer aandacht voor algebraïsche vaardigheden en wiskundige denkactiviteiten, vraagt om een stevig aantal contacturen wiskunde in de onderbouw. De lestijd in de onderbouw is de afgelopen jaren gedaald en in de praktijk blijkt dat de wiskunde-uren door de komst van de rekentoetsen verder onder druk zijn komen te staan. Momenteel constateren wij vaak een 4-3-3-verdeling: vier lessen in de brugklas en drie lessen in de tweede en derde klas van havo en vwo. Met name omdat nieuwe exameneisen en tussendoelen consequenties hebben voor de tweede en derde klas, vindt cTWO dat er gestreefd moet worden naar een 4-4-4-verdeling. Dit sluit in onze ogen aan bij het belang dat in het *Actieplan vo Beter Presteren* (OCW 2011) aan doorstroomvakken gehecht wordt.

Aanbeveling 6 richten wij aan de staatssecretaris van OCW en aan de schoolleiders.

Aanbeveling 7. Stel in de vooropleidingseisen voor het hbo het vak Wiskunde B verplicht voor technische studies.

In de *Regeling nadere vooropleidingseisen hoger onderwijs 2007* en de gewijzigde *Regeling* d.d. 19 maart 2012 (OCW 2012) zijn de eisen wettelijk

vastgelegd die hbo-vervolgopleidingen stellen aan het vakkenpakket vanuit havo en vwo. Er zijn op dit moment slechts twee hbo-opleidingen die Wiskunde B verplicht stellen: de Lerarenopleiding wiskunde en de kleine opleiding Advanced Sensor Applications. Voor alle overige bèta-opleidingen volstaat, althans in formele zin, een NG-profiel met Wiskunde A of in sommige gevallen een Maatschappij-profiel. Hierdoor worden ten onrechte het vak Wiskunde B en het profiel Natuur en Techniek op havo niet doorstroomrelevant geacht.

Zowel het onderzoeksverslag van de Landelijke Werkgroep HBO-Wiskunde (Van Asselt 2012) als het Onderzoek van de Vereniging van Nederlandse Constructeurs (Avante Consultancy 2012) geeft aan dat in een deel van het beroepenveld grote zorg bestaat over het afstudeerniveau op wiskundig en rekentechnisch vlak. Dit geldt met name het hardere deel van het technisch beroepenveld (constructeurs, engineers, fysici, chemisch technologen, etc.). Vanuit het hbo worden door zowel docenten als management deze zorgen onderschreven. Zoals blijkt uit de conferenties die de Landelijke Werkgroep HBO-wiskunde de laatste jaren heeft gehouden (LWHW 1999–2012) maakt een onvoldoende instroomniveau en -vaardigheid op wiskundig vlak het niet goed mogelijk om tijdens de opleiding het gewenste niveau te bereiken. Bedrijven geven aan dat het evenmin goed mogelijk is, tijdens de beroepsuitoefening de benodigde verdere ontwikkeling in begrip en gebruik van wiskundige concepten te verwezenlijken.

cTWO is ervan overtuigd dat de huidige regeling ten aanzien van vooropleidingseisen voor het hbo niet past bij een adequate voorbereiding op technische vervolgopleidingen en op de bijbehorende aansluitende beroepen.

Aanbeveling 7 richten wij aan de staatssecretaris van OCW en aan de directies van hbo-instellingen.

1.4 Didactische ontwikkelingen

Opdracht

Adviseren over didactische ontwikkelingen.

Na de publicatie van de bevindingen van de Commissie Dijsselbloem heeft deze opdracht binnen de commissie geen hoge prioriteit gehad. Bovendien zijn de meningen in het veld op dit punt sterk verdeeld. Daarom vonden we het niet opportuun hier een standpunt in te nemen. De enige uitzondering die we maken, betreft een nieuwe trend die ingezet lijkt te zijn rondom digitaal toetsen.

Aanbeveling 8. Zorg dat de toetsen bij de Tussendoelen onderbouw wiskunde en de referentieniveaus rekenen zich niet alleen richten op het product, maar ook op het proces van het oplossen van vraagstukken, door open vragen en onderzoeksopdrachten op te nemen die een beroep doen op wiskundig redeneren en noteren.

Goede toetsing is belangrijk – en daarom volgt cTWO met belangstelling de ontwikkelingen op dit gebied. In het voortgezet onderwijs worden de komende tijd enkele nieuwe, landelijke toetsen geïntroduceerd. Voor wiskunde betreft dit de diagnostische toets voor de onderbouw die op dit moment wordt ontwikkeld. Het aangrenzende vakgebied rekenen heeft de rekentoets, waarvan de eerste pilots inmiddels zijn geweest. Daarnaast wordt er voor de tweedegraadslerarenopleiding wiskunde een centrale toets van de Kennisbasis ontwikkeld, waarvan de pilotfase bijna achter de rug is.

De toetsen, voor zover ontwikkeld, worden elektronisch afgenomen. Mogelijk is mede hierom gekozen voor een vorm met gesloten vragen of numerieke antwoordvelden. De toetsen zijn dus antwoordgericht; de uitwerking van een vraag, en daardoor de redenering van een leerling, kan niet worden beoordeeld. Dit is een breuk met een lange traditie in het wiskundeonderwijs die in onze ogen de kwaliteit en validiteit van de toetsen niet ten goede komt.

Bij het vak wiskunde is het proces – de redenering of gedachtegang – belangrijk of zelfs belangrijker dan het product – het eindantwoord. Regelmatig is zelfs geen sprake van een ‘product’ in enge zin, bijvoorbeeld als gevraagd wordt om een stelling te bewijzen, om iets af te leiden, of om iets te tekenen. Eén van de speerpunten van de vakvernieuwing die cTWO beoogt, richt zich op wiskundige denkactiviteiten. Deze activiteiten – waaronder vaardigheden vallen als modelleren, abstraheren en redeneren – zijn vanuit hun aard juist niet antwoordgeoriënteerd. Een ander aspect van wiskunde, verwoord in domein A van de examenprogramma’s, betreft het correct en helder kunnen opschrijven van redeneringen. Een gesloten toetsingsvorm is ook hiermee in strijd.

Aanbeveling 8 richten wij aan de staatssecretaris van OCW.

1.5 Terugblik en vooruitblik

Een aantal ambitieuze plannen van cTWO is nog niet volledig uit de verf gekomen. Het betreft vooral de omgang met contexten en het gebruik van ICT. Op andere punten, bijvoorbeeld rondom statistiek en wiskundige denkactiviteiten, is al een grote stap gezet, maar is de ontwikkeling nog niet ten einde.

Er zijn diverse oorzaken aan te wijzen voor het feit dat de vakvernieuwing nog niet volledig is afgerond, waaronder:

- het gegeven dat de pilot maar uit één cohort bestond, waardoor er geen tijd was voor een leerproces;
- de parallelle ontwikkeling van syllabi en lesmateriaal waardoor de synchronisatie lastig was;
- de moeizame start van de ontwikkeling van exemplarisch lesmateriaal ten behoeve van de pilot;
- het complexe en langdurige proces met betrekking tot het operationaliseren van vernieuwingen zoals wiskundige denkactiviteiten en statistiek;
- het onderschatten van de energie en tijd die het auteurs en docenten kost om los te komen van bekende kaders en om, vaak met weinig sturing, veranderingen door te voeren in de behandeling van contexten en denk-activiteiten;

- de omvang van de hoofdtak: het ontwikkelen van zeven programma's.

Naar de mening van cTWO is een groeitraject noodzakelijk. Hiervoor kan allereerst de implementatieperiode 2013–2017 gebruikt worden. Het betreft de uitvoering van aanbeveling 2: ontwikkelingen op het gebied van wiskundige denkactiviteiten, statistiek, ICT en authentieke contexten. In het *Invoeringsplan wiskunde* van SLO (SLO 2012) dienen daartoe voorzieningen te worden opgenomen. Het gaat zowel om verdere ontwikkeling van lesmateriaal als van (voorbeeld-)examenopgaven. Het is duidelijk dat SLO, Cito, CvE, leraren, PWN en methodeschrijvers hierbij betrokken moeten worden.

Voor de verdere toekomst trekken wij de volgende les uit het vernieuwingsproces.

Aanbeveling 9. Stel een permanente curriculumcommissie in die zorg draagt voor het wiskundeonderwijs.

In de inleiding van dit hoofdstuk is vermeld dat er bij wiskunde, net als bij veel andere vakken, behoefte is aan een continue, reflectieve heroverweging van het curriculum. Uit de gang van zaken in de afgelopen jaren trekt cTWO de conclusie dat een incidentele, grootschalige pilot en een instantane, ingrijpende wijziging van de examenprogramma's niet de beste manier is om dit te doen. Een permanente curriculumcommissie zou veranderingen rustiger en vooral ook geleidelijker kunnen doorvoeren. Bovendien biedt een dergelijke commissie continuïteit. De commissie dient te kijken naar de ervaringen met programma's in de praktijk, bijvoorbeeld wat betreft toetsing, doorstroom en de veranderingen in de maatschappij. De commissie zou, net als cTWO, dienen te bestaan uit een vertegenwoordiging uit voortgezet en hoger onderwijs. Door een regelmatige en geleidelijke ledenwisseling kan gezorgd worden dat er in de commissie zelf voldoende nieuwe inbreng is zonder dat de continuïteit verloren gaat. De commissie zou kunnen zetelen onder het Platform Wiskunde Nederland.

Aanbeveling 9 richten wij aan het bestuur van het Platform Wiskunde Nederland.

In dit rapport wordt op een aantal plaatsen aangegeven dat de ervaring leert dat de positie van de verschillende wiskundevakken binnen de profielstructuur niet ideaal is. Dat leidt tot de volgende aanbeveling.

Aanbeveling 10. Overweeg op termijn de invoering van twee robuuste wiskundevakken, Wiskunde α voor de maatschappijprofielen en Wiskunde β voor de natuurprofielen, door Wiskunde A en C respectievelijk B en D samen te voegen in vakken met een kerncurriculum en een bescheiden differentiatie.

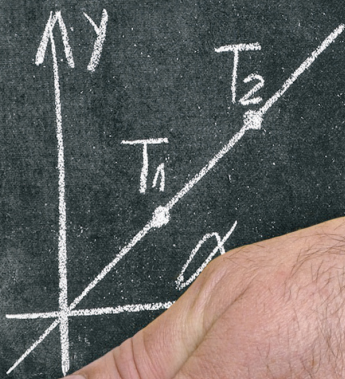
In de huidige profielstructuur moet Wiskunde A onderling sterk verschillende profielen bedienen (zie conclusie 4). Wiskunde C en Wiskunde D zijn vakken met veelal kleine leerlingaantallen (conclusies 8 en 13). Zonder Wiskunde D heeft een leerling in het profiel Natuur en Techniek enkel Wiskunde B. In het profiel Natuur en Gezondheid heeft de leerling de keuze tussen Wiskunde A en Wiskunde B. Schooldecanen (VvSL 2012) signaleren echter dat minder leerlingen kiezen voor Wiskunde B dan voorheen, hetgeen zij wijten aan de verscherpte slaagnormen.

Op grond van deze bevindingen lijkt het cTWO een goede zaak, de positie van wiskunde in de profielstructuur te heroverwegen. Daarbij kan gedacht worden aan één wiskundevak voor de maatschappijprofielen waarin het Wiskunde A-programma geheel of grotendeels wordt samengevoegd met onderdelen uit het vernieuwde Wiskunde C-programma. Denk daarbij bijvoorbeeld aan een uitbreidingsstructuur zoals die voor 2007 bestond. Daarnaast zou er dan één wiskundevak in de natuurprofielen moeten zijn dat bestaat uit een samenvoeging van de Wiskunde B- en Wiskunde D-programma's.

Aanbeveling 10 richten wij aan de staatssecretaris van OCW.

$$Ax + By + C = 0$$

$$k = -\frac{A}{B} \quad l = -\frac{C}{B}$$



2 Visie op wiskundeonderwijs

In 2007 heeft cTWO haar visie op vernieuwd wiskundeonderwijs vastgelegd in het rapport *Rijk aan betekenis* (cTWO 2007a). De inhoud hiervan is vervat in 22 standpunten, te vinden in bijlage G.

In dit hoofdstuk gaan we in op drie thema's uit de visie die van belang zijn voor de voorgestelde examenprogramma's en de praktijk van het wiskundeonderwijs. Daarbij komen ook ontwikkelingen aan de orde die sinds de publicatie van het visiedocument hebben plaatsgevonden. De drie thema's zijn contexten, wiskundige denkactiviteiten en ICT-gebruik.

2.1 Context en concept

In de vormgeving van de curricula staat voor cTWO een intern-wiskundig samenhangend netwerk van concepten centraal. Daarbij wordt een balans gezocht tussen enerzijds wiskunde als zelfstandige discipline – als denkwijze waarin abstraheren, generaliseren en formeel manipuleren een grote rol spelen – en anderzijds wiskunde als instrument voor het modelleren van probleemsituaties, als hulpmiddel dat toegepast wordt in praktische, technische en wetenschappelijke situaties. In het visiedocument wordt deze intrinsieke tweezijdigheid het duale karakter van de wiskunde genoemd.

Deze duale kijk heeft gevolgen voor de rol van contexten in het wiskundeonderwijs. Voor motivatie en zingeving is het belangrijk verbanden te leggen met de belangstellingssfeer van de leerling, met de wiskunde in vervolgonderwijs en beroepen, met de wetenschap en met de toepassingen, die vaak een waardevolle bron van intuïtieve kennis vormen. Ook kan een geschikt gekozen context dienen als denkmodel of ankerpunt voor het geheugen, waarmee leerlingen in hun langetermijngeheugen toegang krijgen tot het daaraan gekoppelde netwerk van mathematische begrippen en methoden.

Daarnaast vereisen het aanleren van vaardigheden en het verwerven van wiskundig inzicht een zekere concentratie op de wiskundige inhoud zonder dat steeds wisselende niet-wiskundige contexten daarvan de aandacht

afleiden. Hierbij moet men bedenken dat de kracht van wiskunde juist is dat concepten uit radicaal verschillende contexten worden geabstraheerd en vervolgens in volledige abstractie worden ontwikkeld.

Contexten hebben binnen het Nederlandse wiskundeonderwijs de afgelopen decennia al vroeg een belangrijke rol gespeeld, ook in vergelijking met andere bètavakken. Op dit moment wordt deze rol echter juist weer enigszins teruggedrongen. Contexten zijn immers relevant voor het leren van wiskunde, maar vormen niet het hart van het vak.

In dit opzicht onderscheidt de vakvernieuwing bij wiskunde zich van die van de natuurwetenschappelijke bètavakken, waarin de concept-contextbenadering centraal staat (NiNa 2010, CVBO 2010, SLO 2010). Deze benadering houdt in dat kennis uit de natuurkunde, scheikunde of biologie wordt verworven door de leerling authentieke contexten aan te bieden, bijvoorbeeld uit profielspecifieke beroepspraktijken (Boersma et al. 2007). cTWO is van mening dat deze benadering juist vanwege het afwijkende en duale karakter van wiskunde minder van toepassing is op het wiskundeonderwijs; de concept-contextvisie is dan ook niet het uitgangspunt geweest bij het ontwikkelen van de voorliggende wiskundeprogramma's.

Bij het leren en onderwijzen van wiskunde speelt het begrip *mathematiseren* een belangrijke rol. Daarbinnen wordt een onderscheid gemaakt tussen horizontaal en verticaal *mathematiseren* (Treffers 1987).

Horizontaal mathematiseren heeft betrekking op het vertalen van een niet-wiskundig probleem in wiskunde om daarmee dat probleem op te lossen, op het proces waarin met wiskundige middelen een betekenisvolle probleemsituatie (een niet-wiskundige context) aangepakt wordt. Bij *verticaal mathematiseren* gaat het eerder om het *mathematiseren* van de wiskunde zelf, het verder opbouwen van de wiskunde via o.m. axiomatiseren en formaliseren. Deze twee vormen van *mathematiseren* zijn beide belangrijk en vullen elkaar aan.

cTWO constateerde in haar visiedocument echter een spanningsveld tussen het gebruik van contexten en abstractie. Als de onderliggende abstractie ontbreekt, blijft transfer naar andere toegepaste situaties achterwege. Te veel aandacht voor het horizontaal *mathematiseren* kan ten koste gaan

van het verticale aspect, de aandacht voor wiskunde als bouwwerk van abstracties. Het gaat dus om het vinden van de optimale balans.

In het visiedocument zijn verschillende typen contexten onderscheiden, zoals didactische contexten, maatschappelijke contexten, wiskundige contexten en toepassingen. De typen contexten en hun rollen zijn voor de verschillende wiskundevakken niet gelijk. Bij Wiskunde A bestaat een traditie van opgaven waarbij de context essentieel is voor de vraag: de context bepaalt feitelijk de vraag. cTWO hecht hier waarde aan en heeft deze lijn ook voortgezet in de ontwikkelingen rondom Wiskunde C vwo. Bij Wiskunde B, met name in het vwo, zijn buitenwiskundige contexten lang niet altijd relevant of noodzakelijk om de gewenste kennis en vaardigheden te onderwijzen en te toetsen. Het gebruik ervan in Wiskunde B dient dan ook weloverwogen en kritisch te gebeuren.

Samengevat stelt cTWO voor om in de nieuwe examenprogramma's contexten een rol te geven voor zover ze een goede bijdrage leveren aan horizontaal of verticaal mathematiseren, en deze contexten zo veel mogelijk te laten passen bij de belangstelling en het profiel van de leerling.

2.2 Denken en doen

Bij het vak wiskunde nemen twee soorten kennis en vaardigheid een belangrijke plaats in. De eerste betreft procedurele kennis en vaardigheid, zoals bijvoorbeeld het automatiseren van het oplossen van vergelijkingen of het uitwerken van haakjes. De tweede is conceptuele kennis en behelst inzicht in de onderliggende wiskundige concepten, vermogen om problemen te overzien en vervolgens geschikte oplossingsstrategieën te kiezen.

Voorkomen moet worden dat wiskundeonderwijs te eenzijdig nadruk legt op procedurele kennis, waardoor wiskunde het karakter zou krijgen van een verzameling trucjes waar geen inzicht aan te pas komt. Procedurele kennis is namelijk niet flexibel toepasbaar en kan complexere begripsvorming in de weg staan. Het omgekeerde, een al te eenzijdige nadruk op conceptuele

kennis, is daarentegen ook niet wenselijk. Niet alleen is het vlot kunnen omgaan met wiskundige expressies belangrijk voor tal van toepassingen van de wiskunde, ook kan een slechte beheersing van basisvaardigheden het leerproces in de weg staan en de aandacht te veel afleiden van de begripsvorming of de oplossingsstrategie.

Om de balans tussen deze twee typen kennis en vaardigheid te waarborgen heeft cTWO in haar visiedocument zes wiskundige denkactiviteiten benoemd die de kernconcepten uit de schoolwiskunde (getal, formule, functie, verandering, ruimte en toeval) met elkaar verbinden. De volgende denkactiviteiten zijn onderscheiden.

Om de balans tussen deze twee typen kennis en vaardigheid te waarborgen heeft cTWO in haar visiedocument zes *wiskundige denkactiviteiten* benoemd die de kernconcepten uit de schoolwiskunde (getal, formule, functie, verandering, ruimte en toeval) met elkaar verbinden. De volgende denkactiviteiten zijn onderscheiden.

- *Modelleren en algebraïseren.* Modelleren is het maken van een passende wiskundige structuur bij een situatie. Modelleren is dus een creatief proces. Algebraïseren is een onderdeel van modelleren, waarbij een bepaalde situatie met formules of vergelijkingen wordt beschreven. Daarnaast spelen visualiseren, schematiseren en representeren een belangrijke rol. Een model maken bij een realistische context is vaak een lastig proces. De wiskunde zelf kan ook als context dienen, bijvoorbeeld als leerlingen in een meetkundig probleem zelf een variabele moeten invoeren.
- *Ordenen en structureren.* Deze activiteiten dragen bij aan abstractie en analytisch denken.
- *Analytisch denken en probleemoplossen.* Het betreft hier de vaardigheid om een probleem te formuleren, te analyseren en op te lossen. Heuristieken spelen een rol. Deze vaardigheid speelt in heel de wiskunde een belangrijke rol.
- *Formules manipuleren.* Het gericht omvormen van formules vraagt om inzicht in de structuur van de formule en om zicht op het te volgen oplossingsproces als geheel. Daarnaast dient de leerling over

handmatige vaardigheden te beschikken om deze processen correct uit te voeren. Het gaat dus om een combinatie van 'symbol sense' en formulevaardigheid. Met name hier is het zaak een goede balans te vinden tussen procedurele en conceptuele vormen van kennis.

- *Abstraheren*. Dit is de kracht van de wiskunde, die maakt dat deze flexibel kan worden toegepast. Kunnen abstraheren maakt het leren en begrijpen van wiskunde gemakkelijker.
- *Logisch redeneren en bewijzen*. Wiskunde onderscheidt zich van de andere wetenschappen door haar grotendeels deductieve methodologie. Aan logisch redeneren, gekoppeld aan vaardigheden als nauwkeurig formuleren en noteren, moet in heel de leerlijn aandacht worden besteed.

Hoewel deze denkactiviteiten door wiskundigen herkend worden als karakteristieke elementen in de uitoefening van het vak, zijn ze in curricula, schoolmethoden en wiskundelessen veelal niet goed zichtbaar of slechts impliciet aanwezig. Daarom zijn wiskundige denkactiviteiten een belangrijk punt van aandacht voor cTWO geweest en vormen ze een van de belangrijkste overkoepelende elementen van de vakvernieuwing wiskunde. Wiskundige denkactiviteiten zijn in de programma's die cTWO voor 2015 adviseert, expliciet opgenomen in subdomein A3. De uitwerking van dit subdomein zal per schooltype, per profiel en per wiskundevak kunnen verschillen. In de specificaties kunnen de bijbehorende balans en diepgang worden aangegeven. Denkactiviteiten zijn onverbrekkelijk verbonden met de inhoudelijke subdomeinen en zullen dus nooit los getoetst worden.

Het is niet gemakkelijk gebleken, het idee van wiskundige denkactiviteiten te operationaliseren. De eerste poging hiertoe kreeg vorm in tabellen in de toelichting bij de examenprogramma's voor de pilot. Hierin werden de subdomeinen gekoppeld aan de verschillende denkactiviteiten. Vervolgens hebben Cito en CvE de voorbeeldexamenopgaven van de pilotprogramma's aan denkactiviteiten proberen te koppelen (zie bijvoorbeeld CvE 2011d). In de syllabi is deze aanpak echter verlaten, omdat de verschillende denkactiviteiten zich moeilijk laten scheiden.

In september 2010 heeft cTWO een projectgroep ingesteld met de opdracht om wiskundige denkactiviteiten te operationaliseren. De inzichten en

materialen waarin dit heeft geresulteerd zijn online beschikbaar gesteld en zijn tevens beschreven in het laatste hoofdstuk van het *Handboek wiskundedidactiek* (Drijvers, Van Streun en Zwaneveld 2012). Dit hoofdstuk bevat ook een selectie van de voorbeeldopgaven die door de projectgroep zijn ontwikkeld en verzameld.

Het afgelopen decennium zijn leerlingen te veel gewend geraakt aan reproductie, omdat opgaven via deelvragen werden opgedeeld in meerdere kleine stapjes.

Eén van de inzichten is dat wiskundige denkactiviteiten moeten worden ontwikkeld en onderhouden aan de hand van een specifiek type problemen, waarbij de oplosser niet dadelijk een oplossingsweg ziet. Dit inzicht heeft ook vorm gekregen in de centrale examens van de pilotprogramma's. Bij Wiskunde A op havo en vwo bevat het pilotexamen een zogeheten korte onderzoeksopgave, waarbij leerlingen worden uitgedaagd zelf een oplossingsstrategie te verzinnen. Zo'n opgave bestaat uit één onderdeel waarvoor relatief veel punten te verdienen zijn en waarbij vaak meerdere uitwerkingen mogelijk zijn. Bij Wiskunde B op havo en vwo zijn denkactiviteiten zichtbaar in de syllabi (CvE 2010a, 2012a), waarin specificaties onderverdeeld zijn in de categorieën *productie en reproductie*.

Een ander inzicht van het project rond wiskundige denkactiviteiten is dat interactie tussen leerlingen onderling, daarbij begeleid door een docent die diepgang afdwingt, voor het onderwijzen van denkactiviteiten heel belangrijk is. Leerlingen moeten tot denken worden uitgedaagd, en tot het verkennen van oplossingsstrategieën. Dit is niet enkel een solitaire proces. Een klassendiscussie of een complexe opdracht kan de vaardigheid van leerlingen sterk verbeteren, maar is ook belangrijk voor het ontwikkelen van affiniteit met dit type problemen. Dit betekent dat het onderwijzen van denkactiviteiten een sterk beroep doet op de didactische vaardigheden van docenten. Wiskundige denkactiviteiten vormen daarom een belangrijk thema voor diverse landelijke scholingsactiviteiten, zoals blijkt uit de plenaire lezing (2011) en diverse werkgroepen tijdens de recente studiedagen van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Samengevat ziet cTWO in de nieuwe examenprogramma's een belangrijke

rol weggelegd voor denkactiviteiten zoals verwoord in de subdomeinen A3, om te voorkomen dat eenzijdige nadruk komt te liggen op procedurele kennis. Reacties in de pilots en uit het veld hierop zijn positief.

2.3 ICT, pen en papier

ICT vormt krachtig gereedschap voor het onderwijs. De plaats die ICT in het wiskundeonderwijs moet innemen is momenteel echter nog niet uitgekristalliseerd en is onderwerp van discussie. cTWO erkent en benadrukt het belang van ICT-gebruik, maar constateert ook dat de implementatie daarvan tot op heden niet altijd succesvol is geweest.

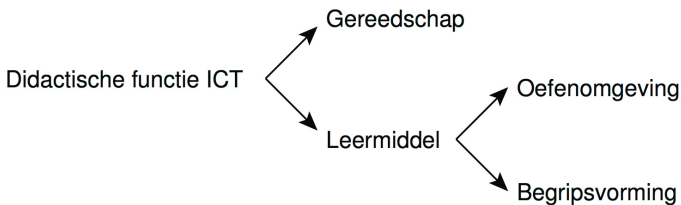
ICT-gebruik in het onderwijs kan verrijkend en verdiepend zijn. Geavanceerde technologieën kunnen werk uit handen nemen en concentratie op hoofdzaken bevorderen. Het is echter van groot belang dat hiervan geen negatieve invloed uitgaat op de begripvorming en de beheersing van basisvaardigheden. Een zekere mate van basisvaardigheid en parate kennis is onontbeerlijk voor het wiskundig inzicht en voor een efficiënte probleemaanpak. Het gebruik van ICT als gereedschap mag ontwikkeling en onderhoud van deze basisvaardigheden niet naar de achtergrond dringen.

Na het verschijnen van het visiedocument heeft een subcommissie van cTWO onderzoek gedaan naar ICT-gebruik; zie bijlage H. Eén van de constatering uit het eindrapport van deze subcommissie, getiteld *Use to learn; naar een zinvolle integratie van ICT in het wiskundeonderwijs*, was dat het belang dat cTWO toekent aan ICT voor het leren van wiskunde internationaal breed wordt onderschreven (cTWO 2008a). De zorg voor mogelijke risico's die daaraan kleven ziet de subcommissie in belangrijke internationale publicaties over het wiskundeonderwijs nauwelijks terug; wel wordt onderkend dat nog onvoldoende kennis en ervaring beschikbaar is om de potentie van ICT voor het wiskundeonderwijs optimaal te benutten. Een tweede constatering van de subcommissie is dat twee onderwijsprocessen rond ICT, namelijk 'learn to use' en 'use to learn', niet duidelijk te scheiden zijn. Wel is aandacht voor 'learn when to use' belangrijk, leren in te zien bij welk type vragen en op welk moment in het

oplossingsproces de inzet van ICT zinvol is.

In de literatuur (Drijvers, Van Streun & Zwaneveld 2012) worden drie didactische functies van ICT onderscheiden:

- *ICT als gereedschap*. Het betreft hier het uit handen nemen van vooral reken- en tekenwerk dat handmatig veel tijd in beslag neemt of langdradig, saai en zonder veel meerwaarde is. Denk aan het berekenen van het gemiddelde van een lijst getallen.
- *ICT als oefeninstrument*. Hierbij wordt ICT ingezet om opgaven te genereren, antwoorden te controleren of zelfs snel van feedback te voorzien.
- *ICT als ondersteuner van begripsvorming*. Bij deze didactische functie kan gedacht worden aan applets, grafiektekenprogramma's en programma's waarmee meetkundige configuraties kunnen worden verkend.



In de volgende hoofdstukken van dit rapport worden per programma de kansen voor ICT-gebruik in de examenprogramma's toegelicht met concrete voorbeelden van ICT-toepassingen bij de verschillende domeinen. Ook wordt per domein aangegeven welke didactische functie van ICT-gebruik van toepassing is.

Hier noemen we in het kort alvast twee belangrijke toepassingen.

In de vernieuwingen van de statistiek in Wiskunde A en C speelt ICT een belangrijke rol. In veel vervolgopleidingen en toepassingen wordt statistiek gebruikt om gegevens in grote datasets te verwerken en om bepaalde onderzoeksvragen te kunnen beantwoorden. ICT fungeert daarbij als gereedschap om lang en eentonig rekenwerk uit handen te nemen. cTWO heeft deze omgang met statistiek in de examenprogramma's tot uitdrukking

gebracht. In de pilot zijn de computerprogramma's *VU-Stat*, het *Digiboek* en de *Digimap* naar tevredenheid gebruikt. Overigens fungeert ICT hier niet enkel als gereedschap, maar ook als begripsvormend instrument, bijvoorbeeld omdat snel de effecten van veranderingen en verschillende representaties kunnen worden onderzocht of omdat toevalsprocessen hiermee kunnen worden gesimuleerd.

Bij de meetkundedomeinen is voor ICT een rol weggelegd in de begripsvorming. Het stelt leerlingen in staat om dynamiek aan te brengen in een anders statische figuur. Leerlingen kunnen zo bijvoorbeeld inzicht krijgen in de effecten van de wijziging van bepaalde parameters.

Naar de mening van cTWO moet het gebruik van de grafische rekenmachine op het centraal eindexamen gehandhaafd blijven. De omgang hiermee in de vraagstelling heeft de afgelopen jaren een ontwikkeling ten goede doorgemaakt. Het is goed mogelijk gebleken, de grafische rekenmachine op een zinvolle manier te laten fungeren. In het schoolexamen kan het apparaat ook worden ingezet in samenhang met onderzoeksvragen.

Een ontwikkeling waar nog weinig ervaring mee is opgedaan, is het gebruik van software die in staat is algebraïsche manipulaties te verrichten. Conform een advies van de ICT-subcommissie is er op initiatief van cTWO een Wiskunde D-module *Computeralgebra* ontwikkeld om de mogelijkheden hiervan te verkennen.

Samengevat ziet cTWO een belangrijke rol weggelegd voor ICT in het wiskundeonderwijs, zonder dat afbreuk gedaan wordt aan goede pen-en-papier-vaardigheden. Een uitgewogen balans wordt werkenderweg ontwikkeld.



...nkel
...ns het onderzoek zorgen deze
...or dat 15% van de totale Nederlandse

...n aantal gegevens en aannames.

...statistiek meldt voor 2009:
...oudens, waarvan 2.618 miljoen
...ouden telt gemiddeld 2,3 personen ouder dan

...miljoen inwoners.

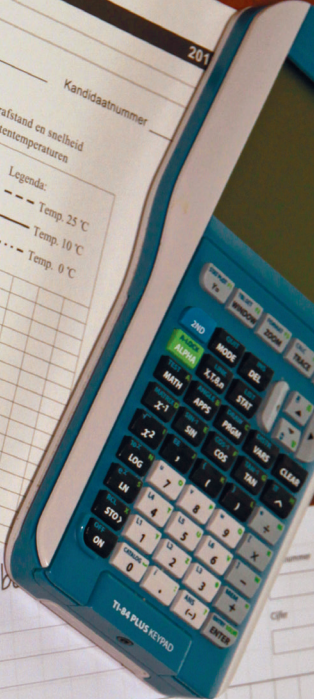
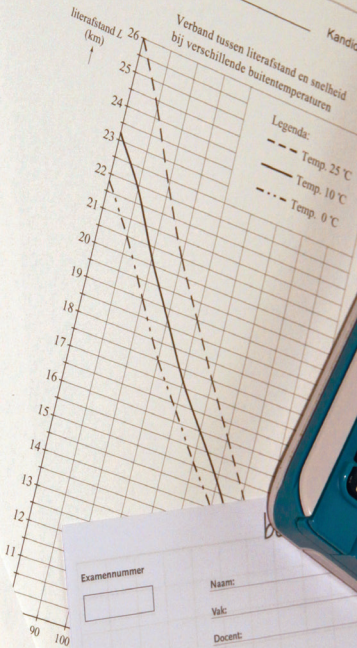
...zijn gedaan:
...shoudens heeft een 'ja/nee-sticker' en ontvangt dus geen
...shoudens als meerpersoonshuishoudens
...zijn er evenveel eenpersoons- als meerpersoonshuishoudens
...ens waar de folders wel ontvangen worden, bekijkt driekwart van
...en ouder dan 16 jaar deze folders;
...e personen die de folders bekijken, lijkt erg hoog. Op
...persoonshuishoudens worden gevoerd door een persoon ouder dan

...emde percentage van 15% dat tot actie overgaat, lijkt erg hoog. Op
...an bovenstaande gegevens en aannames kun je onderzoeken of dit
...tage juist is.
...rzoek of dit percentage van 15% juist is.

wiskunde A (pilot) HAVO
uitwerkbijlage

Naam kandidaat
3

Kandidaatnummer



Examennummer

Naam:
Vak:
Docent:

19 7,313 ↔ 2,618
 ↓
 2,3 pers > 16
 16,53
 wel 1/6 deel
 3 bekijkt
 27% actie
 en nu

50-50 pers - overgroot

3 Wiskunde A havo

Dit hoofdstuk beschrijft het voorgestelde examenprogramma voor Wiskunde A havo. Dit programma is gebaseerd op het pilotprogramma (cTWO 2009) met bijstellingen op grond van de ervaringen in de pilot.

De eerste paragraaf is geheel formeel-inhoudelijk: het bevat het examenprogramma en beschrijft de bijstellingen en de specificaties van de eindtermen. Na deze paragraaf volgen achtereenvolgens een karakterisering, een verslag van de pilot en een verantwoording van het programma. De belangrijkste conclusies en adviezen zijn opgenomen in hoofdstuk 1.

3.1 Examenprogramma Wiskunde A havo

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Algebra en tellen
Domein C	Verbanden
Domein D	Verandering
Domein E	Statistiek

Het centraal examen

Het centraal examen heeft betrekking op domein C en de subdomeinen B1, B2, E1, E2, E3 en E4 in combinatie met de vaardigheden uit domein A. Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast. Het CvE maakt specificaties van de examenstof van het centraal examen bekend in een syllabus.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A en

- domein D en de subdomeinen B3 en E5;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen,

die per kandidaat kunnen verschillen.

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

2. De kandidaat kan een profielspecifieke probleemsituatie in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

3. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

Domein B: Algebra en tellen

Subdomein B1: Rekenen

4. De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en daarbij gebruik maken van de rekenkundige basisbewerkingen.

Subdomein B2: Algebra

5. De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met variabelen en daarbij gebruik maken van de algebraïsche basisbewerkingen.

Subdomein B3: Telproblemen

6. De kandidaat kan telproblemen structureren en schematiseren en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen.

Domein C: Verbanden

Subdomein C1: Tabellen

7. De kandidaat kan een tabel opstellen op basis van gegevens uit een tekst, een grafiek, een formule of andere tabellen en tabellen aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere tabellen, grafieken, formules of tekst.

Subdomein C2: Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden

8. De kandidaat kan een grafiek tekenen op basis van gegevens uit een tekst, een tabel, een formule of andere grafieken en gegevens en relevante informatie uit grafieken aflezen, grafieken interpreteren en in verband brengen met andere grafieken, formules of tekst.

Subdomein C3: Formules met één of meer variabelen

9. De kandidaat kan door substitutie in een formule met één of meer variabelen waarden berekenen en een formule opstellen of wijzigen op basis van gegeven informatie.

Subdomein C4: Lineaire verbanden

10. De kandidaat kan bij een lineair verband een formule opstellen en een grafiek tekenen, met lineaire verbanden berekeningen uitvoeren zoals interpolatie en extrapolatie, lineaire vergelijkingen en ongelijkheden oplossen en uitkomsten toepassen in profielspecifieke probleemsituaties.

Subdomein C5: Exponentiële verbanden

11. De kandidaat kan exponentiële verbanden herkennen, met formules beschrijven, in grafieken weergeven en er berekeningen aan uitvoeren.

Domein D: Verandering

Subdomein D1: Helling

12. De kandidaat kan over een grafiek uitspraken doen over stijgen, dalen, maximum en minimum en kan veranderingen beschrijven met behulp van differenties, hellingen en toenamedigrammen.

Domein E: Statistiek

Subdomein E1: Presentaties van data interpreteren en beoordelen

13. De kandidaat kan data die op diverse manieren zijn gerepresenteerd en/of samengevat interpreteren en beoordelen op relevantie in relatie tot een onderzoeksvraag.

Subdomein E2: Data verwerken

14. De kandidaat kan data, gegeven in een dataset, verwerken, organiseren, bewerken, weergeven in grafieken, tabellen en diagrammen, en karakteriseren met geschikte centrum- en spreidingsmaten.

Subdomein E3: Data en verdelingen

15. De kandidaat kan kenmerken van een verdeling beschrijven.

Subdomein E4: Statistische uitspraken doen

16. De kandidaat kan, bijvoorbeeld in het kader van de empirische cyclus,
- op basis van steekproefgegevens een uitspraak doen over een populatieproportie of populatiegemiddelde en de betrouwbaarheid kwantificeren,
 - het verschil tussen groepen kwantificeren,
 - het verband tussen twee variabelen beschrijven, en het resultaat interpreteren in termen van de context.

Subdomein E5: Statistiek met ICT

17. De kandidaat beheerst statistisch ICT-gebruik in relatie met de subdomeinen E1, E2, E3 en E4 om grote datasets te interpreteren en te analyseren.

Wijzigingen ten opzichte van het pilotprogramma

- De onderdelen die uitsluitend op het schoolexamen worden getoetst zijn domein D en de subdomeinen B3 en E5. Dit is een wijziging ten opzichte van het pilotprogramma. De studielast van de niet-CE-onderdelen uit het nieuwe voorstel is ongeveer gelijk aan de studielast van de niet-CE-onderdelen uit het oude voorstel.
- Domein E is licht gewijzigd. Subdomein E5 is ontstaan door een inperking, herverkaveling en herformulering van eindtermen waarbij ICT-gebruik in een apart subdomein opgenomen is om aldus SE- en CE-onderdelen eenvoudiger te scheiden. De wijzigingen zijn geen uitbreidingen.
- In subdomein A3 is door herformulering de relatie met wiskundige denkactiviteiten uit het visiedocument van cTWO expliciet gemaakt.
- De formulering van subdomein C2 is gestroomlijnd.

(Sub)domein	Verplicht	Verplicht	Optioneel
	in SE	in SE	in CE
A Vaardigheden	X	X	
B1 Rekenen	X		X
B2 Algebra	X		X
B3 Telproblemen		X	
C Verbanden	X		X
D Verandering		X	
E1 Presentaties van data interpreteren en beoordelen	X		X
E2 Data verwerken	X		X
E3 Data en verdelingen	X		X
E4 Statistische uitspraken doen	X		X
E5 Statistiek met ICT		X	

Globale wijzigingen ten opzichte van het 2007-programma

In het nieuwe programma is meer aandacht voor rekenregels en algebraïsche vaardigheden dan in de domeinen 'Tabellen en grafieken' en 'Lineaire verbanden en formules met meerdere variabelen' het geval was. Het domein 'Statistiek en kansrekening' heeft een andere opzet en uitwerking gekregen, met onder andere een nadrukkelijker ICT-gebruik. Verder wordt in het nieuwe programma aandacht besteed aan wiskundige denkactiviteiten.

Specificaties van de globale eindtermen

De voorgestelde specificaties van de eindtermen staan in Bijlage A.

De specificaties voor de domeinen B, C en D zijn identiek aan de specificaties die zijn opgenomen in de tweede werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma (CvE 2012a). De specificaties bij domein E komen uit de gedetailleerde eindtermen bij het pilotprogramma (cTWO 2009), met aanpassingen op basis van de ervaringen in de pilot. De formele specificaties voor het centraal examen zullen in opdracht van CvE worden uitgewerkt in de syllabus bij het examenprogramma, maar cTWO adviseert om deze ongewijzigd uit de meest recente pilotsyllabus over te nemen.

3.2 Karakterisering

Bij de samenstelling van het programma zijn de volgende punten benoemd.

- De *doelgroep* van Wiskunde A wordt gevormd door leerlingen die de profielen EM en NG volgen en leerlingen in het profiel CM die wiskunde kiezen.
- Wiskunde A op havo *bereidt voor* op hbo-opleidingen in met name de sectoren economie, gezondheidszorg en landbouw & natuurlijke omgeving, enerzijds door onderwerpen die van toepassing zijn bij de vervolgopleiding (bijvoorbeeld formules en statistiek en de bijbehorende algebraïsche vaardigheden en rekenvaardigheden), anderzijds door aandacht te besteden aan redeneren, argumenteren en kritische reflectie.
- Daarnaast heeft dit vak een *algemeen vormende waarde* doordat het leerlingen voorbereidt op de (informatie)maatschappij en hen leert in verschillende situaties wiskundige aspecten te herkennen, te interpreteren en te gebruiken.
- Met het oog op zowel de redzaamheid in het dagelijks leven als in mogelijke vervolgopleidingen is het verwerven en onderhouden van rekenvaardigheid van groot belang. In dit licht is een subdomein *Rekenen* in het programma opgenomen.
- Wiskunde A besteedt veel aandacht aan *toepassingen*. Voor deze groep leerlingen is het relevant dat zij inzicht hebben in het belang van de wiskunde in de maatschappij en dat zij de mogelijkheden van wiskundige toepassingen op hun waarde kunnen schatten. De wiskundige concepten worden opgebouwd vanuit concrete toepassingen. De nadruk ligt zowel op het zelfstandig toepassen en oefenen van wiskundige technieken als op het volgen van wiskundige redeneringen.
- Het onderwerp statistiek (domein E) wordt op een meer realistische en probleemgeoriënteerde manier benaderd dan voorheen. Uitgangspunt daarbij is de empirische cyclus van data verzamelen, data analyseren en conclusies trekken. ICT wordt gebruikt om grote datasets te analyseren.

Het programma Wiskunde A havo bestaat uit twee onderdelen: enerzijds algebra en analyse, en anderzijds statistiek. De belangrijkste inhoudelijke

vernieuwingen vinden plaats in dit laatste onderwerp. Voorts krijgen rekenen en algebra een prominentere plek. Domein A is geheel herzien.

Het examenprogramma wordt, conform het algemene beleid van OCW, slechts gedeeltelijk getoetst in het centraal examen.

Voor Wiskunde A havo staan 320 studielasturen. Deze kunnen, bij wijze van indicatie, op de volgende manier over de domeinen worden verdeeld:

Domein	slu
A Vaardigheden	-
B Algebra en tellen	80
C Verbanden	100
D Veranderingen	40
E Statistiek	100
Totaal	320

De toetsing van toepassingsgerichte vaardigheden (onderzoeken, modelleren, ICT-gebruik) is met name gesitueerd in het schoolexamen, en kan profiel- en pakkeetspecifiek zijn.

In subdomein A3 wordt aangegeven dat de leerling ICT functioneel moet kunnen gebruiken. Het betreft dan het gebruik van ICT conform de drie functies die in het ICT-rapport van cTWO (2008a) worden onderscheiden: als gereedschap, als oefenomgeving en ten behoeve van begripsvorming (zie ook hoofdstuk 2). De belangrijkste wiskundige functionaliteiten van ICT voor Wiskunde A havo zijn:

- FGT: Formules, grafieken en tabellen. Denk aan de grafische rekenmachine, grafiekenplotters of Excel.
- SGSS: Statistische Gegevensverwerking en Statistische Simulatie.

Denk aan VU-Statistiek, Excel, de grafische rekenmachine of SPSS.

In de volgende tabel staat in welke domeinen welke didactische en wiskundige ICT-functionaliteiten kunnen worden ingezet.

ICT-gebruik in havo A		Didactische functie ICT		
Domein		gereedschap	oefening	begripsvorming
B	Algebra en tellen	FGT	FGT	
C	Verbanden	FG	FGT	FGT
D	Verandering	FGT		FGT
E	Statistiek	SGSS		SGSS

3.3 Evaluatie examenexperiment

Beschrijving

In 2009 zijn 440 leerlingen aan de pilot havo A begonnen, maar door terugtrekking uit de pilot van vier groepen van een school en wegens zittenblijvers hebben uiteindelijk 204 leerlingen in 2011 deelgenomen aan het pilot-eindexamen. Daarmee is het experimentele examenprogramma havo A uiteindelijk uitgevoerd op vier scholen, waarbij het pilotcohort bestond uit acht groepen met acht verschillende docenten. De scholen gebruikten hun reguliere schoolboeken, behalve voor het onderwerp statistiek waarvoor cTWO exemplarisch lesmateriaal heeft ontwikkeld. Ook kregen de scholen aanvullend rekenmateriaal. Uit de ervaringen met het eerste cohort rees bij de pilotscholen een behoefte aan extra lesmateriaal voor algebraïsche vaardigheden. Daarom is nog een extra module ontwikkeld ten behoeve van de latere cohorten.

De pilotdocenten kwamen vier maal per jaar bijeen om de voortgang te bespreken, pta's samen te stellen en op elkaar af te stemmen, toetsen uit te wisselen en knelpunten te bespreken. Er werd daarbij ook tijd ingeruimd voor thematische verdieping, bijvoorbeeld rondom wiskundige denkactiviteiten. Een steeds terugkerend gespreksonderwerp bij de docenten havo A was de vormgeving van het onderdeel Statistiek, met name voor wat betreft de ICT-component en geschikte praktische opdrachten.

Programma als geheel

De docenten hebben moeite met de relevantie van het programma Wiskunde A havo voor de brede, heterogene doelgroep die immers uiteenloopt van wiskundig zwakke leerlingen met een CM-profiel tot en met potentiële techniekstudenten. Conclusie 4 in hoofdstuk 1 van dit rapport is gewijd aan dit punt. In een interview van Kuiper et al. (2011a) merkt een pilotdocent op: "De leerdoelen zitten in een spagaat doordat de doelgroepen van Wiskunde A havo (zowel CM/EM als NG) uiteenlopen en hun wiskundecapaciteiten eveneens." Voorts vertelt de docent dat Wiskunde A ook moet kunnen voorbereiden op bijna alle hbo-techniekopleidingen en concludeert: "Dit alles geeft problemen."

Voor NG-leerlingen die een bèta-vervolgopleiding gaan doen is bijvoorbeeld het aangegeven algebraïsche niveau van Wiskunde A zeker gewenst en ongetwijfeld ook haalbaar, maar NG-leerlingen vormen in het algemeen slechts een beperkte deelgroep van een havo-A-klas. Overigens geven pilotleerlingen wel aan het vak nuttig te vinden, al beroepen zij zich hier deels op van 'buitenaf' aangegeven nut voor vervolgoedingen.

In Kuiper et al. (2011a) komt geen duidelijk beeld naar voren van de haalbaarheid van het programma in de ogen van docenten, al geven leerlingen aan dat de studielast draaglijk is. In een van de voortgangsrapportages (Projectteam 2011a) geven docenten aan dat het programma in het eerste cohort weliswaar niet helemaal haalbaar was in de beschikbare tijd, maar dat dit in cohort 2 geen onoverkomelijk probleem meer lijkt op te leveren. Hierbij moet echter vermeld worden dat de meeste pilotdocenten gezien de druk van het naderend CE er bewust voor gekozen hadden het laatste hoofdstuk van het experimentele lesmateriaal voor statistiek over te slaan. Dit onderdeel behoorde niet bij de CE-stof, maar wel bij de SE-stof.

Al met al oordelen docenten op grond van hun ervaringen dat invoering van het programma in 2015 wenselijk is. Punt van zorg betreft statistiek, dat als SE-onderdeel het gevaar loopt te worden gemarginaliseerd en waarbij de beschikbaarheid van goede SE-toetsen (met name computerpractica en praktische opdrachten in het kader van statistisch onderzoek) en voldoende ICT-faciliteiten cruciaal zijn. Voorts zouden wiskundige denkactiviteiten en algebra nog duidelijker in het lesmateriaal moeten worden ingebed (Kuiper et al. 2011a).

Wiskundige denkactiviteiten

De expliciete aandacht die in het nieuwe programma aan wiskundige denkactiviteiten wordt geschonken, wordt door de pilotdocenten als positief aangemerkt. Zij lopen echter aan tegen het probleem dat hiervoor nauwelijks materiaal bestaat. De gezamenlijke themabijeenkomsten hierover vormden hun enige handvat. Pilotdocenten spreken de hoop uit dat wiskundige denkactiviteiten in de reguliere leerboeken een volwaardige plek krijgen.

Statistiek

De aanpak van het vernieuwde onderdeel Statistiek is realistischer en sterker probleemgeoriënteerd geworden, onder meer door de focus op de analyse van echte data en de inzet van ICT daarbij. Leerlingen leren kritisch te kijken naar gepopulariseerde statistische uitspraken en maken kennis met statistisch onderzoek (de empirische cyclus).

De pilotdocenten vinden deze veranderingen een verbetering, ook qua maatschappelijke waarde en ter voorbereiding op het hbo. Het gebruik van ICT spreekt leerlingen aan. Er is aandacht voor onderzoeksaspecten en de aanpak is meer gericht op begrip (Projectteam 2011a, Kuiper et al. 2011a).

Tijdens de pilot is echter nog weinig ervaring opgedaan met kwantitatief redeneren; dit onderdeel zat achteraan in het experimentele lesmateriaal en men kwam daar op de scholen niet of nauwelijks aan toe. Ook is nog niet zo veel ervaring opgedaan met het door leerlingen laten opzetten en uitvoeren van een eigen onderzoekje (gedeeltelijk of geheel). Het goed vormgeven van een onderzoeksopdracht en het begeleiden en beoordelen van een statistisch onderzoek is nieuw. Docenten geven aan behoefte te hebben aan ondersteuning.

Bij de uitvoering op de scholen deed zich ook een technisch/infrastructureel knelpunt voor. In het domein Statistiek is namelijk een belangrijke rol weggelegd voor ICT: een deel van het lesmateriaal is in digitale vorm als *Digiboek* beschikbaar en het werken met grote datasets is zonder computer praktisch niet uitvoerbaar. Het gebruik en de beschikbaarheid van ICT bleek op sommige scholen een knelpunt te zijn. De pilotdocenten geven aan dat dit waarschijnlijk opstartproblemen zijn, want bij het tweede cohort liep dit al veel soepeler (Projectteam 2011a).

Conform het algemene beleid van OCW wordt niet het volledige examenprogramma op het centraal examen (CE) getoetst. Domein E, *Statistiek en kansrekening*, was in de pilot uitsluitend onderdeel van het schoolexamen (SE). Een reden hiervoor was onder meer dat het geïntroduceerde ICT-element, noodzakelijk voor het gebruik van grote datasets, niet past bij de wijze waarop het CE wordt afgenomen. Ook toetsing van de empirische onderzoekscyclus lijkt minder goed mogelijk

binnen de CE-setting.

De pilotdocenten staan echter kritisch tegenover de keuze om statistiek buiten het CE te houden: de vrees bestaat dat statistiek daardoor in de dagelijkse schoolpraktijk het kind van de rekening wordt, omdat het CE op school vaak prioriteit krijgt boven het SE (zie ook conclusie 6 in hoofdstuk 1). Men pleit voor opname in het CE of het stellen van voorwaarden aan SE-toetsing. In een kleine veldraadpleging (Projectteam 2011c) onderschrijven ook niet-pilotdocenten dit probleem.

Om deze redenen stelt cTWO in haar uiteindelijke programma een andere verdeling tussen SE- en CE-stof voor dan in de pilotprogramma's (zie conclusie 1 in hoofdstuk 1).

Het eerste pilotexamen

Over het algemeen waren de reacties op het eerste pilot-CE havo A positief. De vrees dat het examen qua samenstelling té algebraïsch zou zijn, bleek niet uit te komen (Projectteam 2011b). Wel was het zo dat er door de kandidaten zeer slecht gescoord werd op twee van de algebravragen.

Wiskundige denkactiviteiten zijn in de A-examens geoperationaliseerd in de vorm van een zogeheten korte onderzoekopgave. Pilotdocenten merken op dat het een goed idee is om deze onderzoekopgave een vaste plek te geven, bij voorkeur aan het einde van het examen. In de examenevaluatie van het CvE (2011a) komt het beeld naar voren dat de examenmakers met name ten aanzien van wiskundige denkactiviteiten en telproblemen nog enigszins zoekende zijn. Door het wegvallen van statistiek en kansrekening is het CE inhoudelijk smaller geworden. Dat betekent echter niet dat het CE meer diepgang is gaan vertonen. Dit lijkt ook niet haalbaar, omdat het volledige programma (dat wil zeggen SE plus CE) niet smaller is geworden. Omdat statistiek in het voorgestelde programma Wiskunde A havo wèl onderdeel wordt van het CE, zal deze kwestie in de toekomst niet meer spelen.

Kwantitatieve gegevens van het eerste centraal eindexamen

Op grond van gegevens van Cito (Remijn 2011a) kan een cijfermatige vergelijking worden gemaakt tussen de pilotleerlingen en de leerlingen

die aan het reguliere programma hebben deelgenomen.

	Pilot	Regulier
Aantal kandidaten	204	27.707
Man	90	12.638
Vrouw	114 (56%)	15.069 (54%)

Omdat een deel van het pilotexamen overlap vertoont met het reguliere examen, is het mogelijk te kijken naar de moeilijkheidsgraad van het pilotexamen.

Het reguliere examen gemaakt door reguliere kandidaten leverde een p' -waarde van 64,2. Als het pilotexamen gemaakt zou worden door reguliere kandidaten wordt een p' -waarde geschat van 57,7.

Door naar de overlap te kijken is het ook mogelijk de resultaten van de reguliere kandidaten te vergelijken met de resultaten van de kandidaten van het pilotexamen. De reguliere kandidaten scoorden op de overlap een gemiddelde p' -waarde van 62,1. De pilotkandidaten scoorden 61,8.

De mannen hadden een gemiddelde score van 47,62; de vrouwen van 44,39. Bij het reguliere examen was dit 53,54 voor de mannen en 51,96 voor de vrouwen.

Op basis van de behaalde scores en de in het verleden behaalde resultaten van de groep pilotscholen kan het CvE de prestatie van de pilotkandidaten goed beoordelen. Daarnaast houdt men er bij de normering rekening mee dat de pilotscholen te maken hebben met invoerings- en gewenningszaken, zodat de kandidaten bij de pilot niet gedupeerd worden. De normering leverde de volgende resultaten:

Examen	Pilot	Regulier
N-term	1,1	0,5
% onvoldoende	25	26
Gemiddeld cijfer	6,3	6,3

Het tweede pilotexamen

Hoewel het tweede cohort formeel geen onderdeel uitmaakt van de pilot, worden er in latere cohorten natuurlijk wel relevante ervaringen opgedaan

en wordt de ontwikkeling van examens gecontinueerd. Het tweede pilotexamen (we beperken ons tot het eerste tijdvak), afgelegd door bijna 185 leerlingen, werd positief ontvangen door de docenten: goed niveau, de algebra in evenwicht met de andere onderdelen en een goed-ontvangen korte onderzoeksopgave ter afsluiting. De korte onderzoeksopgave werd beter gemaakt ($p' = 42$) dan die van vorig jaar ($p' = 22$) (Limpens et al. 2012). De normering was als volgt:

Examen	Pilot	Regulier
N-term	1,5	1,1
% onvoldoende	9	25
Gemiddeld cijfer	6,8	6,4

Aandachtspunten bij implementatie

Zoals hiervoor is beschreven, is de uitwerking van de leerlijn statistiek in de pilot niet volledig gelukt. Knelpunten werden ervaren rond de beschikbaarheid van ICT-faciliteiten op de scholen, het ontwerp van geschikte computerpracticumtoetsen, het onderwijs en de toetsing van (elementen van) de onderzoekscyclus (opzet en uitvoering van een statistisch onderzoek of van deelstappen voor zo'n onderzoek) en de plaats en rol van kansrekening binnen de uitwerking van het vernieuwde domein. Kwantitatief redeneren heeft in de pilot nog te weinig aandacht gekregen.

De ontwikkeling van onderzoeksoopdrachten en computerpracticumtoetsen voor statistiek dient door te gaan, om op het moment van landelijke invoering een aantal opdrachten beschikbaar te hebben die als geschikte voorbeeld-schoolexamens voor docenten kunnen dienen. Dit materiaal zou een plek kunnen krijgen in de *Handreiking* van SLO.

De ervaringen met statistiek maken duidelijk dat scholing en samenwerking van docenten erg belangrijk is. De softwarematige verwerking van grote datasets is nieuw in de schoolwiskunde. Bovendien is deze benadering van statistiek pas recent in het curriculum van alle lerarenopleidingen opgenomen.

Zie op dit punt aanbevelingen 2, 3 en met name ook 4 in het eerste hoofdstuk van dit rapport.

De uitwerking van de algebraïjn in het programma Wiskunde A havo heeft

zich na afloop van het eerste cohort voortgezet. De ontwikkeling hiervan moet nauwlettend worden gevolgd, met name daar waar het de relevantie en haalbaarheid/moeilijkheidsgraad voor de diverse doelgroepen betreft.

Aan de implementatie van wiskundige denkactiviteiten zal eveneens nog de nodige zorg besteed moeten worden: hoe kan dit onderdeel onderwezen, geleerd en getoetst worden? Er zal bovendien een juiste en bij de profielen EM en NG passende combinatie gevonden moeten worden van deze wiskundige vaardigheden uit subdomein A3 enerzijds en de vakinhoudelijke concepten anderzijds. Een suggestie hiervoor staat in de volgende tabel, waarin de subdomeinen uit het examenprogramma (met uitzondering van domein A) zijn uitgezet tegen de vaardigheden (waarbij voor de hand liggende afkortingen zijn gebruikt) die zijn benoemd in subdomein A3.

		Mo - Al	Or - St	An - Pr	Fo	Ab	Lo - Be
B1	Rekenen				x		
B2	Algebra				x	x	
B3	Tellen	x	x			x	
C1	Tabellen	x	x				
C2	Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	x	x	x	x	x	x
C3	Formules met twee of meer variabelen	x			x		
C4	Lineaire verbanden	x		x	x		
C5	Exponentiële verbanden	x		x	x		
D1	Helling	x	x			x	x
E1	Presentaties van data interpreteren en beoordelen	x	x	x			
E2	Data verwerken		x	x			
E3	Data en verdelingen		x	x		x	
E4	Statistische uitspraken doen		x	x			x
E5	Statistiek en ICT	x	x	x			

Het niveau waarop de diverse denkactiviteiten aan bod komen, dient te zijn afgestemd op het desbetreffende wiskundevak, hier dus op Wiskunde A havo.

Dit alles is een geleidelijk proces dat met de afronding van pilot nog niet voltooid is. Wederom verwijzen we naar aanbeveling 2 en 3 in hoofdstuk 1.

3.4 Verantwoording

In paragraaf 1.1 van dit rapport is gesteld dat het programma Wiskunde A havo van cTWO voldoet aan een aantal criteria, te weten haalbaarheid, aansluiting op de visie en consistentie, terwijl relevantie niet goed is gerealiseerd. In deze paragraaf worden deze uitspraken uitgewerkt.

Op grond van de ervaringen uit de pilot concludeert cTWO dat het programma studeerbaar, onderwijsbaar en toetsbaar is – en daarmee dus haalbaar. Essentieel daarbij is wel dat de ontwikkelingen rondom het onderwerp statistiek zich tijdens de implementatiefase voortzetten. Aandachtspunten daarbij zijn de ICT-faciliteiten, voldoende scholing en de ontwikkeling van passende opdrachten voor het SE.

Bij de vernieuwde statistiek kan ICT worden gebruikt op de manier die cTWO voor ogen staat: als instrument voor begripsontwikkeling dat ten dienste staat van het onderwijs (cTWO 2007a). Bij de uitwerking in de pilot is gebleken dat aan een belangrijke randvoorwaarde van cTWO kan worden voldaan: 'use to learn' neemt een veel belangrijker plaats in dan 'learn to use'. Wat dat betreft sluit met name het ICT-gebruik bij statistiek goed aan bij enkele aanbevelingen uit het ICT-rapport rondom het gebruik in lesmateriaal en toetsing (cTWO 2008a).

Wiskundige denkactiviteiten hebben een plek gekregen op het centraal eindexamen, onder andere in de vorm van een zogeheten korte onderzoekopgave. In het uiteindelijke programma is dit geëxpliciteerd door een herformulering van subdomein A3.

Het blijkt *niet* goed mogelijk een programma Wiskunde A havo te maken dat voor alle deelnemers relevant is. De reden is dat Wiskunde A zowel het

profiel Natuur en Gezondheid als het profiel Economie en Maatschappij moet bedienen en daarnaast ook veelvuldig gekozen wordt door leerlingen in het profiel Cultuur en Maatschappij. Met name wat betreft de algebra stelt dit botsende eisen aan het programma. Afgaande op de vooropleidingseisen (OCW 2012) bereidt het profiel Natuur en Gezondheid onder meer voor op technische studies en daarmee vraagt Wiskunde A dus om een stevig algebraprogramma; zie bijvoorbeeld (LWHW 2011). Voor leerlingen in de maatschappijstroom is dit echter te veel gevraagd en bovendien minder doorstroomrelevant, omdat op het hbo de economische opleidingen zijn gedemathematiseerd. Het programma dat er nu ligt bevat desalniettemin een flinke dosis algebra die echter nog niet toereikend is voor de wensen van veel technische opleidingen (ibid.). Eisen als ‘aan de hand van een formule een redenering opzetten’ komt bij het grootste gedeelte van de leerlingen niet goed uit de verf. Zie Bos (2011) voor concrete voorbeelden uit het eerste pilotexamen. Zie verder conclusie 4 en aanbeveling 10 in het eerste hoofdstuk.

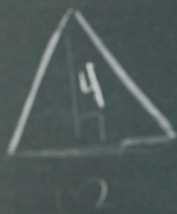
Aangaande het onderwerp Statistiek kan de relevantie wel positief worden beoordeeld. Waarvoorheen de nadruk niet alleen op beschrijvende statistiek maar ook op enigszins formele kansrekening inclusief combinatoriek lag, staan nu de empirische cyclus en het kritisch leren kijken naar data centraal. Dit sluit beter aan bij de wijze waarop in het hbo met statistiek wordt omgegaan.

Het complete programma bestaat uit twee losstaande onderwerpen: algebra en analyse versus statistiek. Zoals in de pilot is gebleken, vormt het programma binnen deze onderwerpen een samenhangend geheel dat is uit te werken in een leerlijn.

Over de samenhang met andere vakken, met name Economie, is gerapporteerd in een gezamenlijke studie van Alink, Van Asselt en Den Braber (2012) en in de reactie van cTWO op de conceptsyllabi van de vernieuwde bètavakken (cTWO 2012). Over de combinatie Wiskunde A met Natuurkunde hebben wij geen eenduidige informatie ontvangen. Puur kijkend naar de onderwerpen lijkt Wiskunde A evenwel voldoende ondersteuning te bieden voor Natuurkunde (ibid.).

$$y = \frac{2}{3} (b - x)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



A
A

h
h

D =



4 Wiskunde B havo

Dit hoofdstuk beschrijft het voorgestelde examenprogramma voor Wiskunde B havo. Dit programma is gebaseerd op het pilotprogramma (cTWO 2009) met bijstellingen op grond van de ervaringen in de pilot.

De eerste paragraaf is geheel formeel-inhoudelijk: het bevat het nieuwe examenprogramma en beschrijft de bijstellingen en de specificaties van de eindtermen. Na deze paragraaf volgen achtereenvolgens een karakterisering, een verslag van de pilot en een verantwoording van het programma. De belangrijkste conclusies en adviezen zijn opgenomen in hoofdstuk 1.

4.1 Examenprogramma Wiskunde B havo

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen. Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Functies, grafieken en vergelijkingen
Domein C	Meetkundige berekeningen
Domein D	Toegepaste analyse

Het centraal examen

Het centraal examen heeft betrekking op de domeinen B, C en D in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast. Het CvE maakt specificaties van de examenstof van het centraal examen bekend in een syllabus.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A en

- domein D;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

2. De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

3. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

Domein B: Functies, grafieken en vergelijkingen

Subdomein B1: Standaardfuncties

4. De kandidaat kan standaardfuncties (machtsfuncties, exponentiële en logaritmische functies en goniometrische functies) hanteren, interpreteren binnen een context, de grafieken beschrijven en in een functievoorschrift vastleggen en werken met eenvoudige transformaties.

Subdomein B2: Vergelijkingen en ongelijkheden

5. De kandidaat kan eenvoudige vergelijkingen, ongelijkheden en stelsels van twee lineaire vergelijkingen oplossen, in voorkomende gevallen grafisch oplossen of de oplossingen numeriek benaderen en de oplossingen interpreteren in de context.

Subdomein B3: Evenredigheidsverbanden

6. De kandidaat kan verbanden tussen de twee grootheden a en b van de vorm $a = c \cdot b^d$ herkennen, toepassen en bijbehorende grafieken tekenen, vanuit de beschrijving van een dergelijk verband een formule opstellen, de evenredigheidsconstante bepalen en redeneren over het effect van schaalvergroting.

Subdomein B4: Periodieke functies

7. De kandidaat kan periodieke verschijnselen beschrijven door middel

van sinus- of cosinusfuncties, de bijbehorende sinusoiden tekenen en de karakteristieke eigenschappen ervan benoemen en alle oplossingen van een eenvoudige goniometrische vergelijking op een gegeven interval bepalen.

Domein C: Meetkundige berekeningen

Subdomein C1: Afstanden en hoeken in concrete situaties

8. De kandidaat kan afstanden en hoeken berekenen met behulp van goniometrische verhoudingen, de stelling van Pythagoras en de sinus- en cosinusregel.

Subdomein C2: Analytische methoden

9. De kandidaat kan analytisch-algebraïsche berekeningen uitvoeren aan de hand van gegeven profielspecifieke contexten en figuren.

Domein D: Toegepaste analyse

Subdomein D1: Veranderingen

10. De kandidaat kan het veranderingsgedrag van een functie, gegeven door grafiek, tabel of formule, beschrijven door middel van toenamediagrammen en differentiequotienten en kan differentiequotienten berekenen en interpreteren, ook vanuit een profielspecifieke probleemsituatie.

Subdomein D2: Afgeleide functies

11. De kandidaat kan de afgeleide functie begripsmatig interpreteren en kan lokale veranderingen van een functie benaderen zowel met een differentiaalquotient als numeriek-grafisch.

Subdomein D3: Bepaling afgeleide functies

12. De kandidaat kan de afgeleide functie van machtsfuncties met rationale exponenten bepalen en kan voor het bepalen van de afgeleide functie gebruik maken van de som-, verschil- en kettingregel.

Subdomein D4: Toepassing afgeleide functies

13. De kandidaat kan analytisch-algebraïsche berekeningen uitvoeren gericht op profielspecifieke contexten.

Wijzigingen ten opzichte van het pilotprogramma

- In subdomein A3 is door herformulering de relatie met wiskundige denkactiviteiten uit het visiedocument van cTWO expliciet gemaakt.
- In subdomein C2 is het woordje ‘profiel specifieke’ toegevoegd.
- Subdomein C3 *Vectorrekening* uit het pilotprogramma is niet meer opgenomen. Bijgevolg is de nummering ook aangepast.
- De aanduiding ‘1’ in de titel van domein D en subdomein D2 is komen te vervallen.
- De formulering van de subdomeinen D2 en D3 is gestroomlijnd.
- In subdomein D3 worden de product- en quotiëntregel niet meer genoemd.
- In subdomein D4 is de verwijzing naar ‘optimaliseringsproblemen op meetkundige lichamen en figuren’ niet meer opgenomen.
- Een deel van deze wijzigingen is al gedurende de pilot effectief doorgevoerd en is ook al beschreven in de tweede werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma Wiskunde B havo (CvE 2012a).

Globale wijzigingen ten opzichte van het 2007-programma

	B-2007	B-nieuw
Functies en grafieken	X	X
Vergelijkingen en ongelijkheden	X	X ⁽¹⁾
Veranderingen en afgeleide functies	X	X ⁽²⁾
Fragmenttekeningen	X	Naar D
Oppervlakte en inhoud	X	Naar D
Afstanden en hoeken in het vlak	Naar D	X
Analytische vlakke en ruimtemeetkunde		X ⁽³⁾
Evenredigheden		X
Toepassing afgeleide functies		X

⁽¹⁾ Hoewel de eindterm hetzelfde is gebleven, verschillen de specificaties wezenlijk.

⁽²⁾ De productregel wordt niet meer voorgeschreven.

⁽³⁾ Dit domein was niet aanwezig in het 2007-programma maar bestond voor 2007 wel in Wiskunde B1,2 (domein G). Het accent is echter verlegd van het berekenen van afstanden en hoeken in de ruimte naar diverse problemen met cirkels en lijnen in de vlakke meetkunde.

Algemeen: in het nieuwe programma wordt aandacht besteed aan wiskundige denkactiviteiten.

Specificaties van de globale eindtermen

De voorgestelde specificaties van de eindtermen staan in Bijlage B. Deze zijn identiek aan de specificaties die zijn opgenomen in de tweede werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma (CvE 2012a). De formele specificaties zullen in opdracht van CvE worden uitgewerkt in de syllabus bij het examenprogramma, maar cTWO adviseert om deze ongewijzigd uit de meest recente pilotsyllabus over te nemen.

4.2 Karakterisering

Bij de samenstelling van het programma zijn de volgende punten benoemd.

- De *doelgroep* van Wiskunde B wordt gevormd door leerlingen die het profiel Natuur en Techniek volgen en leerlingen in het profiel Economie en Maatschappij en het profiel Natuur en Gezondheid die Wiskunde B kiezen in plaats van Wiskunde A.
- Het vak bereidt voor op *vervolgopleidingen* met een sterk kwantitatieve en exacte component, zoals de technische sector van het hbo. Inhoudelijk ligt de nadruk op analyse en meetkunde, met ruime aandacht voor algebraïsche vaardigheden, formulevaardigheden en de inzichtelijke toepassingen daarvan.
- In Wiskunde B komt een aantal wiskundige *kernconcepten* aan de orde en wordt aandacht besteed aan begripsvorming en aan redeneren. Een smal en diep programma verdient dan ook de voorkeur boven een breed en oppervlakkig curriculum.
- Wiskunde B is een sterk *samenhangend wiskundig programma* dat past in het NT-profiel. Door ruimte te creëren voor toepassingen en contexten uit bètavakken, onder meer natuurkunde, wordt daarnaast *samenhang met andere exacte vakken* gerealiseerd. Het modelleren van en rekenen aan natuurwetenschappelijke verschijnselen speelt hierbij een grote rol.
- De samenhang met andere exacte vakken, zoals Wiskunde D, NLT,

natuurkunde, scheikunde en biologie, is een punt van aandacht. Het rapport van de werkgroep Afstemming Wiskunde-Natuurkunde (Van de Giessen et al. 2008) bevat voor wat betreft de samenhang met natuurkunde een aantal voorstellen.

Het laatste punt heeft een concrete uitwerking gekregen in het rapport van Alink, Van Asselt en Den Braber (2012).

Van alle wiskundevakken in de bovenbouw heeft Wiskunde B havo het meest te lijden gehad van de studielastreductie die met de Vernieuwde Tweede Fase is doorgevoerd. Dit blijkt ook al het geval in het reguliere examenprogramma. Zie daarvoor bijvoorbeeld een enquête in de Wiskunde-brief van mei 2009 (Bos en Koolstra 2009), de hoge N-term gedurende de eerste twee jaar na invoering, en artikelen hierover in *Euclides* (Peereboom 2010, 2011b). Ook in de pilot werd overladenheid van het programma in relatie tot de studielast geconstateerd en daarom heeft cTWO het onderwerp vectormeetkunde en een groot deel van de differentieerregels uiteindelijk niet in het examenprogramma opgenomen. Hierdoor is het programma smaller en eenzijdiger geworden. Zie in dit licht ook aanbeveling 1 in hoofdstuk 1.

Voor Wiskunde B havo staan 360 studielasturen. Deze kunnen, bij wijze van indicatie, op de volgende manier over de domeinen worden verdeeld:

Domein	slu
A Vaardigheden	-
B Functies, grafieken en vergelijkingen	160
C Meetkundige berekeningen	100
D Toegepaste analyse	100
Totaal	360

De toetsing van toepassingsgerichte vaardigheden (onderzoeken, modelleren, ICT-gebruik) is met name gesitueerd in het SE, en kan profiel- en pakketspecifiek zijn.

In subdomein A3 wordt aangegeven dat de leerling ICT functioneel moet kunnen gebruiken. Het betreft dan het gebruik van ICT conform de drie

functies die in het ICT-rapport van cTWO (2008a) worden onderscheiden: als gereedschap, als oefenomgeving en ten behoeve van begripsvorming (zie ook hoofdstuk 2). De belangrijkste wiskundige functionaliteiten van ICT voor Wiskunde B havo zijn:

- FGT: Formules, grafieken en tabellen. Denk aan de grafische rekenmachine, grafiekenplotters of Excel.
- DGM: Dynamische Grafieken en Meetkunde. Denk aan GeoGebra.

In de volgende tabel staat in welke domeinen welke didactische en wiskundige ICT-functionaliteiten kunnen worden ingezet.

ICT-gebruik in havo B		Didactische functie ICT		
		gereedschap	oefening	begripsvorming
B	Functies, grafieken en vergelijkingen	FGT	FGT	
C	Meetkundige berekeningen	FG		DGM
D	Toegepaste analyse	FGT		

4.3 Evaluatie examenexperiment

Beschrijving

Het pilotcohort bestond uit negen groepen op zeven scholen, met negen verschillende docenten en ongeveer 175 leerlingen; uiteindelijk is het examen in 2011 door 138 leerlingen afgelegd. De scholen gebruikten hun reguliere schoolboeken, behalve voor het onderwerp meetkunde waarvoor cTWO exemplarisch lesmateriaal heeft ontwikkeld.

De pilotdocenten kwamen vier maal per jaar bijeen om de voortgang te bespreken, pta's samen te stellen en op elkaar af te stemmen, toetsen uit te wisselen en knelpunten te bespreken. Er werd daarbij ook tijd ingeruimd voor thematische verdieping, bijvoorbeeld rondom wiskundige denkactiviteiten.

Programma als geheel

Al in een vrij vroeg stadium werd duidelijk dat het oorspronkelijke

pilotprogramma te omvangrijk was voor het beschikbare aantal studielasturen. Daarom besloot het CvE op advies van cTWO en de pilotdocenten voor het eerste pilotexamen tot de volgende uitsluitingen:

- toepassing van logaritmische schaalverdelingen,
- (complexe) evenredigheidsverbanden met meerdere variabelen,
- in de context van de driedimensionale ruimte berekeningen in het platte vlak uitvoeren en de resultaten interpreteren binnen de context,
- het gehele subdomein vectorrekening,
- combinaties van product-, quotiënt- en/of kettingregel,
- optimaliseringsproblemen op meetkundige lichamen.

Voor de latere cohorten zijn de uitsluitingen nog verder uitgebreid:

- kennis van de product- en quotiëntregel,
- kennis van de kettingregel die verder gaat dan het geval waarbij de binnenste functie lineair is.

De pilotdocenten geven aan dat het programma met deze uitsluitingen onderwijsbaar en toetsbaar is. Dat laatste wordt ondersteund door de toetsdeskundigen van Cito. Al deze uitsluitingen zijn doorgevoerd in het programma dat cTWO in dit rapport voorstelt. Docenten oordelen in het onderzoek van Kuiper et al. (2011b) dan ook positief over landelijke invoering in 2015.

Wiskundige denkactiviteiten

Conform de visie van cTWO moet aandacht worden besteed aan uiteenlopende wiskundige denkactiviteiten. Docenten zijn hier enthousiast over, maar ze constateren wel dat ook dit veel tijd kost. Vanwege het overladen pilotprogramma en de examendruk durfden de pilotdocenten weinig tijd te nemen voor groepswork, klassengesprekken en andere tot interactie en reflectie leidende werkvormen, waardoor in de lespraktijk uiteindelijk weinig aandacht is besteed aan denkactiviteiten (Kuiper et al. 2011b).

Veranderingen

Kuiper et al. (2011b) laten zien dat docenten met name de meetkunde en de

toegenomen aandacht voor algebraïsche vaardigheden (zie ook conclusie 9) als verandering ervaren. Het nieuwe programma bereidt in de ogen van docenten goed voor op de vervolopleidingen, maar is in persoonlijk of maatschappelijk opzicht minder relevant dan het oude programma. Dit blijkt ook uit leerlinginterviews (ibid.). Wiskunde B wordt door leerlingen ervaren als een lastig, maar niet ondoenlijk vak. Opmerkelijk is dat de leerlingen de overladenheid niet ervaren.

Wiskunde B havo is een vrij klassiek vak gebleven waarin ICT slechts een bescheiden rol speelt.

Het eerste pilotexamen

De reactie van pilotdocenten op het examen (eerste tijdvak) was over het algemeen positief (Projectteam cTWO 2011d, CvE 2011b):

- Het examen is goed wat betreft niveau en omvang en vormt een goede afspiegeling van de CE-stof.
- Het examen heeft een goed aantal vragen die een beroep doen op gevarieerde algebraïsche vaardigheden. Deze vragen zijn over het algemeen redelijk goed gemaakt.
- Wiskundige denkactiviteiten hebben een (bescheiden) plek gekregen in dit examen; de betreffende vragen zijn niet erg goed gemaakt.
- De omvang van de vereiste algebraïsche vaardigheden in verhouding tot het gebruik van de grafische rekenmachine is als goed beoordeeld bij dit examen.
- De vernieuwing bij Wiskunde B is goed zichtbaar in dit examen; dat blijkt uit de onderwerpen die aan bod komen en uit de aandacht voor denkactiviteiten.

De observatie is wel dat er in het examen in totaal meer algebraïsche manipulaties en berekeningen worden gevraagd dan in het reguliere examen en de vrees is dat het mogelijk te eentonig wordt. Dit lijkt inherent te zijn aan de keuze voor analytische meetkunde in de nieuwe examenprogramma's.

Kwantitatieve gegevens van het eerste centraal eindexamen

Op grond van gegevens van Cito (Remijn 2011b) kan een cijfermatige

vergelijking worden gemaakt tussen de pilotleerlingen en de leerlingen die aan het reguliere programma hebben deelgenomen.

	Pilot	Regulier
Aantal kandidaten	138	10.387
Man	99	6798
Vrouw	39 (28%)	3589 (35%)

Omdat een deel van het pilotexamen overlap vertoont met het reguliere examen, is het mogelijk te kijken naar de moeilijkheidsgraad van het pilotexamen. Het reguliere examen gemaakt door reguliere kandidaten leverde een p' -waarde van 57,1. Als het pilotexamen gemaakt zou worden door reguliere kandidaten wordt een p' -waarde geschat van 47,1.

Door naar de overlap te kijken is het ook mogelijk de resultaten van de reguliere kandidaten te vergelijken met de resultaten van de kandidaten van het pilotexamen. De reguliere kandidaten scoorden op de overlap een gemiddelde p' -waarde van 66,9. De pilotkandidaten scoorden 71,9.

De mannen hadden een gemiddelde score van 41,67; de vrouwen van 43,90. Bij het reguliere examen was dit 46,26 voor de mannen en 44,55 voor de vrouwen.

Op basis van de behaalde scores en de in het verleden behaalde resultaten van de groep pilotscholen kan het CvE de prestatie van de pilotkandidaten goed beoordelen. Daarnaast houdt men er bij de normering rekening mee dat de pilotscholen te maken hebben met invoerings- en gewenningszaken, zo dat de kandidaten bij de pilot niet gedupeerd worden. De normering leverde de volgende resultaten:

Examen	Pilot	Regulier
N-term	1,6	1,0
% onvoldoende	26	31
Gemiddeld cijfer	6,3	6,1

Het tweede pilotexamen

Hoewel het tweede cohort formeel geen onderdeel uitmaakt van de pilot,

worden er in latere cohorten natuurlijk wel relevante ervaringen opgedaan en wordt de ontwikkeling van examens gecontinueerd. Het tweede pilotexamen werd afgelegd door 143 leerlingen; hun docenten waren tevreden over dit examen. Met name de meetkundeopgaven werden positief ontvangen; de vernieuwing was duidelijk zichtbaar. Niveau, lengte en aansluiting op het gegeven onderwijs werden als goed beoordeeld (Limpens et al. 2012).

De normering was als volgt:

Examen	Pilot	Regulier
N-term	13	1,2
% onvoldoende	25	28
Gemiddeld cijfer	6,5	6,3

Aandachtspunten bij implementatie

Door het nagenoeg ontbreken van Wiskunde B in hbo-vooropleidingseisen, gecombineerd met de strengere eisen die in de zak-slaagregeling aan wiskunde worden gesteld, bestaat het gevaar dat Wiskunde B in de marge terecht komt. Decanen constateren al dat de keuze voor Wiskunde B aan het afnemen is (VvSL 2012). Deze ontwikkeling staat haaks op de behoefte in de samenleving aan meer technisch geschoolden. Bovendien geven hbo-docenten van technische opleidingen aan dat studiesucces sterk gecorreleerd is met de aanwezigheid van Wiskunde B in het voortraject. Zie ook aanbeveling 7 en 10 in hoofdstuk 1.

Door het opnemen van analytische meetkunde bestaat het risico dat het programma te eenzijdig wordt. Variatie in denkactiviteiten, maar ook variatie in typen opgaven, is daarom belangrijk. In de examenevaluatie (CvE 2011b) is dit punt benoemd.

De ervaringen in de pilot laten zien dat het onderdeel 'wiskundige denkactiviteiten' ook bij Wiskunde B havo een punt van aandacht is: hoe kan dit onderdeel onderwezen, geleerd en getoetst worden?

Er zal bovendien een juiste en bij de relevante profielen passende combinatie gevonden moeten worden van deze wiskundige vaardigheden

uit subdomein A3 enerzijds en de vakinhoudelijke concepten anderzijds. Een suggestie hiervoor staat in de volgende tabel, waarin de subdomeinen uit het examenprogramma (met uitzondering van domein A) zijn uitgezet tegen de vaardigheden (waarbij voor de hand liggende afkortingen zijn gebruikt) die zijn benoemd in subdomein A3.

	Mo - Al	Or - St	An - Pr	Fo	Ab	Lo - Be
B1 Standaardfuncties	x	x	x	x		
B2 Vergelijkingen en ongelijkheden	x	x	x	x	x	x
B3 Evenredigheidsverbanden		x	x	x		x
B4 Periodieke functies	x	x	x			x
C1 Afstanden en hoeken in concrete situaties	x		x	x		
C2 Analytische methoden	x		x	x		
D1 Veranderingen	x	x	x		x	x
D2 Afgeleide functies			x	x	x	
D3 Bepaling afgeleide functies		x		x		
D4 Toepassing afgeleide functies	x		x	x		

Het niveau waarop de diverse denkactiviteiten aan bod komen, dient te zijn afgestemd op het desbetreffende wiskundevak, hier Wiskunde B havo. Zie in dit licht ook aanbeveling 2 en 3 in paragraaf 1.1 van dit rapport.

4.4 Verantwoording

In paragraaf 1.1 van dit rapport is gesteld dat het programma Wiskunde B havo van cTWO voldoet aan een aantal criteria, te weten haalbaarheid, aansluiting op de visie, relevantie en consistentie. In deze paragraaf wordt deze uitspraak uitgewerkt.

Op grond van de ervaringen uit de pilot concludeert cTWO dat het programma studeerbaar, onderwijsbaar en toetsbaar is – en dus haalbaar. Daarvoor is het echter wél nodig geweest om enkele belangrijke onderwerpen uiteindelijk uit het examenprogramma weg te laten. Zie verder aanbeveling 1 in hoofdstuk 1.

Wiskundige denkactiviteiten hebben een vooralsnog bescheiden maar zichtbare plek gekregen in het centraal eindexamen. In het uiteindelijke programma is dit onderwerp geëxpliciteerd in subdomein A3. Door de beperkte studielast van het programma in relatie tot de grote hoeveelheid doorstroomrelevante concepten komt het streven van cTWO in de knel om een gevarieerd aanbod te verwezenlijken van wiskundige denkactiviteiten en een bij hedendaags wiskundeonderwijs passend ('use to learn') ICT-gebruik.

Zoals in de toelichting van aanbeveling 7 in hoofdstuk 1 is te lezen, wordt Wiskunde B bij een slechts zeer beperkt aantal hbo-opleidingen verplicht gesteld in de vooropleidingseisen. De vraag naar doorstroomrelevantie van het programma Wiskunde B havo is daarom in strikte zin niet goed te beantwoorden. In wat bredere zin kunnen we de vraag naar relevantie beantwoorden vanuit de optiek van een veldonderzoek onder hbo-wiskundedocenten naar de aansluiting mbo-hbo van de Landelijke Werkgroep HBO-Wiskunde (LWHW). Na overleg met het Sectoraal Adviescollege Hoger Technisch en Natuurwetenschappelijk Onderwijs (HTNO) van de HBO-raad heeft dit geleid tot een formulering van vier instroomniveaus (LWHW 2011). In deze structuur van concentrische niveaus is niveau 1 het basisniveau voor alle HTNO-opleidingen, worden niveaus 2 en 3 omschreven als niveaus waarmee studenten binnen een groot aantal opleidingen uit de voeten kunnen en is niveau 4 een uitbreiding die door enkele HTNO-opleidingen als wenselijk is aangegeven. Elke opleiding zal echter zelf moeten en kunnen beslissen welk niveau voldoende is. De niveaus zijn dus niet prescriptief.

Wanneer men nu het door cTWO voorgestelde examenprogramma legt naast deze niveau-omschrijvingen, dan vertoont dit programma een grote overlap met niveau 3 en is dit programma vrijwel geheel bevat in niveau 4. Er zijn echter ook enkele onderwerpen aan te wijzen waarvoor Wiskunde B havo in de huidige omvang géén ruimte biedt, zoals het getal van Euler, goniometrische vergelijkingen en formules, en de product- en quotiëntregel voor differentiëren. Opgemerkt moet worden dat Wiskunde A aanzienlijk minder goed aansluit bij de niveaus 2, 3 en 4. Dit rechtvaardigt de conclusie van cTWO dat het Wiskunde B-programma doorstroomrelevant is voor technische hbo-vervolgopleidingen.

In een recent onderzoek dat in opdracht van LWHW is uitgevoerd (Van Asselt 2012) wordt geconstateerd dat het wiskundig eindniveau van technische hbo-studies aan het inzakken is, hetgeen niet goed aansluit bij de eisen die in het technische beroepenveld aan hbo-technici worden gesteld. Het instroomniveau is hier mede debet aan. Dat geldt zowel voor vakkennis als voor wiskundige denkactiviteiten. Hoewel het onderzoek zich heeft beperkt tot een vijftiental bedrijven, lijken veel van de bevindingen generiek te zijn. De LWHW heeft het rapport in een recente conferentie met hbo-docenten en curriculumontwikkelaars besproken en beraadt zich op dit moment op conclusies en aanbevelingen. Het advies om de instroomeisen te verhogen zal echter onverminderd worden overgenomen (persoonlijke communicatie). cTWO ondersteunt daarom het advies van de LWHW om de vooropleidingseisen van technische hbo-studies aan te passen; we wijzen nogmaals op aanbeveling 7 in hoofdstuk 1.5

„Tijdens mijn studie heb ik veel geleerd over de rol die wiskunde speelt. Bij bouwkunde is meetkunde en het leggen van meetkundige verbanden natuurlijk essentieel. Daarnaast zijn inzicht in formules en het kunnen manipuleren daarvan belangrijke vaardigheden. Ik was dan ook blij dat ik op het havo met dit soort wiskunde al te maken heb gekregen.”
 —Carline van Wijk, oud-student bouwkunde Utrecht

Wiskunde D op school

Als je een NT-profiel hebt, kun je Wiskunde D kiezen als profielkeuzevak. Heb je een ander profiel, dan kun je Wiskunde D kiezen in de vrije ruimte, maar je moet daarnaast dan wel Wiskunde B hebben. Wiskunde D op het havo is 320 studielasturen (slu). Wiskunde D wordt afgesloten met het schoolexamen. Je hoeft voor Wiskunde D aan het einde van havo 5 dus geen centraal schriftelijk eindexamen te doen.

Meer weten?

- Vraag je wiskundeleraar of decaan om informatie.
- Informeer bij een vervolgonderwijs die je na school overweegt te gaan doen, naar de meerwaarde van Wiskunde D. Dat kan bijvoorbeeld op een open dag.

Commissie Toekomst
 Wiskundeonderwijs cTWO
www.ctwo.nl
wisd@ctwo.nl

Wiskunde D: De beste voorbereiding op een bètastudie

Hoe onderzoek je of een medicijn goed werkt? Hoe kweek je nieuwe plantensoorten? Voor dit soort vragen uit de **landbouw- en biomedische studies** is het gebruik van **kansrekening en statistiek** nodig. Maar in feite spelen kansprocessen vrijwel overal een rol. En hetzelfde geldt natuurlijk voor de statistische verwerking van onderzoeksresultaten.



Met **goniometrische functies** kun je golfverschijnselen beschrijven. Zulke functies zijn bruikbaar als verschijnselen zich periodiek herhalen, zoals trillingen in materialen en geluidsgolven, maar ook voor de wisselstromen die je bij **elektrotechniek** tegenkomt. Bij Wiskunde D leer je deze verschijnselen uit de natuur te beschrijven.



Bij veel technische studies zoals **bouwkunde** krijg je vaak te maken met meetkundige problemen. Denk aan de ligging van dragende muren, ramen, etc. Bij Wiskunde D kom je in aanraking met een vorm van **meetkunde** waarmee je dit soort problemen kunt oplossen.



Hoe snel groeit een schimmel? Hoe beschrijf je het nagalmen van geluid in een muziekcentrum? Wanneer maakt je spaargeld je miljonair? Het antwoord op deze vragen wordt gegeven met **exponentiële groei**. Dit soort groei vindt plaats in tal van processen in de natuur, de techniek en de **conomie**.

Waarom?

Wiskunde D is een nieuw en uitdagend vak in de bovenbouw havo. Bij het vak Wiskunde D ben je bezig met het bereiden van een betastudie dat belangrijk is voor je toekomst. Want bij bètastudies op het hbo heeft Wiskunde D een centrale plek. Wiskunde kent veel verrassende voorbeelden in bijvoorbeeld de techniek!

Wiskunde D is een profielkeuzevak in het NT-profiel. Bij havo 5 kun je Wiskunde D kiezen als profielkeuzevak. Wiskunde D komt daarnaast ook voor in de vrije ruimte van de wiskunde aan bod. Op de meeste bètastudies staan enkele voorbeelden.

Waarom Wiskunde D?

- Door Wiskunde D te kiezen, vergroot je de succesansen in je vervolgonderwijs, want:
- je gaat dieper op de wiskunde in,
 - je ervaart hoe je praktische problemen met behulp van wiskunde kunt oplossen,
 - je wordt handiger in algebra,
 - je wordt uitgedaagd,
 - je neemt al een voorsprong op de wiskunde uit je vervolgonderwijs.

Wiskunde D en de hogeschool

Een gedeelte van het Wiskunde D-programma is ontwikkeld in een samenwerkingsverband van leraren en hogescholen. Je school kan er zelfs voor kiezen om je een gedeelte van het vak op de hogeschool bij jou in de buurt te laten volgen! Zo krijg je alvast een idee wat studeren aan de hogeschool inhoudt.

havo
Wiskunde D
 ideaal voor hbo-βeta

havo
Wiskunde D
 ideaal voor hbo-βeta

5 Wiskunde D havo

Dit hoofdstuk beschrijft het voorgestelde examenprogramma voor Wiskunde D havo. De opzet van dit hoofdstuk kijkt af van de voorgaande. Er is voor Wiskunde D geen centraal eindexamen, zodat gegevens hierover ontbreken. Voorts wordt niet alleen aandacht besteed aan het pilotprogramma (cTWO 2009), maar ook aan de ervaringen met het reguliere programma uit 2007 (zie examenblad.nl). Hiervoor zijn drie redenen. Ten eerste verschillen de programma's uit 2007 en 2009 slechts op details; er was tijdens het uitdenken van het 2009-programma namelijk nog geen ervaring opgedaan met het kort daarvoor ontwikkelde 2007-programma. Ten tweede heeft aan de pilot Wiskunde D havo maar een zeer beperkt aantal leerlingen deelgenomen; dit is exemplarisch voor het feit dat havo Wiskunde D te kampen heeft met kleine groepen, waarop we later in dit hoofdstuk zullen ingaan. De derde reden is dat in het havo-D-programma de samenwerking met het vervolgonderwijs een belangrijke rol heeft, en dat aspect is voor het 2009-programma onveranderd ten opzichte van het 2007-programma.

De eerste paragraaf van dit hoofdstuk is geheel formeel-inhoudelijk: het bevat het examenprogramma en beschrijft de bijstellingen. Na deze paragraaf volgen achtereenvolgens een karakterisering, een verslag van de ervaringen die sinds 2007 met Wiskunde D havo zijn opgedaan en een verantwoording van het programma. De belangrijkste conclusies en adviezen zijn opgenomen in hoofdstuk 1.

5.1 Examenprogramma Wiskunde D havo

Het eindexamen bestaat alleen uit het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Statistiek en kansrekening
Domein C	Ruimte meetkunde
Domein D	Wiskunde in technologie
Domein E	Keuzeonderwerpen

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

2. De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

3. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

Domein B: Statistiek en kansrekening

Subdomein B1: Visualisatie en interpretatie van data

4. De kandidaat kan data verwerken in een geschikte tabel of grafiek, daarbij centrum- en spreidingsmaten hanteren, de statistische relatie tussen twee variabelen uitdrukken in een maat en deze gebruiken bij een voorspelling.

Subdomein B2: Combinatoriek

5. De kandidaat kan permutaties en combinaties herkennen en toepassen op combinatorische problemen en de bijbehorende formules interpreteren en verklaren.

Subdomein B3: Kansbegrip

6. De kandidaat kan bij een toevalsproces de kans op een bepaalde uitkomst of gebeurtenis bepalen aan de hand van een diagram, combinatoriek, kansregels en simulatie.

Subdomein B4: Kansverdelingen

7. De kandidaat kan aangeven in welke situatie een toevalsvariabele binomiaal of normaal verdeeld is en kan met behulp van die verdeling kansen, verwachtingswaarden en standaardafwijkingen berekenen.

Subdomein B5: Toepassingen van statistische verwerkingsmethoden

8. De kandidaat kan in een gegeven probleemsituatie statistische

conclusies trekken, bijvoorbeeld door middel van hypothesetoetsing of correlatie- en regressierekening, en kan daarbij statistische software adequaat gebruiken.

Subdomein B6: Profielspecifieke verdieping

9. De kandidaat kan met behulp van probleemsituaties uit andere bètavakken verdieping geven aan dit domein.

Domein C: Ruimte meetkunde

Subdomein C1: Oppervlakte en inhoud

10. De kandidaat kan de oppervlakte van vlakke en ruimtelijke figuren berekenen, van ruimtelijke figuren de inhoud berekenen en schatten en het effect van schaalvergroting op zowel inhoud als oppervlakte beargumenteren.

Subdomein C2: Fragmenttekeningen van ruimtelijke objecten

11. De kandidaat kan van een ruimtelijk object aanzichten, uitslagen en vlakke doorsneden construeren, tekenen, interpreteren, er berekeningen aan uitvoeren en uit een serie parallelle doorsneden conclusies trekken over vorm en inhoud van zo'n object.

Subdomein C3: Onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties

12. De kandidaat kan de onderlinge ligging van punten, lijnen en vlakken bepalen en kan daarbij de begrippen kruisen, snijden, evenwijdig en samenvallen hanteren.

Subdomein C4: Coördinaten en vectoren

13. De kandidaat kan eenvoudige berekeningen uitvoeren met coördinaten en vectoren in de twee- en driedimensionale ruimte en kan, ook in een profielspecifieke context, gebruikmaken van het inwendige product.

Domein D: Wiskunde in technologie

14. De kandidaat heeft kennis van een profielspecifiek onderwerp dat aansluit bij de wijze waarop wiskunde wordt gebruikt in het hoger onderwijs.

Domein E: Keuzeonderwerpen

Wijzigingen ten opzichte van het pilotprogramma

- Domein C *Toegepaste analyse 2* uit het pilotprogramma is niet meer opgenomen. De nummering is daarop aangepast.
- In het pilotprogramma werd een keuze voorgelegd tussen twee domeinen (*Ruimtemeetkunde* voor het schoolmodel, *Wiskunde in technologie* voor het samenwerkingsmodel). In het programma dat cTWO nu voorstelt, zijn beide domeinen verplicht gesteld.
- In subdomein A3 is door herformulering de relatie met wiskundige denkactiviteiten uit het visiedocument van cTWO expliciet gemaakt.
- In subdomein B4, B5 en B6 is de formulering licht aangepast.
- De beschrijving van subdomein C3 is aangepast teneinde het aan te laten sluiten bij de titel van het subdomein en om overlap met subdomein C4 te voorkomen.
- In subdomein C4 is een verwijzing naar twee dimensies toegevoegd om het programma te laten aansluiten op de wijzigingen in het B-programma.
- De formulering van subdomein D is veranderd. Waar eerst werd vermeld dat de onderwerpen moeten voortkomen uit het aanbod van het hoger onderwijs, gaat het nu over een onderwerp dat aansluit op de wijze waarop wiskunde wordt gebruikt in het hoger onderwijs.

Globale wijzigingen ten opzichte van het 2007-programma

Alle wijzigingen die hierboven zijn genoemd, zijn ook van toepassing wanneer we een vergelijking maken met het programma uit 2007. Ten opzichte van 2007 is in het pilotprogramma en het uiteindelijke programma het subdomein *Afstanden en hoeken in concrete situaties* naar *Wiskunde B* gegaan en daarvoor in de plaats is het subdomein *Fragmenttekeningen van ruimtelijke objecten* gekomen. In het subdomein *Profiel specifieke verdieping* wordt niet alleen verwezen naar de relatie met *Wiskunde B*, maar ook naar die met andere bètavakken. De subdomeinen van het domein *Statistiek en kansrekening* zijn hernoemd in de lijn van de nieuwe terminologie die hier wordt gehanteerd. Het subdomein *Evenredigheidsverbanden* is naar *Wiskunde B* verhuisd. In ruil daarvoor is een subdomein *Profiel specifieke verdieping* toegevoegd. In het nieuwe programma wordt aandacht besteed aan wiskundige denkactiviteiten.

Specificaties van de globale eindtermen

De toetsing van Wiskunde D vindt volledig en uitsluitend plaats binnen het schoolexamen; het vak kent geen centraal examen. Dit geeft docenten en scholen de mogelijkheid veel meer eigen keuzes te maken bij de invulling van het programma dan wanneer het vak met een landelijke toets zou worden afgesloten. Een specificatie van globale eindtermen zou niet stroken met deze opzet en is bovendien, vanwege het ontbreken van een centraal indexamen, niet noodzakelijk. cTWO heeft er daarom voor gekozen de globale eindtermen niet in detail te specificeren, maar om in meer algemene zin te beschrijven op welke manier de invulling van het vak haar voor ogen staat. Deze beschrijving is te vinden in bijlage F.

5.2 Karakterisering

Bij de samenstelling van het programma zijn de volgende punten benoemd.

- Wiskunde D voor havo is een *profielkeuzevak* binnen het profiel Natuur en Techniek, en kan door leerlingen met het profiel Natuur en Gezondheid die Wiskunde B gekozen hebben opgenomen worden in het vrije deel.
- Wiskunde D is *verbredend en verdiepend*, maar niet als vooropleidingseis voor exacte vervolgstudies verplicht gesteld, al zullen leerlingen die Wiskunde D hebben gevolgd wel beter zijn voorbereid op een technische hbo-studie dan anderen. Voor de inhoud van Wiskunde D is dus niet zozeer de formele doorstroomrelevantie maatgevend, als wel de aantrekkingskracht van de wiskunde en de uitdaging die leerlingen erin kunnen ervaren.
- In het examenprogramma is gestreefd naar een goede *afstemming* tussen Wiskunde B en Wiskunde D, onder vermijding van doublures. De domeinen *Statistiek en kansrekening* en *Ruimte meetkunde* hebben geen overlap met het B- programma.
- Het domein *Wiskunde in technologie* biedt de mogelijkheid tot een beroepsspecifieke invulling van wiskunde in samenwerking met een hbo-instelling.
- Het domein *Statistiek en kansrekening*, met name subdomein B5,

krijgt een invulling die gericht is op toepassingen in de technologie.

Voor Wiskunde D havo staan 320 studielasturen. Deze kunnen, bij wijze van indicatie, op de volgende manier over de domeinen worden verdeeld:

Domein		slu
A	Vaardigheden	-
B	Statistiek en kansrekening	120
C	Ruimtemeetkunde	80
D	Wiskunde in technologie	80
E	Keuzeonderwerpen	40
Totaal		320

In subdomein A3 wordt aangegeven dat de leerling ICT functioneel moet kunnen gebruiken. Het betreft dan het gebruik van ICT conform de drie functies die in het ICT-rapport van cTWO (2008a) worden onderscheiden: als gereedschap, als oefenomgeving en ten behoeve van begripsvorming (zie ook hoofdstuk 2). De belangrijkste wiskundige functionaliteiten van ICT voor Wiskunde D havo zijn:

- FGT: Formules, grafieken en tabellen. Denk aan de grafische rekenmachine, applets, VU-Grafiek of Excel.
- DGM: Dynamische Grafieken en Meetkunde. Denk aan GeoGebra.
- SGSS: Statistische Gegevensverwerking of Statistische Simulatie. Denk aan Excel, grafische rekenmachine, VU-Statistiek, SPSS of R.

In de volgende tabel staat in welke domeinen welke didactische en wiskundige ICT- functionaliteiten kunnen worden ingezet.

ICT-gebruik in havo B		Didactische functie ICT		
Domein		gereedschap	oefening	begripsvorming
B	Statistiek en kansrekening	SGSS		SGSS
C	Ruimtemeetkunde	DGM		DGM
D	Wiskunde in technologie		hangt af van onderwerpkeuze	
E	Keuzeonderwerpen		hangt af van onderwerpkeuze	

5.3 Evaluatie

Vanwege de samenhang tussen de programma's moesten pilotscholen Wiskunde B ook deelnemen aan de pilot Wiskunde D (mits de school Wiskunde D aanbod) en omgekeerd. Er waren zeven pilotscholen Wiskunde B op havo, drie daarvan boden ook Wiskunde D op havo aan. Deze verhouding komt overeen met de landelijke (zie bijlage F). In totaal deden 34 leerlingen mee aan de pilot. De pilot is geëvalueerd door Kuiper et al. (2011c).

Zoals in de inleiding van dit hoofdstuk is gemotiveerd, baseren wij de evaluatie in deze paragraaf niet alleen op de pilot. Het reguliere programma uit 2007 en het pilotprogramma verschilden op twee punten: vanwege de afstemming op de Wiskunde B-programma's waren er verschillen in het ruimtemeetekundedomein en in het domein *Voortgezette analyse 2*. Het reguliere programma is geëvalueerd in twee onderzoeken (Verschuuren 2010, Kuiper et al. 2010).

Verbreding en verdieping

Bij het ontstaan van Wiskunde D is benoemd dat het vak verbreding en verdieping moet bieden. De verbreding moest gezocht worden in onderwerpen zoals statistiek, kansrekening en ruimtemeetkunde. Verdieping vond plaats in het domein *Voortgezette analyse 2*, maar, afhankelijk van de keuzes van de school, vaak ook in het domein *Wiskunde in technologie*.

Voor Wiskunde D hebben de grote wiskundemethoden (*Moderne Wiskunde, Getal en Ruimte, Netwerk, Wageningse Methode*) lesboeken uitgebracht. Omdat het examenprogramma niet in een syllabus is uitgewerkt, geven deze schoolboeken een belangrijke invulling van niveau en diepgang. Naast de lesboeken zijn er ook lesmodules ontwikkeld vanuit regionale steunpunten. Een overzicht staat in bijlage F. Deze modules zijn vaak ontwikkeld in het kader van het domein *Wiskunde in technologie* en proberen leerlingen zicht te geven op één of meer vervolgstudies en de rol die wiskunde daarin speelt. De omgang met lesboeken en losse modules is verschillend: sommige scholen werken geheel uit het boek of geheel met losse modules, maar meestal wordt een combinatie gezocht. Uit het onderzoek van Kuiper et al. (2011c) blijkt overigens dat pilotleerlingen de voorkeur geven aan een boek.

Wiskunde D is een 100%-SE-vak. Docenten waarderen dit, maar wijzen

tegelijktijd op de negatieve gevolgen die het kan hebben voor de status van het vak (Kuiper et al. 2010). cTWO is dan ook verheugd met het recente initiatief van Platform Wiskunde Nederland (PWN) om lesmateriaal voor Wiskunde D te certificeren; daardoor kunnen kwaliteit en niveau geborgd worden.

Voor de pilot is experimenteel lesmateriaal gemaakt voor de verdieping van de analysedomeinen uit het pilotprogramma Wiskunde B. Het bleek lastig om deze verdieping te implementeren, omdat de stof uit Wiskunde B waarbij aansluiting werd gezocht pas in de eindexamenklas wordt behandeld. Omdat Wiskunde D echter geen centraal eindexamen kent, geven scholen er de voorkeur aan om Wiskunde D al halverwege havo 5 af te sluiten waardoor de analyseonderdelen in de knel kwamen. Hetzelfde probleem deed zich overigens ook voor in het reguliere programma. Daarom heeft cTWO ervoor gekozen om in het programma geen verdieping van de analysestof meer voor te schrijven, zodat deze aansluitingskwestie tussen Wiskunde B en D niet meer aan de orde is. Het domein *Toegepaste analyse 2* is daarom geschrapt uit het programma Wiskunde D.

In Bijlage F is een aantal kwantitatieve gegevens verzameld rondom Wiskunde D. Hieruit blijkt dat in 2009 ongeveer 9% van de leerlingen in de havo-natuurprofielen Wiskunde D heeft gekozen. Het aantal leerlingen dat Wiskunde D kiest, neemt sinds de invoering echter af. Het vak NLT, een ander nieuw vak in de natuurprofielen, werd in 2009 op havo ongeveer tweeëneenhalf keer zo vaak gekozen als Wiskunde D. Daarbij moet wel de kanttekening geplaatst worden dat Wiskunde D, anders dan NLT, enkel een profielkeuzevak is in het profiel Natuur en Techniek; daar kiest ongeveer 16% van de leerlingen het.

Wiskunde D-leerlingen scoren opvallend beter bij Wiskunde B: leerlingen met D hebben als gemiddelde eindcijfer 6,8 en leerlingen zonder D hebben 5,9. Het is hier lastig om oorzaak en gevolg te benoemen: kiezen de betere wiskundeleerlingen Wiskunde D, of vormt Wiskunde D ondersteuning voor Wiskunde B? Waarschijnlijk spelen beide factoren een rol. Het gemiddelde eindcijfer voor Wiskunde D is met 6,4 overigens lager dan het gemiddelde eindcijfer voor Wiskunde B van deze populatie leerlingen.

Pilotleerlingen geven desgevraagd (Kuiper et al. 2011c) aan dat het vak studeerbaar is, maar ze zijn verdeeld over de relevantie van het vak en de mate waarin het interessant is.

In een onderzoek (Snoeker 2012) onder Wiskunde D-docenten wordt Wiskunde D als nuttig vak genoemd met het oog op de aansluiting op vervolgopleidingen. In de *Aansluitingsmonitor* (Kienhuis et al. 2011), een onderzoek onder studenten bij zes hogescholen in Noord-Oost-Nederland, is aan de studenten onder andere gevraagd of ze Wiskunde D hebben gevolgd. Binnen de techniekopleidingen waren de studenten met een D-achtergrond tevredener over de aansluiting tussen VO en HO aangaande rekenvaardigheden dan studenten zonder Wiskunde D, en zijn ze vasthoudender in hun studiekeuze.

Organisatie en ondersteuning

Scholen hebben de keuze om Wiskunde D al dan niet aan te bieden. In 2007 koos ongeveer de helft van de scholen voor invoering van Wiskunde D havo (Tweede Fase Adviespunt 2007). De kwantitatieve gegevens in bijlage F laten zien dat dit aantal de eerste drie jaar na invoering redelijk constant is gebleven. Toch zijn er verontrustende geluiden over scholen die stoppen met het aanbieden van Wiskunde D op havo. In het onderzoek van Kuiper et al. (2010) naar de invoering van Wiskunde D spreekt de helft van de respondenten de vrees uit dat Wiskunde D havo op hun school verdwijnt. De oorzaak hiervoor moet gezocht worden in de kleine groepsgrootte: in 2010 was dat gemiddeld 6,6 leerlingen per klas. Zie conclusie 13 in hoofdstuk 1 van dit rapport.

Om financiële haalbaarheid te bereiken, kiezen scholen vaak voor het combineren van groepen (Snoeker 2012). Dat kan zijn het combineren van havo 4 en havo 5, het samenvoegen van havo en vwo, of het combineren met NLT. Er zijn voor deze organisatorische vormen succesvolle casussen aan te wijzen. Gezien de overlap in het domein Statistiek en kansrekening bij de 2007-programma's Wiskunde A en D werd bij de invoering gesuggereerd dat dit domein gezamenlijk kon worden onderwezen. Dat blijkt niet succesvol: het niveauverschil tussen A- en D-leerlingen is simpelweg te groot.

Ook regionale steunpunten rondom instellingen voor hoger onderwijs kunnen ondersteuning bieden ten aanzien van het probleem van de geringe groepsgrootte. Op een aantal plekken in Nederland verzorgen scholen hun Wiskunde D-onderwijs gezamenlijk, onder de paraplu van een regionaal steunpunt.

Een gedeelte van het examenprogramma kan gestalte krijgen in een samenwerking met relevante hbo-vervolgopleidingen. Omdat bij de

invoering van het reguliere programma werd voorzien dat, bijvoorbeeld door geografische ligging, deze samenwerking niet op alle scholen zou kunnen worden bereikt, kon de school kiezen tussen twee modellen: een samenwerkings- en een schoolmodel. Dit onderscheid blijkt in de praktijk niet de beoogde invulling te krijgen. Een reden hiervoor is dat de term 'samenwerking' op veel manieren wordt geïnterpreteerd: van een volledig onderwijsaanbod op het hbo tot het gebruiken van lesmateriaal dat aansluit bij een bepaalde vervolgopleiding. Uit een onderzoek van Verschuuren (2010) blijkt dat de keuze voor het samenwerkingsmodel vaak meer zegt over het enthousiasme van de docent en de keuze voor lesmateriaal buiten de reguliere lesboeken dan over de intensiteit van contacten met vervolgopleidingen. Om deze redenen heeft cTWO ervoor gekozen, niet langer twee verschillende programmamodellen voor Wiskunde D te onderscheiden. De facto is voor het samenwerkingsmodel gekozen. Door de rekbare interpretatie van het begrip 'samenhang' die in de praktijk is ontstaan, lijkt dit voor alle scholen zonder problemen haalbaar. Door het voorschrijven van dit nu wat breder te interpreteren samenwerkingsmodel wordt de 'blik naar buiten' die cTWO zo belangrijk vindt (bijlage G), een verplicht onderdeel van Wiskunde D.

De samenwerking met vervolgopleidingen is in de ogen van cTWO een belangrijk succespunt van Wiskunde D (zie ook conclusie 10 in hoofdstuk 1). Deze samenwerking kwam echter voor het havo, in tegenstelling tot het vwo, traag op gang. Een reden hiervoor is organisatorisch: hbo's zijn meer geïnstitutionaliseerd dan universiteiten en medewerkers hebben strakker omkaderde werkzaamheden, waardoor met de deelname van een hbo-instelling in een steunpunt meer bureaucratische maatregelen en een formelere en tragere besluitvorming zijn gemoeid. Voor cTWO is dit een punt van zorg geweest. Het heeft onder meer geleid tot een bijeenkomst met hbo-instellingen in het voorjaar van 2008 (het 'Havo D offensief') en een extra ondersteuning voor module-ontwikkeling. Inmiddels is de situatie verbeterd. Op de meeste plaatsen in Nederland zijn hbo-instellingen betrokken en actief bij de regionale steunpunten. Ook is een aantal lesmodules voor Wiskunde D havo ontwikkeld. Nadere gegevens staan in bijlage F.

cTWO heeft de afgelopen jaren geïnvesteerd in de ondersteuning van Wiskunde D. Dit gebeurde onder andere in de vorm van flyers voor de

vakvoorlichting, centrale bijeenkomsten met regionale steunpunten, coördinatie en ondersteuning van materiaalontwikkeling en het centraal verzamelen en beschikbaar stellen van lesmateriaal. De Wiskunde D-dag, een jaarlijkse conferentie voor docenten over het vak, mag inmiddels een traditie genoemd worden; het bezoekersaantal is stabiel rond de honderd.

Aan de implementatie van wiskundige denkactiviteiten zal nog de nodige zorg besteed moeten worden: hoe kan dit onderdeel onderwezen, geleerd en getoetst worden? Er zal bovendien een juiste en bij de natuurprofielen passende combinatie gevonden moeten worden van deze wiskundige vaardigheden uit subdomein A3 enerzijds en de vakinhoudelijke concepten anderzijds. Een suggestie hiervoor staat in de volgende tabel, waarin de verschillende subdomeinen uit het examenprogramma (met uitzondering van B6 en de domeinen A, D en E) zijn uitgezet tegen de in subdomein A3 benoemde vaardigheden, hieronder op voor de hand liggende wijze afgekort.

	Mo - Al	Or - St	An - Pr	Fo	Ab	Lo - Be
B1 Visualisatie en interpretatie van data		x				
B2 Combinatoriek	x	x	x			
B3 Kansbegrip	x	x	x		x	
B4 Kansverdelingen	x	x	x	x	x	
B5 Toepassingen van statistische verwerkingsmethoden				x		
C1 Oppervlakte en inhoud	x		x	x	x	x
C2 Fragmenttekeningen van ruimtelijke objecten		x	x			
C3 Onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties	x		x	x	x	x
C4 Coördinaten en vectoren	x		x	x	x	x

Het niveau waarop de diverse denkactiviteiten aan bod komen dient te zijn afgestemd op het vak.

De implementatie van wiskundige denkactiviteiten in de examenprogramma's is al met al een geleidelijk proces dat met de

afronding van pilot nog niet voltooid is. Zie in dit licht ook aanbeveling 2 en 3 in paragraaf 1.1 van dit rapport.

5.4 Verantwoording

In paragraaf 1.1 van dit rapport is gesteld dat het programma Wiskunde D havo van cTWO voldoet aan een aantal criteria, te weten haalbaarheid, aansluiting op de visie, relevantie en consistentie. In deze paragraaf wordt deze uitspraak uitgewerkt.

Op grond van de ervaringen uit de pilot en de ervaringen met het reguliere programma concludeert cTWO dat het programma studeerbaar, onderwijsbaar en toetsbaar is – en daarmee dus haalbaar. Er is sinds de invoering in 2007 voldoende lesmateriaal ontwikkeld om het programma voor docenten en leerlingen werkbaar en helder te maken. Door het schrappen van het domein *Toegepaste Analyse 2* en daarmee het loslaten van de expliciete koppeling met Wiskunde B lijkt het knelpunt rondom de leerlijn B-D te zijn verholpen.

Het programma Wiskunde D havo sluit goed aan bij de visie van cTWO. Voor wiskundige denkactiviteiten en de inzet van ICT biedt het vak heel veel mogelijkheden. Meer nog dan bij de CE-vakken speelt de docent in de operationalisering van deze visie echter een belangrijke rol.

Contexten die relevant zijn voor het profiel Natuur en Techniek hebben in het programma een centrale plek, onder meer in het domein *Wiskunde in technologie*. Hierdoor is het vak relevant voor vervolgopleidingen. Deze relevantie blijkt ook uit de signalen uit vervolgopleidingen: deelname aan Wiskunde D correleert positief met studiesucces; studenten die dit schoolvak gevolgd hebben, lijken een voorsprong te hebben.

Wiskunde D bevat voorts onderwerpen die relevant zijn in veel vervolgopleidingen maar bij Wiskunde B niet aan bod komen; hier kan bijvoorbeeld statistiek en kansrekening worden genoemd.

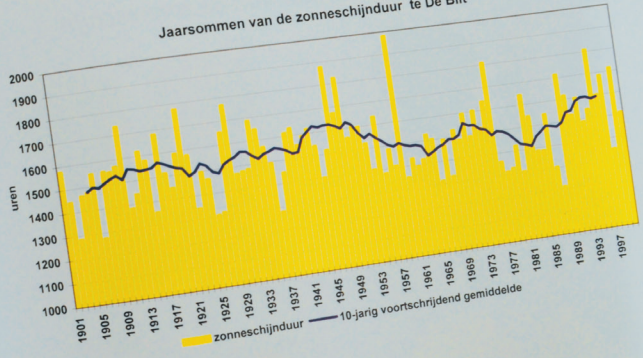
Het programma voor Wiskunde D havo bestaat uit een aantal onderling onafhankelijke onderwerpen en kent keuzevrijheid. Dat heeft grote praktische voordelen in het licht van de vaak kleine groepsgrootte,

want zo kan het vak gecombineerd aan verschillende jaarlagen worden aangeboden. Wiskunde D lijkt veel mogelijkheden te bieden voor het in samenhang aanbieden van onderwerpen uit andere bètavakken (Alink et al. 2012).

Punten van zorg zijn de kleine groepsgrootte en de toekomstige ondersteuning vanuit regionale steunpunten. Wij wijzen op aanbeveling 5 in het eerste hoofdstuk van dit rapport.

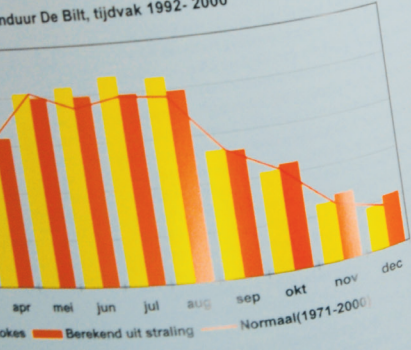


Jaarsommen van de zonneshijnduur te De Bilt



Figuur 26

duur De Bilt, tijdvak 1992 - 2000



6 Wiskunde A vwo

Dit hoofdstuk beschrijft het voorgestelde examenprogramma voor Wiskunde A vwo. Dit programma is gebaseerd op het pilotprogramma (cTWO 2009) met bijstellingen op grond van de ervaringen in de pilot.

De eerste paragraaf is geheel formeel-inhoudelijk: het bevat het examenprogramma en beschrijft de bijstellingen en de specificaties van de eindtermen. Na deze paragraaf volgen achtereenvolgens een karakterisering, een verslag van de pilot en een verantwoording van het programma. De belangrijkste conclusies en adviezen zijn opgenomen in hoofdstuk 1.

6.1 Examenprogramma Wiskunde A vwo

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Algebra en tellen
Domein C	Verbanden
Domein D	Verandering
Domein E	Statistiek en kansrekening
Domein F	Keuzeonderwerpen

Het centraal examen

Het centraal examen heeft betrekking op domeinen B, C, D, F in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast. Het CvE maakt specificaties van de examenstof van het centraal examen bekend in een syllabus.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A en

- domein E;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;

- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

2. De kandidaat kan een profielspecifieke probleemsituatie in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

3. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

Domein B: Algebra en tellen

Subdomein B1: Algebra

4. De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en variabelen, daarbij gebruik maken van rekenkundige en algebraïsche basisbewerkingen en van het werken met haakjes, en beargumenteren waarom de gekozen aanpak werkt.

Subdomein B2: Telproblemen

5. De kandidaat kan telproblemen structureren en schematiseren met bijvoorbeeld een diagram of rooster en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen.

Domein C: Verbanden

Subdomein C1: Standaardfuncties

6. De kandidaat kan van eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties, machtsfuncties, goniometrische functies, exponentiële functies en logaritmische functies de kenmerken in grafiek, tabel en formule herkennen en gebruiken.

Subdomein C2: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden

7. De kandidaat kan formules en functievoorschriften opstellen en bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen, vergelijkingen en ongelijkheden oplossen met algebraïsche methoden zonder gebruik van ICT, en daar waar nodig met numerieke of grafische methoden met inzet van ICT, en de uitkomst interpreteren in termen van een context.

Domein D: Verandering**Subdomein D1:** Rijen

8. De kandidaat kan het gedrag van een rij herkennen, beschrijven en er berekeningen mee uitvoeren, in het bijzonder in het geval van rekenkundige en meetkundige rijen.

Subdomein D2: Helling

9. De kandidaat kan het veranderingsgedrag van grafieken of functies relateren aan differentiequotiënten, toenamediagrammen en hellinggrafieken en daarbij een relatie leggen met de probleemsituatie.

Subdomein D3: Afgeleide

10. De kandidaat kan van eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties, machtsfuncties, exponentiële functies en logaritmische functies de afgeleide bepalen, de rekenregels voor het differentiëren gebruiken en aan de hand van de afgeleide het veranderingsgedrag van een functie bestuderen.

Domein E: Statistiek en kansrekening**Subdomein E1:** Probleemstelling en onderzoeksontwerp

11. De kandidaat kan bij een probleemstelling die zich leent voor een statistische aanpak een plan maken om antwoord op de probleemstelling te verkrijgen, waarbij geschikte variabelen worden gekozen.

Subdomein E2: Visualisatie van data

12. De kandidaat kan verkregen data verwerken in een geschikte tabel of grafiek en deze op waarde interpreteren.

Subdomein E3: Kwantificering

13. De kandidaat kan de verkregen data samenvatten in voor de

probleemstelling geschikte maten en hieraan interpretaties verbinden.

Subdomein E4: Kansbegrip

14. De kandidaat kan het kansbegrip gebruiken om bij een toevalsproces de kans op een bepaalde uitkomst of gebeurtenis te bepalen aan de hand van een diagram, combinatoriek, kansregels en simulatie.

Subdomein E5: Kansverdelingen

15. De kandidaat kan aangeven in welke situatie een toevalsvariabele een bepaalde kansverdeling bezit en van die verdeling de karakteristieken verwachtingswaarde en standaardafwijking hanteren.

Subdomein E6: Verklarende statistiek

16. De kandidaat kan in een probleemsituatie op basis van steekproefgegevens een uitspraak doen over een populatie, de betrouwbaarheid daarvan kwantificeren en het resultaat duiden in termen van de context.

Subdomein E7: Statistiek met ICT

17. De kandidaat beheerst statistisch ICT-gebruik in relatie met de subdomeinen E1, E2, E3, E4, E5 en E6 om grote datasets te interpreteren en te analyseren.

Domein F: Keuzeonderwerpen

Wijzigingen ten opzichte van het pilotprogramma

- In subdomein A3 is door herformulering de relatie met wiskundige denkactiviteiten uit het visiedocument van cTWO expliciet gemaakt.
- De tekst van subdomein C2 is op redactionele gronden licht aangepast.
- Door subdomein E7 heeft ICT expliciet een plek gekregen, opdat het programma nu beter de ideeën van cTWO en de uitvoering in de pilot weergeeft.

Globale wijzigingen ten opzichte van het 2007-programma

In het nieuwe programma is meer aandacht voor rekenregels en algebraïsche vaardigheden. Er is een apart subdomein *Algebra*. Het domein *Statistiek en kansrekening* heeft een andere opzet en uitwerking gekregen, met onder andere een nadrukkelijker ICT-gebruik. Al in 2007 zijn de onderwerpen grafen en matrices, discrete dynamische modellen en lineair programmeren uit het programma verdwenen. Voorts wordt in het nieuwe programma aandacht besteed aan wiskundige denkactiviteiten. Conform het examenbeleid wordt ongeveer 40% van de studielast aangewezen voor toetsing in uitsluitend het schoolexamen. Bij Wiskunde A vwo betreft dit domein E (*Statistiek en kansrekening*) en domein F (*Keuzeonderwerpen*):

(Sub)domein	Verplicht in CE	Verplicht in SE	Optioneel in SE
A Vaardigheden	x	x	
B Algebra en tellen	x		x
C Verbanden	x		x
D Verandering	x		x
E Statistiek en kansrekening		x	
F Keuzeonderwerpen		x	

Specificaties van de globale eindtermen

De voorgestelde specificaties van de eindtermen staan in Bijlage C. De specificaties voor de domeinen B, C en D zijn identiek aan de specificaties die zijn opgenomen in de werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma (CvE 2010a). De specificaties bij domein E komen uit de gedetailleerde eindtermen bij het pilotprogramma (cTWO 2009), met aanpassingen op basis van de ervaringen in de pilot. De formele specificaties voor het centraal examen zullen in opdracht van CvE worden uitgewerkt in de syllabus bij het examenprogramma, maar cTWO adviseert om deze ongewijzigd uit de meest recente pilotsyllabus over te nemen.

6.2 Karakterisering

Bij de samenstelling van het programma zijn de volgende punten benoemd.

- De *doelgroep* van dit vak wordt gevormd door leerlingen die het profiel Economie en Maatschappij of Natuur en Gezondheid volgen en leerlingen in het profiel Cultuur en Maatschappij die Wiskunde A kiezen in plaats van Wiskunde C.
- Wiskunde A vwo bereidt met name voor op universitaire *vervolgopleidingen* in de sectoren Economie, Gezondheidszorg en Landbouw & Natuurlijke Omgeving, enerzijds door de onderwerpen die bij de vervolgopleiding van toepassing zijn (bijvoorbeeld standaardfuncties en statistiek en de bijbehorende algebraïsche vaardigheden), anderzijds door aandacht te geven aan redeneren, argumenteren en leren kritische vragen te stellen, in het bijzonder het stimuleren van een onderzoekende houding.
- Daarnaast heeft dit vak een *algemeen vormende waarde* doordat het leerlingen voorbereidt op de (informatie)maatschappij en hen leert in verschillende situaties wiskundige aspecten te herkennen, te interpreteren en te gebruiken.
- Binnen Wiskunde A vwo is veel aandacht voor *toepassingen*. Van deze groep leerlingen wordt verwacht dat zij inzicht hebben in het belang van de wiskunde in de maatschappij en dat zij de mogelijkheden van wiskundige toepassingen op hun waarde kunnen schatten. De wiskundige concepten worden opgebouwd vanuit concrete toepassingen in onder meer de economie, de sociale wetenschappen en de biologie. De nadruk ligt zowel op het zelfstandig toepassen en oefenen van wiskundige technieken als op het volgen van complexere wiskundige redeneringen.
- Door steeds naar nieuwe toepassingen te zoeken kan de '*blik naar buiten*' worden gerealiseerd. Ook in domein F (Keuzeonderwerpen) kan door middel van bijvoorbeeld Zebraboekjes de '*blik naar buiten*' gestalte worden gegeven.
- Een belangrijke accentverschuiving betreft de grotere aandacht voor *algebraïsche vaardigheden*. De in de onderbouw aangebrachte vaardigheden dienen in de Tweede Fase uitgebouwd en onderhouden te worden.

- Het *ICT-gebruik* mag de handvaardige beheersing van algebraïsche technieken niet in de weg mag staan. ICT-gebruik wordt nodig geacht in die situaties waarin het rekenwerk niet meer in redelijke tijd met de hand gedaan kan worden.
- De onderwerpen *statistiek en kansrekening* (domein E) worden op een meer realistische en probleemgeoriënteerde manier benaderd dan voorheen. Uitgangspunt is de empirische cyclus van data verzamelen, data analyseren en conclusies trekken. ICT wordt gebruikt om grote datasets te analyseren.

Het programma Wiskunde A vwo bestaat globaal beschouwd uit twee onderdelen: enerzijds algebra en analyse, en anderzijds statistiek. De belangrijkste inhoudelijke vernieuwingen vinden plaats in dit laatste onderwerp. Voorts krijgt algebra een prominentere plek. Domein A is geheel herzien.

Het examenprogramma wordt, conform het algemene beleid van OCW, slechts gedeeltelijk getoetst in het centraal eindexamen.

Voor Wiskunde A vwo staan 520 studielasturen. Deze kunnen, bij wijze van indicatie, op de volgende manier over de domeinen worden verdeeld:

Domein	slu
A Vaardigheden	-
B Algebra en tellen	60
C Verbanden	140
D Verandering	120
E Statistiek en kansrekening	160
F Keuzeonderwerpen	40
Totaal	520

De toetsing van toepassingsgerichte vaardigheden (onderzoeken, modelleren, ICT-gebruik) is met name gesitueerd in het schoolexamen, en kan profiel- en pakketspecifiek zijn.

In subdomein A3 wordt aangegeven dat de leerling ICT functioneel moet kunnen gebruiken. Het betreft dan het gebruik van ICT conform de drie functies die in het ICT-rapport van cTWO (2008a) worden onderscheiden:

als gereedschap, als oefenomgeving en ten behoeve van begripsvorming (zie ook hoofdstuk 2). De belangrijkste wiskundige functionaliteiten van ICT voor Wiskunde A vwo zijn:

- FGT: Formules, grafieken en tabellen.
Denk aan de grafische rekenmachine, VU-grafiek of Excel.
- SGSS: Statistische Gegevensverwerking en Statistische Simulatie.
Denk aan VU-Statistiek, Excel, de grafische rekenmachine of SPSS.

In de volgende tabel staat in welke domeinen welke didactische en wiskundige ICT-functionaliteiten kunnen worden ingezet.

ICT-gebruik in vwo A		Didactische functie ICT		
Domein		gereedschap	oefening	begripsvorming
B	Algebra en tellen		FGT	
C	Verbanden		FGT	
D	Verandering	FGT		FGT
E	Statistiek en kansrekening	SGSS		SGSS
F	Keuzeonderwerpen	hangt af van onderwerpkeuze		

6.3 Evaluatie examenexperiment

Beschrijving

In 2009 zijn 319 leerlingen aan de pilot vwo A begonnen, uiteindelijk hebben 289 leerlingen in 2012 deelgenomen aan het pilot-eindexamen. Daarmee is het experimentele examenprogramma vwo A uitgevoerd op zeven scholen, waarbij het pilotcohort bestond uit 14 groepen met 12 verschillende docenten. De scholen gebruikten hun reguliere schoolboeken, behalve voor de domeinen *Statistiek en kansrekening*, *Verbanden en Verandering*, waarvoor cTWO exemplarisch lesmateriaal heeft ontwikkeld. De pilotdocenten kwamen vier maal per jaar bijeen om de voortgang te bespreken, pta's samen te stellen en op elkaar af te stemmen, toetsen uit te wisselen en knelpunten te bespreken. Er werd daarbij ook tijd

ingeruimd voor thematische verdieping, bijvoorbeeld rondom wiskundige denkactiviteiten.

Programma als geheel

Kuiper et al. (2011d) hebben onderzoek gedaan naar de ervaringen van leerlingen en docenten in de pilot. Bij de samenstelling van dit rapport waren de gegevens van vwo 6 nog niet bekend, maar wij kunnen ons baseren op interimrapportages over vwo 4 en vwo 5.

De pilotdocenten benoemen als positieve punten: een betere en meer realistische uitwerking van het onderwerp Statistiek en Kansrekening, het gebruik van contexten die bijdragen aan beter inzicht bij leerlingen, denkactiviteiten die het leren van wiskunde als trucje tegengaan en aandacht voor logisch nadenken.

Daarnaast wordt een aantal aandachtspunten benoemd. Men is niet geheel tevreden over de structuur en de uitwerking van het lesmateriaal dat ten behoeve van de pilot is ontwikkeld. Daarnaast leeft de wens om meer duidelijkheid te verkrijgen over het niveau waarop de diverse algebraïsche vaardigheden beheerst zouden moeten worden. Voorts wordt een behoefte gevoeld aan meer tijd voor wiskundige denkactiviteiten. Wiskundige denkactiviteiten en algebra zouden nog duidelijker in het lesmateriaal moeten worden ingebed.

Punt van zorg betreft statistiek, dat als niet-CE-onderdeel een wat kwetsbare positie heeft. De beschikbaarheid van goede SE-toetsen rond met name computerpractica en praktische opdrachten in het kader van statistisch onderzoek en voldoende ICT-faciliteiten zijn cruciaal.

Wiskundige denkactiviteiten

De expliciete aandacht die in het nieuwe programma aan wiskundige denkactiviteiten wordt geschonken, werd door de pilotdocenten als positief aangemerkt. Over exponenten en logaritmen en bij het domein *Verandering* is exemplarisch lesmateriaal gemaakt dat rijker aan denkactiviteiten was dan de reguliere schoolboeken die op de pilotscholen werden gebruikt.

Pilotdocenten spreken de hoop uit dat wiskundige denkactiviteiten in de reguliere leerboeken een volwaardige plek krijgen. Bij vwo A zullen leerlingen contexten moeten kunnen analyseren, waarbij soms overgegaan moet worden op vaardigheden als modelleren, abstraheren of logisch redeneren.

Statistiek

De aanpak van het vernieuwde domein *Statistiek en kansrekening* is realistischer en sterker probleemgeoriënteerd geworden, onder meer door de focus op de analyse van echte data en de inzet van ICT daarbij. Leerlingen maken kennis met statistisch onderzoek (de empirische cyclus). Er is nog niet zo veel ervaring opgedaan met het door leerlingen laten opzetten en uitvoeren van een eigen onderzoekje (gedeeltelijk of geheel). Het goed vormgeven van een onderzoeksopdracht en het begeleiden en beoordelen van een statistisch onderzoek is nieuw. Docenten geven aan, behoefte te hebben aan ondersteuning hierbij.

Een deel van het lesmateriaal is digitaal beschikbaar, als zogeheten 'Digimap'. Het werken met grote datasets is zonder computer niet uitvoerbaar. De ontwikkeling van exemplarisch lesmateriaal bij dit domein kwam moeizaam op gang. cTWO constateert achteraf dat de uiteindelijk ontwikkelde modules toch minder goed aansluiten bij de vernieuwde aanpak en opzet van *Statistiek en kansrekening* dan gewenst.

Conform het algemene beleid van OCW wordt niet het volledige examenprogramma in het centraal examen (CE) getoetst. Domein E, *Statistiek en kansrekening*, was in de pilot uitsluitend onderdeel van het schoolexamen (SE). Een reden hiervoor was onder meer dat het geïntroduceerde ICT-element, noodzakelijk voor het gebruik van grote datasets, niet past bij de wijze waarop het CE wordt afgenomen. Ook toetsing van de empirische onderzoekscyclus lijkt minder goed mogelijk binnen de CE-setting. Pilotdocenten Wiskunde A vwo maken in meerderheid geen bezwaar tegen het niet centraal toetsen van het domein *Statistiek en kansrekening*. Bovendien is dit domein niet eenvoudig inwisselbaar voor een ander onderwerp dat in het kader van de 60/40-regeling goed tot zijn recht zou komen indien het niet in het CE getoetst zou worden.

Er is voor gekozen om ICT expliciet een plek te geven in subdomein E7. Het gevolg hiervan is dat de focus iets meer op de empirische cyclus komt te liggen en meer aansluit bij het bestaande pilotmateriaal.

Het eerste pilotexamen

De belangrijkste vernieuwing, betreffende *statistiek en kansrekening*, was geen onderdeel van het centraal examen. Wel was vernieuwing terug te vinden in de onderwerpen e-machten, natuurlijke logaritmen, goniometrische functies en wiskundige denkactiviteiten.

Over het algemeen waren de reacties van de pilotdocenten op het eerste pilot-CE vwo A positief. Er is tevredenheid over het niveau van het examen in het algemeen, de hoeveelheid algebra en het niveau daarvan. Door de goede mix van herkenbare, geoefende opgaven en opgaven waarbij op een redelijk niveau wiskundige denkactiviteiten ingezet moesten worden, is een zeer maakbaar examen ontstaan.

Volgens de docenten komen de vernieuwingen voorzichtig maar duidelijk naar voren. Het examen werd afgesloten met een korte onderzoeksopgave, bestaande uit één onderdeel met een open karakter voor een groot aantal punten. Hier hadden veel leerlingen moeite mee.

Kwantitatieve gegevens van het eerste centraal eindexamen

Op grond van gegevens van Cito (Limpens et al. 2012) kan een cijfermatige vergelijking worden gemaakt tussen de pilotleerlingen en de leerlingen die aan het reguliere programma hebben deelgenomen.

	Pilot	Regulier
Aantal kandidaten	289	19977
Man	119	8190
Vrouw	170 (59%)	11787 (59%)

Op basis van de behaalde scores en de in het verleden behaalde resultaten van de groep pilotscholen kan het CvE de prestaties van de pilotkandidaten goed beoordelen. Daarnaast houdt men er bij de normering rekening mee

dat de pilotscholen te maken hebben met invoerings- en gewenningszaken, zodat de kandidaten bij de pilot niet gedupeerd worden.

De normering leverde de volgende resultaten:

Examen	Pilot	Regulier
N-term	1,4	0,6
% onvoldoende	14	23
Gemiddeld cijfer	6,8	6,4

Uit de toets- en itemanalyse werd geconcludeerd dat dit pilotexamen moeilijker was dan het reguliere, terwijl de pilotpopulatie iets vaardiger leek te zijn dan de groep leerlingen die aan het reguliere examen deelnam.

Aandachtspunten bij implementatie

De uitwerking van de statistiekleerlijn in de pilot is niet volledig gelukt. Knelpunten werden ervaren rond de beschikbaarheid van ICT-faciliteiten op de scholen, het ontwerp van geschikte computerpracticumtoetsen, het onderwijs en de toetsing van (elementen van) de empirische cyclus (opzet en uitvoering van een statistisch onderzoek of van deelstappen voor zo'n onderzoek) en de plaats en rol van kansen binnen de uitwerking van het vernieuwde domein. Het kwantitatief redeneren heeft in de pilot nog te weinig aandacht gekregen. Het nieuwe lesmateriaal bevat zinvolle contexten en mooie voorbeelden van statistiek op grote databestanden. Het bleek lastig een duidelijke leerlijn over te brengen. De ontwikkeling van onderzoeksopdrachten en computerpracticumtoetsen voor statistiek dient door te gaan, om op het moment van landelijke invoering een aantal opdrachten beschikbaar te hebben die als geschikte voorbeeldschoolexamens voor docenten kunnen dienen. Dit materiaal zou een plek kunnen krijgen in de *Handreiking* van SLO. Zie op dit punt aanbevelingen 2, 3 en met name ook 4 in het eerste hoofdstuk van dit rapport.

Aan de implementatie van wiskundige denkactiviteiten zal nog de nodige zorg besteed moeten worden: hoe kan dit onderdeel onderwezen, geleerd en getoetst worden? Er zal een juiste en bij de profielen EM en NG passende combinatie gevonden moeten worden van dit type wiskundige

vaardigheden uit subdomein A3 enerzijds en vakinhoudelijke concepten anderzijds. Een suggestie hiervoor staat in de volgende tabel, waarin de subdomeinen uit het examenprogramma (met uitzondering van de domeinen A en F) zijn uitgezet tegen de in subdomein A3 benoemde vaardigheden, hieronder op voor de hand liggende wijze afgekort.

		Mo - Al	Or - St	An - Pr	Fo	Ab	Lo - Be
B1	Algebra		x		x	x	
B2	Telproblemen	x	x				x
C1	Standaardfuncties		x	x	x		
C2	Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	x	x	x	x	x	x
D1	Rijen	x			x	x	x
D2	Helling	x	x			x	x
D3	Afgeleide				x	x	x
E1	Probleemstelling en onderzoeksontwerp	x	x	x			
E2	Visualisatie van data	x	x				
E3	Kwantificering	x	x				
E4	Kansbegrip	x		x		x	
E5	Kansverdelingen			x	x	x	
E7	Verklarende statistiek	x		x	x		x
E7	Statistiek met ICT	x	x	x			

Het niveau waarop de diverse denkactiviteiten aan bod komen, dient ook te zijn afgestemd op het desbetreffende wiskundevak.

De implementatie van wiskundige denkactiviteiten in de examenprogramma's is al met al een geleidelijk proces dat met de afronding van pilot nog niet voltooid is. Zie in dit licht ook aanbeveling 2 en 3 in paragraaf 1.1 van dit rapport.

6.4 Verantwoording

In paragraaf 1.1 van dit rapport is gesteld dat het programma Wiskunde A vwo van cTWO voldoet aan een aantal criteria, te weten haalbaarheid, aansluiting op de visie en consistentie, terwijl relevantie niet goed is gerealiseerd. In deze paragraaf worden deze uitspraken uitgewerkt.

Op grond van de ervaringen uit de pilot (en zeker ook het eerste pilotexamen) concludeert cTWO dat het programma studeerbaar, onderwijsbaar en toetsbaar is – en dus haalbaar. Essentieel daarbij is wel dat de ontwikkelingen rondom het onderwerp statistiek zich tijdens de implementatiefase voortzetten. Aandachtspunten daarbij zijn de ICT-faciliteiten, voldoende scholing en de ontwikkeling van passende onderzoeksoopdrachten voor het SE. Zie verder aanbeveling 2, 3 en 4 in hoofdstuk 1.

Bij de vernieuwde statistiek kan ICT worden gebruikt op de manier die cTWO voor ogen staat: als instrument voor begripontwikkeling dat ten dienste staat van het onderwijs (cTWO 2007a). Wat dat betreft sluit met name het ICT-gebruik bij statistiek goed aan bij enkele aanbevelingen uit het ICT-rapport rondom het gebruik in lesmateriaal en toetsing (cTWO 2008a).

Wiskundige denkactiviteiten hebben, aansluitend bij de visie van cTWO hierover, een plek gekregen binnen het curriculum en op het centraal eindexamen, onder andere in de vorm van een zogeheten korte onderzoeksopgave. In het uiteindelijke programma is dit onderwerp nader geëxpliciteerd door de herformulering van subdomein A3.

In de reacties van pilotdocenten bij de curriculumevaluatie van Kuiper et al. (2011d) klinken twijfels door over de relevantie van Wiskunde A voor leerlingen. De meeste leerlingen vinden het vak wel nuttig maar menig leerling vindt Wiskunde A geen aantrekkelijk en interessant vak. Blijkbaar is het moeilijk een programma Wiskunde A vwo te maken dat voor alle deelnemers relevant is. De reden zou kunnen zijn dat Wiskunde A zowel het profiel Natuur en Gezondheid als het profiel Economie en Maatschappij moet bedienen en daarnaast ook veelvuldig gekozen wordt

door leerlingen in het profiel Cultuur en Maatschappij. In conclusie 4 in hoofdstuk 1 wordt nader op dit probleem ingegaan.

Aangaande het domein *Statistiek en kansrekening* kan de relevantie wel positief worden beoordeeld. Dit komt door de accenten op de empirische cyclus, kwalitatief en kwantitatief redeneren en het kritisch leren kijken naar data, hetgeen aansluit bij de wijze waarop in het wetenschappelijk onderwijs met statistiek wordt omgegaan.

Het programma wordt als consistent ervaren. Het programma bestaat globaal beschouwd uit twee onderwerpen, algebra en analyse versus statistiek en kansrekening, die onderling niet zo veel raakvlakken hebben.



foto.ggb

SWART Family

Tekenvenster

- Algebravenster
- Kegelsnede
 - c: $x^2 + 0.25y^2 + 4x - 2y = -7$
 - d: $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 6$
- Punt
 - A = (-1.04, 3.45)
 - B = (-3.24, 0)
- Rechte
 - a: $3.45x - 2.2y = -11.16$

7 Wiskunde B vwo

Dit hoofdstuk beschrijft het voorgestelde examenprogramma voor Wiskunde B vwo. Dit programma is gebaseerd op het pilotprogramma (cTWO 2009) met bijstellingen op grond van de ervaringen in de pilot.

De eerste paragraaf is geheel formeel-inhoudelijk: het bevat het examenprogramma en beschrijft de bijstellingen en de specificaties van de eindtermen. Na deze paragraaf volgen achtereenvolgens een karakterisering, een verslag van de pilot en een verantwoording van het programma. De belangrijkste conclusies en adviezen zijn opgenomen in hoofdstuk 1.

7.1 Examenprogramma Wiskunde B vwo

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Formules, functies en grafieken
Domein C	Differentiaal- en integraalrekening
Domein D	Goniometrische functies
Domein E	Meetkunde met coördinaten
Domein F	Keuzeonderwerpen

Het centraal examen

Het centraal examen heeft betrekking op de domeinen B, C, D en E in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast. Het CvE maakt specificaties van de examenstof van het centraal examen bekend in een syllabus.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A en

- subdomein E1;
- domein F;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of

subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;

- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

2. De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar het oorspronkelijke probleem terugvertalen.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

3. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

Domein B: Functies, grafieken en vergelijkingen

Subdomein B1: Formules en functies

4. De kandidaat kan formules interpreteren en bewerken, bij een verband tussen twee variabelen een grafiek tekenen in een assenstelsel en bepalen of een gegeven formule herschreven kan worden als functievoorschrift.

Subdomein B2: Standaardfuncties

5. De kandidaat kan grafieken tekenen en herkennen van de volgende standaardfuncties: machtsfuncties met rationale exponenten, exponentiële functies, logaritmische functies, goniometrische functies en de absolute-waardefunctie en kan van deze verschillende typen functies de karakteristieke eigenschappen benoemen en gebruiken.

Subdomein B3: Functies en grafieken

6. De kandidaat kan functievoorschriften opstellen, bewerken, combineren, de bijbehorende grafieken tekenen en aan de hand van

een functievoorschrift zonder hulpmiddelen kwalitatieve uitspraken doen over de functie en haar grafiek.

Subdomein B4: Inverse functies

7. De kandidaat kan het begrip inverse functie hanteren en de inverse van een functie gebruiken bij het oplossen van problemen.

Subdomein B5: Vergelijkingen en ongelijkheden

8. De kandidaat kan vergelijkingen en ongelijkheden algebraïsch oplossen.

Subdomein B6: Asymptoten en limietgedrag van functies

9. De kandidaat kan het asymptotisch gedrag van functies bepalen en dit met limietberekening aantonen.

Domein C: Differentiaal- en integraalrekening

Subdomein C1: Afgeleide functies

10. De kandidaat kan de eerste en tweede afgeleide van een functie begripmatig hanteren en gebruiken om die functie te onderzoeken en de eerste en tweede afgeleide gebruiken in toepassingen.

Subdomein C2: Technieken voor differentiëren

11. De kandidaat kan de eerste en tweede afgeleide van functies bepalen met behulp van de regels voor het differentiëren en daarbij algebraïsche technieken gebruiken.

Subdomein C3: Integraalrekening

12. De kandidaat kan in geschikte toepassingen een bepaalde integraal opstellen en exact berekenen.

Domein D: Goniometrische functies

Subdomein D1: Goniometrische functies en vergelijkingen

13. De kandidaat kan bij periodieke verschijnselen formules opstellen en bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen, vergelijkingen oplossen en hierbij de periodiciteit met inzicht gebruiken.

Domein E: Meetkunde met coördinaten

Subdomein E1: Meetkundige vaardigheden

14. De kandidaat kan eigenschappen van meetkundige objecten onderzoeken en bewijzen en kan daarbij gebruik maken van meetkundige en algebraïsche technieken en van ICT.

Subdomein E2: Algebraïsche methoden in de vlakke meetkunde

15. De kandidaat kan aard en ligging van cirkels, lijnen en andere daarvoor geschikte figuren onderzoeken met behulp van algebraïsche voorstellingen, kan in een gegeven of zelfgekozen coördinatenstelsel algebraïsche voorstellingen van figuren opstellen en kan algebraïsche voorstellingen gebruiken om meetkundige problemen op te lossen.

Subdomein E3: Vectoren en inproduct

16. De kandidaat kan met behulp van de begrippen afstand, vector en inproduct eigenschappen van figuren in het vlak afleiden en bewijzen.

Subdomein E4: Toepassingen

17. De kandidaat kan de aangegeven technieken toepassen in geschikte natuurwetenschappelijke en technische situaties.

Domein F: Keuzeonderwerpen**Wijzigingen ten opzichte van het pilotprogramma**

- In subdomein A3 is door herformulering de relatie met wiskundige denkactiviteiten uit het visiedocument van cTWO expliciet gemaakt.
- In subdomein E1 is een verwijzing naar 'meetkundige technieken' toegevoegd.
- De teksten van subdomeinen E2 en E3 zijn op redactionele gronden licht aangepast.
- Subdomein E1 is verplicht gesteld voor toetsing op het schoolexamen.

Globale wijzigingen ten opzichte van het 2007-programma

Ten opzichte van het 2007-programma is de inhoud van het meetkundedomein gewijzigd: in plaats van zuivere synthetische meetkunde gaat het nu om meetkunde met coördinaten en vectoren, waarbij geredeneerd wordt met technieken uit de analytische en synthetische meetkunde. Symmetrie en transformaties en beweging spelen een belangrijke rol. Parametervoorstellingen zijn daarom vanuit het analysedomein naar het meetkundedomein verschoven.

In de analyse zijn subdomeinen toegevoegd over limieten en inverse functies.

Specificaties van de globale eindtermen

De voorgestelde specificaties van de eindtermen staan in bijlage D.

Deze zijn identiek aan de specificaties die zijn opgenomen in de tweede werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma (CvE 2012d). De formele specificaties zullen in opdracht van CvE worden uitgewerkt in de syllabus bij het examenprogramma, maar cTWO adviseert om deze ongewijzigd uit de meest recente pilotsyllabus over te nemen.

7.2 Karakterisering

Bij de samenstelling van het programma zijn de volgende punten benoemd.

- De *doelgroep* van Wiskunde B wordt gevormd door leerlingen die het profiel Natuur en Techniek volgen en leerlingen in het profiel Economie en Maatschappij en het profiel Natuur en Gezondheid die Wiskunde B kiezen in plaats van Wiskunde A.
- Het vak bereidt voor op *universitaire vervolgstudies* met een exacte signatuur, zoals bètawetenschappen, technische wetenschappen en econometrie. Inhoudelijk ligt de nadruk op analyse en meetkunde, met ruime aandacht voor algebraïsche vaardigheden, formulevaardigheden, redeneren, bewijzen en toepassen in authentieke situaties.
- *Wiskundige samenhang* tussen de verschillende delen van een programma is om meerdere redenen van belang. Ten eerste suggereert een verbrokkeld programma ten onrechte dat de wiskunde zelf verbrokkeld is. Ten tweede biedt interne samenhang een handvat voor het lastige probleem van transfer binnen het vak zelf, door kennis en vaardigheden die in één situatie opgedaan zijn binnen een ander deelgebied van de wiskunde toe te passen. Ten slotte maken de dwarsverbanden een rijke collectie opgaven mogelijk waarmee het inzicht van de leerling beter te stimuleren en te toetsen is.
- *De samenhang met andere exacte vakken*, zoals Wiskunde D, NLT, natuurkunde, scheikunde en biologie, is een punt van aandacht. Het

rapport van de werkgroep Afstemming Wiskunde-Natuurkunde (Van de Giessen et al. 2008) bevat voor wat betreft de samenhang met natuurkunde een aantal concrete voorstellen.

- Gezien het karakter van Wiskunde B is het gewenst dat *contexten* bijdragen aan de versterking van de inwendige structuur en samenhang van de verschillende onderdelen van het programma. Brede contexten, bijvoorbeeld uit natuurkunde (mechanica, optica) of techniek, die bijdragen aan een intuïtief denkmodel, verdienen de voorkeur. Geschikte contexten zijn aanleiding tot abstractie en tot de vorming van wiskundige concepten. Daarnaast kunnen contexten uit de wereld van wetenschap, techniek of beroepspraktijk bijdragen aan de realisatie van de zogeheten 'blik naar buiten', waarvoor cTWO in haar visiedocument een lans breekt.

Het punt samenhang heeft later een concrete nadere uitwerking gekregen in het rapport van Alink, Van Asselt en Den Braber (2012).

Voor Wiskunde B vwo staan 600 studielasturen. Deze kunnen, bij wijze van indicatie, op de volgende manier over de domeinen worden verdeeld:

Domein	slu
A Vaardigheden	-
B Formules, functies en grafieken	180
C Differentiaal- en integraalrekening	130
D Goniometrische functies	80
E Meetkunde met coördinaten	170
F Keuzeonderwerpen	40
Totaal	600

De toetsing van toepassingsgerichte vaardigheden (onderzoeken, modelleren, ICT-gebruik) is met name gesitueerd in het SE, en kan profiel- en pakket-specifiek zijn.

In subdomein A3 wordt aangegeven dat de leerling ICT functioneel moet

kunnen gebruiken. Het betreft dan het gebruik van ICT conform de drie functies die in het ICT-rapport van cTWO (2008a) worden onderscheiden: als gereedschap, als oefenomgeving en ten behoeve van begripsvorming (zie ook hoofdstuk 2). De belangrijkste wiskundige functionaliteiten van ICT voor Wiskunde B vwo zijn:

- FGT: Formules, functies en grafieken. Denk aan de grafische rekenmachine, grafiekenplotters.
- DGM: Dynamische Grafieken en Meetkunde. Denk aan GeoGebra.

In de volgende tabel staat in welke domeinen welke didactische en wiskundige ICT-functionaliteiten kunnen worden ingezet.

ICT-gebruik in vwo B		Didactische functie ICT		
		gereedschap	oefening	begripsvorming
B	Formules, functies en grafieken	FGT	FGT	
C	Differentiaal- en integraalrekening	FGT		FGT
D	Goniometrische functies	FGT		FGT
E	Meetkunde met coördinaten	DGM		DGM

7.3 Evaluatie examenexperiment

Beschrijving

Het pilotcohort bestond bij aanvang uit 15 groepen op zeven scholen, met 14 verschillende docenten en ongeveer 340 leerlingen; uiteindelijk is het examen in 2012 door 243 leerlingen afgelegd. De scholen gebruikten voor de analyse reguliere schoolboeken, voor de vernieuwde meetkunde is door cTWO exemplarisch lesmateriaal ontwikkeld voor de pilot. Voor de veranderingen binnen de analysedomeinen werden in zogenaamde bijsluiters suggesties gedaan.

De pilotdocenten kwamen vier maal per jaar bijeen om de voortgang te bespreken, pta's samen te stellen en op elkaar af te stemmen, toetsen uit te wisselen en knelpunten te bespreken. Er werd daarbij ook tijd

ingeruimd voor thematische verdieping, bijvoorbeeld rondom wiskundige denkactiviteiten.

Programma als geheel

Kuiper et al. (2011e) hebben onderzoek gedaan naar de ervaringen van leerlingen en docenten in de pilot. Bij de samenstelling van dit rapport waren de gegevens van vwo 6 nog niet bekend, maar wij kunnen ons baseren op interimrapportages over vwo 4 en vwo 5.

Tijdens de pilot werd duidelijk dat het pilotprogramma past binnen het beschikbare aantal studielasturen. De pilotdocenten geven aan dat het programma onderwijsbaar en toetsbaar is. De pilotdocenten vinden het programma in hoge mate doorstroomrelevant. Ook leerlingen zijn van mening dat het vak goed aansluit op de vervolgopleidingen. Zij ervaren Wiskunde B als een lastig, maar niet ondoenlijk vak, al is er kritiek op het lesmateriaal.

Docenten oordelen in het onderzoek van Kuiper et al. positief over landelijke invoering in 2015. Wel geven ze in het onderzoek aan dat men de syllabus overladen vindt met een teveel aan concepten hoewel in de examenevaluatie (CvE 2012b) dit aspect niet meer op deze manier is benoemd.

Wiskundige denkactiviteiten

Conform de visie van cTWO is aandacht besteed aan uiteenlopende wiskundige denkactiviteiten. Docenten ervaren de vernieuwing ten aanzien van de wiskundige denkactiviteiten als positief.

Veranderingen

Kuiper et al. (2011e) laten zien dat docenten het nieuwe programma als een grote verandering ervaren. Toch is Wiskunde B een klassiek vak gebleven waarin ICT (buiten het gebruik van de grafische rekenmachine) tot nu toe een bescheiden rol heeft gespeeld. Overigens is in het SE een subdomein E1 opgenomen teneinde met ICT onderzoek te verrichten binnen de meetkunde. De pilotdocenten gaven aan dat ze daar in deze

pilotfase nog weinig aan toe zijn gekomen.

In dit subdomein is ook het woord 'meetkundig' toegevoegd, mede op aandringen van de docenten. Door deze aanvulling past de eindterm niet alleen beter bij de intentie van cTWO, maar ook bij de syllabus, en dus bij de praktijk in de pilot, omdat in de syllabus specificaties zijn opgenomen over bijvoorbeeld het gebruik van Thales en gelijkvormigheid.

Niet alle docenten zijn enthousiast over de vernieuwing binnen de meetkunde; veel pilotdocenten zijn ontevreden over de accentverschuiving van synthetische naar analytische methoden. Voor één school is deze wijziging zelfs reden om na het eerste cohort te stoppen met de pilot. Overigens zijn sommige andere pilotdocenten juist wél te spreken over deze verandering.

Het eerste pilotexamen

Het eerste pilotexamen is zeer kritisch ontvangen. (Projectteam cTWO 2012d en 2012f, CvE 2012b). Pilotdocenten karakteriseerden het als te omvangrijk en van meet af aan moeilijk. De opgaven sloten niet goed aan bij de verwachtingen, er is discussie of enkele vragen wel gesteld hadden mogen worden en pilotdocenten vonden de (relatief beperkte) omvang van de meetkundecomponent in het examen niet in balans met de (relatief grote hoeveelheid) tijd die hieraan tijdens de lessen is besteed. Eén van de pilotdocenten merkt op: "Op zich allemaal mooie vragen, maar ze hadden niet allemaal in hetzelfde examen moeten zitten." Het CvE heeft na afname van het examen drie opgaven geschrapt.

Het examen van het tweede tijdvak werd door de pilotdocenten wél positief gewaardeerd (CvE 2012b).

Kwantitatieve gegevens van het eerste centraal eindexamen

Op grond van gegevens van Cito (Limpens, Remijn, Steentjes, Stolwijk 2012) kan een cijfermatige vergelijking worden gemaakt tussen de pilotleerlingen en de leerlingen die aan het reguliere programma hebben deelgenomen. Hieronder staat enig cijfermateriaal:

	Pilot	Regulier
Aantal kandidaten	243	15047
Man	129 (53%)	8130 (54%)
Vrouw	14 (47%)	6917 (46%)

Examen	Pilot	Regulier
N-term	1,0	1,5
% onvoldoende	23,9	27,3
Gemiddeld cijfer	6,5	6,5

Doordat bij de reparatie door het CvE drie vragen zijn geschrapt, is het lastig een goede inschatting te maken van de moeilijkheid. Desondanks kan er, door naar de prestaties op de overlap te kijken, iets worden gezegd over de relatieve moeilijkheid van het pilotexamen ten opzichte van het reguliere examen. Hieruit blijkt dat de pilotkandidaten op de overlap 1,5 ρ -punt minder vaardig waren. Pilotdocenten waarschuwden echter dat de punten voor het eerste tijdvak door psychologische factoren geen goed beeld gaven van de kwaliteiten van hun leerlingen (Projectteam cTWO 2012d).

Aandachtspunten bij implementatie

Variatie in typen opgaven alsmede in wiskundige denkactiviteiten is belangrijk. In de examenevaluatie (CvE 2012b) is dit punt benoemd. Buiten het CE kan hierbij bijvoorbeeld gedacht worden aan onderzoek met behulp van ICT aan meetkundige problemen. Het belang hiervan is in paragraaf 2 van dit hoofdstuk al onderstreept.

Aan de implementatie van wiskundige denkactiviteiten zal nog de nodige zorg besteed moeten worden: hoe kan dit onderdeel onderwezen, geleerd en getoetst worden? Er zal een juiste en bij de natuurprofielen passende combinatie gevonden moeten worden van dit type wiskundige vaardigheden uit subdomein A3 enerzijds en vakinhoudelijke concepten anderzijds. Een suggestie hiervoor staat in de volgende tabel, waarin de subdomeinen uit het examenprogramma (behalve de domeinen A en F) zijn uitgezet tegen de in subdomein A3 benoemde vaardigheden, hieronder

op voor de hand liggende wijze afgekort.

		Mo - Al	Or - St	An - Pr	Fo	Ab	Lo - Be
B1	Formules en functies	x			x	x	
B2	Standaardfuncties		x		x		
B3	Functies en grafieken	x	x		x	x	x
B4	Inverse functies			x		x	
B5	Vergelijkingen en ongelijkheden	x	x	x	x	x	x
B6	Asymptoten en limietgedrag van functies				x	x	x
C1	Afgeleide functies				x	x	x
C2	Technieken voor differentiëren		x		x		
C3	Integraalrekening			x	x		
D1	Goniometrische functies en vergelijkingen	x			x		x
E1	Meetekundige vaardigheden	x			x		x
E2	Algebraïsche methoden in de vlakke meetkunde	x	x	x	x	x	x
E3	Vectoren en inproduct	x	x	x			x
E4	Toepassingen		x		x		x

Het niveau waarop de diverse denkactiviteiten aan bod komen, dient te zijn afgestemd op het betrokken vak.

De implementatie van wiskundige denkactiviteiten in de examenprogramma's is al met al een geleidelijk proces dat met de afronding van pilot nog niet voltooid is. Zie in dit licht ook aanbeveling 2 en 3 in paragraaf 1.1 van dit rapport.

Een ander aandachtspunt bij implementatie betreft domein F, *Keuzeonderwerpen*. Hieraan hebben de pilotscholen tot nu toe nog weinig of zelfs helemaal geen tijd besteed, waarschijnlijk omdat een nieuw examenprogramma aanvankelijk altijd wat minder efficiënt doorlopen wordt dan na een aantal jaren van gewenning het geval is en zo'n nieuw programma dus relatief veel tijd kost. Keuzeonderwerpen vormen volgens

cTWO een belangrijk onderdeel van het programma, omdat hierin de zogeheten ‘blik naar buiten’ (zie bijlage G) gestalte kan krijgen.

7.4 Verantwoording

In paragraaf 1.1 van dit rapport is gesteld dat het programma Wiskunde B vwo van cTWO voldoet aan een aantal criteria, te weten haalbaarheid, aansluiting op de visie, relevantie en consistentie. In deze paragraaf wordt deze uitspraak uitgewerkt.

Op grond van de ervaringen uit de pilot concludeert cTWO dat het programma studeerbaar, onderwijsbaar en toetsbaar is – en dus haalbaar.

Wiskundige denkactiviteiten zijn duidelijk naar voren gekomen op het centraal eindexamen. In het uiteindelijke programma is dit door herformulering van subdomein A3 geëxpliciteerd. Meetkundig onderzoek doen met ICT is in het centraal examen niet goed te toetsen. Daarom is Domein E1 verplicht gesteld voor het schoolexamen.

We verwachten dat leerlingen door het nieuwe programma beter zullen presteren op het terrein van algebraïsche vaardigheden. Dat was al zo met het 2007-programma (Projectteam cTWO 2009). Als gevolg van het opnemen van analytische methoden in de meetkunde zal op dit terrein mogelijk verder winst worden geboekt. Enkele universiteiten zijn gestopt met het geven van bijspijker cursussen ten aanzien van algebraïsche vaardigheden. Zie verder conclusie 9 in het eerste hoofdstuk.

Intern vertoont het programma Wiskunde B vwo een grote interne samenhang en consistentie. Dat wordt mede veroorzaakt door de vernieuwde meetkunde, waarin analytische methoden aan bod komen. De samenhang met andere vakken, met name natuurkunde, komt vooral tot uiting in het gebruik van de contexten uit andere vakken.



8 Wiskunde C vwo

Dit hoofdstuk beschrijft het voorgestelde examenprogramma voor Wiskunde C vwo. Dit programma is gebaseerd op het pilotprogramma (cTWO 2009) met bijstellingen op grond van de ervaringen in de pilot.

De eerste paragraaf is geheel formeel-inhoudelijk: het bevat het examenprogramma en beschrijft de bijstellingen en de specificaties van de eindtermen. Na deze paragraaf volgen achtereenvolgens een karakterisering, een verslag van de pilot en een verantwoording van het programma. De belangrijkste conclusies en adviezen zijn opgenomen in hoofdstuk 1.

8.1 Examenprogramma Wiskunde C vwo

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Algebra en tellen
Domein C	Verbanden
Domein D	Veranderingen
Domein E	Statistiek
Domein F	Logisch redeneren
Domein G	Vorm en ruimte
Domein H	Keuzeonderwerpen

Het centraal examen

Het centraal examen heeft betrekking op de domeinen B, C, D, F en G in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast. Het CvE maakt specificaties van de examenstof van het centraal examen bekend in een syllabus.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A en

- domein E en H;

- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

2. De kandidaat herkent de betekenis van wiskunde in maatschappij, cultuur en geschiedenis en kan deze in concrete situaties beschrijven.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

3. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

Domein B: Algebra en tellen

Subdomein B1: Rekenen en algebra

4. De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en variabelen en kan daarbij gebruik maken van rekenkundige en algebraïsche basisbewerkingen.

Subdomein B2: Telproblemen

5. De kandidaat kan telproblemen structureren en schematiseren en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen.

Domein C: Verbanden

6. De kandidaat kan van eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties, machtsfuncties, exponentiële functies en logaritmische functies de verschillende representaties doelgericht gebruiken, kan bijbehorende vergelijkingen oplossen, waar nodig met behulp van ICT, en kan periodieke verschijnselen beschrijven.

Domein D: Veranderingen

- De kandidaat kan het veranderingsgedrag van eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties, machtsfuncties, exponentiële functies en logaritmische functies en de regelmaat in rijen doelgericht beschrijven en gebruiken.

Domein E: Statistiek en kansrekening

Subdomein E1: Probleemstelling en onderzoeksontwerp

- De kandidaat kan bij een probleemstelling die zich leent voor een statistische aanpak een plan maken om antwoord op de probleemstelling te verkrijgen, waarbij geschikte variabelen worden gekozen.

Subdomein E2: Visualisatie van data

- De kandidaat kan verkregen data verwerken in een geschikte tabel of grafiek en deze op waarde interpreteren.

Subdomein E3: Kwantificering

- De kandidaat kan de verkregen data samenvatten in voor de probleemstelling geschikte maten en hieraan interpretaties verbinden.

Subdomein E4: Kansbegrip

- De kandidaat kan het kansbegrip gebruiken om bij een toevalsproces de kans op een bepaalde uitkomst of gebeurtenis te bepalen aan de hand van een diagram, combinatoriek, kansregels en simulatie.

Subdomein E5: Kansverdelingen

- De kandidaat kan aangeven in welke situatie een toevalsvariabele een bepaalde kansverdeling bezit en van die verdeling de karakteristieken verwachtingswaarde en standaardafwijking hanteren.

Subdomein E6: Statistiek met ICT

- De kandidaat beheerst statistisch ICT-gebruik in relatie met de subdomeinen E1, E2, E3, E4 en E5 om grote datasets te interpreteren en te analyseren.

Domein F: Logisch redeneren

- De kandidaat kan logische redeneringen analyseren op correct gebruik.

Domein G: Vorm en ruimte

15. De kandidaat kan van een ruimtelijk object aanzichten en perspectieftekeningen maken, er berekeningen aan uitvoeren en conclusies trekken over vorm en oppervlakte van zo'n object.

Domein H: Keuzeonderwerpen**Wijzigingen ten opzichte van het pilotprogramma**

- In subdomein A3 is door herformulering de relatie met wiskundige denkactiviteiten uit het visiedocument van cTWO expliciet gemaakt.
- Door subdomein E6 heeft ICT expliciet een plek gekregen, opdat het programma nu beter de ideeën van cTWO en de uitvoering in de pilot weergeeft.

Globale wijzigingen ten opzichte van het 2007-programma

Het programma Wiskunde C vwo is geheel herzien. Geheel nieuw zijn de onderwerpen *Logisch redeneren en Vorm en ruimte*. Het domein *Statistiek en kansrekening* heeft een andere opzet en uitwerking gekregen, met onder andere een nadrukkelijker ICT-gebruik.

Conform het examenbeleid wordt ongeveer 40% van de studielast aangewezen voor toetsing in uitsluitend het schoolexamen. Bij Wiskunde C vwo betreft dit domein E (*Statistiek en kansrekening*) en domein H (*Keuzeonderwerpen*):

(Sub)domein	Verplicht in CE	Verplicht in SE	Optioneel in SE
A Vaardigheden	x	x	
B Algebra en tellen	x		x
C Verbanden	x		x
D Veranderingen	x		x
E Statistiek en kansrekening		x	
F Logisch redeneren	x		x
G Vorm en ruimte	x		x
H Keuzeonderwerpen		x	

Specificaties van de globale eindtermen

De voorgestelde specificaties van de eindtermen staan in Bijlage E. De specificaties voor de domeinen B, C, D, F en G zijn identiek aan de specificaties die zijn opgenomen in de tweede werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma (CvE 2012e). De specificaties bij domein E komen uit de gedetailleerde eindtermen bij het pilotprogramma (cTWO 2009), met aanpassingen op basis van de ervaringen in de pilot. De formele specificaties voor het centraal examen zullen in opdracht van CvE worden uitgewerkt in de syllabus bij het examenprogramma, maar cTWO adviseert om deze ongewijzigd uit de meest recente pilotsyllabus over te nemen, afgezien van een voetnoot zoals vermeld in bijlage E.

8.2 Karakterisering

Bij de samenstelling van het programma zijn de volgende punten benoemd.

- De *doelgroep* van Wiskunde C wordt gevormd door leerlingen die het profiel Cultuur en Maatschappij volgen.
- Wiskunde C bereidt met name voor op *universitaire studies* in de sector Gedrag en Maatschappij, de sector Recht en de sector Taal en Cultuur. Het programma richt zich op algemene wiskundige en statistische vorming, in samenhang met de historische en culturele plaats van wiskunde in wetenschap en maatschappij.
- Daarnaast heeft dit vak een *algemeen vormende waarde* doordat het leerlingen voorbereidt op de (informatie)maatschappij en hen leert in verschillende situaties wiskundige aspecten te herkennen, te interpreteren en te gebruiken.
- Binnen Wiskunde C nemen *contexten* die passen in het profiel Cultuur en Maatschappij een belangrijke plaats in. De nadruk ligt minder op het reproduceren van technieken en meer op de functie, de cultuurhistorische rol en de waarde van wiskunde in onze maatschappij.
- Met name in de domeinen F en G kunnen leerlingen de relevantie van wiskunde ervaren binnen specifieke *maatschappelijke, culturele en historische onderdelen* van het profiel Cultuur en Maatschappij.

In domein F, Logisch redeneren, worden logisch-wiskundige aspecten gekoppeld aan correctheid van redeneringen. In domein G, *Vorm en ruimte*, vinden meetkundige principes hun plaats in toepassingen in de maatschappij en de beeldende kunst.

- *Rekenvaardigheid* is een belangrijk aandachtspunt binnen Wiskunde C. Deze vaardigheid heeft een plaats gekregen in subdomein B1. De eisen die op dit gebied aan de Wiskunde C-kandidaat worden gesteld, moeten gezien worden in het licht van de doelen van Wiskunde C en de behoeften van de doelgroep.
- De onderwerpen *statistiek* en *kansrekening* (domein E) worden op een meer realistische en probleemgeoriënteerde manier benaderd dan voorheen. Uitgangspunt is de empirische cyclus van data verzamelen, data analyseren en conclusies trekken. ICT wordt gebruikt om grote datasets te analyseren.

Voor Wiskunde C vwo staan 480 studielasturen. Deze kunnen, bij wijze van indicatie, op de volgende manier over de domeinen worden verdeeld:

Domein	slu
A Vaardigheden	-
B Algebra en tellen	60
C Verbanden	80
D Veranderingen	60
E Statistiek en kansrekening	160
F Logisch redeneren	40
G Vorm en ruimte	40
H Keuzeonderwerpen	40
Totaal	480

De toetsing van toepassingsgerichte vaardigheden (onderzoeken, modelleren, ICT-gebruik) is met name gesitueerd in het SE, en kan profiel- en pakketspecifiek zijn.

In subdomein A3 wordt aangegeven dat de leerling ICT functioneel moet kunnen gebruiken. Het betreft dan het gebruik van ICT conform de drie functies die in het ICT-rapport van cTWO (2008a) worden onderscheiden:

als gereedschap, als oefenomgeving en ten behoeve van begripsvorming (zie ook hoofdstuk 2). De belangrijkste wiskundige functionaliteiten van ICT voor Wiskunde C vwo zijn:

- FGT: Formules, grafieken en tabellen. Denk aan de grafische rekenmachine, grafiekenplotters of Excel.
- DGM: Dynamische Grafieken en Meetkunde. Denk aan GeoGebra.
- SGSS: Statistische Gegevensverwerking en Statistische Simulatie. Denk aan Excel, grafische rekenmachine, VU-Statistiek of SPSS.

In de volgende tabel staat in welke domeinen welke didactische en wiskundige ICT-functionaliteiten kunnen worden ingezet.

ICT-gebruik in vwo C		Didactische functie ICT		
		gereedschap	oefening	begripsvorming
B	Algebra en tellen		FGT	
C	Verbanden	FGT	FGT	FGT
D	Veranderingen	FGT		FGT
E	Statistiek en kansrekening	SGSS		SGSS
F	Logisch redeneren			
G	Vorm en ruimte	DGM		DGM
H	Keuzeonderwerpen	hangt af van onderwerpkeuze		

8.3 Evaluatie examenexperiment

Beschrijving

Het pilotcohort bestond bij aanvang uit zeven homogene groepen op zeven scholen. Daarnaast werden op twee scholen de Wiskunde C-leerlingen in klas 4 ondergebracht in Wiskunde A-pilotgroepen, zodat in totaal met 9 verschillende docenten en ruim 50 leerlingen werd gestart. Uiteindelijk is het examen in 2012 door 47 leerlingen afgelegd. Vanwege de kleine aantallen leerlingen wordt hieronder terughoudendheid betracht in het trekken van conclusies.

De scholen gebruikten vanwege het compleet nieuwe programma

geen reguliere schoolboeken. Voor de pilot is door cTWO exemplarisch lesmateriaal ontwikkeld.

De pilotdocenten kwamen vier maal per jaar bijeen om de voortgang te bespreken, pta's samen te stellen en op elkaar af te stemmen, toetsen uit te wisselen en knelpunten te bespreken. Er werd daarbij ook tijd ingeruimd voor thematische verdieping, bijvoorbeeld rondom wiskundige denkactiviteiten.

Programma als geheel

Kuiper et al. (2011f) hebben onderzoek gedaan naar de ervaringen van leerlingen en docenten in de pilot. Bij de samenstelling van dit rapport waren de gegevens van vwo 6 nog niet bekend, maar wij kunnen ons baseren op interimrapportages over vwo 4 en vwo 5.

Tijdens de pilot werd duidelijk dat het pilotprogramma past binnen het beschikbare aantal studielasturen. Wel bleek al vrij snel dat het lesmateriaal over de geschiedenis van getallen niet geschikt was. Daarom besloot het CvE op advies van cTWO en de pilotdocenten voor het eerste pilotexamen tot de uitsluiting van specificatie 4.6 uit de syllabus (zie bijlage E) betreffende het plaatsen van getallen in historisch perspectief. Voor cohort 2 is deze uitsluiting om dezelfde reden gehandhaafd. Eind 2012 is geschikt lesmateriaal gereed gekomen zodat uitsluiting van eindterm 4.6 voor de cohorten 3 en verder niet nodig is.

De pilotdocenten geven aan dat het programma onderwijsbaar en toetsbaar is (cTWO projectteam 2011e). Docenten merken verder op dat het programma maatschappelijk relevant is en dankzij de vele contexten en toepassingen aantrekkelijk. Docenten oordelen in het onderzoek van Kuiper et al. (2011f) dan ook uitermate positief over landelijke invoering in 2015. Daarnaast blijkt dat ook leerlingen het vak waarderen. Ze blijken opeens wiskunde 'te kunnen', waardoor hun zelfvertrouwen ten aanzien van wiskunde groeit.

Teneinde meer bekendheid te geven aan de veranderingen bij Wiskunde C zijn door het cTWO-projectteam in het voorjaar van 2011 en 2012 Wiskunde C-conferenties voor VO-docenten georganiseerd. Via plenaire lezingen en workshops kon het veld kennis nemen van de inhoudelijke veranderingen, het nieuw ontwikkelde lesmateriaal en de ervaringen van pilotdocenten. Met een deelname van ongeveer 125 bezoekers zijn deze bijeenkomsten een groot succes gebleken (Peereboom 2011a en 2012b).

Ook zijn initiatieven ontwikkeld om schooldecanen te informeren: er is een Wiskunde C informatiekaart ontwikkeld en er is een artikel verschenen in het decanenblad "Bij de Les" (Peereboom 2012a).

Wiskundige denkactiviteiten

Conform de visie van cTWO is ruim aandacht besteed aan uiteenlopende wiskundige denkactiviteiten. Docenten zijn hier enthousiast over en zijn van mening dat deze de interne samenhang van Wiskunde C bevorderen. Dankzij de kleine groepen bij dit vak ontstaan als vanzelf andersoortige lessen met veel interactie (klassengesprekken) en reflectie. Bij het ontwerpen van het lesmateriaal is door de ontwikkelaars getracht denkactiviteiten hierin een plek te geven. Met name de nieuwe domeinen *Vorm en ruimte* en *Logisch redeneren* blijken zich hier goed voor te lenen.

Statistiek

De aanpak van het vernieuwde domein Statistiek en kansrekening is realistischer en sterker probleemgeoriënteerd geworden, onder meer door de focus op de analyse van echte data en de inzet van ICT daarbij. Leerlingen leren kritisch te kijken naar gepopulariseerde statistische uitspraken en maken kennis met statistisch onderzoek (de empirische cyclus).

Er is nog niet zo veel ervaring opgedaan met het door leerlingen laten opzetten en uitvoeren van een eigen onderzoekje (gedeeltelijk of geheel). Het goed vormgeven van een onderzoeksopdracht en het begeleiden en beoordelen van een statistisch onderzoek is nieuw. Docenten geven aan, behoefte te hebben aan ondersteuning hierbij. Zie in dit licht ook aanbeveling 2, 3 en 4. Een deel van het lesmateriaal is digitaal beschikbaar, als zogeheten 'Digimap'. Het werken met grote datasets is zonder computer niet uitvoerbaar.

Conform het algemene beleid van OCW wordt niet het volledige examenprogramma op het CE getoetst. Domein E, *Statistiek en kansrekening*, was in de pilot uitsluitend onderdeel van het SE. Een reden hiervoor was onder meer dat het geïntroduceerde ICT-element, noodzakelijk voor het gebruik van grote datasets, niet past bij de wijze waarop het CE wordt afgenomen. Enkele specificaties zijn enigszins aangepast zodat de focus iets sterker is

komen te liggen op de empirische cyclus met daarin een expliciete rol voor ICT, waardoor ook toetsing van fasen van de empirische onderzoekscyclus minder goed mogelijk lijkt binnen de CE-setting. Docenten gaven tijdens de examenevaluatie overigens in meerderheid aan, geen behoefte te hebben aan toetsing van statistiek binnen het centraal examen Wiskunde C; zij ervaren het CE-programma in de huidige vorm als 'breed genoeg'.

Veranderingen

Kuiper et al. (2011f) laten zien dat docenten het nieuwe programma uiteraard als een grote verandering ervaren. Het bereidt in de ogen van docenten goed voor op de bij het profiel CM passende vervolgopleidingen en is in persoonlijk en maatschappelijk opzicht veel relevanter dan het oude Wiskunde C-programma. Dit blijkt deels ook uit leerlinginterviews (ibid.). Leerlingen ervaren Wiskunde C als een lastig, maar niet ondoenlijk vak. Zij zijn verdeeld over het nut van dit vak.

Leerlingen ervaren de veelheid van lespakketjes in plaats van één leerboek als negatief.

Al met al is Wiskunde C vwo is een compleet nieuw vak geworden.

Het eerste pilotexamen

De reactie van pilotdocenten op het eerste pilotexamen (2012, eerste tijdvak) was over het algemeen positief (Projectteam cTWO 2012e). Men vond het examen een goede afspiegeling van de CE-stof. Niveau en omvang werden beide als goed beoordeeld. Ook was men tevreden over het gevraagde niveau van de algebra. Wel was het al met al iets lastiger dan het voorbeeldexamen; de resultaten vielen enigszins tegen.

De vernieuwing bij Wiskunde C was zeer goed zichtbaar in dit examen, hetgeen bleek uit de onderwerpen die aan bod kwamen en de aandacht voor wiskundige denkactiviteiten.

Kwantitatieve gegevens van het eerste centraal eindexamen

Op grond van gegevens van Cito (Limpens et al. 2012) kan een cijfermatige vergelijking worden gemaakt tussen de pilotleerlingen en de leerlingen die aan het reguliere programma hebben deelgenomen.

	Pilot	Regulier
Aantal kandidaten	47	1840
Man	1	322 (18%)
Vrouw	46 (98%)	1508 (82%)

Het reguliere examen leverde een p' -waarde op van 56,9; bij het pilotexamen was dit 52,2. Door naar de overlap te kijken is het ook mogelijk de resultaten van de kandidaten van het pilotexamen te vergelijken met die van de reguliere kandidaten. De pilotkandidaten scoorden op de overlap een gemiddelde p' -waarde van 52,6, de reguliere kandidaten 52,2.

Opvallend is het kleine aandeel jongens in de Wiskunde C-populatie: er was er slechts één.

Op basis van de behaalde scores en de in het verleden gebleken vaardigheid van de groep pilotscholen kan het CvE de prestaties van de pilotkandidaten goed beoordelen. Daarnaast houdt men er bij de normering rekening mee dat de pilotscholen te maken hebben met invoerings- en gewenningszaken, zodat de kandidaten bij de pilot niet gedupeerd worden.

De normering leverde de volgende resultaten:

Examen	Pilot	Regulier
N-term	1,8	1,1
% onvoldoende	21,3	25
Gemiddeld cijfer	6,5	6,3

Aandachtspunten bij implementatie

De aantallen leerlingen bij Wiskunde C zijn erg klein. Uit gegevens van het ministerie (DUO 2012) blijkt dat in 2011 per vestiging gemiddeld 5,5 leerlingen eindexamen deden in Wiskunde C. 10% van de vestigingen met vwo (48 van de 478) telde in 2011 geen enkele examenkandidaat Wiskunde C, op 71 vestigingen deed slechts één leerling eindexamen in dit vak. Gerekend over de 430 vestigingen mét examenkandidaten Wiskunde C telde 41% slechts 1, 2 of 3 kandidaten, 61% telde er 5 of minder, en 88% had er 10 of minder.

Het kleine leerlingenaantal heeft als gevolg dat Wiskunde C-klassen veelal samengevoegd worden met die van Wiskunde A of dat er verticaal geclusterd

wordt (vwo 4 gecombineerd met vwo 5 en/of vwo 6). Hierdoor bestaat het gevaar dat Wiskunde C in de marge terecht komt en dat (kwetsbare) CM-leerlingen wellicht Wiskunde A kiezen in plaats van het bij hen passende vak Wiskunde C. Zie ook conclusie 8 in het eerste hoofdstuk van dit rapport.

Statistiek en kansrekening heeft als niet-CE-onderdeel een kwetsbaardere positie dan de onderwerpen die op het centraal examen worden getoetst. Belangrijk is dat er goede SE-toetsen (met name computerpractica en praktische opdrachten in het kader van statistisch onderzoek) beschikbaar komen. Verder zijn voldoende ICT-faciliteiten cruciaal. Zie wederom aanbeveling 2, 3 en 4.

Aan de implementatie van wiskundige denkactiviteiten zal nog de nodige zorg besteed moeten worden: hoe kan dit onderdeel onderwezen, geleerd en getoetst worden? Er zal een juiste en bij het profiel CM passende combinatie gevonden moeten worden van dit type wiskundige vaardigheden uit subdomein A3 enerzijds en vakinhoudelijke concepten anderzijds. Een suggestie hiervoor staat in de volgende tabel, waarin de subdomeinen uit het examenprogramma (met uitzondering van de domeinen A en H) zijn uitgezet tegen de in subdomein A3 benoemde vaardigheden, hieronder op voor de hand liggende wijze afgekort.

		Mo - Al	Or - St	An - Pr	Fo	Ab	Lo - Be
B1	Rekenen en algebra		x			x	
B2	Telproblemen	x	x		x		
C	Verbanden	x		x	x		
D	Veranderingen	x	x		x	x	
E1	Probleemstelling en onderzoeksontwerp	x	x	x			
E2	Visualisatie van data		x	x			
E3	Kwantificering		x	x			
E4	Kansbegrip	x		x		x	
E5	Kansverdelingen			x	x	x	
E6	Statistiek met ICT	x	x	x			x
F	Logisch redeneren			x		x	x
G	Vorm en ruimte		x	x			

Het niveau waarop de diverse denkactiviteiten aan bod komen, dient ook te zijn afgestemd op het vak. De implementatie van wiskundige denkactiviteiten in de examenprogramma's is al met al een geleidelijk proces dat met de afronding van pilot nog niet voltooid is. Zie in dit licht ook aanbeveling 2 en 3 in paragraaf 1.1 van dit rapport.

8.4 Verantwoording

In paragraaf 1.1 van dit rapport is gesteld dat het programma Wiskunde C vwo van cTWO voldoet aan een aantal criteria, te weten haalbaarheid, aansluiting op de visie, relevantie en consistentie. In deze paragraaf wordt deze uitspraak nader uitgewerkt.

Op grond van de ervaringen uit de pilot concludeert cTWO dat het programma studeerbaar, onderwijsbaar en toetsbaar is – en dus haalbaar. Zie ook conclusie 7 in het eerste hoofdstuk van dit rapport.

Bij de vernieuwde statistiek kan ICT worden gebruikt op de manier die cTWO voor ogen staat: als instrument voor begripsontwikkeling dat ten dienste staat van het onderwijs (cTWO 2007a). Wat dat betreft sluit met name het ICT-gebruik bij statistiek goed aan bij enkele aanbevelingen uit het ICT-rapport rondom het gebruik in lesmateriaal en toetsing (cTWO 2008a).

Wiskundige denkactiviteiten hebben een vooralsnog bescheiden maar zichtbare plek gekregen in het centraal eindexamen. In het uiteindelijke programma is dit onderwerp nog verder geëxpliciteerd door een herformulering van subdomein A3.

Intern vertoont het programma Wiskunde C vwo enerzijds een grote diversiteit maar anderzijds een voldoende mate van samenhang. Dat komt onder andere door wiskundige denkactiviteiten als bijvoorbeeld kwalitatief redeneren binnen alle domeinen. Verder zorgt de breedte en de diversiteit aan onderwerpen voor een aantrekkelijk examenprogramma, toegesneden op de belangstelling en mogelijkheden van leerlingen uit de doelgroep.

$$7 \cdot 3^x = 9$$

$$3^x = \frac{9}{7}$$

$$x = {}^3\text{Log} \frac{9}{7}$$

9 Wiskunde D vwo

Dit hoofdstuk beschrijft het voorgestelde examenprogramma voor Wiskunde D vwo. De opzet van dit hoofdstuk is gelijk aan die van het corresponderende havo-hoofdstuk, en wijkt enigszins af van die van de overige vwo-hoofdstukken. Er is voor Wiskunde D geen centraal eindexamen, zodat gegevens hierover ontbreken. Voorts wordt niet alleen aandacht besteed aan het pilotprogramma (cTWO 2009), maar ook aan de ervaringen met het reguliere programma uit 2007 (zie examenblad.nl). Hiervoor zijn drie redenen. Ten eerste verschillen de programma's uit 2007 en 2009 slechts op details, omdat er tijdens het uitdenken van het 2009-programma nog geen ervaring was opgedaan met het kort daarvoor ontwikkelde 2007-programma. Ten tweede heeft aan de pilot Wiskunde D vwo maar een beperkt aantal leerlingen deelgenomen. De derde reden is dat in het vwo-D-programma de samenwerking met het vervolgonderwijs een belangrijke rol speelt, en dat aspect is voor het 2009-programma onveranderd ten opzichte van het 2007-programma.

De eerste paragraaf van dit hoofdstuk is geheel formeel-inhoudelijk: het bevat het examenprogramma en beschrijft de bijstellingen. Na deze paragraaf volgen achtereenvolgens een karakterisering, een verslag van de ervaringen die sinds 2007 met Wiskunde D vwo zijn opgedaan en een verantwoording van het programma. De belangrijkste conclusies en adviezen zijn opgenomen in hoofdstuk 1.

9.1 Examenprogramma Wiskunde D vwo

Het eindexamen bestaat alleen uit het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Kansrekening en statistiek
Domein C	Dynamische systemen
Domein D	Meetkunde
Domein E	Complexe getallen
Domein F	Wiskunde in wetenschap
Domein G	Keuzeonderwerpen

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

2. De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

3. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

Domein B: Kansrekening en statistiek

Subdomein 1: Combinatoriek

4. De kandidaat kan permutaties en combinaties herkennen en toepassen op combinatorische problemen en de bijbehorende formules interpreteren en verklaren.

Subdomein B2: Kansrekening

5. De kandidaat kan een toevalsexperiment vertalen in een kansmodel, de begrippen onafhankelijke gebeurtenis en voorwaardelijke kans hanteren, kansen berekenen met behulp van som-, complement- en productregel, en van een discrete toevalsvariabele de verwachtingswaarde berekenen.

Subdomein B3: Toevalsvariabelen

6. De kandidaat kan bij eindige kansmodellen uitgaande van een kansverdeling de verwachtingswaarde en de variantie berekenen en de rekenregels voor verwachtingswaarde en variantie voor zowel afhankelijke als onafhankelijke toevalsvariabelen toepassen op herhaaldelijk uitgevoerde kansexperimenten.

Subdomein B4: Kansverdelingen

7. De kandidaat kan in het binomiale en het (standaard-)normale verdelingsmodel de formules voor de kansverdeling, het gemiddelde

en de variantie verklaren en gebruiken voor het berekenen van kansen, relatieve frequenties, grenswaarden, gemiddelden en standaardafwijkingen van discrete en continue verdelingen.

Subdomein B5: Het toetsen van hypothesen

8. De kandidaat kan nul- en alternatieve hypothesen formuleren, hierop kritisch reflecteren, en bijbehorende een- of tweezijdige toetsen uitvoeren bij binomiaal- of normaalverdeelde toevalsvariabelen.

Subdomein B6: Correlatie en regressie

9. De kandidaat kan samenhang tussen variabelen onderzoeken met correlatie- en regressierekening, waarbij het rekenwerk aan ICT wordt uitbesteed, en kan de resultaten interpreteren en beoordelen.

Subdomein B7: Profielspecifieke verdieping

10. De kandidaat kan de stof van Wiskunde B gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

Domein C: Dynamische systemen

Subdomein C1: Discrete dynamische systemen

11. De kandidaat kan rijen relateren aan recurrente betrekkingen, iteraties, webgrafieken en contexten en kan het gedrag ervan beschrijven in termen van stationair, convergent of divergent.

Subdomein C2: Continue dynamische systemen

12. De kandidaat kan in differentiaalvergelijkingen van de vorm $y' = f(y, t)$ eigenschappen van f relateren aan eigenschappen van oplossingen, zoals het al dan niet stationair zijn, monotonie en asymptotisch gedrag en in eenvoudige gevallen een oplossing expliciet bepalen.

Subdomein C3: Toepassingen van discrete en continue dynamische systemen

13. De kandidaat kan de stof uit de subdomeinen C1 en C2 toepassen in profielspecifieke probleemsituaties.

Domein D: Meetkunde

Subdomein D1: Analytische en synthetische methoden

14. De kandidaat kan analytische en synthetische methoden en redeneringen toepassen op meetkundige probleemsituaties en daarmee eigenschappen bewijzen.

Subdomein D2: Kegelsneden: synthetisch en in coördinaten

15. De kandidaat kan kegelsneden zowel synthetisch als algebraïsch beschrijven, en op grond van een synthetische of algebraïsche beschrijving ligging en eigenschappen bij de bijbehorende figuren onderzoeken en bewijzen.

Subdomein D3: De ruimte

16. De kandidaat kan de beschrijving van ruimtelijke figuren met drie coördinaten gebruiken, en daarbij de begrippen afstand, hoeken, in- en uitproduct, vector en normaalvector hanteren.

Subdomein D4: Toepassingen en ICT

17. De kandidaat kan meetkundige toepassingen onderzoeken, ook met behulp van ICT.

Domein E: Complexe getallen

Subdomein E1: Basisoperaties

18. De kandidaat kan rekenen met complexe getallen, de geconjugeerde, het argument en de absolute waarde, kan de stelling van De Moivre gebruiken, kan rekenen met de formule van Euler als representatie van poolcoördinaten, en kan in redeneringen de relatie gebruiken tussen de complexe getallen en de meetkunde van het platte vlak.

Subdomein E2: Profielspecifieke verdieping

19. De kandidaat kan de stof van subdomein E1 gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

Domein F: Wiskunde in wetenschap

20. De kandidaat heeft kennis van een profielspecifiek onderwerp dat aansluit bij de wijze waarop wiskunde wordt gebruikt in het hoger onderwijs.

Domein G: Keuzeonderwerpen

Wijzigingen ten opzichte van het pilotprogramma

- Domein F *Dynamische systemen 2* uit het pilotprogramma is niet meer opgenomen. De nummering is daarop aangepast.

- In domein C is de oorspronkelijke titel *Dynamische systemen 1* veranderd in *Dynamische systemen*.
- In het pilotprogramma werd een keuze voorgelegd tussen twee domeinen (*Dynamische systemen 2* en *Complexe getallen* voor het schoolmodel, *Wiskunde in wetenschap* voor het samenwerkingsmodel). In het programma dat cTWO nu voorstelt zijn de twee laatstgenoemde domeinen verplicht gesteld.
- De formulering van subdomein F (*Wiskunde in wetenschap*) is veranderd. Waar eerst werd vermeld dat de onderwerpen moeten voortkomen uit het aanbod van het hoger onderwijs, gaat het nu over een onderwerp dat aansluit op de wijze waarop wiskunde wordt gebruikt in het hoger onderwijs.

Globale wijzigingen ten opzichte van het 2007-programma

Alle wijzigingen die hierboven zijn genoemd zijn ook van toepassing wanneer we een vergelijking maken met het programma uit 2007. Ten opzichte van het 2007-programma zijn verder de volgende wijzigingen doorgevoerd:

- De opdeling in subdomeinen van het domein *Kansrekening en statistiek* is licht gewijzigd en er zijn enkele accentverschillen aangebracht. Bovendien is het onderwerp correlatie en regressie toegevoegd, net als het begrip variantie, terwijl het statistisch verwerken van gegevens is verdwenen.
- Het domein *Dynamische modellen* heet nu *Dynamische systemen*. De domeinbeschrijving is hetzelfde.
- De analytische vlakke meetkunde is naar Wiskunde B gegaan (zie aldaar). Er is een onderdeel toegevoegd waarin kegelsneden synthetisch worden geanalyseerd. Het subdomein *De ruimte* is nader gespecificeerd; zo wordt bijvoorbeeld het uitproduct voorgeschreven.
- Aan het domein *Complexe getallen* is een zinsnede toegevoegd; leerlingen moeten een relatie kunnen leggen met de vlakke meetkunde.

Specificaties van de globale eindtermen

De toetsing van Wiskunde D vindt volledig en uitsluitend plaats binnen het schoolexamen; het vak kent geen centraal examen. Dit geeft docenten en scholen de mogelijkheid veel meer eigen keuzes te maken bij de invulling van het programma dan wanneer het vak met een landelijke toets zou worden afgesloten. Een specificatie van globale eindtermen zou niet stroken met deze opzet en is bovendien, door het ontbreken van een centraal eindexamen, niet noodzakelijk. cTWO heeft er daarom voor gekozen de globale eindtermen niet in detail te specificeren, maar om in meer algemene zin te beschrijven op welke manier de invulling van het vak haar voor ogen staat. Deze beschrijving is te vinden in bijlage F.

9.2 Karakterisering

Bij de samenstelling van het programma zijn de volgende punten benoemd.

- Wiskunde D voor vwo is een *profielkeuzevak* binnen het profiel Natuur en Techniek, en kan ook door leerlingen van Natuur en Gezondheid die Wiskunde B gekozen hebben opgenomen worden in het vrije deel.
- Wiskunde D is *verbredend en verdiepend*, maar niet noodzakelijk voor exacte vervolgstudies. Wel zullen leerlingen die Wiskunde D hebben gevolgd op wiskundig gebied beter zijn voorbereid op een wetenschappelijke studie dan anderen. Voor de inhoud van Wiskunde D is dus niet zozeer de formele doorstroomrelevantie maatgevend, als wel de aantrekkelijkheid en de uitdaging die leerlingen erin kunnen ervaren.
- Het domein *Wiskunde in wetenschap* biedt de mogelijkheid tot een specifieke invulling die aansluit bij een wetenschappelijke studie in een bèta-richting.
- Het domein *Kansrekening en statistiek* krijgt een invulling die gericht is op toepassingen in wetenschap en techniek.

Voor Wiskunde D vwo staan 440 studielasturen. Deze kunnen, bij wijze van indicatie, op de volgende manier over de domeinen worden verdeeld:

Domein	slu
A Vaardigheden	-
B Kansrekening en statistiek	120
C Dynamische systemen	80
D Meetkunde	80
E Complexe getallen	40
F Wiskunde in wetenschap	80
G Keuzeonderwerpen	40
Totaal	440

Deze verdeling wijkt af van de verdeling die in de pilotprogramma's (cTWO 2009) wordt gesuggereerd. Aanvankelijk waren 160 studielasturen gereserveerd voor domein B, maar de ervaringen wijzen uit dat dit erg ruim bemeten is. Door het aantal uren voor dit domein te verlagen, komt er ruimte beschikbaar voor domein E. Dit domein (samen met een domein dat is geschrapt) stond in het oorspronkelijk programma tegenover domein F, waarbij één van de twee opties gekozen moest worden, al naar gelang het gekozen model.

In subdomein A3 wordt aangegeven dat de leerling ICT functioneel moet kunnen gebruiken. Het betreft dan het gebruik van ICT conform de drie functies die in het ICT-rapport van cTWO (2008a) worden onderscheiden: als gereedschap, als oefenomgeving en ten behoeve van begripvorming (zie ook hoofdstuk 2). De belangrijkste wiskundige functionaliteiten van ICT voor Wiskunde D vwo zijn:

- FGT: Formules, grafieken en tabellen. Denk aan de grafische rekenmachine, VU-Grafiek, applets of Excel.
- DGM: Dynamische Grafieken en Meetkunde. Denk aan GeoGebra.
- SGSS: Statistische Gegevensverwerking of Statistische Simulatie. Denk aan Excel, grafische rekenmachine, VU-Statistiek, SPSS of R.
- MSD: Modelleren en simuleren van dynamische systemen. Denk aan IP-Coach en Powersim.

In de volgende tabel staat in welke domeinen welke didactische en wiskundige ICT-functionaliteiten kunnen worden ingezet.

ICT-gebruik in vwo D		Didactische functie ICT		
Domein		gereedschap	oefening	begripsvorming
B	Statistiek en kansrekening	SGSS		
C	Dynamische systemen	FGT, MSD		MSD
D	Meetkunde	DGM		DGM
E	Complexe getallen	FGT	FGT	
F	Wiskunde in wetenschap		hangt af van onderwerpkeuze	
G	Keuzeonderwerpen		hangt af van onderwerpkeuze	

9.3 Evaluatie

Vanwege de samenhang tussen de programma's moesten pilotscholen Wiskunde B ook deelnemen aan de pilot Wiskunde D (mits de school Wiskunde D aanbood) en omgekeerd. Er waren zeven pilotscholen Wiskunde B op vwo, vijf daarvan boden ook Wiskunde D op vwo aan. Deze verhouding komt overeen met de landelijke (zie bijlage F). In totaal deden 48 leerlingen mee aan de pilot. De pilot is geëvalueerd door Kuiper et al. (2011g).

Zoals in de inleiding tot dit hoofdstuk is gemotiveerd, baseren wij deze evaluatie niet alleen op de pilot. Het reguliere programma uit 2007 en het pilotprogramma verschillen op twee punten: vanwege de afstemming op de Wiskunde B-programma's is het meetkundedomein aangepast en zijn er accentverschillen bij kansrekening en statistiek. Het reguliere programma is geëvalueerd in twee onderzoeken (Verschuuren 2010, Kuiper et al. 2010).

Verbreding en verdieping

Bij het ontstaan van Wiskunde D is benoemd dat het vak verbreding en verdieping moet bieden. De verbreding moet gezocht worden in onderwerpen als statistiek, kansrekening en dynamische systemen. Verdieping vindt plaats in de domeinen *Complexe getallen en Meetkunde*, maar, afhankelijk van de keuzes van de school, vaak ook in het domein *Wiskunde in wetenschap*.

Voor Wiskunde D hebben de grote wiskundemethoden (*Moderne Wiskunde, Getal en Ruimte, Netwerk, Wageningse Methode*) lesboeken uitgebracht. Omdat het examenprogramma niet in een syllabus is uitgewerkt, geven

deze schoolboeken een belangrijke invulling van niveau en diepgang. Naast de lesboeken zijn er ook lesmodules ontwikkeld vanuit regionale steunpunten. Een overzicht is te vinden in bijlage F. Deze modules zijn vaak ontwikkeld in het kader van het domein *Wiskunde in wetenschap* en proberen leerlingen zicht te geven op één of meer vervolgstudies en de rol die wiskunde daarin speelt. De omgang met lesboeken en losse modules is verschillend: sommige scholen werken geheel uit het boek of geheel met losse modules, maar meestal wordt een combinatie gezocht. Uit het onderzoek van Kuiper et al. (2011f) blijkt overigens dat pilotleerlingen de voorkeur geven aan een boek.

Wiskunde D is een 100%-SE-vak. Docenten waarderen dit, maar wijzen tegelijkertijd op de negatieve gevolgen die het kan hebben voor de status van het vak (Kuiper et al. 2010). cTWO is dan ook verheugd met het recente initiatief van Platform Wiskunde Nederland (PWN) om lesmateriaal voor Wiskunde D te certificeren; daardoor kunnen kwaliteit en niveau geborgd worden.

Voor de pilot is experimenteel lesmateriaal gemaakt over *Computeralgebra*. Dit initiatief is genomen op grond van een aanbeveling uit het ICT-rapport van cTWO (2008a). Het lesmateriaal is zo geschreven dat het geschikt is voor verschillende zogenaamde CAS-software. Omdat dergelijke software op dit moment een forse claim doet op ICT-ondersteuning, is het materiaal maar op één pilotschool uitgetest, waarbij *TI-Nspire CAS* werd gebruikt. Het was een succes: zowel docent als leerlingen vonden het leuk en leerzaam, zo blijkt uit de evaluatie.

In Bijlage F is een aantal kwantitatieve gegevens verzameld rondom Wiskunde D. Hieruit blijkt dat ongeveer 15% van de leerlingen in de natuurprofielen op vwo Wiskunde D heeft gekozen. Het vak NLT, een ander nieuw vak in de natuurprofielen, wordt op vwo wat minder vaak gekozen dan Wiskunde D. In het havo doet zich juist de omgekeerde situatie voor. Wiskunde D-leerlingen scoren opvallend beter bij Wiskunde B: leerlingen met D hebben als gemiddelde CE-cijfer 7,8 en leerlingen zonder D hebben 6,3. Het is hier lastig om oorzaak en gevolg te benoemen: kiezen de betere wiskundeleerlingen Wiskunde D, of vormt Wiskunde D ondersteuning voor Wiskunde B? Waarschijnlijk spelen beide factoren een rol. Het gemiddelde

eindcijfer voor Wiskunde D is met 7,1 overigens lager dan het gemiddelde eindcijfer voor Wiskunde B van deze populatie leerlingen.

Pilotleerlingen geven desgevraagd (Kuiper et al. 2011f) aan dat Wiskunde D studeerbaar is. Ze vinden het een nuttig en leerzaam vak. Over de relevantie zijn ze eveneens positief. De meerderheid van de leerlingen vindt Wiskunde D een aantrekkelijk vak.

In een onderzoek (Snoeker 2012) onder Wiskunde D-docenten wordt Wiskunde D als nuttig vak genoemd met het oog op de aansluiting op vervolgopleidingen. Cijfers van de Universiteit Utrecht betreffende het collegejaar 2010/2011 geven zicht op het keuzegedrag van de eerstejaarsstudenten die het jaar daarvoor eindexamen hebben gedaan. Bij studenten die wiskunde zijn gaan studeren heeft 62% Wiskunde D; bij natuurkunde, een andere grote bètastudie, is dat 43%; bij biologie is het slechts 13%. Van docenten op universiteiten ontvangen wij geluiden dat bètastudenten met Wiskunde D opvallend minder aansluitingsproblemen hebben. Zie ook conclusie 12 in hoofdstuk 1.

Verandering

De pilotdocenten zien bij de pilot vwo Wiskunde D weinig veranderingen ten opzichte van het 2007-programma (Projectteam cTWO 2010b, 2011e). De belangrijkste wijziging betreft de aanpassingen binnen het meetkundedomein, mede ontstaan als gevolg van de programmatische veranderingen binnen het domein *Meetkunde* van Wiskunde B. Omdat vwo een jaar langer duurt dan havo zijn aansluitingsproblemen met Wiskunde B in de analyselijijn minder sterk.

Er is veel materiaal buiten de reguliere lesboeken en de pilotscholen proberen hiervan ook veel gebruik te maken. Eén school schrijft helemaal geen lesboek meer voor.

Inhoudelijk waren docenten in de beginfase nog niet tevreden over het domein *Kansrekening en statistiek*, dat in de schoolboeken op een Wiskunde A-manier werd behandeld. Op dit punt heeft de afgelopen jaren op landelijk niveau, dus ook buiten de pilot, een ontwikkeling plaatsgevonden: de nieuwe edities van de schoolboeken hebben dit onderdeel voor Wiskunde D verstevigd en naar een hoger niveau getild,

waardoor het domein *Kansrekening en statistiek* binnen Wiskunde D een eigen gezicht heeft gekregen, afwijkend van niveau en karakter van het domein *Statistiek en kansrekening* zoals dat gestalte heeft gekregen bij Wiskunde A.

Organisatie en ondersteuning

Scholen hebben de keuze om Wiskunde D al dan niet aan te bieden. Bij de invoering van het vak in 2007 koos ruim 70% procent van de scholen voor invoering (Tweede Fase Adviespunt 2007), maar er zijn geluiden die erop wijzen dat dit aantal in de nabije toekomst wellicht substantieel zou kunnen afnemen. In het onderzoek van Kuiper et al. naar de invoering van Wiskunde D (2010) zijn docenten over het voortbestaan op hun school van Wiskunde D vwo optimistischer gestemd dan over het voortbestaan van Wiskunde D havo. Toch geldt ook hier dat de gemiddelde groepsgrootte niet hoog is; het ligt rond de 6 leerlingen. Zie conclusie 13 in hoofdstuk 1 van dit rapport.

Om financiële haalbaarheid te bereiken kiezen scholen vaak voor het combineren van groepen (Snoeker 2012). Dat kan zijn het combineren van vwo 4, 5 of 6, het samenvoegen van havo en vwo, of het combineren met NLT. Eén van de pilotscholen koos ervoor om pas in vwo 5 met Wiskunde D te beginnen. Er zijn voor al de genoemde organisatorische vormen succesvolle casussen aan te wijzen.

Gezien de overlap in het domein *Kansrekening en statistiek* bij de 2007-programma's Wiskunde A en D werd bij de invoering gesuggereerd dat dit domein gezamenlijk kon worden onderwezen. Dat blijkt niet succesvol: het niveauverschil tussen A- en D-leerlingen is simpelweg te groot.

Ook regionale steunpunten rondom instellingen voor hoger onderwijs kunnen ondersteuning bieden ten aanzien van het probleem van de geringe groepsgrootte. Op een aantal plekken in Nederland verzorgen scholen hun Wiskunde D-onderwijs gezamenlijk, onder de paraplu van een regionaal steunpunt.

Een gedeelte van het examenprogramma kan gestalte krijgen in een samenwerking met relevante universitaire vervolgopleidingen. Omdat bij

de invoering van het reguliere programma werd voorzien dat, bijvoorbeeld door geografische ligging, deze samenwerking niet op alle scholen zou kunnen worden bereikt, kon de school kiezen tussen twee modellen: een samenwerkings- en een schoolmodel. Dit onderscheid blijkt in de praktijk niet de beoogde invulling te krijgen. Een reden hiervoor is dat de term 'samenwerking' op veel manieren wordt geïnterpreteerd: van een volledig onderwijsaanbod op een universiteit tot het gebruiken van lesmateriaal dat aansluit bij een bepaalde vervolgopleiding. Uit een onderzoek van Verschuuren (2010) blijkt dat de keuze voor het 'samenwerkingsmodel' vaak meer zegt over het enthousiasme van de docent en de keuze voor lesmateriaal buiten de reguliere lesboeken dan over de intensiteit van contacten met vervolgopleidingen. Om deze redenen heeft cTWO ervoor gekozen, niet langer twee verschillende programmamodellen voor Wiskunde D te onderscheiden. De facto is voor het samenwerkingsmodel gekozen. Door de rekbare interpretatie van het begrip 'samenhang' die in de praktijk is ontstaan, lijkt dit voor alle scholen zonder problemen haalbaar. Door het voorschrijven van dit nu wat breder te interpreteren samenwerkingsmodel wordt de 'blik naar buiten' die cTWO zo belangrijk vindt (bijlage G) een verplicht onderdeel van Wiskunde D.

De samenwerking met vervolgopleidingen is in de ogen van cTWO een belangrijk succespunt van Wiskunde D (zie ook conclusie 10 in hoofdstuk 1). Deze samenwerking kwam voor vwo soepel op gang. Vrijwel alle universiteiten die een opleiding wiskunde aanbieden, participeren in een regionaal steunpunt. Meteen bij de start van het vak was er een groot aantal lesmodules beschikbaar en in de afgelopen jaren is dit aantal gestaag gegroeid. Zie wederom bijlage G.

cTWO heeft de afgelopen jaren geïnvesteerd in de ondersteuning van Wiskunde D. Dit gebeurde onder andere in de vorm van flyers voor de vakvoorlichting, centrale bijeenkomsten met regionale steunpunten, coördinatie en ondersteuning van materiaalontwikkeling en het centraal verzamelen en beschikbaar stellen van lesmateriaal. De Wiskunde D-dag, een jaarlijkse conferentie voor docenten over het vak, mag inmiddels een traditie genoemd worden; het bezoekersaantal is stabiel rond de honderd. Aan de implementatie van wiskundige denkactiviteiten zal nog de nodige

zorg besteed moeten worden: hoe kan dit onderdeel onderwezen, geleerd en getoetst worden? Er zal bovendien een goede, bij de natuurprofielen passende combinatie gevonden moeten worden van deze wiskundige vaardigheden uit subdomein A3 enerzijds en de vakinhoudelijke concepten anderzijds. Een suggestie hiervoor staat in de volgende tabel, waarin de verschillende (sub)domeinen uit het examenprogramma (met uitzondering van A, B7, F en G)

zijn uitgezet tegen de in subdomein A3 benoemde vaardigheden, hieronder op voor de hand liggende wijze afgekort.

		Mo - Al	Or - St	An - Pr	Fo	Ab	Lo - Be
B1	Combinatoriek	x	x	x			
B2	Kansrekening	x	x	x		x	
B3	Toevalsvariabelen				x		x
B4	Kansverdelingen	x		x	x		x
B5	Het toetsen van hypothesen	x		x	x		
B6	Correlatie en regressie	x	x	x	x	x	
C1	Discrete dynamische systemen			x	x	x	x
C2	Continue dynamische systemen	x		x	x	x	x
C3	Toepassingen van discrete en continue dynamische systemen	x		x	x		
D1	Analytische en synthetische methoden	x		x	x	x	x
D2	Kegelsneden: synthetisch en in coördinaten	x		x	x		x
D3	De ruimte			x	x	x	x
D4	Toepassingen en ICT	x		x			
E	Complexe getallen			x	x	x	x

Het niveau waarop de diverse denkactiviteiten aan bod komen dient te zijn afgestemd op het vak. De implementatie van wiskundige denkactiviteiten is een geleidelijk proces dat met de afronding van pilot nog niet voltooid

is. Zie in dit licht ook aanbeveling 2 en 3 in paragraaf 1.1 van dit rapport.

9.4 Verantwoording

In paragraaf 1.1 van dit rapport is gesteld dat het programma Wiskunde D vwo van cTWO voldoet aan een aantal criteria, te weten haalbaarheid, aansluiting op de visie, relevantie en consistentie. In deze paragraaf wordt deze uitspraak nader uitgewerkt.

Op grond van de ervaringen uit de pilot en de ervaringen met het reguliere programma concludeert cTWO dat het programma studeerbaar, onderwijsbaar en toetsbaar is – en daarmee dus haalbaar. Leerlingen en docenten zijn enthousiast over het vak en het vervolgonderwijs levert een actieve en succesvolle bijdrage.

Het programma Wiskunde D vwo sluit goed aan bij de visie van cTWO. Voor wiskundige denkactiviteiten en de inzet van ICT biedt het vak heel veel mogelijkheden. Meer nog dan bij de CE-vakken speelt de docent in de operationalisering van deze visie echter een belangrijke rol. Contexten die relevant zijn voor het profiel Natuur en Techniek hebben in het programma een centrale plek, onder meer in het domein *Wiskunde in wetenschap*. Hierdoor is het vak relevant voor vervolgonopleidingen. Deze relevantie blijkt ook uit de signalen uit vervolgonopleidingen: deelname aan Wiskunde D correleert positief met studiesucces; studenten die dit schoolvak gevolgd hebben lijken een voorsprong te hebben. Wiskunde D bevat voorts onderwerpen die relevant zijn in veel vervolgonopleidingen maar bij Wiskunde B niet aan bod komen, zoals bijvoorbeeld differentiaalvergelijkingen (dynamische systemen), kansrekening en statistiek.

Het programma voor Wiskunde D vwo bestaat uit een aantal onderling onafhankelijke onderwerpen en kent keuzevrijheid. Dat heeft grote praktische voordelen in het licht van de vaak kleine groepsgrootte, want zo kan het vak gecombineerd aan verschillende jaarlagen worden aangeboden. Wiskunde D lijkt veel mogelijkheden te bieden voor het in

samenhang aanbieden van onderwerpen uit andere bètavakken (Alink et al. 2012).

Punt van zorg is de kleine groepsgrootte. Wij wijzen op aanbeveling 5 in het eerste hoofdstuk van dit rapport.

Doelepep: 5 BBWO Wiskunde A, 6 VWO Wiskunde A/C
Onderwerp: Tellin

Bij het spel *Blindspel* moet je een code kraken. Je speelt het spel met z'n tweeën. De ene speler maakt de code. De andere speler, die de code niet kan zien, probeert die code in zo weinig mogelijk zetten te vinden.

Een code bestaat uit 4 posities en elke positie wordt gevuld met een pinnetje van een bepaalde kleur. Er zijn vier kleuren in het spel. Er mogen geen posities leeg blijven. We gaan er vanuit dat een kleur vaker gebruikt mag worden in een code. Dit betekent dat de code kan bestaan uit 1, 2, 3 of 4 kleuren.

Voordat je aan de hand van een code te maken.

De eerste speerpunten van Jan is GEEL-GEEL-BLAUW-ROOD. Dit levert meteen een goed resultaat op. Het heeft de 4 juiste pinnetjes, alleen staat er maar 1 op de goede plek. Jan moet proberen met welke van de 4 pinnetjes op de goede plek staat.

Lang tijd wachten het niet het blazen of het niet-pinnetje kan zijn dat op de goede plek staat.

Doelepep: 5/6 VWO
Wiskunde A/C

Onderwerp: Algebra

Van een vroege opleiding moeten de studenten een moderne vreemde taal kiezen: of Duits, of Frans, of Engels.

Van de 100 vrouwelijke studenten kiezen er 20 Frans.

Van de mannelijke studenten kiezen er 10 Duits en 30 Engels.

Procentueel wordt dit van de drie talen even vaak door de vrouwelijke studenten gekozen als door de mannelijke studenten.

Hoeveel mannelijke studenten tellt de opleiding?



Dit is een publicatie van de vakvernieuwingscommissie wiskunde cTWO.
Zie voor meer informatie en contactgegevens de website www.ctwo.nl

Wiskundige Denkactiviteiten

10. Doorlopende leerlijnen

Doorlopende leerlijnen zijn in het wiskundeonderwijs van groot belang, mede gezien hetgeen er in paragraaf 2.1 gezegd is over met name verticaal mathematiseren. Het leren van een complex vak vraagt om een geleidelijke en consistente opbouw van kennis en vaardigheden, waarbij het leerrendement het grootst is als wordt aangesloten bij dat wat de leerling al weet en beheerst. Cruciaal binnen leerlijnen is de aansluiting rond scharnierpunten in de studieloopbaan van de leerling, zoals de overgang van primair onderwijs naar de onderbouw van het voortgezet onderwijs, de overgang van onderbouw naar Tweede Fase en de overgang van voortgezet naar hoger onderwijs. Ook de leerroutes vmbo-mbo-hbo, havo-vwo en havo-mbo vragen de nodige aandacht bij het ontwerpen van verticale leerlijnen. Daarnaast is de aansluiting tussen wiskunde en andere schoolvakken een factor van betekenis op doorlopende 'horizontale' leerlijnen. Een goede doorlopende leerlijn omvat meer dan continuïteit in de programmalijnen.

We onderscheiden de volgende aspecten met betrekking tot aansluitende en doorlopende leerlijnen (Van Asselt 2007):

- *Programmatisch-inhoudelijke doorloop van kennis en vaardigheden.* Zo dienen havo- en vwo-leerlingen over voldoende wiskundige kennis en vaardigheden te beschikken (en uiteraard in voldoende mate van beheersing) om succesvol te zijn in vervolgopleidingen, en dient binnen vervolgopleidingen bekend te zijn welke voorkennis de instromers meenemen.
- *Pedagogisch-didactische continuïteit.* Het betreft hier bijvoorbeeld het bewustzijn van mogelijke verschuivingen van aandacht voor functioneel rekenen (PO) en contexten (onderbouw VO) naar interne wiskundige structuren (Tweede Fase) en van inductief naar deductief onderwijs (HO), maar evenzeer de manier waarop wiskunde in andere vakken in het hoger onderwijs functioneert, inclusief het bedacht zijn op eventueel gebruik van andere notaties, methoden en symbolen.
- *Andere leeromgeving waarin de leerling instroomt.* Denk bijvoorbeeld aan de voor havo/vwo-leerlingen vertrouwde grafische

rekenmachine die in het hoger onderwijs in toenemende mate vervangen wordt door meer geavanceerde tools. Denk ook aan andere wijzen van toetsing en beoordeling, het taalgebruik in de leermiddelen, het werken in projecten, het onderwijstempo en de omvang van de leertaken.

- *Verwachtingen over de nieuwe opleiding.* De instromer zal bekend moeten zijn met wat hem of haar in de vervolgfase te wachten staat, zijn eigen rol en verantwoordelijkheden in het nieuwe onderwijsproces, de vereiste voorkennis en de benodigde (leer) vaardigheden en capaciteiten. Ook dient de ontvangende opleiding bekend te zijn met het competentieprofiel van de instromer.

De verantwoordelijkheid voor goede aansluitende en doorlopende leerlijnen ligt zowel bij het vervolgonderwijs als bij het aanleverend onderwijs. Voor cTWO gold bij de uitwerking van haar opdracht dus eveneens, dat de verantwoordelijkheid voor doorlopende leerlijnen wiskunde naar de onderbouw of naar het hoger onderwijs niet eenzijdig konden worden doorgeschoven. Enerzijds heeft cTWO daarom intensief gewerkt aan transparantie omtrent het instroomniveau wiskunde in de Tweede Fase door het opstellen van tussendoelen en het doen van aanbevelingen om de onderbouw te versterken, anderzijds heeft de commissie in de vernieuwde VO-programma's veel aandacht besteed aan doorstroomrelevante programmaonderdelen en denkactiviteiten ten behoeve van het hoger onderwijs.

10.1 Primair Onderwijs – Onderbouw Voortgezet Onderwijs

De overgang van basisschool naar het voortgezet onderwijs is van cruciaal belang omdat in het basisonderwijs de doorlopende leerlijnen een aanvang nemen. Dit scharnierpunt is de afgelopen drie jaar vaak belicht, zeker ook in het kader van de referentieniveaus rekenen. Een belangrijk punt hierbij is de overdracht van gegevens van leerlingen en de juiste (vertaalbare) interpretatie van de Cito-toetsen en de schooladviezen en studievorderingsgegevens van instromende basisschoolleerlingen in de

onderbouw van het voortgezet onderwijs.

De referentieniveaus rekenen voegen echter een concreet, nieuw element toe aan de overdracht van gegevens, hetgeen in het voordeel kan werken van wiskunde in de onderbouw van het voortgezet onderwijs. Het gaat hier om informatie over de domeinen Getallen, Verhoudingen, Meten en Meetkunde en Verbanden. De school wordt namelijk op termijn verplicht, over iedere leerling in het laatste leerjaar van de basisschool objectieve en valide gegevens te verzamelen waaruit blijkt welk eindniveau de leerling heeft behaald ten opzichte van de referentieniveaus. Goede ervaringen zijn opgedaan met een zogenaamde ‘warme’ overdracht, niet alleen van gegevens, maar ook van hoe er op de toeleverende basisschool gerekend wordt (Oberon 2011, PO-Raad et al. 2011).

10.2 Onderbouw – Tweede Fase

Als gevolg van het brede programma van de basisvorming en de bijbehorende kerndoelen had het schoolvak wiskunde in de onderbouw havo en vwo tot voor kort een overwegend informeel karakter en werd er weinig aandacht besteed aan abstractie. Elementaire algebraïsche vaardigheden werden weinig geoefend en toegepast, en het ontbrak menige leerling aan parate kennis. In de vierde klas, met name in de natuurprofielen, namen abstractie en vereist werktempo vervolgens abrupt toe. Deze verandering in leeromgeving zorgde voor ongewenste aansluitingsproblemen en discontinuïteiten bij wiskunde, wat op sommige scholen een reden was om leerlingen de natuurprofielen af te raden.

Het is uiteraard van belang dat havo- en vwo-leerlingen in de onderbouw ook in deze zin goed voorbereid worden op de Tweede Fase en dat er een juist beeld geschetst wordt van wat wiskunde is en wat het aan vaardigheden vereist. Dit kan bovendien de keuze stimuleren. Beheersing en onderhoud van geleerde elementaire vaardigheden zijn daarbij essentieel.

Om deze reden gaf OCW in juni 2010 cTWO een tweeledige opdracht mee die aansloot bij de meer globale opdracht om te adviseren over doorlopende leerlijnen:

1. Geef een beschrijving van te verwerven kennis en vaardigheden aan het eind van klas 3 havo en vwo, de zogenaamde *tussendoelen*,

mede in relatie tot de referentieniveaus van de commissie Meijerink (2008).

2. Operationaliseer deze tussendoelen aan de hand van voorbeeldopgaven.

Er werd behoefte gevoeld aan een beschrijving van dergelijke tussendoelen, aangezien de (oude en vernieuwde) *kerndoelen* wiskunde voor de onderbouw (OCW 2006) erg globaal geformuleerd zijn en ze de docent weinig houvast geven met betrekking tot wat leerlingen moeten kennen en kunnen aan het eind van klas 3. Deze kerndoelen zijn (door de methodeschrijvers) voor havo en vwo al grotendeels gerealiseerd aan het eind van klas 2. De minister heeft meer duidelijkheid willen scheppen over wat leerlingen moeten kennen en kunnen aan het eind van klas 3, waarna de overstap naar de bovenbouw plaatsvindt. Daarmee is de entree voor de eindexamenprogramma's vastgelegd en zijn een aantal van de genoemde aspecten van aansluitende en doorlopende leerlijnen geborgd.

In oktober 2010 hebben cTWO en SLO gezamenlijk de tussendoelen wiskunde voor klas 3 van havo en vwo opgeleverd (Bos et al. 2010). Sinds voorjaar 2011 is een constructiegroep van vijf docenten aan het werk geweest om voorbeeldopgaven te maken bij de tussendoelen en deze uit te proberen in de derde klas. In 2011 en 2012 zijn er in totaal 150 voorbeeldopgaven geconstrueerd die het eindniveau laten zien voor klas 3 van havo en vwo. Deze opgaven zijn voor iedereen beschikbaar via een databank (De Haan et al. 2012).

Verwacht mag worden dat de formulering van bovengenoemde tussendoelen en de operationalisatie ervan de docent handvatten geeft om het zelfvertrouwen bij leerlingen in het gebruik van wiskunde te laten toenemen. Onnodige drempels kunnen ermee voorkomen worden, anderzijds worden aldus geen onjuiste verwachtingen gewekt voor de keuze voor een natuurprofiel in de Tweede Fase.

Versterking van de wiskunde in de onderbouw heeft consequenties voor toekomstige havo- en vwo-leerlingen. Zij zullen in de onderbouw zwaarder belast worden. De commissie pleit daarom voor een uitbreiding van de

contacttijd in de onderbouw (zie aanbeveling 6 in het eerste hoofdstuk) en daarnaast voor een geleidelijke differentiatie in leerjaar 3 (Bos et al. 2010) zonder dat dit tot een overladen programma of onomkeerbare keuzes leidt. Geschikte onderwerpen stellen leerlingen in staat zich in klas 3 een adequaat beeld te vormen van de wiskunde in de verschillende profielen van de Tweede Fase en maken een oriëntatie op en determinatie voor de verschillende nieuwe wiskundevakken in het vierde leerjaar mogelijk. Een kloof tussen verwachtingen en werkelijkheid wordt daarmee voorkomen (cTWO 2007a).

10.3 Tweede Fase – Hoger Onderwijs

Bij het ontwerpen van de zeven vernieuwde wiskundevakken in de Tweede Fase heeft doorloop van de wiskundeleerlijn naar het hoger onderwijs een belangrijke rol gespeeld. Mede met het oog daarop zijn in de commissie enkele leden aangesteld die werkzaam zijn in hbo of wo. Er is bij het opstellen van de eindexamenprogramma's steeds gelet op zo goed mogelijke doorlopende en aansluitende leerlijnen naar de diverse sectoren in het hoger onderwijs. Zoals al eerder aangegeven gaat het daarbij niet alleen om voldoende voorkennis en beheersingsgraad van de doorstroomrelevante wiskundeonderwerpen, maar ook om het geven van een zo goed mogelijk beeld van de verwachtingen omtrent het sterk geïntegreerde wiskundegebruik in het hoger onderwijs. Zo is één van de functies van Wiskunde D, het bijdragen aan juiste verwachtingen omtrent nut en noodzaak van wiskunde zoals die in het VO wordt geleerd en in het hoger onderwijs wordt gebruikt, niet alleen bij vervolgopleidingen Wiskunde maar ook (en vooral) binnen andere bèta-studies. Wiskunde A draagt in deze zin bij aan het versterken van de doorlopende leerlijnen naar vervolgopleidingen in de richting van sectoren als Economie en Gezondheidszorg (maar zie conclusie 4 in het eerste hoofdstuk), en Wiskunde C naar opleidingen binnen onder meer de sector Gedrag en Maatschappij, de sector Recht en de sector Taal en Cultuur.

In pedagogisch-didactische zin dienen instromers in het hoger onderwijs dan ook bedacht te zijn op een direct gebruik aldaar van wiskunde in andere

vakken. Recent onderzoek in de beroepspraktijk (Van Asselt 2012) laat zien dat in het technische beroepenveld ontwikkel- en productiewerkzaamheden van hoger opgeleiden steeds meer een interdisciplinair karakter krijgen. Mede om deze redenen heeft cTWO samengewerkt met de natuurwetenschappelijke vakvernieuwingscommissies in Bèta5-verband om afstemming te zoeken en om samenhang in de bètavakken mogelijk te maken. Daarop aansluitend hebben cTWO en SLO een handreiking gepubliceerd (Alink et al. 2012) over concrete mogelijkheden op lesniveau van afstemming en samenhang van Wiskunde A en B met natuurkunde, biologie en economie in de vernieuwde examenprogramma's van de Tweede Fase.

Bij het ontwerpen van de examenprogramma's hebben ook de voor het hoger onderwijs relevante wiskundige denkactiviteiten veel aandacht gekregen. Tevens is gezorgd voor een degelijke inbreng van het leren met en het leren van ICT. Beide aspecten zijn cruciaal voor een doorlopende leer- en toepassingslijn naar het hoger onderwijs en de aansluitende beroepsuitoefening. Er kan onmiskenbaar geconstateerd worden dat wiskundige denkactiviteiten en kennis van de toegepaste wiskunde binnen softwarepakketten in ontwerp-, productie- en distributiewerkzaamheden een steeds belangrijker plaats innemen (Boswinkel & Schram 2011; Schilders 2012).

Voor wat betreft de onderwerpkeuzes binnen de vernieuwde examenprogramma's is in het kader van het aandachtspunt 'doorlopende leerlijnen' goed gelet op de relevantie voor doorstroom naar het hoger onderwijs. Statistiek, differentiaal- en integraalrekening, meetkundige onderwerpen en het onderhoud van algebraïsche vaardigheden hebben de aandacht gekregen.

Niettemin kunnen de doorlopende leerlijnen voor meer leerlingen inhoudelijk krachtiger zijn indien meer studielast beschikbaar komt in de examenprogramma's, dan wel indien door combinatie van de huidige programma's robuustere wiskundeprogramma's ontstaan. Zie in dit lichtsoek aanbeveling 10.

Bijlage A Specificaties Wiskunde A havo

Het examenprogramma Wiskunde A havo dat cTWO voorstelt, is te vinden in hoofdstuk 3 van dit rapport. Het examenprogramma in formele zin bestaat uit zogenaamde globale eindtermen. Om preciezer aan te geven welke invulling en diepgang cTWO bij deze globale eindtermen voor ogen staat, wordt in deze bijlage iedere globale eindterm voorzien van specificaties.

Anders dan de globale eindtermen, hebben deze specificaties slechts een adviserend karakter. Voor zover het onderdelen betreft die op het centraal examen worden getoetst, is het een advies aan CvE om het in de syllabus bij het examen op te nemen. Voor zover het onderdelen betreft die op het schoolexamen thuishoren, is het een advies aan docenten, auteurs van lesmateriaal en aan de SLO die verantwoordelijk is voor de Handreiking.

Hieronder komen eerst de specificaties aan bod die op het centraal examen (CE) getoetst kunnen worden. Daarna wordt gekeken naar onderwerpen van het schoolexamen (SE); het betreft bij dit laatste zowel volledige subdomeinen die voor het SE zijn bestemd, als speciale specificaties bij andere subdomeinen.

CE-specificaties

De specificaties hieronder zijn overgenomen (met kleine redactionele wijzigingen) uit de tweede werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma Wiskunde A havo (CvE 2012a), met uitzondering van de specificaties bij domein E. In de pilot was domein E geen onderdeel van het CE en het was dan ook niet in de syllabus van specificaties voorzien. Om een goede vergelijking met de syllabus te kunnen maken, is de nummering van de syllabus aangehouden.

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

De kandidaat kan

- 1.1 doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken;
- 1.2 adequaat schriftelijk, mondeling en digitaal communiceren over onderwerpen uit de wiskunde;
- 1.3 bij het verwerven van vakkennis en vakvaardigheden reflecteren op eigen belangstelling, motivatie en leerproces;
- 1.4 toepassingen en effecten van wiskunde in het dagelijks leven en in verschillende vervolgopleidingen en beroepssituaties herkennen en benoemen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

- 2 De kandidaat kan een profielspecifieke probleemsituatie in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

De kandidaat kan

- 2.1 een probleemsituatie in de context interpreteren, structureren en vertalen naar een model waarin wiskundig gereedschap kan worden ingezet;
- 2.2 wiskundige methoden toepassen op probleemsituaties, de resultaten van een wiskundige handeling terugvertalen naar de context en daaruit conclusies trekken.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

- 3 De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

De kandidaat¹

- 3.1 beheerst de regels van de rekenkunde en algebra zonder ICT;
- 3.2 kan waar nodig ICT inzetten om omvangrijke of rekenintensieve problemen aan te pakken;

¹ Deze specificaties komen uit de werkversie van de syllabus bij het examenprogramma en horen bij de oorspronkelijke versie van subdomein A3. De herformulering van dit subdomein zou voor CvE aanleiding kunnen zijn dit profielspecifiek aan te passen.

- 3.3 kan de correctheid van redeneringen verifiëren;
- 3.4 heeft inzicht in wiskundige notaties en formules en kan daarmee kwalitatief redeneren;
- 3.5 kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren op wiskundige juistheid;
- 3.6 kan op basis van een gegeven probleemsituatie een schatting maken van de uitkomst zonder deze uitkomst exact te berekenen.

Domein B: Algebra en tellen (80 sl)

Subdomein B1: Rekenen

Zolang de rekentoetsen onderdeel uitmaken van het examen, lijkt het cTWO onwenselijk om dit onderwerp zelfstandig te toetsen op het CE. Uiteraard kan het wel als onderdeel van CE-vragen voorkomen.

- 4 De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en daarbij gebruik maken van de rekenkundige basisbewerkingen.

De kandidaat kan

- 4.1 berekeningen maken waarbij gebruik gemaakt wordt van verschillende rekenregels, inclusief die van machten en wortels;
- 4.2 berekeningen maken met verhoudingen en breuken;
- 4.3 werken met haakjes en vereenvoudigen door haakjes weg te werken;
- 4.4 gebruik maken van de begrippen absoluut en relatief;
- 4.5 berekeningen met procenten uitvoeren;
- 4.6 de relatie leggen tussen breuken, decimale notatie en afrondingen.

Subdomein B2: Algebra

- 5 De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met variabelen en daarbij gebruik maken van de algebraïsche basisbewerkingen.

De kandidaat kan

- 5.1 berekeningen maken met variabelen waarbij gebruik gemaakt wordt van verschillende rekenregels, inclusief die van machten en wortels;
- 5.2 berekeningen maken met verhoudingen en vereenvoudigen van breuken met daarin een of meer variabelen;
- 5.3 werken met haakjes bij variabelen, waaronder het vereenvoudigen door haakjes wegwerken;

- 5.4 werken met grootheden, samengestelde grootheden en maat-systemen, en maateenheden omrekenen.

Domein C: Verbanden (100 slu)

Subdomein C1: Tabellen

- 7 De kandidaat kan een tabel opstellen op basis van gegevens uit een tekst, een grafiek, een formule of andere tabellen en tabellen aflezen, interpreteren en in verband brengen met andere tabellen, grafieken, formules of tekst.

De kandidaat kan

- 7.1 in een situatie de relevante variabelen vaststellen;
- 7.2 bijzonderheden van een tabel beschrijven met woorden;
- 7.3 waarden aflezen uit een tabel en daaruit conclusies trekken;
- 7.4 twee of meer tabellen van eenzelfde variabele vergelijken en conclusies trekken over de situaties die deze tabellen beschrijven;
- 7.5 een tabel in verband brengen met een grafiek, formule of tekst;
- 7.6 een tabel opstellen aan de hand van andere tabellen, een grafiek, een formule of een tekst;
- 7.7 binnen de context een verband, weergegeven door een tabel, doelgericht gebruiken;
- 7.8 een verband tussen (omgekeerd) evenredige grootheden in een tabel herkennen.

Subdomein C2: Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden

- 8 De kandidaat kan een grafiek tekenen op basis van gegevens uit een tekst, een tabel, een formule of andere grafieken en gegevens en relevante informatie uit grafieken aflezen, grafieken interpreteren en in verband brengen met andere grafieken, formules of tekst.

De kandidaat kan

- 8.1 van de volgende typen verbanden: $y = ax + b$, $y = ax + bx + c$, $y = b \cdot g^x$, $y = a \cdot x^n$ (met n positief en geheel) en $y = a \cdot x$ (evenredigheid) en $y = a/x$ (omgekeerd evenredigheid) een globale grafiek tekenen zonder ICT;
- 8.2 in een situatie de relevante variabelen vaststellen;
- 8.3 bijzonderheden van een grafiek met woorden beschrijven;
- 8.4 waarden aflezen uit een grafiek en daaruit conclusies trekken;

- 8.5 een logaritmische schaalverdeling gebruiken;
- 8.6 een grafiek tekenen aan de hand van andere grafieken, een tabel, een formule of een tekst;
- 8.7 een grafiek schetsen, interpreteren en ermee redeneren;
- 8.8 twee of meer grafieken vergelijken en conclusies trekken over de situaties die deze grafieken beschrijven;
- 8.9 kenmerken beschrijven van grafieken van verbanden van eenzelfde type, genoemd in 8.1;
- 8.10 snijpunten van grafieken aflezen, berekenen (of benaderen) en interpreteren binnen de gegeven situatie;
- 8.11 conclusies trekken uit grafieken in verband met vergelijkingen en ongelijkheden;
- 8.12 gebieden begrensd door grafieken interpreteren en gebruiken om conclusies te trekken.

Subdomein C3: Formules met één of meer variabelen

- 9 De kandidaat kan door substitutie in een formule met één of meer variabelen waarden berekenen en een formule opstellen of wijzigen op basis van gegeven informatie.

De kandidaat kan

- 9.1 door substitutie in een formule waarden berekenen;
- 9.2 een formule opstellen aan de hand van andere formules;
- 9.3 een formule wijzigen op grond van in een tekst gegeven informatie;
- 9.4 uit een impliciet gegeven verband van de vorm $y \cdot x^n = c$ of $y/x^n = c$ (met n positief en geheel) de variabele y uitdrukken in de variabele x ;
- 9.5 een variabele in een formule vervangen door een eenvoudige expressie en het resultaat vereenvoudigen.

Subdomein C4: Lineaire verbanden

- 10 De kandidaat kan bij een lineair verband een formule opstellen en een grafiek tekenen, met lineaire verbanden berekeningen uitvoeren zoals interpolatie en extrapolatie, lineaire vergelijkingen en ongelijkheden oplossen en uitkomsten toepassen in profielspecifieke probleemsituaties.

De kandidaat kan

- 10.1 een verband tussen evenredige grootheden uitdrukken in een

formule;

- 10.2 grafieken tekenen en interpreteren bij formules van de vorm $y = ax + b$;
- 10.3 een formule opstellen bij een lineair verband dat in een tabel, grafiek of tekst gegeven is;
- 10.4 vergelijkingen van de vorm $ax + by = c$ herleiden tot de vorm $y = px + q$;
- 10.5 waarden vinden door lineaire interpolatie en extrapolatie;
- 106 eerstegraads vergelijkingen en ongelijkheden oplossen en interpreteren binnen de context;
- 10.7 het snijpunt van twee lijnen berekenen en interpreteren binnen de context;
- 10.8 gebieden begrensd door ongelijkheden van de vorm $ax + by \geq c$ tekenen en interpreteren binnen de context.

Subdomein C5: Exponentiële verbanden

- 11 De kandidaat kan exponentiële verbanden herkennen, met formules beschrijven, in grafieken weergeven en er berekeningen aan uitvoeren.

De kandidaat kan

- 11.1 vaststellen of een groeiproces bij benadering exponentieel verloopt;
- 11.2 met beginwaarde, groeifactor, groeipercentage, halveringstijd en verdubbelingstijd berekeningen uitvoeren;
- 11.3 een formule opstellen bij een exponentieel verband tussen twee grootheden;
- 11.4 grafieken tekenen en interpreteren bij formules van het type $y = b \cdot g^x$.

Domein E: Statistiek (100 sl)

Het is niet de bedoeling dat met-de-hand rekenen aan kengetallen in E1-E4 binnen het CE terecht komt. Wel mag worden verondersteld dat de leerling bekend is met de opzet van die berekeningsmethoden.

Subdomein E1: Presentaties van data interpreteren en beoordelen

- 13 De kandidaat kan data die op diverse manieren zijn gerepresenteerd en/of samengevat interpreteren en beoordelen op relevantie in relatie tot een onderzoeksvraag.

De kandidaat kan

- 13.1 een gegeven presentatie van data kritisch beoordelen in relatie tot het doel waartoe deze is gemaakt;
- 13.2 beoordelen of er sprake is van een representatieve en/of aselechte steekproef;
- 13.3 de begrippen centrum en spreiding interpreteren en aangeven of deze zinvol zijn gebruikt;
- 13.4 beoordelen of een variabele discreet of continu is en of zijn waarden te ordenen zijn;
- 13.5 beargumenteren of uitspraken bij een statistische representatie voldoende zijn onderbouwd;
- 13.6 een gegeven onderzoeksopzet of -vraag kritisch beoordelen.

Subdomein E2: Data verwerken

- 14 De kandidaat kan data, gegeven in een dataset, verwerken, organiseren, bewerken, weergeven in grafieken, tabellen en diagrammen, en karakteriseren met geschikte centrum- en spreidingsmaten.

De kandidaat kan

- 14.1 geschikte representaties kiezen en maken. Het betreft representaties in diagrammen en tabellen, zoals dotplot, histogram, staafdiagram, cirkeldiagram, steelbladdiagram en lijndiagram, (cumulatief, relatief) frequentiepolygoon, boxplot, puntenwolk, frequentie- en kruistabel;
- 14.2 bij een gegeven representatie een schets van een andere maken;
- 14.3 de data van één variabele, ook relatief en/of ingedeeld in klassen, weergeven in een (cumulatieve) frequentietabel en in een geschikte grafische voorstelling;
- 14.4 data karakteriseren met een geschikte centrummaat (gemiddelde, mediaan of modus) en spreidingsmaat (interkwartielafstand of standaardafwijking);
- 14.5 de samenhang tussen statistische variabelen beschrijven met behulp van een kruistabel of puntenwolk en deze interpreteren;
- 14.6 uit gegeven data andere data afleiden met behulp van een formule.

Subdomein E3: Data en verdelingen

15 De kandidaat kan kenmerken van een verdeling beschrijven.

De kandidaat kan

- 15.1 verdelingen kwalitatief beschrijven, waarbij gebruik gemaakt wordt van onder meer klokvormige, meertoppige en scheve verdelingen, staarten, uitschieters, centrum, en spreiding;
- 15.2 kwalitatief bepalen of er sprake is van samenhang tussen twee variabelen, bijvoorbeeld met behulp van een trendlijn;
- 15.3 gebruik maken van vuistregels voor normale verdeling bij het schatten van de standaarddeviatie uit een grafiek van een normale verdeling;
- 15.4 de invloed beschrijven van de steekproefgrootte op de spreiding van steekproefproportie en/of steekproefgemiddelde door het 95%-gebied te bepalen;
- 15.5 een betrouwbaarheidsinterval opstellen voor populatieproportie en populatiegemiddelde met behulp van de vuistregels: $\text{steekproefgemiddelde} \pm 2S/\sqrt{n}$ (waarbij S de steekproefstandaardafwijking is) en $\text{steekproefproportie} \pm 1/\sqrt{n}$.

Subdomein E4: Statistische uitspraken doen

16 De kandidaat kan, bijvoorbeeld in het kader van de empirische cyclus,

- op basis van steekproefgegevens een uitspraak doen over een populatie proportie of populatiegemiddelde en de betrouwbaarheid kwantificeren,
- het verschil tussen groepen kwantificeren,
- het verband tussen twee variabelen beschrijven, en het resultaat interpreteren in termen van de context.

De kandidaat kan

- 16.1 de verdelingen van twee groepen vergelijken met behulp van geschikte maten en daarvan de relevantie beoordelen (bijvoorbeeld met behulp van de effectgrootte, een procentueel verschil bij een 2x2 tabel, het verschil tussen twee boxplots);
- 16.2 op basis van een steekproefproportie of steekproefgemiddelde uitspraken doen over de populatieproportie of het populatiegemiddelde;

- 16.3 conclusies van statistisch onderzoek met behulp van kwalitatieve en kwantitatieve argumenten kritisch beoordelen;
- 16.4 het verband tussen twee variabelen beschrijven;
- 16.5 onderscheid maken tussen samenhang en oorzakelijk verband;
- 16.6 diverse onderdelen van de empirische cyclus met elkaar in verband brengen bij het trekken van conclusies.

SE-specificaties

In het schoolexamen kunnen met name die vaardigheden uit domein A aan bod komen, die zich niet voor toetsing in het centraal examen lenen. Naast domein A bevat het schoolexamen in ieder geval de subdomeinen B3 en E5 alsmede domein D. De specificaties van subdomein B3 en domein D hieronder komen uit de werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma Wiskunde A havo (CvE 2012a). In de pilot waren deze onderwerpen namelijk nog onderdeel van het CE.

Subdomein B3: **Telproblemen**

- 6 De kandidaat kan telproblemen structureren en schematiseren en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen.

De kandidaat kan

- telproblemen structureren en schematiseren met behulp van bijvoorbeeld boomdiagram, wegendiagram of rooster;
- gebruik maken van permutaties en combinaties.

Domein D: Verandering (40 slu)

Subdomein D1: **Helling**

- 12 De kandidaat kan over een grafiek uitspraken doen over stijgen, dalen, maximum en minimum en kan veranderingen beschrijven met behulp van differenties, hellingen en toenamedigrammen.

De kandidaat kan

- 12.1 vaststellen op welke intervallen er sprake is van een constant, een stijgend of een dalend verloop van een grafiek;
- 12.2 vaststellen of een stijging/daling toenemend of afnemend is;
- 12.3 vaststellen of er maxima en/of minima zijn en uit een tabel of grafiek

aflezen hoe groot deze zijn;

12.4 veranderingen beschrijven en vergelijken met behulp van verschillen en gemiddelde veranderingen;

12.5 een toenamedigram bij een gegeven grafiek of tabel tekenen en daaruit conclusies trekken.

Subdomein E5: Statistiek met ICT

17 De kandidaat beheerst statistisch ICT-gebruik in relatie met de subdomeinen E1, E2, E3 en E4 om grote datasets te interpreteren en te analyseren.

Het basisidee is om ICT-gebruik in de statistiek prominent in het programma op te nemen, maar buiten het CE te houden. Het subdomein E5 staat nu parallel geschakeld met E1 tot en met E4. Er wordt vanuit gegaan, dat data vaak in digitale bestanden gegeven zijn en met ICT verwerkt worden. Het verplichten van E5 in het SE heeft impliciet tot gevolg dat het gehele domein E een rol moet spelen in het SE.

Bijlage B Specificaties Wiskunde B havo

Het examenprogramma Wiskunde B havo dat cTWO voorstelt, is te vinden in hoofdstuk 4 van dit rapport. Het examenprogramma in formele zin bestaat uit zogenaamde globale eindtermen. Om preciezer aan te geven welke invulling en diepgang cTWO bij deze globale eindtermen voor ogen staat, wordt in deze bijlage iedere globale eindterm voorzien van specificaties.

Anders dan de globale eindtermen, hebben deze specificaties slechts een adviserend karakter. Het betreft in dit geval voornamelijk een advies aan CvE om deze specificaties in de syllabus bij het examen op te nemen. Hoewel het schoolexamen (SE) over dezelfde globale eindtermen gaat als het centraal examen (CE), biedt het SE andere mogelijkheden, zoals een rijkere inzet van ICT. Ook hiervoor doen wij suggesties, gericht aan docenten, auteurs van lesmateriaal en aan de SLO die verantwoordelijk is voor de Handreiking.

CE-specificaties

De specificaties hieronder zijn overgenomen (met kleine redactionele wijzigingen) uit de tweede werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma Wiskunde B havo (CvE 2012a). De nummering is aangepast, omdat het erg verwarrend zou zijn om de originele nummering uit de pilotsyllabus te blijven hanteren.

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

- 1 De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

De kandidaat kan

- 1.1 doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken;
- 1.2 adequaat schriftelijk rapporteren over onderwerpen uit de wiskunde.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

- 2 De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

De kandidaat kan

- 2.1 een probleemsituatie in een wiskundige, natuurwetenschappelijke of maatschappelijke context analyseren, gebruik makend van relevante begrippen en theorie vertalen in een vakspecifiek onderzoek, dat onderzoek uitvoeren, en uit de onderzoeksresultaten conclusies trekken;
- 2.2 een realistisch probleem in een context analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een wiskundig model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen;
- 2.3 met gegevens van wiskundige en natuurwetenschappelijke aard consistente redeneringen opzetten.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

- 3 De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

De kandidaat²

- 3.1 beheerst de regels van de rekenkunde en algebra zonder ICT;
- 3.2 heeft inzicht in wiskundige notaties en formules en kan daarmee kwalitatief redeneren;
- 3.3 kan wiskundige begrippen in vakspecifieke taal en terminologie interpreteren en produceren, inclusief formuletaal, conventies en notaties;
- 3.4 kan bij het raadplegen van wiskundige informatie, bij het verkennen van wiskundige situaties, bij wiskundige redeneringen en bij het uitvoeren van wiskundige berekeningen gebruik maken van geschikte

2 Deze specificaties komen uit de werkversie van de syllabus bij het examenprogramma en horen bij de oorspronkelijke versie van subdomein A3. De herformulering van dit subdomein zou voor CvE aanleiding kunnen zijn dit profielspecifiek aan te passen.

ICT-middelen;

- 3.5 kan de correctheid van redeneringen verifiëren;
- 3.6 kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren op wiskundige juistheid.

Domein B: Functies, grafieken en vergelijkingen (160 slv)

Subdomein B1: Standaardfuncties

- 4 De kandidaat kan standaardfuncties (machtsfuncties, exponentiële en logaritmische functies en goniometrische functies) hanteren, interpreteren binnen een context, de grafieken beschrijven en in een functievoorschrift vastleggen en werken met eenvoudige transformaties.

De kandidaat kent

- de begrippen die karakteristieke eigenschappen van de grafieken van functies beschrijven: domein, bereik, stijgen, dalen, toenemend en afnemend stijgend en dalend, top, extremen, minimum, maximum, snijpunt met de x -as, snijpunt met de y -as symmetrie en asymptotisch gedrag;
- karakteristieke eigenschappen en grafieken van machtsfuncties met rationale exponenten ($f(x) = x^p$);
- karakteristieke eigenschappen en grafieken van exponentiële functies ($f(x) = g^x$) en van logaritmische functies ($f(x) = {}^s\log x$) en in verband hiermee de begrippen grondtal en exponent;
- de begrippen transformatie, lijnvermenigvuldiging en translatie;
- karakteristieke eigenschappen en grafieken van de goniometrische functies $f(x) = \sin x$ en $f(x) = \cos x$ en in verband hiermee de volgende extra begrippen: radiaal, periode, amplitude, evenwichtsstand en frequentie;
- de begrippen transformatie, lijnvermenigvuldiging en translatie;
- de begrippen lineaire functie, rechte lijn, kwadratische functie, parabool, derde- en hogere machtsfunctie en wortelfunctie;
- de begrippen gebroken functie, als $f(x) = (ax+b)/(cx+b)$, en hyperbool;
- het begrip inverse functie van machtsfuncties, exponentiële functies en logaritmische functies;
- de begrippen som- en verschilfunctie als som of verschil van twee

functies;

- het begripsamengestelde functie als combinatie van standaardfuncties;
- de rekenregels voor het werken met machten en logaritmen.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 4.1 van elk van bovengenoemde standaardfuncties de grafiek tekenen zonder hulp van de GR en daarbij gebruik maken van karakteristieke eigenschappen van de betreffende functie en haar grafiek;
- 4.2 verschillende schrijfwijzen voor formules van tweedegraads functies hanteren en interpreteren;
- 4.3 bij een grafiek van een eenvoudige functie, waarbij gegeven is om welk type functie het gaat, het functievoorschrift opstellen;
- 4.4 de grafiek van een functie beschrijven door middel van de karakteristieke eigenschappen;
- 4.5 karakteristieke eigenschappen van bovengenoemde functies en grafieken gebruiken bij het oplossen van problemen;
- 4.6 een exponentieel verband beschrijven met behulp van de termen beginwaarde en groeifactor;
- 4.7 een exponentieel verband schrijven als een logaritmisch verband en omgekeerd en bij machtsfuncties x schrijven als functie van y (op domein \mathbb{R}^+);
- 4.8 de grafiek van een functie vermenigvuldigen ten opzichte van de x -as of y -as; de grafiek van een functie transleren;
- 4.9 het functievoorschrift opstellen dat hoort bij de nieuwe grafiek die is ontstaan na transformatie van de gegeven grafiek.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 4.10 van een combinatie van standaardfuncties het domein, bereik, minimum, maximum, snijpunt met de x -as, snijpunt met de y -as, symmetrie en asymptotisch gedrag bepalen;
- 4.11 een combinatie van een lijnvermenigvuldiging en een translatie toepassen;
- 4.12 in een gegeven context een formule opstellen of, als de formule is gegeven, de karakteristieke eigenschappen van de bijbehorende

grafiek bepalen en de resultaten ervan terugvertalen naar de context.

Subdomein B2: Vergelijkingen en ongelijkheden

- 5 De kandidaat kan eenvoudige vergelijkingen, ongelijkheden en stelsels van twee lineaire vergelijkingen oplossen, in voorkomende gevallen grafisch oplossen of de oplossingen numeriek benaderen en de oplossingen interpreteren in de context.

De kandidaat kent

- de begrippen lineaire en eerstegraads vergelijking;
- de begrippen kwadratische en tweedegraads vergelijking;
- het begrip stelsel van vergelijkingen;
- het onderscheid tussen algebraïsch (exact) oplossen en andere oplossingsmethoden;
- de abc-formule.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 5.1 een vergelijking, die te herleiden is tot het type $ax+b=0$, waarbij a en b constanten zijn, algebraïsch oplossen;
- 5.2 een vergelijking die te herleiden is tot het type $ax^2+bx+c=0$, waarbij a , b en c constanten zijn, algebraïsch oplossen;
- 5.3 een vergelijking die te herleiden is tot het type $x^n=c$, waarbij c en n constanten zijn, algebraïsch oplossen;
- 5.4 een vergelijking, die te herleiden is tot het type $g^x=c$ of $g \log x=c$, waarbij g en c constanten zijn, algebraïsch oplossen;
- 5.5 een vergelijking oplossen van het type $f(x)=g(x)$, al dan niet met behulp van ICT, waarbij f en g functies zijn zoals genoemd in subdomein B1;
- 5.6 een stelsel van twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden oplossen, bijvoorbeeld met behulp van substitutie;
- 5.7 een ongelijkheid oplossen door de bijbehorende vergelijking op te stellen, deze op te lossen, en vervolgens het juiste interval te bepalen.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 5.8 een vergelijking dan wel een ongelijkheid opstellen aan de hand van een gegeven context, de vergelijking of ongelijkheid oplossen en de oplossingen van deze vergelijking of ongelijkheid interpreteren en hieraan conclusies verbinden binnen de context;
- 5.9 een vergelijking met een parameter oplossen en de oplossing schrijven als functie van de parameter.

Subdomein B3: Evenredigheidsverbanden

- 6 De kandidaat kan verbanden tussen de twee grootheden a en b van de vorm $a = c \cdot b^d$ herkennen, toepassen en bijbehorende grafieken tekenen, vanuit de beschrijving van een dergelijk verband een formule opstellen, de evenredigheidsconstante bepalen en redeneren over het effect van schaalvergroting.

De kandidaat kent

- de begrippen recht evenredig, omgekeerd evenredig, evenredig met een macht, evenredigheidsconstante;
- het verschil tussen een lineair verband en een recht evenredig verband;
- formules van de vorm $y = cx$ en $y = c/x$ als respectievelijk recht evenredig en omgekeerd evenredig verband;
- de logaritmische schaalverdeling.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 6.1 aan de hand van een gegeven situatie bepalen of er sprake is van
- 6.2 met de algemene vorm van het machtsverband $a = c \cdot b^d$ rekenen;
- 6.3 in een concrete situatie van een machtsverband $a = c \cdot b^d$ (met $d \in \{-3, -2, -1, -1/2, -1/3, 1/3, 1/2, 1, 2, 3\}$) tussen twee grootheden a en b de exponent d en de evenredigheidsconstante c bepalen.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 6.4 in een concrete situatie een vergelijking opstellen waarbij gebruik is gemaakt van het machtsverband tussen twee grootheden, de vergelijking oplossen en vervolgens de oplossingen interpreteren in

relatie tot de gegeven situatie.

Subdomein B4: Periodieke functies

- 7 De kandidaat kan periodieke verschijnselen beschrijven door middel van sinus- of cosinusfuncties, de bijbehorende sinusoiden tekenen en de karakteristieke eigenschappen ervan benoemen en alle oplossingen van een eenvoudige goniometrische vergelijking op een gegeven interval bepalen.

De kandidaat kent

- het verband tussen de eenparige cirkelbeweging en de goniometrische functies;
- de exacte waarden van $\sin x$ en $\cos x$ waarbij x een veelvoud van $\frac{1}{6}\pi$ of $\frac{1}{4}\pi$ is.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 7.1 graden omrekenen in radialen en omgekeerd;
- 7.2 de grafiek tekenen van functies van de vorm $f(x) = d + a \cdot \sin b(x-c)$ en $f(x) = d + a \cdot \cos b(x-c)$;
- 7.3 in concrete situaties vergelijkingen van het type $f(x) = k$ (indien mogelijk: algebraïsch) oplossen met k een constante en f een functie als hierboven genoemd;
- 7.4 in concrete situaties de periodiciteit gebruiken bij het vinden van alle oplossingen in een gegeven interval;
- 7.5 aan de hand van gegevens over een periodiek verschijnsel het bijbehorende functievoorschrift opstellen;
- 7.6 aan de hand van de grafiek van een sinusoïde het bijbehorende functievoorschrift opstellen.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 7.7 van een concrete situatie een sinusmodel opstellen, daarmee berekeningen uitvoeren en de resultaten interpreteren in termen van de concrete situatie.

Domein C: Meetkundige berekeningen (100 slu)

Opmerking 1: Dit domein betreft de meetkunde in het platte vlak.

De ruimte kan wel als context optreden waarin de vlakke meetkunde zich voordoet.

Opmerking 2: De specificaties in dit domein gaan voor wiskundige toepassingen uit van een cartesisch assenstelsel.

Subdomein C1: Afstanden en hoeken in concrete situaties

- 8 De kandidaat kan afstanden en hoeken berekenen met behulp van goniometrische verhoudingen, de stelling van Pythagoras en de sinus- en cosinusregel.

De kandidaat kent

- de stelling van Pythagoras;
- het begrip gelijkvormigheid;
- de definitie van sinus, cosinus en tangens als verhoudingen van zijden in een rechthoekige driehoek;
- de sinusregel;
- de cosinusregel;
- het begrip afstand als de lengte van het kortste verbindingslijnstuk tussen twee meetkundige figuren.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 8.1 sinus, cosinus en tangens gebruiken voor het bepalen van hoeken en zijden in een gegeven driehoek;
- 8.2 de stelling van Pythagoras gebruiken om de afstand tussen twee gegeven punten te bepalen;
- 8.3 de sinus- en cosinusregel gebruiken voor het berekenen van afstanden en hoeken.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 8.4 bij het oplossen van een complex probleem (meerdere stappen voor oplossing nodig) een doelbewuste keuze maken uit bovengenoemde technieken om tot een efficiënte oplossingsmethode te komen.

Subdomein C2: Analytische methoden

- 9 De kandidaat kan analytisch-algebraïsche berekeningen uitvoeren

aan de hand van gegeven profielspecifieke contexten en figuren.

De kandidaat kent

- de vergelijking van een rechte lijn in de vorm $y = ax + b$ en in de vorm $ax + by = c$;
- het begrip richtingscoëfficiënt;
- de eigenschap dat wanneer twee lijnen loodrecht op elkaar staan het product van de richtingscoëfficiënten gelijk is aan -1 en vice versa;
- de eigenschap dat een raaklijn aan een cirkel loodrecht staat op de verbindingslijn van het middelpunt van de cirkel en het raakpunt;
- van een cirkel met straal r en het middelpunt (a, b) de vergelijking in de vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$;
- een stelsel van twee lineaire vergelijkingen als weergave van de onderlinge ligging van twee lijnen.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 9.1 aan de hand van de vergelijkingen van twee lijnen de hoek tussen deze twee lijnen berekenen;
- 9.2 de vergelijking van de loodlijn door een gegeven punt op een lijn via algebraïsche weg opstellen;
- 9.3 uit de vergelijking van een cirkel de straal van de cirkel en de coördinaten van het middelpunt afleiden en daarbij eenvoudige gevallen van kwadraatafsplitsing uitvoeren;
- 9.4 de coördinaten van de snijpunten van twee gegeven lijnen berekenen;
- 9.5 de oplosbaarheid van een stelsel van twee lineaire vergelijkingen in verband brengen met de onderlinge ligging van rechte lijnen in het platte vlak;
- 9.6 de lengte van een lijnstuk berekenen met behulp van de coördinaten van de eindpunten.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 9.7 de coördinaten van de snijpunten van een gegeven lijn en een gegeven cirkel berekenen;
- 9.8 de afstand tussen een punt en een lijn met analytische methoden

- berekenen;
- 9.9 de afstand tussen een punt en een cirkel met analytische methoden berekenen;
- 9.10 de afstand tussen twee evenwijdige lijnen met analytische methoden berekenen;
- 9.11 de afstand tussen een lijn en een cirkel met analytische methoden berekenen;
- 9.12 het aantal snijpunten van een lijn en een cirkel berekenen.

Domein D: Toegepaste analyse (100 slu)

Subdomein D1: Veranderingen

- 10 De kandidaat kan het veranderingsgedrag van een functie, gegeven door grafiek, tabel of formule, beschrijven door middel van toenamediagrammen en differentiequotiënten en kan differentiequotiënten berekenen en interpreteren, ook vanuit een profielspecifieke probleemsituatie.

De kandidaat kent

- het begrip interval en de intervalnotatie;
- de begrippen toenamediagram en differentiequotiënt;
- de notatie Δ voor een differentie en $\Delta y/\Delta x$ voor een differentiequotiënt;
- het begrip gemiddelde verandering op een interval.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 10.1 vanuit een gegeven toenamediagram conclusies trekken over het verloop van een grafiek en die grafiek schetsen;
- 10.2 een toenamediagram bij een gegeven grafiek, tabel of formule tekenen en daaruit conclusies trekken;
- 10.3 differentiequotiënten berekenen in geval de functie is gegeven door een grafiek, tabel of formule;
- 10.4 differentiequotiënten interpreteren als maat voor de gemiddelde verandering op een interval.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 10.5 in een situatie de relevante variabelen vaststellen en het veranderingsgedrag van de variabelen beschrijven met behulp van toename-diagrammen en differentiequotienten;
- 10.6 differentiequotienten interpreteren als mate van gemiddelde verandering in profielspecifieke probleemsituaties.

Subdomein D2: Afgeleide functies

- 11 De kandidaat kan de afgeleide functie begripsmatig interpreteren en kan lokale veranderingen van een functie benaderen zowel met een differentiaalquotient als numeriek-grafisch.

De kandidaat kent

- de begrippen differentiaalquotient, helling, richtingscoëfficiënt en raaklijn;
- de begrippen differentiëren en afgeleide functie;
- de diverse notaties voor de afgeleide functie, zoals $f'(x)$, dy/dx , $df(x)/dx$, ds/dt ;
- de begrippen lokaal en globaal.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 11.1 een differentiaalquotient benaderen door differentiequotienten met afnemende intervalgrootte te berekenen in geval de functie is gegeven door een formule;
- 11.2 bij afnemende intervalgrootte differentiequotienten interpreteren als benadering van de steilheid of helling van de grafiek in een gegeven punt;
- 11.3 het differentiaalquotient interpreteren als de helling van een grafiek in een punt en daarmee een vergelijking van de raaklijn opstellen;
- 11.4 de globale grafiek van de afgeleide functie schetsen in geval de functie is gegeven door een grafiek;
- 11.5 de globale grafiek van de functie schetsen als de grafiek van de afgeleide functie is gegeven;
- 11.6 conclusies trekken over het veranderingsgedrag van de grafiek van een functie op basis van de afgeleide functie;
- 11.7 de afgeleide bepalen van machtsfuncties met rationale exponenten.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 11.8 de afgeleide functie gebruiken voor het bestuderen van het veranderingsgedrag van een functie, ook in concrete situaties.

Subdomein D3: Bepaling afgeleide functies

- 12 De kandidaat kan de afgeleide functie van machtsfuncties met rationale exponenten bepalen en kan voor het bepalen van de afgeleide functie gebruik maken van de som-, verschil- en kettingregel.

De kandidaat kent

- de som-, verschil- en kettingregel voor differentiëren, waarbij de kettingregel beperkt is tot gevallen van de vorm $f(ax+b)$ met f een standaardfunctie;
- de differentieerregels voor machtsfuncties met gehele, gebroken en negatieve exponenten.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 12.1 de som- en verschilregel gebruiken bij het bepalen van de afgeleide functie;
- 12.2 de kettingregel gebruiken bij het bepalen van de afgeleide van functies van de vorm $f(ax+b)$ met f een standaardfunctie;
- 12.3 het verband aangeven tussen de afgeleide van een functie $f(x)$ en die van $f(x)+c$, $f(x+c)$, $c \cdot f(x)$ en $f(c \cdot x)$.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 12.4 een eenvoudige combinatie van som- en verschilregel gebruiken bij het bepalen van een afgeleide functie;
- 12.5 de kettingregel (in de beperkte vorm van punt 12.2) gebruiken in combinatie met de som- en verschilregel bij het bepalen van een afgeleide functie;
- 12.6 een functievoorschrift anders schrijven zodat de functie gemakkelijker te differentiëren is.

Subdomein D4: Toepassing afgeleide functies

- 13 De kandidaat kan analytisch-algebraïsche berekeningen uitvoeren gericht op profielspecifieke contexten.

De kandidaat kent

- de betekenis van de afgeleide functie als weergave van de helling van een grafiek van een functie.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 13.1 de afgeleide functie gebruiken bij het opstellen van de vergelijking van de raaklijn in een punt van de grafiek van een functie;
- 13.2 de afgeleide functie gebruiken bij het verifiëren en bij het bepalen van extreme waarden van een functie;
- 13.3 de afgeleide functie gebruiken bij het bepalen van de vergelijking van een raaklijn met een gegeven helling.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 13.4 in profielspecifieke toepassingen de afgeleide functie gebruiken voor het bepalen van een optimale situatie;
- 13.5 een optimaliseringsprobleem vertalen in een formule waarbij een functie van één variabele optreedt en dit probleem vervolgens met behulp van de afgeleide functie of numeriek-grafisch oplossen.

SE-specificaties

In het schoolexamen kunnen met name die vaardigheden uit domein A aan bod komen, die zich niet voor toetsing in het centraal examen lenen.

Bijlage C Specificaties Wiskunde A vwo

Het examenprogramma Wiskunde A vwo dat cTWO voorstelt, is te vinden in hoofdstuk 6 van dit rapport. Het examenprogramma in formele zin bestaat uit zogenaamde globale eindtermen. Om preciezer aan te geven welke invulling en diepgang cTWO bij deze globale eindtermen voor ogen staat, wordt in deze bijlage iedere globale eindterm voorzien van specificaties.

Anders dan de globale eindtermen, hebben deze specificaties slechts een adviserend karakter. Voor zover het onderdelen betreft die op het centraal examen worden getoetst, is het een advies aan CvE om het in de syllabus bij het examen op te nemen. Voor zover het onderdelen betreft die op het schoolexamen thuishoren, is het een advies aan docenten, auteurs van lesmateriaal en aan de SLO die verantwoordelijk is voor de Handreiking.

Hieronder komen eerst de specificaties aan bod die op het centraal examen (CE) getoetst kunnen worden. Daarna wordt gekeken naar onderwerpen van het schoolexamen (SE); het betreft bij dit laatste zowel volledige subdomeinen die voor het SE zijn bestemd, als speciale specificaties bij andere subdomeinen.

CE-specificaties

De specificaties hieronder zijn overgenomen (met kleine redactionele wijzigingen) uit de werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma Wiskunde A vwo (CvE 2010a).

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

- 1 De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

De kandidaat kan

- 1.1 doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken;
- 1.2 adequaat schriftelijk, mondeling en digitaal communiceren over onderwerpen uit de wiskunde;
- 1.3 bij het verwerven van vakkennis en vakvaardigheden reflecteren op eigen belangstelling, motivatie en leerproces;

- 1.4 toepassingen en effecten van wiskunde in het dagelijks leven en in verschillende vervolgopleidingen en beroepssituaties herkennen en benoemen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

- 2 De kandidaat kan een probleemsituatie in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

De kandidaat kan

- 2.1 een probleemsituatie in een context interpreteren, analyseren, structureren en vertalen naar een model waarin wiskundig gereedschap kan worden ingezet;
- 2.2 wiskundige modellen toepassen op probleemsituaties, de resultaten van een wiskundige handeling terugvertalen naar de context en daaruit conclusies trekken of generaliseren.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

- 3 De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

De kandidaat³

- 3.1 beheerst de regels van de rekenkunde en algebra zonder ICT;
- 3.2 kan waar nodig ICT inzetten om omvangrijke of rekenintensieve problemen aan te pakken;
- 3.3 kan de correctheid van redeneringen verifiëren;
- 3.4 heeft inzicht in wiskundige notaties en formules en kan daarmee kwalitatief redeneren;
- 3.5 kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren op wiskundige juistheid;
- 3.6 kan op basis van een gegeven probleemsituatie een schatting maken van de uitkomst zonder deze uitkomst exact te berekenen.

3 Deze specificaties komen uit de werkversie van de syllabus bij het examenprogramma en horen bij de oorspronkelijke versie van subdomein A3. De herformulering van dit subdomein zou voor CvE aanleiding kunnen zijn dit profielspecifiek aan te passen.

Domein B: Algebra en tellen (60 slv)**Subdomein B1: Algebra**

- 4 De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en variabelen, daarbij gebruik maken van rekenkundige en algebraïsche basisbewerkingen en van het werken met haakjes, en beargumenteren waarom de gekozen aanpak werkt.

De kandidaat kan

- 4.1 berekeningen maken met en zonder variabelen waarbij gebruik gemaakt wordt van verschillende rekenregels, inclusief die van machten en wortels;
- 4.2 berekeningen maken met verhoudingen en breuken met daarin al dan niet een of meer variabelen;
- 4.3 rekenregels gebruiken om algebraïsche expressies te herschrijven of te verifiëren;
- 4.4 gebruik maken van de begrippen absoluut en relatief;
- 4.5 werken met grootheden, samengestelde grootheden en maat-systemen, en maateenheden omrekenen.

Subdomein B2: Telproblemen

- 5 De kandidaat kan telproblemen structureren en schematiseren en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen.

De kandidaat kan

- 5.1 telproblemen structureren en schematiseren met behulp van bijvoorbeeld boomdiagram, wegendiagram of rooster;
- 5.2 gebruik maken van permutaties en combinaties.

Domein C: Verbanden (140 slv)**Subdomein C1: Functies**

- 6 De kandidaat kan van eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties, machtsfuncties, goniometrische functies, exponentiële functies en logaritmische functies de kenmerken in grafiek, tabel en formule herkennen en gebruiken.

De kandidaat kan

- 6.1 binnen de context de verschillende representaties van een functie (formule, verband, tabel, grafiek) doelgericht gebruiken;
- 6.2 de functies $f(x) = ax + b$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $f(x) = a \cdot x^n$ (n rationaal),

$f(x) = \sin x$, $f(x) = b \cdot g^x$ (ook $f(x) = b \cdot e^x$) en $f(x) = {}^a\log x$ (ook $f(x) = \ln x$) en hun grafieken herkennen en gebruiken met hun specifieke eigenschappen.

Subdomein C2: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden

- 7 De kandidaat kan formules en functievoorschriften opstellen en bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen, vergelijkingen en ongelijkheden oplossen met algebraïsche methoden zonder gebruik van ICT, en daar waar nodig met numerieke of grafische methoden met inzet van ICT, en de uitkomst interpreteren in termen van een context.

De kandidaat kan

- 7.1 functievoorschriften zoals omschreven in 6.2 opstellen die passen bij de context;
- 7.2 op grafieken van functies zoals omschreven in 6.2 transformaties, zoals verschuiven of herschalen, uitvoeren en daarbij het bijbehorende functievoorschrift opstellen;
- 7.3 verbanden van de vorm $y = a \cdot x$ (evenredigheid) en van de vorm $y = a/x$ (omgekeerd evenredigheid) herkennen en gebruiken;
- 7.4 bij verbanden van de vorm $y = f(x)$ met $f(x) = ax+b$ of $f(x) = a \cdot x^n$ de variabele x uitdrukken in y ;
- 7.5 vergelijkingen oplossen met behulp van numerieke of grafische methoden en lineaire vergelijkingen en vergelijkingen van de vorm $a \cdot x^n + b = c$ ook oplossen met behulp van algebraïsche methoden;
- 7.6 ongelijkheden oplossen;
- 7.7 functies maken door twee functies op te tellen ($f(x)+g(x)$), af te trekken ($f(x)-g(x)$), te vermenigvuldigen ($f(x) \cdot g(x)$) of samen te stellen ($g(f(x))$);
- 7.8 rekenregels voor het werken met logaritmen gebruiken;
- 7.9 een logaritmische schaalverdeling gebruiken;
- 7.10 op basis van verbanden met meerdere variabelen kwalitatief redeneren.

Domein D: Verandering (120 slv)

Subdomein D1: Rijen

- 8 De kandidaat kan het gedrag van een rij herkennen, beschrijven en

er berekeningen mee uitvoeren, in het bijzonder in het geval van rekenkundige en meetkundige rijen.

De kandidaat kan

- 8.1 vaststellen of een rij getallen een rekenkundige of meetkundige rij vormt;
- 8.2 eigenschappen van de rij van verschillen van een rekenkundige en een meetkundige rij beschrijven en gebruiken;
- 8.3 bij een rij getallen het begrip somrij gebruiken en daarbij het Σ -teken gebruiken;
- 8.4 bij een rij getallen zowel met een recursief voorschrift als met een directe formule werken;
- 8.5 binnen een probleemsituatie een recursieve formule herkennen, opstellen en hiermee berekeningen uitvoeren.

Subdomein D2: Helling

- 9 De kandidaat kan het veranderingsgedrag van grafieken of functies relateren aan differentiequotiënten, toenamediagrammen en hellinggrafieken en daarbij een relatie leggen met de probleemsituatie.

De kandidaat kan

- 9.1 bij een grafiek of functie een toenamediagram tekenen en binnen de context een relatie leggen tussen toenamediagram en grafiek of functie;
- 9.2 de gemiddelde verandering berekenen van een grafiek op een interval en de uitkomst interpreteren in de context;
- 9.3 vaststellen of een stijging/daling toenemend of afnemend is;
- 9.4 het veranderingsgedrag van een functie in de probleemsituatie interpreteren;
- 9.5 de helling van een grafiek in een punt berekenen en binnen de context interpreteren en toepassen.

Subdomein D3: Afgeleide

- 10 De kandidaat kan van eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties, machtsfuncties, exponentiële functies en logaritmische functies de afgeleide bepalen, de rekenregels voor het differentiëren gebruiken en aan de hand van de afgeleide het veranderingsgedrag van een functie bestuderen.

De kandidaat kan

- 10.1 de afgeleide berekenen van de functies $f(x) = ax + b$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $f(x) = a \cdot x^n$ (n rationaal), $f(x) = b \cdot gx$ (ook $f(x) = b \cdot e^x$) en $f(x) = \log x$ (ook $f(x) = \ln x$);
- 10.2 diverse notaties van de afgeleide herkennen en gebruiken;
- 10.3 gebruik maken van de somregel, verschilregel, productregel, quotiëntregel en kettingregel voor het differentiëren van functies van de vorm $g(f(x))$, waarbij f en g van de vorm zijn zoals beschreven in 10.1;
- 10.4 een verband leggen tussen de afgeleide van een functie en de raaklijn aan de grafiek van die functie in een gegeven punt op de grafiek;
- 10.5 de afgeleide gebruiken om extremen van een functie te vinden en te controleren;
- 10.6 een optimaliseringsprobleem in context oplossen met behulp van differentiëren;
- 10.7 binnen een probleemsituatie betekenis geven aan de afgeleide en ermee redeneren.

SE-specificaties

In het schoolexamen kunnen met name die vaardigheden uit domein A aan bod komen, die zich niet voor toetsing in het centraal examen lenen. Naast domein A bevat het schoolexamen in ieder geval domein E en domein F. De onderstaande specificaties van de SE-onderdelen zijn overgenomen uit de gedetailleerde eindtermen bij de pilotprogramma's (cTWO 2009), met wijziging van specificatie 13.3 en toevoeging van 12.4 en 15.5.

Domein E: Statistiek en kansrekening (160 slu)

Subdomein E1: Probleemstelling en onderzoeksontwerp

- 11 De kandidaat kan bij een probleemstelling die zich leent voor een statistische aanpak een plan maken om antwoord op de probleemstelling te verkrijgen, waarbij geschikte variabelen worden gekozen.

De kandidaat kan

- 11.1 bij een probleem aangeven hoe hierover informatieve data kunnen

worden verkregen;

- 11.2 bij een probleemsituatie de populatie aangeven en een geschikte (representatieve/aselecte) steekproef samenstellen;
- 11.3 bij het onderzoeksprobleem de variabelen noemen, hierbij aangeven of die continu of discreet zijn en van welk meetniveau deze zijn.

Subdomein E2: Visualisatie van data

- 12 De kandidaat kan verkregen data verwerken in een geschikte tabel, diagram of grafiek en deze op waarde interpreteren.

De kandidaat kan

- 12.1 de data van één variabele, ook relatief en/of ingedeeld in klassen, weergeven in een (cumulatieve) frequentietabel en in een geschikte grafische voorstelling;
- 12.2 bij het vergelijken van de scores op een variabele bij twee of meer groepen of bij een relatie tussen twee variabelen de data weergeven in een kruistabel en in een passende grafiek;
- 12.3 een gegeven grafische voorstelling kritisch beoordelen;
- 12.4 bij een gegeven representatie, bijvoorbeeld histogram, een schets van een andere maken, bijvoorbeeld boxplot of cumulatief frequentiepolygoon.

Subdomein E3: Kwantificering

- 13 De kandidaat kan de verkregen data samenvatten in voor de probleemstelling geschikte maten en hieraan interpretaties verbinden.

De kandidaat kan

- 13.1 een verdeling van een variabele karakteriseren met een geschikte centrummaat (gemiddelde, mediaan of modus) en spreidingsmaat (kwartielafstand of standaardafwijking);
- 13.2 een standaardscore of percentielscore hanteren om de positie van een score in een verdeling aan te geven;
- 13.3 de verdeling van twee groepen vergelijken met behulp van geschikte maten en daarvan de relevantie beoordelen;
- 13.4 een gevonden statistisch resultaat kritisch beoordelen, met name op alternatieve achterliggende verklaringen, op toeval en op (non) causaliteit.

Subdomein E4: Kansbegrip

- 14 De kandidaat kan het kansbegrip gebruiken om bij een toevalsproces de kans op een bepaalde uitkomst of gebeurtenis te bepalen aan de hand van een diagram, combinatoriek, kansregels en simulatie.

De kandidaat kan

- 14.1 bij een kansproces met even waarschijnlijke elementaire uitkomsten een kans bepalen via systematisch tellen of met combinatoriek;
- 14.2 een kansproces met de computer simuleren en een kans empirisch benaderen;
- 14.3 de wet der grote aantallen gebruiken;
- 14.4 de begrippen voorwaardelijke kans en onafhankelijke gebeurtenis hanteren;
- 14.5 bij kansberekeningen de somregel, de complementregel en de productregel voor onafhankelijke gebeurtenissen herkennen en gebruiken;
- 14.6 een voorwaardelijke kans berekenen.

Subdomein E5: Kansverdelingen

- 15 De kandidaat kan aangeven in welke situatie een toevalsvariabele een bepaalde kansverdeling bezit en van die verdeling de karakteristieken verwachtingswaarde en standaardafwijking hanteren.

De kandidaat kan

- 15.1 bij steekproeftrekking aangeven welke kansverdeling de toevalvariabelen in de volgende situatie hebben:
- het aantal (of proportie) objecten met een bepaalde eigenschap (binomiaal);
 - het steekproefgemiddelde (normaal);
- 15.2 van de hierboven genoemde kansverdelingen de verwachtingswaarde en standaardafwijking bepalen en gebruiken;
- 15.3 bij de hierboven genoemde kansverdelingen kansen bepalen;
- 15.4 in voorkomende gevallen zich baseren op de centrale limietstelling, met inbegrip van de wortel- n -wet;
- 15.5 gebruik maken van vuistregels voor normale verdeling bij het schatten van de standaarddeviatie uit een grafiek van een normale verdeling.

Subdomein E6: Verklarende statistiek

- 16 De kandidaat kan in een probleemsituatie op basis van steekproefgegevens een uitspraak doen over een populatie, de betrouwbaarheid daarvan kwantificeren en het resultaat duiden in termen van de context.

De kandidaat kan

- 16.1 voor een gestelde bewering (over een proportie, gemiddelde of over een verschil tussen twee groepen) de nul- en alternatieve hypothese opstellen en aangeven hoe de hypothese kan worden getoetst;
- 16.2 de toetsing via de methode met overschrijdingskans uitvoeren en het resultaat verwoorden in termen van de context;
- 16.3 aangeven welke beslisfouten er mogelijk zijn en hoe kansen hierop worden beïnvloed door de keuze van het significantieniveau α ;
- 16.4 aangeven in welke omstandigheden er een grotere kans bestaat op een significant resultaat (significantieniveau, effectgrootte, steekproefomvang).

Subdomein E7: Statistiek met ICT

- 17 De kandidaat beheerst statistisch ICT-gebruik in relatie met de subdomeinen E1, E2, E3, E4, E5 en E6 om grote datasets te interpreteren en te analyseren.

Het basisidee is om ICT-gebruik in de statistiek prominent in het programma op te nemen. Het subdomein E7 staat nu parallel geschakeld met E1 tot en met E6. Er wordt vanuit gegaan, dat data vaak in digitale bestanden gegeven zijn en met ICT verwerkt worden.

Domein F: Keuzeonderwerpen (40 sluispunten)

Dit gedeelte kan de school zelf invullen en kan per kandidaat verschillend zijn. De keuze voor een onderwerp kan gericht zijn op de blik naar buiten en op de individuele interesses van leerlingen.

Bijlage D Specificaties Wiskunde B vwo

Het examenprogramma Wiskunde B vwo dat cTWO voorstelt, is te vinden in hoofdstuk 7 van dit rapport. Het examenprogramma in formele zin bestaat uit zogenaamde globale eindtermen. Om preciezer aan te geven welke invulling en diepgang cTWO bij deze globale eindtermen voor ogen staat, wordt in deze bijlage iedere globale eindterm voorzien van specificaties. Anders dan de globale eindtermen, hebben deze specificaties slechts een adviserend karakter. Het betreft in dit geval voornamelijk een advies aan CvE om deze specificaties in de syllabus bij het examen op te nemen. Hoewel het schoolexamen (SE) over dezelfde globale eindtermen gaat als het centraal examen (CE) – uitgezonderd de keuzeonderwerpen – biedt het SE andere mogelijkheden, zoals een rijkere inzet van ICT. Ook hiervoor doen wij suggesties, gericht aan docenten, auteurs van lesmateriaal en aan de SLO die verantwoordelijk is voor de Handreiking.

CE-specificaties

De specificaties hieronder zijn overgenomen (met kleine redactionele wijzigingen) uit de tweede werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma Wiskunde B vwo (CvE 2012a). De syllabuscommissie heeft geprobeerd wiskundige denkactiviteiten te operationaliseren door onderscheid te maken tussen reproductie en productie.

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

- 1 De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

De kandidaat kan

- 1.1 doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken;
- 1.2 adequaat schriftelijk rapporteren over onderwerpen uit de wiskunde;

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

- 2 De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in

wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar het oorspronkelijke probleem terugvertalen.

De kandidaat kan

- 2.1 een probleemsituatie in een wiskundige, natuurwetenschappelijke of maatschappelijke context analyseren, gebruik makend van relevante begrippen en theorie vertalen in een vakspecifiek onderzoek, dat onderzoek uitvoeren, en uit de onderzoeksresultaten conclusies trekken;
- 2.2 een realistisch probleem in een context analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een wiskundig model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen;
- 2.3 met gegevens van wiskundige en natuurwetenschappelijke aard consistente redeneringen opzetten;

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

- 3 De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

De kandidaat⁴

- 3.1 beheerst de regels van de rekenkunde en algebra zonder ICT-middelen;
- 3.2 heeft inzicht in wiskundige notaties en formules en kan daarmee kwalitatief redeneren;
- 3.3 kan wiskundige begrippen in vakspecifieke taal en terminologie interpreteren en produceren, inclusief formuletaal, conventies en notaties;
- 3.4 kan bij het raadplegen van wiskundige informatie, bij het verkennen van wiskundige situaties, bij wiskundige redeneringen en bij het uitvoeren van wiskundige berekeningen gebruik maken van geschikte ICT-middelen waaronder de grafische rekenmachine;

⁴ Deze specificaties komen uit de werkversie van de syllabus bij het examenprogramma en horen bij de oorspronkelijke versie van subdomein A3. De herformulering van dit subdomein zou voor CvE aanleiding kunnen zijn dit profielspecifiek aan te passen.

- 3.5 kan de correctheid van redeneringen verifiëren;
- 3.6 kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren op wiskundige juistheid.

Domein B: Formules, functies en grafieken (180 slu)

Subdomein B1: Formules en functies

4. De kandidaat kan formules interpreteren en bewerken, bij een verband tussen twee variabelen een grafiek tekenen in een assenstelsel en bepalen of een gegeven formule herschreven kan worden als functievoorschrift.

De kandidaat kent

- de voorwaarden waaronder een verband een functie is.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 4.1 formules combineren tot een nieuwe formule;
- 4.2 een formule herschrijven tot een gelijkwaardige formule;
- 4.3 een formule in voorkomende gevallen beschouwen als een functievoorschrift;
- 4.4 bij een verband tussen twee variabelen een grafiek tekenen in een assenstelsel;
- 4.5 de structuur van een formule analyseren.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 4.6 een formule interpreteren, zowel in een wiskundige als een niet wiskundige context;
- 4.7 bij een verband, afhankelijk van de probleemstelling, bepalen welke variabele als onafhankelijk en welke als afhankelijk beschouwd wordt.

Subdomein B2: Standaardfuncties

5. De kandidaat kan grafieken tekenen en herkennen van de volgende standaardfuncties: machtsfuncties met rationale exponenten, exponentiële functies, logaritmische functies, goniometrische functies en de absolute-waardefunctie en kan van deze verschillende

typen functies de karakteristieke eigenschappen benoemen en gebruiken

De kandidaat kent

- de begrippen die karakteristieke eigenschappen van functies en hun grafieken beschrijven: domein, bereik, stijgen, dalen, toenemend en afnemend stijgen en dalen, extremen, minimum, maximum, snijpunt met de x -as, snijpunt met de y -as, puntsymmetrie, lijnsymmetrie en asymptotisch gedrag;
- de grafieken en karakteristieke eigenschappen van machtsfuncties met rationale exponenten ($f(x) = x^p$);
- de grafieken en karakteristieke eigenschappen van exponentiële functies ($f(x) = g^x$) en van logaritmische functies ($f(x) = {}^g\log x$), beide ook met grondtal e en in verband hiermee de begrippen grondtal en exponent;
- de grafieken en karakteristieke eigenschappen van goniometrische functies ($f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$ en $f(x) = \tan x$) en in verband hiermee de volgende extra begrippen: radiaal, periode, amplitude, evenwichtsstand en frequentie;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de absolute-waardefunctie ($f(x) = |x|$);
- bij exponentiële groeiprocessen de begrippen beginwaarde, groeifactor, verdubbelingstijd en halveringstijd;
- het gebruik van machtsfuncties bij machtsverbanden;
- het begrip parameter.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 5.1 van elk van bovengenoemde standaardfuncties de grafiek tekenen zonder hulp van de GR en daarbij gebruik maken van de karakteristieke eigenschappen van de functie en haar grafiek;
- 5.2 de grafiek van een standaardfunctie herkennen;
- 5.3 bij een grafiek van een standaardfunctie het functievoorschrift opstellen;
- 5.4 de grafiek van een standaardfunctie beschrijven door de genoemde begrippen te hanteren.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 5.5. de karakteristieke eigenschappen van bovengenoemde functies en grafieken gebruiken bij het oplossen van problemen.

Subdomein B3: Functies en grafieken

- 6 De kandidaat kan functievoorschriften opstellen, bewerken, combineren, de bijbehorende grafieken tekenen en aan de hand van een functievoorschrift zonder hulpmiddelen kwalitatieve uitspraken doen over de functie en haar grafiek.

De kandidaat kent

- de begrippen transformatie, verschuiven (translatie) en lijnvermenigvuldiging;
- het begrip samengestelde functie als combinatie van (standaard-) functies;
- de begrippen kettingfunctie (geschakelde functie), som-, verschil-, product- en quotiëntfunctie.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 6.1 op een grafiek transformaties uitvoeren: translatie en/of lijnvermenigvuldiging ten opzichte van x - of y -as;
- 6.2 het functievoorschrift vinden dat hoort bij een nieuwe grafiek die is ontstaan na transformatie van een gegeven grafiek;
- 6.3 de samenhang tussen de transformatie en de verandering van het bijbehorende functievoorschrift beschrijven en interpreteren.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 6.4 functievoorschriften combineren (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, schakelen) en de bijbehorende grafiek beschrijven;
- 6.5 het gedrag van een samengestelde functie voorspellen vanuit de functies die gecombineerd worden;
- 6.6 voor functies kwalitatieve uitspraken doen over domein, bereik, stijgen, dalen, extremen, horizontale, verticale en scheve asymptoten, symmetrie, periode, amplitude en de ligging van snijpunten met de

coördinaatassen;

- 6.7 een in een context beschreven verband vertalen in een passend functievoorschrift.

Subdomein B4: Inverse functies

7. De kandidaat kan het begrip inverse functie hanteren en de inverse van een functie gebruiken bij het oplossen van problemen.

De kandidaat kent

- het begrip inverse functie;
- de inverse functies van de machtsfuncties, de exponentiële functies en de logaritmische functies;
- de voorwaarden waaronder een functie een inverse functie heeft.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 7.1 van een functie de grafiek van de inverse functie tekenen en daarbij correct omgaan met de begrippen domein en bereik.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 7.2 bij een functie in voorkomende gevallen het functievoorschrift van de inverse functie opstellen;
- 7.3 de eigenschappen van de inverse functie en haar grafiek interpreteren binnen de context van een probleem.

Subdomein B5: Vergelijkingen en ongelijkheden

8. De kandidaat kan vergelijkingen en ongelijkheden algebraïsch oplossen

De kandidaat kent

- de begrippen lineaire en kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden;
- het onderscheid tussen algebraïsch oplossen en andere oplossingsmethoden;
- de rekenregels voor machten en voor logaritmen.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 8.1 lineaire en kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden algebraïsch oplossen;
- 8.2 vergelijkingen en ongelijkheden met standaardfuncties algebraïsch oplossen: $\sin x = c$, $\cos x = c$, $\tan x = c$, ${}^s\log x = c$, $g^x = c$, $x^a = c$, $|x| = c$ plus de bijbehorende ongelijkheden;
- 8.3 de rekenregels voor machten en logaritmen correct gebruiken bij het oplossen van vergelijkingen en ongelijkheden;
- 8.4 stelsels van twee vergelijkingen oplossen.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 8.5 vergelijkingen en ongelijkheden in verband brengen met functies en hun grafieken;
- 8.6 de eigenschappen van functies en hun grafieken gebruiken bij het oplossen van vergelijkingen en ongelijkheden;
- 8.7 oplossingen van een vergelijking of ongelijkheid interpreteren, ook in een niet wiskundige context.

Subdomein B6: Asymptoten en limietgedrag van functies

9. De kandidaat kan het asymptotisch gedrag van functies bepalen en dit met limietberekening aantonen.

De kandidaat kent

- het begrip limiet in verband met het gedrag van een functie;
- de begrippen linker- en rechterlimiet;
- het begrip perforatie;
- de begrippen horizontale, verticale en scheve asymptoot van de grafiek van een functie;
- het asymptotisch gedrag van de standaardfuncties.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 9.1 in eenvoudige gevallen asymptoten van grafieken van functies bepalen.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 9.2 met behulp van limieten onderzoek doen naar horizontale, verticale en scheve asymptoten van grafieken van functies;
- 9.3 onderzoek doen naar linker- en rechterlimieten en naar perforaties.

Domein C: Differentiaal- en integraalrekening (130 sl)**Subdomein C1: Afgeleide functies**

- 10 De kandidaat kan de eerste en tweede afgeleide van een functie begripsmatig hanteren en gebruiken om die functie te onderzoeken en de eerste en tweede afgeleide gebruiken in toepassingen.

De kandidaat kent

- de begrippen afgeleide en tweede afgeleide van een functie;
- de begrippen (lokaal) maximum, (lokaal) minimum, extreme waarden;
- het begrip buigpunt van een grafiek;
- Het begrip raaklijn aan een grafiek;
- de gangbare notaties voor afgeleide en tweede afgeleide van een functie, zoals: $f'(x)$, dy/dx , ds/dt , $f''(x)$.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 10.1 de afgeleide gebruiken om de helling van de raaklijn te berekenen;
- 10.2 de afgeleide functie gebruiken voor het bestuderen van stijging of daling van een functie;
- 10.3 de afgeleide gebruiken om extremen van functies te berekenen;
- 10.4 de tweede afgeleide gebruiken om toe- of afname van de helling van de grafiek te onderscheiden;
- 10.5 de tweede afgeleide gebruiken om buigpunten van grafieken te berekenen.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 10.6 het verband aangeven tussen de afgeleide van een functie f en van een functie g waarvan de grafiek door een translatie of lijnvermenigvuldiging uit die van f is ontstaan;

- 10.7 een optimaliseringsprobleem vertalen in een model waarbij een functie van één variabele optreedt en dit probleem vervolgens met behulp van de afgeleide of numeriek-grafisch oplossen;
- 10.8 gebruik maken van de relatie tussen afgeleide en raaklijn in de context van een probleem;
- 10.9 de eerste en/of tweede afgeleide van een functie en hun grafieken interpreteren.

Subdomein C2: Technieken voor differentiëren

- 11. De kandidaat kan de eerste en tweede afgeleide van functies bepalen met behulp van de regels voor het differentiëren en daarbij algebraïsche technieken gebruiken.

De kandidaat kent

- de afgeleide van de volgende standaardfuncties: machtsfuncties met rationale exponenten ($f(x) = x^p$), exponentiële functies ($f(x) = g^x$), logaritmische functies ($f(x) = {}^a\log x$) en goniometrische functies ($f(x) = \sin x$ en $f(x) = \cos x$);
- de som-, verschil-, product-, quotiënt- en kettingregel voor het bepalen van een afgeleide functie.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 11.1 bij het bepalen van de afgeleide van een functie gebruik maken van de afgeleide van genoemde standaardfuncties;
- 11.2 bij het bepalen van de afgeleide van exponentiële en logaritmische functies het getal e en de natuurlijke logaritme gebruiken;
- 11.3 voor het bepalen van de afgeleide de som-, verschil-, product-, quotiënt- en kettingregel gebruiken.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 11.4 een combinatie van som-, verschil-, product- en/of quotiëntregel gebruiken bij het bepalen van een afgeleide functie;
- 11.5 de kettingregel gebruiken in combinatie met de som-, verschil-, product- en/of quotiëntregel bij het bepalen van een afgeleide functie;

- 11.6 een functievoorschrift anders schrijven zodat de functie gemakkelijker te differentiëren is.

Subdomein C3: Integraalrekening

12. De kandidaat kan in geschikte toepassingen een bepaalde integraal opstellen en exact berekenen.

De kandidaat kent

- de begrippen primitieve functie en (bepaalde) integraal;
- het begrip integrand;
- de notatie $\int_a^b f(x) dx$;
- de hoofdstelling van de integraalrekening: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, waarbij F een primitieve functie van f is.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 12.1 een bepaalde integraal exact berekenen in het geval de integrand a . de gedaante $f(x)+c$, $f(x+c)$, $c \cdot f(x)$ of $f(c \cdot x)$ heeft, waarbij $f(x) = x^2$, $f(x) = g^x$, $f(x) = \sin x$, of $f(x) = \cos x$,
- b. de som van twee of meer functies zoals bedoeld in a. is;
- 12.2 controleren of een gegeven functie F een primitieve is van een functie f .

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 12.3 een bepaalde integraal opstellen bij berekening van de oppervlakte van een vlakke figuur en van de inhoud van een omwentelingslichaam (omwenteling om de x -as of de y -as) en daarbij de notatie $\int_a^b f(x) dx$ gebruiken;
- 12.4 de uitkomst van een exact berekende of benaderde bepaalde integraal interpreteren binnen een context;
- 12.5 $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ interpreteren als de definitie van een functie.

Domein D: Goniometrische functies (80 sluis)

Subdomein D1: Goniometrische functies en vergelijkingen

- 13 De kandidaat kan bij periodieke verschijnselen formules opstellen en bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen, vergelijkingen

oplossen en hierbij de periodiciteit met inzicht gebruiken.

De kandidaat kent

- de karakteristieke eigenschappen van de grafiek van de sinusoïde met vergelijking $f(x) = d + a \cdot \sin b(x-c)$, namelijk: d = evenwichtsstand, (c,d) is een beginpunt, a is de amplitude en $2\pi/b$ is de periode;
- bij een harmonische trilling het verband tussen frequentie f en periode p : $f = 1/p$;
- de exacte waarden van $\sin x$ en $\cos x$ waarbij x een veelvoud van $(\frac{1}{6})\pi$ of $(\frac{1}{4})\pi$ is;
- de formules $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ en $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$;
- de symmetrie-eigenschappen $\sin(-x) = -\sin x$, $\cos(-x) = \cos x$ en $\cos x = \sin(\frac{1}{2}\pi - x)$ en $\sin x = \cos(\frac{1}{2}\pi - x)$;
- de begrippen som- en verschilformules voor sinus en cosinus;
- de begrippen verdubbelingsformules voor sinus en cosinus.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 13.1 de eenparige cirkelbeweging en de harmonische trilling in verband brengen met de functies sinus en cosinus;
- 13.2 eigenschappen van goniometrische functies gebruiken bij het modelleren en analyseren van periodieke verschijnselen zoals golfbewegingen en trillingen;
- 13.3 vergelijkingen oplossen van het type $\sin f(x) = \sin g(x)$ en $\cos f(x) = \cos g(x)$ waarbij f en g lineaire functies van x zijn en hierbij de periodiciteit gebruiken voor het vinden van alle oplossingen;
- 13.4 de bovengenoemde symmetrie-eigenschappen van de sinus en cosinus functie gebruiken bij het oplossen van vergelijkingen.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 13.5 de som- en verschilformules voor goniometrische functies gebruiken bij het herleiden van formules en het oplossen van vergelijkingen;
- 13.6 de formules $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ en $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$ gebruiken bij het herleiden van formules en het oplossen van vergelijkingen.

Domein E: Meetkunde met coördinaten (170 slu)

Subdomein E1: Meetkundige vaardigheden

- 14 De kandidaat kan eigenschappen van meetkundige objecten onderzoeken en bewijzen en kan daarbij gebruik maken van meetkundige en algebraïsche technieken en van ICT.

De kandidaat kent

- de eigenschap dat een raaklijn aan een cirkel loodrecht staat op de verbindingslijn van het middelpunt van de cirkel en het raakpunt;
- de stelling van Pythagoras;
- het begrip gelijkvormigheid;
- goniometrische verhoudingen;
- de sinus- en cosinusregel;
- de stelling van Thales en de omgekeerde stelling van Thales.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 14.1 basisstellingen van de vlakke meetkunde gebruiken om verbanden in figuren algebraïsch te formuleren;
- 14.2 adequaat gebruik maken van de equivalentie tussen een figuur en de bijhorende algebraïsche voorstelling.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 14.3 meetkundige en algebraïsche methoden en technieken gebruiken bij het oplossen van meetkundige problemen;
- 14.4 meetkundige problemen verkennen met tekeningen en constructies.

Subdomein E2: Algebraïsche methoden in de vlakke meetkunde

- 15 De kandidaat kan aard en ligging van cirkels, lijnen en andere daarvoor geschikte figuren onderzoeken met behulp van algebraïsche voorstellingen, kan in een gegeven of zelfgekozen coördinatenstelsel algebraïsche voorstellingen van figuren opstellen en kan algebraïsche voorstellingen gebruiken om meetkundige problemen op te lossen.

De kandidaat kent

- de vergelijking van een rechte lijn in de vorm $y = mx+n$ en in de vorm $ax+by = c$;

- de begrippen richtingscoëfficiënt en loodlijn;
- het begrip stelsel van twee vergelijkingen als weergave van de onderlinge ligging van twee figuren;
- de begrippen strijdig stelsel en afhankelijk stelsel;
- van een cirkel met straal r en het middelpunt (m, n) de vergelijking in de vorm $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$ en $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$;
- het begrip parametervoorstelling van een lijn en een cirkel;
- het begrip afstand van twee figuren als de kleinste lengte van een lijnstuk dat een punt van de ene figuur verbindt met een punt van de andere figuur.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)⁵

- 15.1 aan de hand van de algebraïsche voorstellingen van twee lijnen de hoek tussen deze twee lijnen berekenen;
- 15.2 de vergelijking van de loodlijn op een lijn via algebraïsche weg opstellen;
- 15.3 de coördinaten van snijpunten van lijnen en cirkels berekenen;
- 15.4 de oplosbaarheid van een stelsel van twee lineaire vergelijkingen in verband brengen met de onderlinge ligging van rechte lijnen in het platte vlak;
- 15.5 de lengte van een lijnstuk berekenen met behulp van de coördinaten van de eindpunten;
- 15.6 uit de vergelijking van een cirkel de straal van de cirkel en de coördinaten van het middelpunt afleiden en daarbij eenvoudige gevallen van kwadraatafsplitsing uitvoeren;
- 15.7 vanuit een parametervoorstelling van een lijn of cirkel een vergelijking maken en vanuit een gegeven vergelijking van een lijn of cirkel een parametervoorstelling maken;
- 15.8 de vergelijking van een raaklijn met gegeven richting aan een cirkel opstellen;
- 15.9 de vergelijking van een raaklijn door een gegeven punt (op of buiten de cirkel) aan een cirkel opstellen;

⁵ Bij de examenevaluatie (CvE 2012b) is geconstateerd dat de specificaties niet volledig aansluiten bij de voorbeeldopgaven en ook niet volledig het subdomein dekken. Wij verzoeken het CvE om hier aandacht aan te schenken.

- 15.10 afstanden van een punt tot een lijn of cirkel bepalen en afstanden van deze figuren onderling bepalen;
- 15.11 het verband leggen tussen een transformatie van een figuur en een substitutie in de bijhorende vergelijking of parametervoorstelling.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

- 15.12 bij meetkundige problemen een algebraïsche representatie opstellen;
- 15.13 bij twee figuren algebraïsch onderbouwde uitspraken doen over de onderlinge ligging wat betreft snijden, raken en loodrechte stand.

Subdomein E3: Vectoren en inproduct

- 16 De kandidaat kan met behulp van de begrippen afstand, vector en inproduct eigenschappen van figuren in het vlak afleiden en bewijzen.

De kandidaat kent

- het begrip vector als grootte met lengte en richting en als getallenpaar;
- de begrippen lengte, richtingshoek, kentallen en componenten van een vector;
- het begrip inproduct (of inwendig product) van twee vectoren als $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$ en $a \cdot b = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$;
- het begrip vectorvoorstelling van een lijn.

Reproductie

De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden)

- 16.1 rekenen en redeneren met vectoren die beschreven zijn door grootte en richting of door onderling loodrechte componenten;
- 16.2 vectoren ontbinden, scalair vermenigvuldigen, bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken met behulp van meetkundige constructies en met behulp van berekening;
- 16.3 het inproduct in verband brengen met hoeken, met de berekening van lengtes en met de bepaling van de component van een vector in een gegeven richting;

16.4 de begrippen zwaartepunt en gewogen gemiddelde adequaat beschrijven en gebruiken met behulp van vectoren.

Productie

De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten)

16.5 tijdsafhankelijke vectoren en afgeleiden daarvan in verband brengen met beweging, samengestelde beweging, raaklijnen aan een baan, snelheid en versnelling;

16.6 bovenstaande technieken toepassen in meetkundige probleemsituaties

Subdomein E4: Toepassingen

17 De kandidaat kan de aangegeven technieken toepassen in geschikte natuurwetenschappelijke en technische situaties.

SE-specificaties

In het schoolexamen kunnen met name die vaardigheden uit domein A aan bod komen, die zich niet voor toetsing in het centraal examen lenen. Naast domein A bevat het schoolexamen in ieder geval de volgende onderdelen.

Subdomein E1: Meetkundige vaardigheden

14 De kandidaat kan eigenschappen van meetkundige objecten onderzoeken en bewijzen en kan daarbij gebruik maken van meetkundige en algebraïsche technieken en van ICT.

Bij dit subdomein speelt onderzoek met behulp van software voor dynamische meetkunde een belangrijke rol.

Domein F: Keuzeonderwerpen (40 sluis)

Dit gedeelte kan de school zelf invullen en kan per kandidaat verschillend zijn.

De keuze voor een onderwerp kan gericht zijn op de blik naar buiten en op de individuele interesses van leerlingen.

Bijlage E Specificaties Wiskunde C vwo

Het examenprogramma Wiskunde C vwo dat cTWO voorstelt, is te vinden in hoofdstuk 8 van dit rapport. Het examenprogramma in formele zin bestaat uit zogenaamde globale eindtermen. Om preciezer aan te geven welke invulling en diepgang cTWO bij deze globale eindtermen voor ogen staat, wordt in deze bijlage iedere globale eindterm voorzien van specificaties. Anders dan de globale eindtermen, hebben deze specificaties slechts een adviserend karakter. Voor zover het onderdelen betreft die op het centraal examen worden getoetst, is het een advies aan CvE om het in de syllabus bij het examen op te nemen. Voor zover het onderdelen betreft die op het schoolexamen thuishoren, is het een advies aan docenten, auteurs van lesmateriaal en aan de SLO die verantwoordelijk is voor de Handreiking. Hieronder komen eerst de specificaties aan bod die op het centraal examen (CE) getoetst kunnen worden. Daarna wordt gekeken naar onderwerpen van het schoolexamen (SE); het betreft bij dit laatste zowel volledige subdomeinen die voor het SE zijn bestemd, als speciale specificaties bij andere subdomeinen.

CE-specificaties

De specificaties hieronder zijn overgenomen (met kleine redactionele wijzigingen) uit de werkversie van de syllabus bij het pilotprogramma Wiskunde C vwo (CvE 2010a). We volgen de nummering van de syllabus, behalve bij domein F en G waar de nummering door toevoeging van subdomein E6 moest worden aangepast.

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

- 1 De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

De kandidaat kan

- 1.1 doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken;
- 1.2 adequaat schriftelijk, mondeling en digitaal communiceren over onderwerpen uit de wiskunde;

- 1.3 bij het verwerven van vakkennis en vakvaardigheden reflecteren op eigen belangstelling, motivatie en leerproces;
- 1.4 toepassingen en effecten van wiskunde in het dagelijks leven en in verschillende vervolgopleidingen en beroepssituaties herkennen en benoemen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

- 2 De kandidaat herkent de betekenis van wiskunde in maatschappij, cultuur en geschiedenis en kan deze in concrete situaties beschrijven.

De kandidaat

- 2.1 kan ideeën over en gebruik van wiskunde in bijvoorbeeld beeldende kunst, architectuur, dans en muziek herkennen en beschrijven;
- 2.2 kent van enkele wiskundige onderwerpen de ontwikkeling vanuit een cultuurhistorische context;
- 2.3 kan van een wiskundige modelsituatie de beperkingen en de kracht aangeven.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

- 3 De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden – te weten modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

De kandidaat⁶

- 3.1 beheerst de relevante regels van de rekenkunde en algebra zonder ICT;
- 3.2 kan waar nodig ICT inzetten om omvangrijke of rekenintensieve problemen aan te pakken;
- 3.3 kan de correctheid van redeneringen verifiëren;
- 3.4 heeft inzicht in wiskundige notaties en formules en kan daarmee kwalitatief redeneren;
- 3.5 kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren op wiskundige juistheid;

6 Deze specificaties komen uit de werkversie van de syllabus bij het examenprogramma en horen bij de oorspronkelijke versie van subdomein A3. De herformulering van dit subdomein zou voor CvE aanleiding kunnen zijn dit profielspecifiek aan te passen.

- 3.6 kan op basis van een gegeven probleemsituatie een schatting maken van de uitkomst zonder deze uitkomst exact te berekenen.

Domein B: Algebra en tellen (60 slu)

Subdomein B1: Rekenen en algebra

- 4 De kandidaat kan berekeningen uitvoeren met getallen en variabelen en kan daarbij gebruik maken van rekenkundige en algebraïsche basisbewerkingen.

De kandidaat kan

- 4.1 berekeningen maken met en zonder variabelen waarbij gebruik gemaakt wordt van rekenregels, inclusief die van machten;
- 4.2 berekeningen maken met verhoudingen, breuken en procenten;
- 4.3 werken met haakjes en vereenvoudigen door haakjes wegwerken;
- 4.4 rekenregels gebruiken om algebraïsche expressies te herschrijven of te verifiëren;
- 4.5 werken met grootheden en samengestelde grootheden;
- 4.6 getallen in historisch perspectief plaatsen – denk hierbij aan π , de gulden snede en de rij van Fibonacci⁷;
- 4.7 gebruik maken van de begrippen absoluut en relatief.

Subdomein B2: Telproblemen

- 5 De kandidaat kan telproblemen structureren en schematiseren en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen.

De kandidaat kan

- 5.1 telproblemen structureren en schematiseren met behulp van bijvoorbeeld boomdiagram, wegendiagram of rooster;
- 5.2 gebruik maken van permutaties en combinaties;
- 5.3 gebruik maken van het verband tussen combinaties en de driehoek van Pascal.

Domein C: Verbanden (80 slu)

- 6 De kandidaat kan van eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties,

⁷ Specificatie 4.6 is wegens het verlaat gereedkomen van geschikt lesmateriaal niet in deze vorm getoetst in de pilot. Wij verzoeken CvE om deze specificatie kritisch te overwegen en in ieder geval aan te scherpen. Als toetsing op het CE niet haalbaar lijkt, dan is ons advies om dit in het SE te toetsen.

machtsfuncties, exponentiële functies en logaritmische functies de verschillende representaties doelgericht gebruiken, kan bijbehorende vergelijkingen oplossen, waar nodig met behulp van ICT, en kan periodieke verschijnselen beschrijven.

De kandidaat kan

- 6.1 binnen een context de verschillende representaties van een functie (formule, tabel, grafiek) doelgericht gebruiken;
- 6.2 de functies⁸ $f(x) = ax+b$, $f(x) = a \cdot x^n$ (n rationaal), $f(x) = b \cdot g^x$ (niet $f(x) = b \cdot e^x$) en $f(x) = {}^s\log x$ (niet $f(x) = \ln x$) en hun grafieken herkennen en gebruiken met hun specifieke eigenschappen;
- 6.3 logaritmische functies gebruiken als inverse van exponentiële functies, zonder daarbij de rekenregels voor het werken met logaritmen te gebruiken;
- 6.4 functies gebruiken om probleemsituaties te modelleren;
- 6.5 verbanden van de vorm $y = a \cdot x$ (evenredigheid) en van de vorm $y = a/x$ (omgekeerd evenredigheid) herkennen en gebruiken;
- 6.6 functies samenstellen en optellen in een profielspecifieke probleemsituatie;
- 6.7 van een periodieke beweging de periode, amplitude en de evenwichtswaarde bepalen;
- 6.8 interpoleren, extrapoleren en een trend beschrijven aan de hand van een gegeven model;
- 6.9 vergelijkingen en ongelijkheden in een probleemsituatie oplossen met behulp van verschillende representaties, inclusief het functioneel gebruik van de abc-formule;
- 6.10 een logaritmische schaalverdeling gebruiken.

Domein D: Veranderingen (60 slv)

- 7 De kandidaat kan het veranderingsgedrag van eerstegraadsfuncties, tweedegraadsfuncties, machtsfuncties, exponentiële functies en logaritmische functies en de regelmaat in rijen doelgericht beschrijven en gebruiken.

8 Op deze plek ontbreekt in de werkversie van de syllabus het functievoorschrift van een kwadratische functie. Tweedegraadsfuncties worden wel genoemd in de domeinbeschrijving en in specificatie 6.9. Wij verzoeken het CvE hier kritisch naar te kijken.

De kandidaat kan

- 7.1 het veranderingsgedrag van functies genoemd in 7 herkennen en beschrijven met behulp van hun grafieken, tabellen en formules;
- 7.2 het veranderingsgedrag van functies beschrijven op basis van een gegeven formule en dit in verband brengen met de probleemsituatie;
- 7.3 vaststellen op welke intervallen er sprake is van een constant, een stijgend of een dalend verloop van de grafiek van een functie en tevens vaststellen of een stijging/daling toenemend of afnemend is;
- 7.4 de gemiddelde verandering op een interval berekenen en interpreteren;
- 7.5 de helling van grafieken in verschillende punten met elkaar vergelijken;
- 7.6 bij een rij getallen zowel met een recursief voorschrift als met een directe formule werken;
- 7.7 een directe formule opstellen bij rijen die corresponderen met een lineair of exponentieel verband;
- 7.8 een recursieve formule opstellen bij een gegeven rij getallen;
- 7.9 bij een rij getallen de begrippen somrij en verschilrij gebruiken.

Domein F: Logisch redeneren (40 slu)

- 14 De kandidaat kan logische redeneringen analyseren op correct gebruik.

De kandidaat kan

- 14.1 de correctheid van redeneringen en daarbij horende conclusies, zoals gebruikt in het maatschappelijk debat, verifiëren en analyseren;
- 14.2 drogredeneringen en paradoxen herkennen en beschrijven;
- 14.3 verschillende representaties, zoals tabel en diagram, gebruiken bij het analyseren en oplossen van logische problemen.

Domein G: Vorm en ruimte (40 slu)

- 15 De kandidaat kan van een ruimtelijk object aanzichten en perspectieftekeningen maken, er berekeningen aan uitvoeren en conclusies trekken over vorm en oppervlakte van zo'n object.

De kandidaat kan

- 15.1 bij het beschrijven van meetkundige vormen, bijvoorbeeld in kunstwerken, gebruik maken van gelijkvormigheid en symmetrie;

- 15.2 aanzichten en éénpuntperspectief tekeningen maken van een eenvoudige ruimtelijke figuur (kubus, balk, piramide);
- 15.3 vanuit een perspectieftekening en/of gegeven aanzichten een ruimtelijk figuur beschrijven;
- 15.4 een perspectieftekening van een eenvoudige ruimtelijk figuur verder af maken;
- 15.5 op basis van perspectiefeigenschappen beoordelen of een afbeelding, bijvoorbeeld een foto of schilderij, mogelijk een ruimtelijk figuur weergeeft;
- 15.6 beoordelen of in een tekening regels voor perspectief goed zijn toegepast;
- 15.7 gebruik maken van de oppervlakte van eenvoudige meetkundige figuren en van de inhoud van eenvoudige ruimtefiguren om daarmee de oppervlakte en de inhoud van een ruimtelijk figuur te schatten;
- 15.8 berekeningen uitvoeren m.b.t. de inhoud en de oppervlakte van gelijkvormige figuren.

SE-specificaties

In het schoolexamen kunnen met name die vaardigheden uit domein A aan bod komen die zich niet voor toetsing in het centraal examen lenen. Naast domein A bevat het schoolexamen in ieder geval domein E en domein H. De onderstaande specificaties van de SE-onderdelen zijn overgenomen uit de gedetailleerde eindtermen bij de pilotprogramma's (cTWO 2009), met wijziging van specificatie 10.3 en toevoeging van 9.4 en 12.5.

Domein E: Statistiek en kansrekening (160 slu)

Subdomein E1: Probleemstelling en onderzoeksontwerp

- 8 De kandidaat kan bij een probleemstelling die zich leent voor een statistische aanpak een plan maken om antwoord op de probleemstelling te verkrijgen, waarbij geschikte variabelen worden gekozen.

De kandidaat kan

- 8.1 bij een probleem aangeven hoe hierover informatieve data kunnen worden verkregen;

- 8.2 bij een probleemsituatie de populatie aangeven en een geschikte (representatieve/aselecte) steekproef samenstellen;
- 8.3 bij het onderzoeksprobleem de variabelen noemen, hierbij aangeven of die continu of discreet zijn en van welk meetniveau deze zijn.

Subdomein E2: Visualisatie van data

- 9 De kandidaat kan verkregen data verwerken in een geschikte tabel, diagram of grafiek en deze op waarde interpreteren.

De kandidaat kan

- 9.1 de data van één variabele, ook relatief en/of ingedeeld in klassen, weergeven in een (cumulatieve) frequentietabel en in een geschikte grafische voorstelling;
- 9.2 bij het vergelijken van de scores op een variabele bij twee of meer groepen of bij een relatie tussen twee variabelen de data uitbeelden in een kruistabel en in een passende grafiek;
- 9.3 een gegeven grafische voorstelling kritisch beoordelen;
- 9.4 bij een gegeven representatie, bijvoorbeeld histogram, een schets van een andere maken, bijvoorbeeld boxplot of cumulatief frequentiepolygoon.

Subdomein E3: Kwantificering

- 10 De kandidaat kan de verkregen data samenvatten in voor de probleemstelling geschikte maten en hieraan interpretaties verbinden.

De kandidaat kan

- 10.1 een verdeling van een variabele karakteriseren met een geschikte centrummaat (gemiddelde, mediaan of modus) en spreidingsmaat (kwartielafstand of standaardafwijking);
- 10.2 een standaardscore of percentielscore hanteren om de positie van een score in een verdeling aan te geven;
- 10.3 de verdeling van twee groepen vergelijken met behulp van geschikte maten en daarvan de relevantie beoordelen;
- 10.4 een gevonden statistisch resultaat kritisch beoordelen, met name op alternatieve achterliggende verklaringen, op toeval en op (non) causaliteit.

Subdomein E4: Kansbegrip

- 11 De kandidaat kan het kansbegrip gebruiken om bij een toevalsproces de kans op een bepaalde uitkomst of gebeurtenis te bepalen aan de hand van een diagram, combinatoriek, kansregels en simulatie.

De kandidaat kan

- 11.1 bij een kansproces met even waarschijnlijke elementaire uitkomsten een kans bepalen via systematisch tellen of met combinatoriek;
- 11.2 een kansproces met de computer simuleren en een kans empirisch benaderen;
- 11.3 de wet der grote aantallen gebruiken;
- 11.4 de begrippen voorwaardelijke kans en onafhankelijke gebeurtenis hanteren;
- 11.5 bij kansberekeningen de somregel, de complementregel en de productregel voor onafhankelijke gebeurtenissen herkennen en gebruiken;
- 11.6 een voorwaardelijke kans berekenen.

Subdomein E5: Kansverdelingen

- 12 De kandidaat kan aangeven in welke situatie een toevalsvariabele een bepaalde kansverdeling bezit en van die verdeling de karakteristieken verwachtingswaarde en standaardafwijking hanteren.

De kandidaat kan

- 12.1 bij steekproeftrekking aangeven welke kansverdeling de toevalsvariabelen in de volgende situatie hebben:
- het aantal (of proportie) objecten met een bepaalde eigenschap (binomiaal),
 - het steekproefgemiddelde (normaal).
- 12.2 van de hierboven genoemde kansverdelingen de verwachtingswaarde en standaardafwijking bepalen en gebruiken;
- 12.3 bij de hierboven genoemde kansverdelingen kansen bepalen;
- 12.4 in voorkomende gevallen zich baseren op de centrale limietstelling, met inbegrip van de wortel- n -wet;
- 12.5 gebruik maken van vuistregels voor normale verdeling bij het schatten van de standaarddeviatie uit een grafiek van een normale verdeling.

Subdomein E6: Statistiek met ICT

- 13 De kandidaat beheerst statistisch ICT-gebruik in relatie met de subdomeinen E1, E2, E3, E4 en E5 om grote datasets te interpreteren en te analyseren.

Het basisidee is om ICT-gebruik in de statistiek prominent in het programma op te nemen. Het subdomein E6 staat nu parallel geschakeld met E1 tot en met E5. Er wordt vanuit gegaan dat data vaak in digitale bestanden gegeven zijn en met ICT verwerkt worden.

Domein H: Keuzeonderwerpen (40 slu)

Dit gedeelte kan de school zelf invullen en kan per kandidaat verschillend zijn.

De keuze voor een onderwerp kan gericht zijn op de blik naar buiten en op de individuele interesses van leerlingen.

Bijlage F Wiskunde D

Deze bijlage bestaat uit vier onderdelen:

1. een verantwoording van de inhoudelijke keuzes die zijn gemaakt bij het ontwikkelen van de programma's voor Wiskunde D;
2. een verzameling van enkele kwantitatieve gegevens over de implementatie van Wiskunde D;
3. een overzicht van het ontwikkelde lesmateriaal voor Wiskunde D;
4. een overzicht van de regionale steunpunten Wiskunde D en een korte beschrijving van hun activiteiten.

F.1 De programma's voor Wiskunde D

Deze paragraaf is gebaseerd op het Invoeringsplan Wiskunde D (cTWO 2006b).

Doelstelling

Bij de invoering van Wiskunde D in 2007 is geformuleerd dat het vak bedoeld is ter verdieping en verbreding van de wiskunde die de leerlingen in het profiel Natuur en Techniek bestuderen. Het vak biedt bovendien kansen om in het wiskundeonderwijs actuele en vernieuwende ontwikkelingen aan de orde te stellen en samenwerking met het vervolgonderwijs vorm te geven. Trefwoorden voor Wiskunde D zijn uitdaging, actualiteit, contact met hoger onderwijs en raakvlak met andere exacte vakken. Men beoogt met Wiskunde D samenhang binnen de wiskunde zichtbaar te maken. Het kent meer diepgang en abstractie dan Wiskunde B. Het vak heeft leerlingen het volgende te bieden:

- *Verbreding.* Door Wiskunde D te kiezen krijgen leerlingen een bredere kijk op wiskunde en ervaren ze de diversiteit binnen het vakgebied. Ook de toepassing van wiskunde in andere vakken en in beroepspraktijk draagt hieraan bij.
- *Verdieping.* Binnen Wiskunde D wordt dieper ingegaan op fundamentele deelgebieden en hun toepassingen. Daardoor krijgt de leerling een beter beeld van wiskunde als zelfstandige discipline, maar ook als wetenschap die zich in samenhang met nieuwe perspectieven in andere vakgebieden ontwikkelt.
- *Vorbereiding.* Wiskunde D vormt een goede voorbereiding op een

exacte of technische vervolgopleiding. De leerling ontwikkelt een groter repertoire aan wiskundige vaardigheden, komt in contact met het hoger onderwijs en zal in de vervolgopleiding van deze grotere voorkennis profiteren. De relatie met en de aansluiting bij het hoger onderwijs kenmerkt Wiskunde D. Specifiek voor havoleerlingen geldt dat Wiskunde D ook de overgang naar vwo met Wiskunde B vergemakkelijkt.

- *Eigen keuzes.* Vanwege de keuzemogelijkheden biedt Wiskunde D de ruimte voor scholen en voor leerlingen om hun voorkeuren te volgen. Eigen inkleuringen van het vak zijn tot op zekere hoogte mogelijk en worden aangemoedigd. Dit maakt het mogelijk een programma samen te stellen waarin wordt ingegaan op de wensen van de leerlingen. Docenten kunnen daardoor bovendien onderdelen opnemen waarin zij zich extra bekwaamd hebben.

Kaders

De volgende kaders voor Wiskunde D zijn van belang:

- Wiskunde D heeft in vwo een omvang van 440 studielasturen en in havo van 320 studielasturen. Het wordt gevolgd naast Wiskunde B. Het wordt afgesloten met een schoolexamen; er is dus geen centraal examen.
- In zowel havo als vwo is Wiskunde D een profielkeuzevak van het profiel NT naast informatica, biologie en Natuur, Leven en Technologie (NLT). De school bepaalt het aanbod van profielkeuzevakken. Leerlingen dienen als profielkeuzevak één van deze vier vakken van het profielkeuzeblok te kiezen.
- Leerlingen met andere profielen dan NT die Wiskunde B in hun pakket hebben, kunnen het vak, of onderdelen van het vak, opnemen in het vrije deel.
- Voor alle vakken is in 2007 besloten om de examenprogramma's zo globaal te omschrijven, dat gedetailleerde aanwijzingen voor de toetsing verdwijnen en dat er ruimte is voor keuzes voor scholen. Omdat Wiskunde D met een schoolexamen wordt afgesloten, kan de keuzevrijheid voor scholen eenvoudig worden gerealiseerd.
- Wiskunde D speelt geen rol in de toelatingsvoorwaarden van het hoger onderwijs, al is het mogelijk dat onderdelen van Wiskunde D

gecompenseerd worden in de vervolgopleiding.

- Wiskunde D biedt mogelijkheden voor samenhang met andere vakken, in het bijzonder met Wiskunde B en het profielkeuzevak Natuur, Leven en Technologie (NLT). Zo kunnen bijvoorbeeld modules van NLT met een voldoende wiskundig gehalte ook fungeren als keuzeonderwerpen in Wiskunde D. Denk bijvoorbeeld aan mathematische fysica, kunstmatige intelligentie en cryptografie en security. Andersom kunnen het domein *Dynamische systemen* en onderdelen uit de statistiek bij NLT worden ingepast. Dergelijke uitwisselingen bevorderen de samenhang en de financiële en organisatorische haalbaarheid; tevens ondersteunen ze het wiskundig en modelmatig denken. Hierbij dient wel rekening te worden gehouden met het gegeven dat NLT, anders dan Wiskunde D, ook naast Wiskunde A gevolgd kan worden.

Wiskunde D havo

Wiskunde D biedt aan havoleerlingen de gelegenheid de dynamiek van het vak wiskunde te ervaren aan de hand van belangrijke toepassingen in de beroepspraktijk. De commissie cTWO stelt een programma voor met een kern rond meetkunde en statistiek en kansrekening. Daarnaast kent het een domein waarin de toepassingen van wiskunde in technologie centraal staan. De keuzeonderwerpen bieden mogelijkheden voor verdere verbreding en verdieping; voorts is er de mogelijkheid om in te spelen op actuele ontwikkelingen of nieuwe toepassingen.

- *Het domein Statistiek en kansrekening.* Voor NT-leerlingen is een kennismaking met dit domein zowel met het oog op de vervolgopleiding als op de algemene vorming relevant. In het eerste programmavoorstel werd nog voorzien in de mogelijkheid om dit onderdeel gezamenlijk met Wiskunde A aan te bieden. Dat bleek echter niet aan te sluiten bij de praktijk. Met de vernieuwing van de programma's zijn deze onderdelen in Wiskunde A en D uit elkaar gegroeid. In een subdomein wordt een profielspecifieke verdieping van statistiek en kansrekening voorgeschreven. Hierbij valt te denken aan het toepassen van statistische verwerkingsmethoden op data uit een technische context, al dan niet met statistische

software, zodat een kruisbestuiving plaatsvindt tussen onderzoeksvaardigheden en ICT-vaardigheden. Ook is het mogelijk om meer aandacht te besteden aan de uitbreiding van het begrippenapparaat (toevalsvariabele, steekproeven, meetniveaus). Overigens zal het domein *Statistiek en kansrekening* ook interessant zijn voor leerlingen in andere profielen die Wiskunde B volgen; zij kunnen het domein in het vrije deel opnemen.

- *Het domein Ruimte meetkunde.* Vlakke meetkunde komt aan bod in het programma Wiskunde B havo. Maar ook ruimte meetkunde is voor exact georiënteerde havoleerlingen in hoge mate relevant. Dit onderdeel van het programma is niet nieuw; het is stof uit oude Wiskunde B- of Wiskunde B1,2-programma's.
- *Het domein Wiskunde in technologie.* Dit domein beoogt leerlingen zicht te geven op toepassingen van wiskunde in exacte vervolgopleidingen en beroepen. Het is een praktijkgericht domein dat zicht geeft op processen waarin het toepassen van wiskunde een rol speelt. *Wiskunde in technologie* wordt bij voorkeur vormgegeven in nauwe samenwerking met instellingen voor hoger onderwijs. Hier is een belangrijke taak weggelegd voor hogescholen via participatie in steunpunten Wiskunde D. Bij de invulling van dit domein valt te denken aan een masterclass rond een voor deze doelgroep relevant onderwerp, die in samenwerking met de hbo-instelling is ontwikkeld of wordt uitgevoerd. Ook kan gedacht worden aan een onderzoeksopdracht die gericht is op de beroepspraktijk of deel uitmaakt van het programma van een vervolgopleiding. Zo mogelijk worden toekomstige studenten van exacte studierichtingen hiervoor tijdens de vervolgstudie gecompenseerd.
- *Het domein Keuzeonderwerpen.* De keuzeonderwerpen hebben een wiskundig-inhoudelijk karakter. Het geeft scholen en leerlingen de mogelijkheid een eigen invulling voor Wiskunde D te kiezen. Met die vrijheid kan worden ingespeeld op actuele ontwikkelingen in de wiskunde, in andere exacte vakken en in het beroepsonderwijs. De onderwerpen kunnen aansluiten bij de vaste domeinen om zo voor extra verdieping te zorgen, maar kunnen ook nieuwe perspectieven naast het kernprogramma vormen. Voorbeelden zijn complexe

getallen, numerieke methoden, priemgetallen en codering, optimaliseren, toegepaste analyse, perspectief, projectiemethoden en cartografie. Denk verder ook aan Zebraboekjes, aan domeinen uit NLT die een wiskundige component hebben, of aan materiaal dat door het hoger onderwijs is ontwikkeld.

Wiskunde D vwo

Wiskunde D brengt bij vwo-leerlingen meer diepgang aan in de opgebouwde kennis, waardoor ook het inzicht in en de reflectie op werkwijze en nut van wiskundige vaardigheden verbetert. De commissie cTWO stelt een programma voor met een kern rond meetkunde, analyse van dynamische systemen, complexe getallen en kansrekening en statistiek. De verdieping zit met name in de meetkunde. Dynamische systemen en complexe getallen vormen een verbreding op het analyseprogramma die aansluit bij onderwerpen in de exacte vakken. Daarnaast is er ruimte voor een domein waarin de rol van wiskunde als, en in, wetenschap centraal staat. Het keuzeonderwerp biedt mogelijkheden voor verdere verbreding en verdieping en voor het inspelen op actuele ontwikkelingen of nieuwe toepassingen.

- *Het domein Kansrekening en statistiek.* Voor NT-leerlingen is een kennismaking met dit domein zowel met het oog op de vervolgopleiding als op de algemene vorming relevant. Het blijkt een belangrijke wens van universitaire vervolgoopleidingen als geneeskunde en technische studies. In het eerste programmavoorstel werd nog voorzien in de mogelijkheid om dit onderdeel gezamenlijk met Wiskunde A aan te bieden. Dat bleek echter niet aan te sluiten bij de praktijk. Met de vernieuwing van de programma's zijn deze onderdelen in Wiskunde A en D uit elkaar gegroeid. In een subdomein wordt een profielspecifieke verdieping van kansrekening en statistiek voorgeschreven. Hierbij valt te denken aan meer theoretische achtergronden van kansmodellen of een onderwerp als wachttijden. Met name kunnen hierbij dwarsverbanden met de analyse worden gelegd. Bewust is er voor gekozen om, in tegenstelling tot de andere programma's, 'kansrekening' als eerste woord in de titel van het domein te vermelden, om zo aan te geven dat de invulling van dit

domein klassieker en theoretischer is dan bij de andere wiskunde-vakken. Overigens zal het domein *Kansrekening en statistiek* ook interessant zijn voor leerlingen in andere profielen die Wiskunde B volgen; zij kunnen het domein in het vrije deel opnemen.

- *Het domein Dynamische systemen.* De analyse van dynamische systemen leent zich bij uitstek voor het inzetten van wiskunde bij onderwerpen uit andere exacte vakken. Het redeneren over dynamische systemen speelt bij die vakken een belangrijke rol. Dit domein bestaat uit zowel discrete dynamische systemen als continue, ofwel differentiaalvergelijkingen. Deze onderwerpen kwamen in het verleden bij Wiskunde B1,2 aan bod. Leerlingen moeten de stof uit dit domein kunnen toepassen in een profielspecifieke probleemsituatie. Hierbij kan gedacht worden aan bepaalde gedeelten van de natuurkunde, zoals de klassieke mechanica, of in populatiemodellen uit de biologie.
- *Het domein Meetkunde.* In dit domein wordt zowel de synthetische als de analytische aanpak van de meetkunde uit Wiskunde B verdiept. Hierbij komen in ieder geval ook coördinaten in meerdere dimensies aan bod. De synthetische meetkunde uit de oude Wiskunde B-programma's kan ook in dit domein een plaats vinden. Dit laatste kan gekoppeld worden aan onderzoek met behulp van ICT, bijvoorbeeld met GeoGebra aan kegelsneden.
- *Het domein Complexe getallen.* Zowel vanuit vervolgoopleidingen als door docenten bij veldraadplegingen is gepleit voor het onderwerp complexe getallen. In het subdomein *Profielspecifieke verdieping* kunnen raakvlakken met meetkunde of met natuurkunde (golven, elektriciteitsleer) worden onderzocht.
- *Het domein Wiskunde in wetenschap.* Dit domein beoogt leerlingen zicht te geven op wiskunde als wetenschap en op de manier waarop wiskunde binnen exacte wetenschappen functioneert. Het gaat hierbij niet alleen om de wiskundige resultaten, maar ook om het proces van het bedrijven van wetenschap. *Wiskunde in wetenschap* wordt bij voorkeur vormgegeven in nauwe samenwerking met universiteiten. Hier is een belangrijke taak weggelegd voor universiteiten via participatie in steunpunten Wiskunde D. Bij de invulling van dit domein valt te denken aan een masterclass

rond een voor deze doelgroep relevant onderwerp, die in samenwerking met de universiteiten is ontwikkeld of wordt uitgevoerd. Ook kan gedacht worden aan een opdracht die onderzoeksmatige vaardigheden vraagt en gericht is op een wetenschappelijke denkmethode. Zo mogelijk worden toekomstige studenten van exacte studierichtingen hiervoor tijdens de vervolgstudie gecompenseerd.

- *Het domein Keuzeonderwerpen.* Keuzeonderwerpen hebben een wiskundig-inhoudelijk karakter. Het geeft scholen en leerlingen de mogelijkheid een eigen invulling voor Wiskunde D te kiezen. Met die vrijheid kan worden ingespeeld op actuele ontwikkelingen in de wiskunde en in andere exacte vakken. De onderwerpen kunnen aansluiten bij de vaste domeinen om zo voor extra verdieping te zorgen, maar kunnen ook nieuwe perspectieven naast het kernprogramma vormen. Voorbeelden zijn numerieke methoden, getaltheorie, cryptografie, perspectief, projectiemethoden en cartografie, geschiedenis van de wiskunde en lineaire algebra. Denk verder ook aan Zebraboekjes, aan domeinen uit NLT die een wiskundige component hebben, of aan materiaal dat door het hoger onderwijs is ontwikkeld. Een keuzeonderwerp kan gecombineerd voor Wiskunde D en NLT worden aangeboden. Voorbeeldonderwerpen die zich hiervoor lenen zijn cryptografie en mathematische fysica.

F.2 Kwantitatieve gegevens Wiskunde D

Gegevens van DUO

Analyse: Nelleke den Braber (SLO), 2012

Hieronder staat een selectie uit de analyse van beschikbare data van de examenprogramma's van 2007. Voor de analyse is gebruik gemaakt van de gegevens zoals die aangeleverd zijn door de Dienst Uitvoering Onderwijs van het Ministerie van OCW (DUO/IB-groep). Verder is gebruik gemaakt van openbare data van DUO (http://data.duo.nl/organisatie/open_onderwijsdata).

In de analyse bleek dat data uit verschillende bestanden soms kleine verschillen vertoonden.

Tabel: aantal examenleerlingen havo

	2009		2010		2011	
	totaal aantal leerlingen	gemiddeld cijfer	totaal aantal leerlingen	gemiddeld cijfer	totaal aantal leerlingen	gemiddeld cijfer
Wiskunde A	28747	6,20	31274	6,20	32401	6,27
Wiskunde B	11217	6,02	12451	6,00	12188	6,03
Wiskunde D	1351	6,44	1301	6,44	1171	6,50

Tabel: aantal examenleerlingen vwo

	2009		2010		2011	
	totaal aantal leerlingen	gemiddeld cijfer	totaal aantal leerlingen	gemiddeld cijfer	totaal aantal leerlingen	gemiddeld cijfer
Wiskunde A	-	-	15565	6,45	16899	6,46
Wiskunde C	-	-	2940	6,27	2367	6,28
Wiskunde B	-	-	16568	6,49	17504	6,48
Wiskunde D	-	-	2744	7,15	2878	7,19

Tabel: aantal examenleerlingen in de N-profielen

	havo 2009		havo 2010		vwo 2010	
	totaal aantal leerlingen	gemiddeld cijfer	totaal aantal leerlingen	gemiddeld cijfer	totaal aantal leerlingen	gemiddeld cijfer
Wiskunde A	5430 (35%)	6,42	6294 (37%)	6,41	3657 (20%)	6,69
Wiskunde B	9716 (63%)	6,06	10783 (63%)	6,04	14559 (79%)	6,54
Wiskunde D	1351 (8,7%)	6,44	1301 (7,6%)	6,49	2744 (15%)	7,15
totaal aantal leerlingen N-profielen	15480	-	17088	-	18400	-

De totalen zijn niet altijd gelijk aan de som van de aantallen Wiskunde A en B. Dit kan een vervuiling in het databestand zijn. Merk op dat Wiskunde D enkel profielkeuzevak is in het NT-profiel en niet in het NG-profiel.

Tabel: SE- en CE-resultaten Wiskunde B voor leerlingen met en zonder Wiskunde D, 2010

Gemiddelde cijfers van leerlingen voor.....	havo SE	aantal SE havo	havo CE	vwo SE	aantal SE vwo	vwo CE
WB-totaal	6,04	10783	6,0	6,5	14559	6,6
WB met WD in het pakket	6,65	1301	7,0	7,3	2744	7,8
WB zonder WD in het pakket	5,96	9482	5,9	6,4	11815	6,3
WD-totaal	6,4	1301	nvt	7,1	2744	nvt

Niet alle leerlingen die een SE-cijfer hebben, hebben ook examens gedaan. Het SE-aantal is dus hoger dan het CE-aantal.

Tabel: aantal scholen met Wiskunde D examenleerlingen (unieke BRIN-codes)

examenjaar	2009	2010	2011
totaal aantal scholen havo en vwo	457	454	458
totaal WD	196 (43%)	318 (70%)	326 (71%)
totaal WD havo	196	198	186
totaal WD vwo	-	312	320

Tabel: aantal leerlingen man/vrouw en cijfers Wiskunde D

	havo 2009		havo 2010		vwo 2010	
	aantal leerlingen	gemiddeld cijfer	aantal leerlingen	gemiddeld cijfer	aantal leerlingen	gemiddeld cijfer
totaal	1351 (8,7% ¹)	6,44	1301 (7,6%)	6,44	2744 (15%)	7,15
man	1190	6,41	1118	6,43	1986	7,08
vrouw	161	6,60	183	6,48	758	7,32

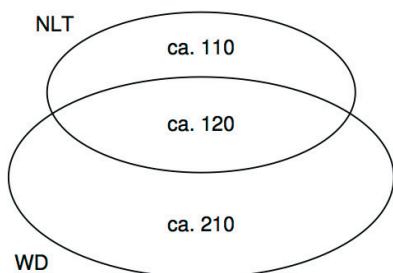
¹ percentage van het aantal leerlingen in de N-profielen.

Wiskunde D vergeleken met NLT

NLT:	minder scholen dan Wiskunde D, meer leerlingen per groep ca. 230 scholen / ca. 5400 leerlingen		
Wiskunde D:	meer scholen, minder leerlingen per groep ca. 330 scholen / ca. 4100 leerlingen		
Havo:	Aantal leerlingen NLT	>	Aantal leerlingen WD
	ca. 3000		ca. 1300
Vwo:	Aantal leerlingen WD	>	Aantal leerlingen NLT
	ca. 2750		ca. 2375

Meisjes kiezen vaker NLT dan WD, vooral op havo (factor 6)

Overlap scholen



Enquête onder docenten Wiskunde D

Analyse: Xandra Snoeker (Radboud Universiteit), 2012

De gezamenlijke steunpunten Wiskunde D hebben in de zomer van 2012 een enquête gehouden onder docenten Wiskunde D. Doel van de enquête was een beeld te krijgen van de positie van Wiskunde D op scholen en te inventariseren wat de steunpunten zouden kunnen doen om docenten te ondersteunen.

De enquête is door cTWO per mail onder de aandacht gebracht van alle deelnemers van de Wiskunde D-dag van 8 juni 2012. Ook is een oproep geplaatst in de WiskundeE-brief van 24 juni 2012 om de enquête in te vullen. De enquête is ingevuld door 43 respondenten van 40 verschillende scholen,

waaronder 6 gymnasia. Op alle scholen werd Wiskunde D aangeboden op het vwo, op 22 scholen ook op het havo.

Opvallend is dat meer dan de helft van de respondenten volgens het schoolmodel werkt en nog geen contact heeft met een regionaal steunpunt. Het beleid ten aanzien van Wiskunde D is zeer uiteenlopend. Op enkele scholen is Wiskunde D verplicht in het NT-profiel, op enkele andere wordt Wiskunde D in de vierde klas gecombineerd met NLT. Daardoor wordt de definitieve keuze uitgesteld. Op bijna de helft van de scholen worden horizontale, maar nog vaker verticale combinatiegroepen gevormd. Op sommige scholen wisselt dit van jaar tot jaar. De minimale groepsgrootte (van een al of niet gecombineerde groep) varieert van 10 tot 18 leerlingen. De meest genoemde bedreiging is dat structureel een te klein aantal leerlingen Wiskunde D kiest. Daarnaast moet er op een aantal scholen bezuinigd worden en zijn er andere vakken die concurreren met Wiskunde D. NLT wordt door circa de helft van de respondenten als grote concurrent gezien. Op scholen waar Wiskunde D veel wordt gekozen, denkt men dat dit komt door een goede voorlichting in klas 3, maar nog vaker wordt enthousiasme van docenten genoemd als reden.

Een groot deel van de respondenten heeft nog geen contact met een steunpunt, maar heeft wel behoefte aan ondersteuning middels bijvoorbeeld netwerkbijeenkomsten. Qua nascholing gaat de voorkeur uit naar inhoudelijke scholing, die liefst doordeweeks overdag gegeven zou moeten worden.

Voor activiteiten met leerlingen heeft men zeker ook interesse. Masterclasses van een dag of middag genieten daarbij duidelijk de voorkeur. Maar ook andere activiteiten, zoals practica doen op de universiteit, worden als interessant aangemerkt – zeker als die worden ondersteund met lesmateriaal. Het beschikbare lesmateriaal van de uitgevers en de steunpunten, voor zover men ermee bekend is, wordt als voldoende of goed beoordeeld.

Het nut van Wiskunde D, ten slotte, is voor docenten zeer duidelijk: ze vinden het een uitdagend vak, dat leerlingen de kans biedt kennis te maken met een andere kant van de wiskunde en het nut van wiskunde in de praktijk. Ook wordt het gezien als een vak dat de aansluiting met het hoger onderwijs

verbetert. Volgens veel respondenten ervaren leerlingen het nut van het vak pas echt, als ze aan vervolgonderwijs begonnen zijn. Ook merken leerlingen dat Wiskunde D een positief effect heeft op Wiskunde B.

F.3 Lesmateriaal Wiskunde D

Voor Wiskunde D zijn schoolboeken ontwikkeld in de series Getal en Ruimte, Moderne Wiskunde, Netwerk en de Wageningse Methode; de laatste is vrij beschikbaar. De Zebrareeks biedt ook tal van onderwerpen die in de Wiskunde D-les kunnen worden gebruikt. Daarnaast zijn er bij veel (sub)domeinen uit het examenprogramma op zichzelfstaande lesmodulen ontwikkeld vanuit steunpunten of door individuele docenten. De modulen die vrij beschikbaar zijn via de site www.ctwo.nl (onder Wiskunde D, lesmaterialenoverzicht) staan hieronder. Het Platform Wiskunde Nederland heeft inmiddels het initiatief genomen dergelijke modulen te gaan certificeren.

Havo

Domein Statistiek en kansrekening

- De NLT-module Maak het verschil

Domeinen Wiskunde in technologie en Keuzeonderwerpen

- Beslissen in netwerken (Fontys/Essers). Er zijn van deze module twee uitbreidingen en bewerkingen gemaakt (Van de Werf resp. Van Ballegooij)
- E-klas Cryptografie (Its Academy)
- Lenen of sparen? (Fontys/Horlings en Zenhorst)
- Logica (Windesheim/Wolberink & Ridderbos)
- Problemen oplossen én uitleggen (HU/Puite)
- Tandwielen (HAN/Reuling)
- Toegepaste Analyse (cTWO-werkgroep/Blankespoor, Michon, Treurniet & Van de Velde)
- Toegepaste analyse: exponentiële en logaritmische functies (cTWO-werkgroep/Spijkers)
- Toegepaste analyse: goniometrische functies (cTWO-werkgroep/Spijkers)

Vwo

Domein Kansrekening en statistiek

- Bestaat toeval? De bell-ongelijkheden (RUN/Landsman)
- Combinatoriek en partities (UU/De Marez Oyens & Van de Leur)
- De NLT-module M
- Zet en interpreteren
- De NLT-module Zuiver drinkwater!
- Interpretatie van kansen (RUN/Dekker & Landsman)
- Kansrekening voor Wiskunde D (VU/Van den Brandhof)
- Levende Statistiek (LUMC/De Wreede & Van Eeghen)
- Van Fibonacci naar Chaos: deterministisch of stochastisch? (UvA/Pijls)
- Wachtijdtheorie (De Goede & Van Asselt)

Domein Dynamische systemen

- Chaos (Van Hirtum)
- De NLT-module Dynamische modellen
- Discrete dynamische modellen: wiskundige modellen met rijen, vectoren en matrices (Universiteit Leuven/Deprez & Roels)
- Dynamische modellen (UU/Verhulst)
- Dynamische modellen (in biologie, scheikunde en natuurkunde) (TUE)
- E-klas discrete dynamische systemen (Its Academy)

Domein Complexe getallen

- Complexe getallen in context (Dames en Van Gendt)
- Complexe getallen voor Wiskunde D (UvA/Van de Craats)
- Complexe stromen (UU/Goddijn & Van Hoof)
- Wat? Nog meer getallen! Complexe getallen en toepassingen (TUE/Sterk)

Domeinen Wiskunde in wetenschap en Keuzeonderwerpen

- Aandelen en opties (UTwente)
- Algoritmië (TUE/Mark de Berg)
- Astrofysica (RUN)
- Beslissen in netwerken (Fontys/Essers)
- Computeralgebra (cTWO-werkgroep/Klein)
- Conflictlijnen en spiegels (UU/Profi)
- Cryptografie (Bakker & Stienstra)
- Cryptografie en getaltheorie (TUE/Lambeck)

- Diophantische vergelijkingen: mogelijkheden en onmogelijkheden (UU/Cornelissen)
- Discrete wiskunde (UTwente)
- Diswis: grafentheorie (De Praktijk)
- E-klas Logica (Its Academy)
- Financiële wiskunde (UvT)
- Golven en tsunami (UTwente)
- Grafen: kleuren en routeren (CWI/Schrijver)
- Het Poincaré-vermoeden (Steunpunt Noord-Holland/TopWis)
- Lineaire algebra (Hengeveld)
- Lineaire algebra toegepast (Dames & Van Gendt)
- Modelleren (UTwente)
- Optimalisatie in netwerken (VU/Tijms)
- Optimaliseren in netwerken (TU Delft)
- Speltheorie (UvT)
- Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen (Van Hirtum)
- Verkeer en files (UTwente)
- Wave (UTwente)

F.4 Steunpunten Wiskunde D

Hieronder volgt een overzicht van de steunpunten Wiskunde D. De meeste steunpunten zijn inmiddels onderdeel van brede regionale bètasteunpunten, die te vinden zijn op www.betasteunpunten.nl. Per steunpunt wordt kort aangegeven wat voor soort activiteiten er op het gebied van Wiskunde D worden ondernomen. Het betreft uiteraard een momentopname.

- **Bètasteunpunt Amsterdam / Its Academy** (Universiteit van Amsterdam, Vrije Universiteit, Hogeschool van Amsterdam, Inholland). In dit steunpunt is de afgelopen jaren lesmateriaal ontwikkeld, bijvoorbeeld in de vorm van e-classes, 'Its labs' of minimodules. Regelmatig organiseert men lessen (bijvoorbeeld over wiskunde en biodiversiteit) of masterclasses (bijvoorbeeld over cryptografie) voor scholieren aan één van de vier participerende HO-instellingen. Bètapartners is de naam van het netwerk van de vier HO-instellingen met 32 scholen in de regio. Sommige scholen, bijvoorbeeld rondom Alkmaar, voeren het Wiskunde D-onderwijs gezamenlijk uit.

- **Bètabreed Steunpunt Brainport** (Technische Universiteit Eindhoven, Fontys Hogescholen). Dit steunpunt houdt zich bezig met het beschikbaar stellen van geschikt lesmateriaal, dat voor een deel zelf is ontwikkeld, en met het organiseren van professionaliseringsbijeenkomsten voor docenten uit het VO. Hierbij gaat het niet alleen om inhoudelijke verdieping, maar ook om het uitwisselen of bespreken van lesmateriaal en didactische methoden. Ieder jaar maken 300 à 350 leerlingen gebruik van de practica die de TU/e organiseert rondom complexe getallen, cryptologie en geluid.
- **Radboud PUC of Science** (Radboud Universiteit Nijmegen). Onderdeel van dit brede regionale bètasteunpunt is het regionale steunpunt wiskunde. Dit steunt scholen bij het geven van wiskunde en brengt docenten in contact met elkaar. Het organiseert jaarlijks twee masterclasses voor leerlingen over steeds wisselende onderwerpen. De afgelopen jaren zijn topologie, forensische statistiek en de spirograaf aan bod gekomen. Daarnaast zijn lesmodules over Astrofysica en Introductie topologie ontwikkeld. Jaarlijks wordt een nascholingsbijeenkomst voor docenten, de WiskundeDialog, georganiseerd. Ook worden gastlessen en begeleiding bij profielwerkstukken aangeboden.
- **Het Brede Regionale Steunpunt Noord** (Rijksuniversiteit Groningen, Hanzehogeschool Groningen, Van Hall Larenstein, Noordelijke Hogeschool Leeuwarden). Onder dit netwerk van HO- en VO-instellingen in Noord-Nederland vallen Science LinX (RUG), het Aansluitingsnetwerk vo-ho Fryslân (NHL/VHL) en Betasteunpunt (Hanze). Er vinden regelmatig professionaliseringsbijeenkomsten voor docenten plaats en Science Linx organiseert activiteiten voor leerlingen. In het project 'Doe Wiskunde D met de RUG' worden videolessen gemaakt in een poule van verschillende VO-docenten uit de regio Groningen.
- **Bèta Steunpunt Oost** (Universiteit Twente, Hogeschool Saxion, Hogeschool Windesheim). De gemeenschappelijke doelstelling is om docenten te professionaliseren, zowel op inhoud als op studiekeuzegerelateerde activiteiten voor leerlingen, door inzicht te geven in wiskunde in wetenschap en techniek en door activiteiten voor leerlingen op de universiteit en op de hogeschool.

In het steunpunt werken docenten samen. In Twente werken docentontwikkelteams (DOTs) aan lessen via videoconferencing en moduleontwikkeling; een community of learners houdt zich bezig met professionaliseringsactiviteiten via lesson study van specifieke onderwerpen. Saxion en Windesheim hebben een havo-hbo-docentennetwerk dat een module Wiskunde in Technologie verzorgt. De inhoud op Saxion is afhankelijk van wat de havodocenten wensen; op Windesheim is het de module Logica. Bij de module Tandwielen kan een practicum op Saxion gevolgd worden. Docenten participeren deels ook in de DOT. Er worden ook gastcolleges aangeboden.

- **Bètasteunpunt Utrecht** (Universiteit Utrecht, Hogeschool Utrecht). Voor Wiskunde D organiseert dit steunpunt netwerkbijeenkomsten en nascholing, bijvoorbeeld over statistiek. Er is lesmateriaal, bijvoorbeeld over complexe stromen of over problemen oplossen en uitleggen. Jaarlijks is er de conferentie Bèta onder de Dom.
- **Regionaal Steunpunt Zuid-Holland** (TU Delft). In dit steunpunt is lesmateriaal ontwikkeld. Science centre, lerarenopleiding en aansluitingsafdeling hebben elkaar recent gevonden en men is bezig een samenwerking met scholen te realiseren. Onder de titel 'Delft voor docenten' is er een scholing waarin Wiskunde B- en D-onderwerpen aan bod komen.
- **Universiteit van Tilburg**. In juni 2012 is er een samenwerkingsverband getekend tussen de UvT en acht scholen. In dat verband worden in vwo 5 door VO-docenten drie modules gezamenlijk verzorgd en door de UvT één over besliskunde en speltheorie. In vwo 6 verzorgt de UvT er drie, onder andere over complexe getallen. Onderdeel van de afspraak is dat het aantal participerende docenten in het schooljaar 2013/2014 toeneemt naar tien. Er is ook ondersteuning bij Wiskunde B en er vindt nascholing rond Wiskunde D-onderwerpen plaats.
- **Hogeschool Arnhem-Nijmegen**. Na de ontwikkeling van de module over tandwieloverbrengingen lag dit steunpunt een tijdje stil. Inmiddels is er weer de intentie om een doorstart te maken en daarbij aan te sluiten bij het brede regionale steunpunt.
- **Maastricht University**. Er zijn drie keer per jaar netwerkbijeenkomsten voor Wiskunde D-docenten uit de regio. Hier nemen zo'n negen scholen redelijk trouw aan deel. Naast het uitwisselen van ervaringen

wordt tijdens deze bijeenkomsten meestal ook een lezing gegeven door een stafid van de universiteit of iemand van buiten over onderwerpen die gerelateerd zijn aan Wiskunde D, zoals complexe getallen, speltheorie en meetkunde, of over een interessegebied van de spreker ter illustratie van de rol van wiskunde hierin.

Bijlage G Standpunten uit het visiedocument

In 2007 publiceerde cTWO haar visie op vernieuwd wiskundeonderwijs in het rapport Rijk aan betekenis (cTWO 2007a). We sommen hier de standpunten uit dit document op.

1. Wiskunde is een kernvak in het voortgezet onderwijs vanwege haar historische, culturele, wetenschappelijke en maatschappelijke relevantie. De inhoud dient aangepast te zijn aan de doelgroep en gericht te zijn op de ontwikkeling van de talenten van de betrokken leerlingen, door middel van lange leerlijnen die voorbereiden op vervolgopleidingen.
2. Het wiskundeonderwijs zoekt een balans tussen enerzijds wiskunde als zelfstandige discipline – als denkwijze waarin abstraheren, generaliseren en formeel manipuleren een grote rol spelen – en anderzijds wiskunde als instrument voor het modelleren van probleemsituaties, als hulpmiddel dat toegepast wordt in praktische, technische en wetenschappelijke situaties. De ijkning van deze balans zal per schooltype en per profiel verschillen.
3. Elk van de programma's voor de zeven wiskundevakken in havo en vwo heeft een eigen karakterisering in sfeer, doelen, toepassingen en contexten, passend bij de doelgroep en de relevante vervolgstudies. Bij Wiskunde B en D heeft diepgang prioriteit boven breedte. Wiskunde A kenmerkt zich door de toepassingsgerichtheid, Wiskunde C door een algemene wiskundige en statistische vorming met historische en culturele accenten.
4. Kernconcepten in het wiskundeonderwijs van havo en vwo zijn getal, formule, functie, verandering, ruimte en toeval. Centrale denkactiviteiten zijn modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen. Deze kernconcepten, denkactiviteiten en de bijbehorende vaardigheden moeten als lange leerlijnen door het gehele programma van havo-vwo lopen.
5. Inhoudelijke interactie met docenten is essentieel voor het leren van wiskunde. Dientengevolge vraagt een goede leeropbrengst om een meer dan modaal aantal contacturen.

6. De docent is de professional in de klas en de expert van het onderwijsleerproces. Essentieel zijn een brede en diepe vakkennis en het vermogen om die te vertalen in adequaat en didactisch verantwoord onderwijs. Een succesvolle implementatie van het vernieuwde wiskundeonderwijs vraagt om ruime faciliteiten van vakinhoudelijke en vakdidactische scholing.
7. In de didactische vormgeving van de curricula staat een intern-wiskundig samenhangend netwerk van concepten centraal. Wiskundige of toegepaste contexten kunnen daaraan een bijdrage leveren. Niet-authentieke contexten kunnen als metafoor fungeren, maar dienen in het algemeen te worden vermeden, evenals 'verhaaltjessommen'.
8. Elk van de zeven examenvakken in havo-vwo kent een eigen balans tussen intern-wiskundige structuur en authentieke toepassingen. Die karakteristieken volgen uit de verschillen in doelgroep en doorstroomkwalificaties. In de programmabeschrijving van elk vak wordt de karakteristiek expliciet geformuleerd.
9. In elk van de curricula wordt aandacht besteed aan de brede betekenis van de wiskunde. Hiertoe wordt in de programma's geormerkte studielast gereserveerd voor een zogenaamde 'blik naar buiten'. Deze ruimte wordt ingevuld door docenten en vaksecties, die hierbij samenwerken met bedrijfsleven, instellingen voor hoger onderwijs en landelijke initiatieven
10. De rol van educatieve software moet zijn 'use to learn' en niet 'learn to use'. Het gebruik van ICT staat ten dienste van het onderwijsproces, van het leren van wiskunde. Bij het gebruik van ICT als rekengereedschap is het zaak ervoor te zorgen dat dit de ontwikkeling en het onderhoud van de basisvaardigheden niet in de weg staat. In dit licht is een heroverweging van het huidige gebruik van de grafische rekenmachine in het wiskundeonderwijs gewenst.
11. Onderzoek en experimenten op het gebied van een verantwoord gebruik van ICT in het wiskundeonderwijs zijn noodzakelijk. Het voorgestelde onderzoek moet zich richten op
 - a. het ontwikkelen van een ICT-didactiek die zich toespitst op 'use to learn';

- b. het tegengaan van de genoemde neveneffecten van de huidige generatie rekenmachines;
 - c. het bestuderen van de mogelijkheden en onmogelijkheden van rekenmachines met faciliteiten voor symbolische manipulatie zoals computeralgebra.
12. Onderbouw en Tweede Fase van havo-vwo moeten in elk van de genoemde opzichten – programmatisch, didactisch, qua leeromgeving en verwachtingen – beter op elkaar aansluiten. Zowel het programma als de didactiek moeten als een continue lijn door het voortgezet onderwijs lopen. De herprogrammering van lange leerlijnen vanuit de onderbouw moet hand in hand gaan met een geleidelijke niveauverhoging en differentiatie naar te kiezen wiskundevakken in het vierde leerjaar.
 13. Een goede voorbereiding op de verschillende vervolgotrajecten is een belangrijke randvoorwaarde voor de inrichting van de verschillende wiskundevakken in de Tweede Fase. Samenwerking tussen het voortgezet onderwijs, het middelbaar beroepsonderwijs en het hoger onderwijs is noodzakelijk om per wiskundevak de balans te bepalen tussen vaardigheid, wiskundige inhoud en toepasbaarheid. In deze samenwerking dienen ook de pedagogisch/didactische continuïteit, de verandering van leeromgeving en het scheppen van juiste studieverwachtingen een plaats te krijgen.
 14. In de ontwikkeling van de vernieuwde vakken van de Tweede Fase moet de samenhang tussen de verschillende wiskundevakken en andere vakken worden verbeterd, evenals de onderlinge afstemming. Het gaat daarbij niet uitsluitend om de exacte vakken, maar ook bijvoorbeeld om economie en aardrijkskunde. Bij programmatische keuzes en/of dilemma's voor verbetering van de horizontale overstap van havo naar vwo ten opzichte van de verbetering van de aansluiting vo-ho heeft de laatste het primaat.
 15. Het beheersingsniveau van geautomatiseerde wiskundige en in het bijzonder algebraïsche vaardigheden vereist een voortdurende en zorgvuldige toetsing. Deze vaardigheden dienen ook op het Centraal Examen getoetst te worden, waarbij aan de beheersing hoge eisen worden gesteld.
 16. De beheersing van correcte wiskundige terminologie en notatie is

- een aspect van het wiskundeonderwijs dat een structurele plaats verdient – door het hele onderwijs heen tot en met de eindexamens.
17. Hulpmiddelen, zoals ICT en de formulekaart, mogen datgene dat getoetst wordt (bijvoorbeeld algebraïsche vaardigheden) niet in de weg staan. Heroverweging van de plaats van de grafische rekenmachine en de formulekaart op het CE is noodzakelijk.
 18. Een herbezinning op de rol van contexten in het CE is gewenst. Daarbij dient het karakter van de verschillende wiskundevakken betrokken te worden.
 19. De vakinhoudelijke en vakdidactische scholing van aankomende docenten is essentieel voor de kwaliteit van het toekomstig wiskundeonderwijs. Dit betreft zowel de hbo tweedegraads opleidingen, de post-hbo eerstegraads opleidingen als de universitaire eerstegraads opleidingen.
 20. Het vakinhoudelijk niveauverschil tussen post-hbo eerstegraads lerarenopleidingen en de universitaire eerstegraads lerarenopleiding dient te worden verkleind; door structurele samenwerking kan de kwaliteit en kwantiteit van de uitstroom van gekwalificeerde eerstegraads wiskundeleraren worden vergroot.
 21. De invoering van de nieuwe programma's per 2010 heeft een permanente landelijke nascholing. De inhoud daarvan betreft voor de lespraktijk relevante vakinhouden en achtergronden, didactische werkwijzen, en uitwisseling van ervaringen met onderwijs en toetsing.
 22. De wet Beroepen in het Onderwijs stimuleert scholen en docenten niet om zich in te zetten voor een versterking van de vakinhoudelijke en vakdidactische kwaliteiten, die onder meer noodzakelijk zijn voor de implementatie van de voorgestelde onderwijsvernieuwingen. Maatregelen van OCW moeten hierin in positieve zin verandering brengen.

Bijlage H Betrokkenen

Samenstelling commissie cTWO

- Dirk Siersma (voorzitter), hoogleraar wiskunde Universiteit Utrecht, voorzitter NOCW
- Paul Drijvers (secretaris tot 31-12-2010), universitair hoofddocent Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht
- Roel van Asselt, oud-lector Saxion Hogeschool Enschede en oud-directeur Landelijk informatie- en expertisecentrum aansluiting hbo (Lica)
- Henk Broer, hoogleraar wiskunde Rijksuniversiteit Groningen
- Swier Garst, leraar wiskunde
- Carel van de Giessen, leraar wiskunde
- Marian Kollenveld, leraar wiskunde en voorzitter Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren
- Anne van Streun, emeritus hoogleraar didactiek van de wiskunde en de natuurwetenschappen Rijksuniversiteit Groningen
- Marja Bos, leraar wiskunde en schooldecaan (per 1-1-2010)
- Christiaan Boudri, docent wiskunde en toepassingsvakken Hogeschool Arnhem-Nijmegen (per 1-1-2010)
- Peter Kop, leraar wiskunde, vakdidacticus bij Iclon, Universiteit Leiden (per 1-1-2010)
- Ronald Meester, hoogleraar wiskunde Vrije Universiteit (per 1-1-2010)
- Jeroen Spandaw, universitair docent en vakdidacticus wiskunde TU Delft (per 1-1-2010)
- Frits Beukers, hoogleraar wiskunde Universiteit Utrecht (tot 1-1-2008)
- Rainer Kaenders, vakdidacticus en hoofd onderwijs Radboud Universiteit Nijmegen (tot 1-10-2007)
- Wim Kleijne, oud-inspecteur onderwijs, lid van beide profielcommissies (tot 1-11-2008)
- Mark Peletier, hoogleraar wiskunde TU Eindhoven (tot 1-2-2009)
- Chris Zaal, docent wiskunde-educatie en onderwijsontwikkelaar Universiteit van Amsterdam (tot 1-2-2009)
- Jan Blankespoor, docent wiskunde aan De Haagse Hogeschool (tot 1-1-2010)

Projectteam

- Peter van Wijk (teamleider per 1-8-2009)
- Hielke Peereboom
- Theo van den Bogaart (secretaris cTWO per 1-1-2011)
- Sieb Kemme (teamleider tot 1-8-2009)
- Ivo Claus (tot 1-8-2008)

- Swier Garst (projectuitvoering Wiskunde D van 1-3-2007 tot 1-8-2007)
- Pauline Vos (projectuitvoering Wiskunde D tot 1-3-2007)

Ondersteuning

- Ank van der Heiden
- Mark Uwland
- Heleen Verhage (financiën)

Het Freudenthal Instituut is penvoerder van cTWO. In inhoudelijk opzicht is cTWO een van alle partijen onafhankelijke commissie.

Programmacommissie havo-BD

- Roel van Asselt – Jan Blankespoor – Sjef van Gisbergen – Iris van Gulik – Wim Kleijne – Petra van Loon – Alma Taal – Pieter van der Zwaard

Programmacommissie havoA/vwoAC

- Nico Alink – Andries van der Ark – Frits Beukers – Joke Daemen – Grada Fokkens – Carel van de Giessen – Peter Kop – Anne van Streun

Programmacommissie vwo-BD

- Klaske Blom – Henk Broer – Josephine Buskes – Swier Garst – Rainer Kaenders – Jenneke Krüger – Mark Peletier – Chris Zaal

Programmacommissie onderbouw

- Saskia van Boven – Leon van den Broek – Kees Buijs – Adri Knop – Anja Moeijes – Anne van Streun – Monica Wijers

Vorbereidingscommissie Wiskunde D-2007

- Jan Blankespoor – Michiel Doorman – Carel van de Giessen – Aad Goddijn – Wim Kleijne – Marian Kollenveld

Subcommissie SKACA

- Arthur Bakker – Carel van de Giessen – Gerard Koolstra – Bert Nijdam

Werkgroep afstemming Wiskunde-Natuurkunde

- Carel van de Giessen – Ton Hengeveld – Henk van der Kooij – Kees Rijke – Wim Sonneveld

Afstemmingsgroep modelleren

- Paul Drijvers – Carel van de Giessen – André Heck – Kees Hooyman – Jenneke Krüger – Berenice Michels – Erwin Savelsbergh – Frank Seller – René Westra

Werkgroep ICT

- Jan Blankespoor – Christ van den Brand – Wim Caspers – Paul Drijvers – Nelly Michon – Gert Treurniet – Chris Zaal

Werkgroep denkactiviteiten

- Leon van den Broek – Hielke Peereboom – Rindert Reijenga – Daan van Smaalen – Wilbert Staal – Anne van Streun – Piet Versnel – Peter van Wijk

Werkgroep statistiek havo

- Marja Bos – Carel van de Giessen – Peter Kop – Peter van Wijk
Consultatie: Arthur Bakker – Erik van Barneveld – Paul Drijvers – Lisette Munneke – Heleen Traas – Lidy Wesker – Liesbeth de Wreede – Bert Zwaneveld

Werkgroep trajectenboek onderbouw

- Wilma Bouhof – Truus Dekker – Sanne van Dooremalen – Sieb Kemme – Monica Wijers

Werkgroep tussendoelen onderbouw

- Marja Bos – Nelleke den Braber – Johan Gademan – Iris van Gulik – Peter van Wijk

Projectgroep opgavenbank onderbouw

- Dédé de Haan (projectleider) – Hermien Eigeman – Bart Habraken jr – Kim Kaspers – Lambrecht Spijkerboer – Frits Spijkers – Mieke Thijsseling

Werkgroep samenhang en afstemming

- Nico Alink – Roel van Asselt – Nelleke den Braber – Jos Paus – Jos Tolboom

Redactiecommissie eindrapport

- Marja Bos (eindredactie) – Theo van den Bogaart (eindredactie) – Paul Drijvers – Marian Kollenveld – Hielke Peereboom – Dirk Siersma – Peter van Wijk

Medewerkers van andere instanties met een intensieve betrokkenheid

- *Onderzoek en ondersteuning:* Daniëlle van Remmelzwaan – Anneke Verschut

- *Curriculumevaluatie*: Wilmad Kuiper – Elvira Folmer – Lucia Bruning – Wout Ottevanger
- *SLO*: Nelleke den Braber – Iris van Gulik – Jenneke Krüger – Jos Tolboom
- *Cito*: Sjoerd Crans – Ger Limpens – Jos Remijn – Ruud Stolwijk – Gerard Stroomer – Wilbert Staal

Ontwikkelgroepen exemplarisch lesmateriaal

Wiskunde A havo

Statistiek en kansrekening	<i>auteur:</i>	Frits Spijkers
	<i>deskundige:</i>	Carel van de Giessen Wouter Boer
	<i>docent:</i>	Henk Reuling Anneke Verschut
	<i>projectteam:</i>	Peter van Wijk
Algebra en algebraïsche vaardigheden	<i>auteur:</i>	Frits Spijkers

Wiskunde B havo

Meetkundige berekeningen	<i>auteur:</i>	Frits Spijkers
	<i>deskundige:</i>	Marco Swaen
	<i>docent:</i>	Bert Tromp
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom
Bijsluiter rekenregels differentiëren	<i>auteur:</i>	Leon van den Broek

Wiskunde D havo (enkel materiaal specifiek voor de pilot; zie verder bijlage F)

Toegepaste analyse	<i>auteur:</i>	Frits Spijkers
	<i>deskundige:</i>	Christiaan Boudri
	<i>docent:</i>	Harm Bakker Bert Tromp
	<i>projectteam:</i>	Theo van den Bogaart

Wiskunde A vwo

Bijsluiters eindterm 4.4 en 4.5	<i>auteur:</i>	Leon van den Broek
Verbanden 1	<i>auteur:</i>	Leon van den Broek Gerard Koolstra Peter Kop
Verbanden 2	<i>auteur:</i>	Leon van den Broek Peter Kop
	<i>docent:</i>	Nicolette van de Kuilen Piet Versnel
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom
Verandering: Helling	<i>auteur:</i>	Leon van den Broek Peter Kop
	<i>docent:</i>	Nicolette van de Kuilen Cees Garst
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom
Verandering: Afgeleide	<i>auteur:</i>	Leon van den Broek Peter Kop
	<i>docent:</i>	Piet Versnel Ben Postema
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom

Wiskunde A en C vwo

Statistiek en Kansrekening v1	<i>auteur:</i>	Bert Nijdam
	<i>deskundige:</i>	Arthur Bakker
	<i>docent:</i>	Gerard Koolstra Carel van de Giessen
	<i>projectteam:</i>	Sieb Kemme
Statistiek en Kansrekening v2	<i>auteur:</i>	Leon van den Broek Maris van Haandel
	<i>deskundige:</i>	Carel van de Giessen Ronald Meester
	<i>docent:</i>	Piet Versnel Simon Biesheuvel
	<i>projectteam:</i>	Peter van Wijk

Wiskunde B vwo

Meetkunde met coördinaten v1	<i>auteur:</i>	Aad Goddijn
	<i>deskundige:</i>	Dick Klingens
	<i>docent:</i>	Josephine Buskes Richard Berends
	<i>projectteam:</i>	Sieb Kemme
Meetkunde met coördinaten v2	<i>auteur:</i>	Leon van den Broek Dolf van den Hombergh
	<i>deskundige:</i>	Aad Goddijn Dick Klingens
	<i>docent:</i>	Josephine Buskes Gert Dankers
	<i>projectteam:</i>	Theo van den Bogaart
Twee bijsluiters	<i>auteur:</i>	Theo van den Bogaart

Wiskunde C vwo

Algebra en tellen: Rekenen met patronen	<i>auteur:</i>	Gerard Koolstra
	<i>deskundige:</i>	Michiel Doorman
	<i>docent:</i>	Grada Fokkens
	<i>projectteam:</i>	Sieb Kemme / Hielke Peereboom
Algebra en tellen: Leesbaarheid v0	<i>auteur:</i>	Gerard Koolstra
Bijsluiter grafische rekenmachine	<i>auteur:</i>	Gerard Koolstra
	<i>deskundige:</i>	Michiel Doorman
	<i>docent:</i>	Grada Fokkens
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom
Verbanden: Cyclisch rekenen	<i>auteur:</i>	Gerard Koolstra
	<i>deskundige:</i>	Michiel Doorman
	<i>docent:</i>	Grada Fokkens
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom
Vorm en ruimte: Verhoudingen	<i>auteur:</i>	Leon van den Broek
	<i>deskundige:</i>	Agnes Verweij
	<i>docent:</i>	Cees Garst Nicolette van de Kuilen
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom
Vorm en ruimte: Perspectief	<i>auteur:</i>	Leon van den Broek
	<i>deskundige:</i>	Agnes Verweij
	<i>docent:</i>	Cees Garst

		Nicolette van de Kuilen
Veranderingen en Verbanden	<i>projectteam:</i>	Sieb Kemme
	<i>auteur:</i>	Jacques Jansen
	<i>deskundige:</i>	Michiel Doorman
	<i>docent:</i>	Simon Biesheuvel
Logisch redeneren		Floor van Lamoen
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom
	<i>auteur:</i>	Anton Roodhardt
		Michiel Doorman
	<i>deskundige:</i>	Theo Janssen
	<i>docent:</i>	Hugo Bronkhorst
		Jos Geerlings
		Johan Haasakker
Geschiedenis van getallen v0		Sjoerd Andringa
		R.M. Vodegel
	<i>projectteam:</i>	Ivo Claus
Geschiedenis van het getal(systemeem)	<i>auteur:</i>	Bart Zevenhek
Verbanden: Ontwikkelen	<i>auteur:</i>	Henk Reuling
		Piet Versnel
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom
	<i>auteur:</i>	Gerard Koolstra
Herhalingsmodule Verbanden en Tellen	<i>docent:</i>	Grada Fokkens
	<i>deskundige:</i>	Michiel Doorman
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom
Herhalingsmodule Vorm en ruimte	<i>auteur:</i>	Gerard Koolstra
	<i>projectteam:</i>	Hielke Peereboom
Wiskunde D vwo		<i>(enkel materiaal specifiek voor de pilot; zie verder bijlage F)</i>
Computeralgebra	<i>auteur:</i>	Hans Klein
	<i>deskundige:</i>	Paul Drijvers
	<i>projectteam:</i>	Theo van den Bogaart

Pilotscholen

Schoolgegevens	Vak	Docenten(1)	Aantal groepen (2)	Aantal leerlingen (2)	
Bornego College Ds. Kingweg 1 8446 KZ Heerenveen	vwoC	C. Hanse	1	6	
Carmelcollege Emmen Wendeling 59 7824 TB Emmen	havo A	M. Bos J. Fikkers	2	33	
	vwo B	M. Doijer	1	27	
Coornhert Gymnasium Jan van Renesseplein 1 2805 GT Gouda	vwo A	H. van Gendt	1	25	
	vwo B	R. Dames W. Wensink O. Bont	3	72	
		vwo D	R. Dames (5)		
	Da Vinci College Hoornselaan 10 1442 AX Purmerend	vwo A	P. Versnel D. Kenbeek	2	35
vwo C		P. Versnel	1	4	
Erfgooiers College Graaf Wichman 175 1276 KD Huizen	vwo B	G. Dankers	1	27	
	vwo D	A. Ebbers	1	9	
GSG Leo Vroman Burg. Martenssingel 15 2806 CL Gouda	havo A	H. Traas T. Stroosma E. van Barneveld	3	77	
		havo B	E. van Barneveld	1	16
		vwo A	T. Stroosma/ P. Kop	1	28
GSR Rotterdam Almeria-Erf 8 3067 WX Rotterdam	havo B	R. v.d. Berg	1	21	
Liemers College Heerenmäten 6 6904 XA Zevenaar	vwo B	G. Stroomer H. Reuling	2	37	
	vwo C	H. Reuling	1	5	
	vwo D	P. Raaijmakers	1	13	

CSG Liudger Raai 200 9202 HX Drachten	havo A	H. Bakker	4	106
		B. Postema		
		J.W. v Mersbergen		
	havo B	P. Vaandrager	2	42
		J. Zijsling		
		B. Postema		
	havo D	H. Bakker	1	15
		vwo C	P. Vaandrager	1
	Ostrea Lyceum Bergweg 4 4461 NB Goes	vwo A	R. Vermeulen	2
M. van Es				
vwo B		R. Vermeulen	3	69
		A. Schenk		
vwoC		F. van Lamoen	1	2
vwo D		F. van Lamoen	1	13
Peelland College Vloeiendreef 5 5753 SM Deurne	havo B	R. Mertens	2	51
		T. Hendriks		
	havo D	I. Dekkers	1	9
	vwo B	I. Dekkers	2	36
		R. Mertens		
Schoter SG (4) Sportweg 9 2024 CN Haarlem	havo A	M. Schipper	4	97
		F. Reuter		
		J. Stol		
		W. Blank		
	havo B	M. Schipper	1	24
	havo D	M. Schipper	1	10
	vwo A/C	B. Koster	2	44
		M. Schipper		
Het Streek Bovenbuurtweg 1 6717 XA Ede	havo B	A. Bijleveld	1	17
	vwo A	F. Lemstra	3	80
		P. Donkelaar		
		A. Bijleveld		
	vwo C	A. Bijleveld	1	12
Teijler College (3) Spijkerboorpad 4 2037 EA Haarlem	havo A	T. Hupkens	2	45
		B. Hartman		

Werkplaats Kindergemeenschap Kees Boekelaan 12 3723 BA Bilthoven	vwo B	R. Wiedemeijer	3	64
		A. Henriques		
Willem de Zwijger College Nieuwe 's Gravelandseweg 38 1405 HM Bussum	vwo D	R. Wiedemeijer	1	6
	havo B	J. Dominguez	1	9
	vwo A	S. Biesheuvel	3	64
		I. Havelaar		
	vwo C	S. Biesheuvel	1	2

- (1) Namen van betrokken docenten bij de start van de pilot; later zijn hier wijzigingen in opgetreden.
- (2) Aantallen groepen en aantallen leerlingen gebaseerd op de start van de pilot in klas 4; deze aantallen zijn in klas 5 (en 6) enigszins gewijzigd.
- (3) Gestopt met de pilot na cohort 1.
- (4) In klas 4 ook gestart met pilot Wiskunde A; na 1 jaar beëindigd.
- (5) Start in vwo 5.

Pilotdocenten Cohort 1

Rob Wiedemeijer – André Henriques – Don van Ruiten – Michel Mulder – Peter Lanser – Gerard Stroomer – Paul Raaijmakers – Costas Theodoulou – Henk Reuling – Huub Bours – Roelof van den Berg – Jos Kisteman – Henk van Lien – Hugo van Gendt – Ron Dames – Michiel Bronsgeest – Olga Bont – Ruud Vermeulen – Wim Wensink – Mariëlle van Es – Martijn Koper – Floor van Lamoen – Freek den Toom – Ad Schenk – Peter Donkelaar – Frits Lemstra – Erik Jansen – Arja Bijleveld – Jack Fikkers – Marja Bos – Marjan Doijer-Hoving – Harm Bakker – Peter Vaandrager – Reynauld Kuipers – Suzanne Meelker – Ben Postema – Jan-Willem van Mersbergen – Jacoba Zijssling – Bert Wikkerink – Gert Dankers – Ton Ebbers – Ilone Dekkers – Tiny Hendriks – Roel Mertens – Simon Biesheuvel – Juan Dominguez – Femke Dijkstra – Ewout Limburg – Izaak Havelaar – Frank Gorissen – Maaïke de Groot – Piet Versnel – David Kenbeek – Tanja Stroosma – Peter Kop – Heleen Traas – Erik van Barneveld – Peeke Hoekstra – Corstian Hanse – Marco Schipper – Jolijt Stol – Florian Reuter – Willem Blank – Bas Koster – Theo Hupkens – Bert Hartman – René Zomerhuis

Bijlage I Chronologisch overzicht

- 2004

Vanuit het voorzittersoverleg wiskunde (bestaande uit de zeven voorzitters van de Academieraad Wiskunde KNAW, het Koninklijk Wiskundig Genootschap, de Adviescommissie Wiskunde NWO, de Nederlandse Vereniging voor Wiskundeleraren, de Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde, het Overleg Onderzoekscholen Wiskunde, en de Kamer Wiskunde van de VSNU) is in het najaar van 2004 de commissie cTWO van start gegaan. Dit gebeurde naar aanleiding van de aangekondigde veranderingen in de Tweede Fase per 2007.

- 2005

In oriënterende bijeenkomsten worden ideeën en visies met betrekking tot wiskundeonderwijs uitgewisseld. Alvorens tot de ontwikkeling van concrete examenprogramma's over te gaan, ontwikkelt de commissie een visiedocument dat het uitgangspunt vormt voor het verdere werk. Dit alles wordt beschreven in een plan van aanpak (cTWO 2006a). Het ministerie van OCW verklaart zich bereid cTWO als vernieuwingscommissie wiskunde in te stellen, waarbij facilitering plaatsvindt vanuit het Platform Bèta Techniek. In december zijn de conceptprogramma's voor Wiskunde D gereed.

- 2006

In januari is een veldraadpleging over Wiskunde D, waarna de examenprogramma's Wiskunde D havo en vwo (cTWO 2006b) worden afgerond en vastgesteld. cTWO houdt zich bezig met de voorlichting rond dit nieuwe vak en met het ontwikkelen van plannen voor regionale steunpunten. Er wordt een landelijke coördinator aangesteld. Parallel hieraan wordt gewerkt aan de ontwikkeling van een visiedocument; ook dit is onderwerp van een veldraadpleging. Wiskunde gaat deelnemen aan het overleg van de vijf vernieuwingscommissies voor de bètavakken Bèta5. In december gaan de programmacommissies voor de wiskundevakken in de bovenbouw van havo en vwo van start.

- 2007

De grote lijnen van de visie op vernieuwd wiskundeonderwijs zijn in het

visiedocument *Rijk aan betekenis* (cTWO 2007a) en de eerste versies van conceptexamenprogramma's Wiskunde A, B, D havo en A, B, C en D vwo (cTWO 2007b) beschreven. Deze documenten worden voorgelegd aan diverse partijen, waaronder de VSNU, de HBO-raad, de Resonansgroep, de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, het Freudenthal Instituut en diverse partijen uit het hoger onderwijs. Ook via veldraadplegingen en het forum op de cTWO-site worden docenten en andere betrokkenen uitgenodigd om hun mening te geven. Met het oog op de revitalisering van de onderbouw wordt de programmacommissie onderbouw ingesteld. Het cTWO-Projectteam wordt gevormd. Op studiedagen werft het team pilotscholen. Ontwikkelteams maken een start met het schrijven en uitproberen van exemplarisch lesmateriaal, dat docenten en auteurs van schoolmethoden inzicht geeft in inhoud, doel en 'geest' van de domeinen, en dat examenexperimenten mogelijk maakt.

Er wordt veel aandacht besteed aan de PR en de beeldvorming rond met name Wiskunde C en D. Er worden studiedagen georganiseerd, waaronder de eerste twee Wiskunde D-dagen die voortaan ieder jaar zullen worden gehouden. Vanaf nu zal cTWO ieder jaar aanwezig zijn met een stand en met workshops op de Nationale Wiskunde Dagen en de studiedag van de NVvW en het veld betrekken door middel van het uitbrengen van nieuwsbrieven, artikelen in vakbladen en mededelingen in de digitale WiskundeE-brief.

De regionale steunpunten voor Wiskunde D gaan van start. Het stimuleren van participatie uit het HO bij Wiskunde D en de ontwikkeling van materiaal zijn belangrijke aandachtspunten, bijvoorbeeld in de door cTWO bijeengeroepen bijeenkomst 'HBO Wiskunde D-offensief'.

- **2008**

In januari levert cTWO bijgestelde conceptexamenprogramma's op aan OCW (cTWO 2008b). De reacties daarop van onder andere de Resonansgroep, de NVvW en het Freudenthal Instituut leiden tot overleg met OCW, waarin wordt besloten de start van de examenexperimenten één jaar uit te stellen. Hierdoor is de voortgang van het invoeringstraject vertraagd. In het najaar van 2008 wordt de revisie van de examenprogramma's door cTWO ter hand genomen. De pilotscholen proberen het pilotlesmateriaal zo veel mogelijk binnen het reguliere programma in te passen, teneinde hier alvast vertrouwd

mee te raken en later een haalbaar PTA te kunnen maken.

cTWO werkt haar visie op het gebruik van ICT in het wiskundeonderwijs uit in de nota *Use to learn. Naar een zinvolle integratie van ICT in het wiskundeonderwijs* (cTWO 2008a). Daarnaast verschijnt het eindverslag van de Werkgroep Afstemming Wiskunde-Natuurkunde (Van de Giessen et al. 2008), het eindrapport van de programmacommissie onderbouw (Van Boven et al. 2008) en het *Advies Modelleren en Computermodellen in de Bètavakken* (Savelsbergh et al. 2008). Ten behoeve van de profielvoorzichting stelt cTWO vanaf dit jaar flyers voor Wiskunde D beschikbaar.

- 2009

Eind januari worden de gereviseerde examenprogramma's (cTWO 2009) opgeleverd aan OCW. In het najaar starten vervolgens zestien scholen in klas 4 met lesgeven volgens de experimentele examenprogramma's van cTWO. Het jaar staat in het teken van het uitwerken van de uitgezette lijnen, het concretiseren van examenprogramma's in syllabi en exemplarisch lesmateriaal, en het organiseren en begeleiden van examenpilots. In februari komt de eerste poging tot het revitaliseren van de onderbouw gereed (Dekker & Wijers 2009) en er wordt een onderzoek gepubliceerd naar algebraïsche vaardigheden in de bovenbouw (projectteam cTWO 2009).

- 2010

Dit jaar staat in het teken van de examenpilot en de ontwikkeling van tussendoelen voor de onderbouw (Bos et al. 2010). Gedurende het jaar verschijnen de eerste syllabi en voorbeeldexamens. De ontwikkeling van exemplarisch lesmateriaal voor de pilots wordt voortgezet.

Over de voortgang van deze pilots wordt ieder half jaar verslag gedaan in voortgangsrapportages. Het programma Wiskunde B havo is binnen de lestijd die de scholen hebben niet haalbaar en daarom besluit CvE op advies van cTWO enkele onderdelen uit te sluiten van het centraal examen. De pilotscholen starten dit jaar met het tweede cohort, dat overigens geen officieel onderdeel is van het examenexperiment.

De syllabuscommissies van wiskunde en natuurkunde hebben met elkaar rond de tafel gezeten en plannen gemaakt. In het voorjaar van 2010 is er vanuit cTWO en SLO een conferentie over bètasamenhang georganiseerd.

- **2011**

Dit jaar vinden de eerste pilotexamens havo plaats, inclusief evaluaties van cTWO en CvE met pilotdocenten en Citomedewerkers. In workshops op de studiedag van de NVvW vinden naar aanleiding hiervan veldraadplegingen plaats. Voor vwo worden de examenprogramma's verder geconcretiseerd in voorbeeldexamenopgaven en in het staartje van het exemplarisch lesmateriaal. De revisie van het materiaal ten behoeve van de pilotscholen, die in 2010 voorzichtig is begonnen, is in 2011 voortgezet.

Er is een werkgroep ingesteld rond wiskundige denkactiviteiten. Deze ontwikkelt een flyer rond dit thema. Op de studiedag van de NVvW wordt hierover de plenaire lezing gegeven. Op 4 maart vindt de eerste Wiskunde C-conferentie plaats. Er start een gezamenlijk project met SLO, 'Samenhang bètavakken'.

- **2012**

Dit jaar staat in het teken van de begeleiding en evaluatie van het eerste pilotexamen vwo en van het eindrapport dat aan het einde van het jaar gereed moet zijn. De evaluatie gebeurt onder andere in bijeenkomsten van cTWO en CvE met pilotdocenten en Cito en in veldraadplegingen op de studiedag van de NVvW. cTWO en SLO publiceren een gezamenlijke handreiking over afstemming tussen wiskunde en profielvakken (Alink et al. 2012).

De revisie van het exemplarisch lesmateriaal wordt afgerond. Tevens zijn in maart en juni de laatste door cTWO georganiseerde conferenties over de nieuwe vakken Wiskunde C en Wiskunde D. cTWO zal in 2012 de intensieve communicatie met het veld continueren. Het invoeringstraject wordt met SLO voorbereid.

Bijlage J Literatuurlijst

Een overzicht van het exemplarisch lesmateriaal dat ten behoeve van de pilot is ontwikkeld, is te vinden in bijlage H. Een overzicht van het lesmateriaal voor Wiskunde D is te vinden in bijlage F. Alle publicaties van cTWO en enkele andere publicaties zijn te vinden op www.ctwo.nl onder 'Publicaties'. Lesmateriaal is te ook te vinden op deze site, onder 'Lesmateriaal'.

- Alink, N., Asselt, R. van, & Braber, N. den (2012). *Samenhang en afstemming wiskunde en de profielvakken*. Utrecht / Enschede: cTWO / SLO.
- Asselt, R. van (2007). *Doorstroom in het onderwijs en de betekenis van een goede aansluiting. Een praktijktheoretische benadering*. Enschede: Saxion Hogescholen.
- Asselt, R. van (2012). *Verslag van een onderzoek naar de gewenste wiskundekennis en -vaardigheden van Hbo-afgestudeerden in het technisch beroepenveld*. Leusden: NVvW/LWHW.
- Avante Consultancy (2012). *Aansluiting competentieniveau van constructief afgestudeerden op de praktijk*. Enschede: Vereniging van Nederlandse Constructeurs.
- Boersma, K.Th., Graft, M. van, Hartevelde, A., De Hullu, E., De Knecht-Van Eekelen, A., Mazereeuw, M., Oever, L. van den, & Zande, P.A.M. van der (2007). *Leerlijn biologie van 4 tot 18 jaar vanuit de concept-contextbenadering*. Utrecht: CVBO.
- Bos, M. (2011). *Pilotexamen wiskunde A – havo*. Euclides, 87(1), 28-31.
- Bos, M., Braber, N. den, Gademan, J., & Wijk, P. van (2010). *Overzicht wiskunde tussendoelen havo en vwo en Concretisering tussendoelen wiskunde met begeleidende tekst*. Utrecht / Enschede: cTWO / SLO.
- Bos, M., & Koolstra, G. (2009). *Enquête: inventarisatie contacturen wiskunde bovenbouw havo/vwo en Enquête contacttijd; samenvatting van de resultaten*. Wiskunde-brief nrs. 493 en 496. Te vinden op www.wiskundebrief.nl.
- Boswinkel, N., & Schram, E. (2011). *De toekomst telt*. Enschede: Ververs Foundation & SLO.
- Boven, S. van, Broek, L. van den, Buijs, K., Knop, A., Moeijes, A., Streun, A. van, & Wijers, M. (2008). *Verkennen, gebruiken, verdiepen. Op zoek naar een verbetering van de programmalijn wiskunde en de onderwijspraktijk in de onderbouw havo-vwo. Eindrapport van de programmacommissie onderbouw*. Utrecht: cTWO.
- Commissie Vernieuwing Natuurkundeonderwijs havo/vwo (2010). *Nieuwe natuurkunde. Advies-examenprogramma's voor havo en vwo*. Amsterdam: Nederlandse Natuurkundige Vereniging.
- cTWO (2006a). *Plan van aanpak*. Utrecht: cTWO.
- cTWO (2006b). *Wiskunde D. Voorstel programma 2007*. Utrecht: cTWO.
- cTWO (2007a). *Rijk aan betekenis. Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*. Utrecht: cTWO.
- cTWO (2007b). *Conceptexamenprogramma 2011. Eerste versie pilotprogramma's Wiskunde A, B en D havo en A, B, C en D vwo d.d. 3 september 2007*. Utrecht: cTWO.
- cTWO (2008a). *Use to learn. Naar een zinvolle integratie van ICT in het wiskundeonderwijs. Eindrapport van de werkgroep ICT van de vernieuwingscommissie wiskunde cTWO*. Utrecht:

cTWO.

- cTWO (2008b). *Conceptexamenprogramma 2013. Tweede versie pilotprogramma's Wiskunde A, B en D havo en A, B, C en D vwo d.d. 10 januari 2008*. Utrecht: cTWO.
- cTWO (2009). *Experimentele examenprogramma's 2014. Definitieve pilotprogramma's Wiskunde A, B en D havo en A, B, C en D vwo d.d. 20 februari 2009*. Utrecht: cTWO.
- cTWO (2012). *Reactie op de syllabi bij de vernieuwde examenprogramma's natuurkunde, scheikunde en biologie voor havo en vwo*. Utrecht: cTWO.
- CVBO (2010). *Naar actueel, relevant en samenhangend biologieonderwijs. Eindrapport van de Commissie Vernieuwing Biologie Onderwijs*. Utrecht: CVBO.
- CvE (College voor Examens) (2010a). *Eerste werkversies van de syllabi bij de experimentele examenprogramma's Wiskunde A en B havo en Wiskunde A, B en C vwo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2010b). *Voorbeeldexamenopgaven Wiskunde A havo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2010c). *Voorbeeldexamenopgaven Wiskunde B havo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2010d). *Voorbeeldexamen Wiskunde A havo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2010e). *Voorbeeldexamen Wiskunde B havo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2011a). *Verslag Evaluatiebijeenkomst pilotexamen wiskunde A havo, d.d. 14 september 2011*. Utrecht: CvE.
- CvE (2011b). *Verslag Evaluatiebijeenkomst pilotexamen wiskunde B havo, d.d. 27 september 2011*. Utrecht: CvE.
- CvE (2011c). *Voorbeeldexamenopgaven Wiskunde A vwo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2011d). *Voorbeeldexamenopgaven Wiskunde B vwo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2011e). *Voorbeeldexamenopgaven Wiskunde C vwo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2011f). *Voorbeeldexamen Wiskunde A vwo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2011g). *Voorbeeldexamen Wiskunde B vwo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2011h). *Voorbeeldexamen Wiskunde C vwo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2012a). *Tweede werkversie van de syllabi bij de experimentele examenprogramma's Wiskunde A en B havo en Wiskunde B vwo*. Utrecht: CvE.
- CvE (2012b). *Evaluatiebijeenkomst pilotexamen wiskunde B vwo, d.d. 4 september 2012*. Utrecht: CvE.
- Drijvers, P., Streun, A. van, & Zwaneveld, B. (Red.) (2012). *Handboek wiskundedidactiek*. Amsterdam: Epsilon.
- DUO (Dienst Uitvoering Onderwijs) (2012). *Examenkandidaten vwo en examencijfers per vak per instelling, 2010-2011 (voorlopige cijfers)*. Groningen: DUO.
- Giepmans, E., Limpens, G., Remijn, J., Steentjes, M., & Stroomer, G. (2011). *Examens wiskunde 2011, 1e tijdvak*. Euclides, 87(1), 2-17.
- Giessen, C. van de, Hengeveld, T., Kooij, H. van der, Rijke, K., & Sonneveld, W. (2008). *Eindverslag van Werkgroep Afstemming Wiskunde-Natuurkunde aan vernieuwingscommissies Wiskunde cTWO en Natuurkunde NiNa*. Utrecht / Amsterdam: cTWO/NiNa.
- Haan, D. de, Eigeman, H., Habraken jr., B., Kaspers, K., Spijkerboer, L., Spijkers, F., & Thijseling, M. (2012). *Databank met opgaven bij de cTWO-tussendoelen voor de onderbouw havo en vwo*. Te vinden op www.ctwo.nl onder onderbouw.
- Dekker, T., & Wijers, M. (2009). *Trajectenboek wiskunde havo vwo onderbouw*. Utrecht: cTWO.
- Kienhuis, M., Varsseveld, C., Geerts, M., Schuring, J., Kamphorst, J., Jansen, P., & Nauta, J. (2011). *Eindrapportage aansluitingsmonitor 2010/2011. Verantwoording en aanvullende analyses*. Zwolle: Lica. Bereikbaar via <http://vo-ho.nl/bestanden/rapporten>.
- Kuiper, W., Folmer, E., Ottevanger, W., & Bruning, L. (2010). *Rapportage vragenlijstonderzoek*

- invoering Wiskunde D*. Enschede: SLO.
- Kuiper, W., Folmer, E., Ottevanger, W., & Bruning, L. (2011a). *Curriculumevaluatie bètaonderwijs tweede fase. Examenpilot programma vernieuwde wiskunde A havo. Interimrapportage 2010–2011*. Enschede: SLO.
- Kuiper, W., Folmer, E., Ottevanger, W., & Bruning, L. (2011b). *Curriculumevaluatie bètaonderwijs tweede fase. Examenpilot programma vernieuwde wiskunde B havo. Interimrapportage 2010–2011*. Enschede: SLO.
- Kuiper, W., Folmer, E., Ottevanger, W., & Bruning, L. (2011c). *Curriculumevaluatie bètaonderwijs tweede fase. Examenpilot programma vernieuwde wiskunde D havo. Interimrapportage 2010–2011*. Enschede: SLO.
- Kuiper, W., Folmer, E., Ottevanger, W., & Bruning, L. (2011d). *Curriculumevaluatie bètaonderwijs tweede fase. Examenpilot programma vernieuwde wiskunde A vwo. Interimrapportage 2010–2011*. Enschede: SLO.
- Kuiper, W., Folmer, E., Ottevanger, W., & Bruning, L. (2011e). *Curriculumevaluatie bètaonderwijs tweede fase. Examenpilot programma vernieuwde wiskunde B vwo. Interimrapportage 2010–2011*. Enschede: SLO.
- Kuiper, W., Folmer, E., Ottevanger, W., & Bruning, L. (2011f). *Curriculumevaluatie bètaonderwijs tweede fase. Examenpilot programma vernieuwde wiskunde C vwo. Interimrapportage 2010–2011*. Enschede: SLO.
- Kuiper, W., Folmer, E., Ottevanger, W., & Bruning, L. (2011g). *Curriculumevaluatie bètaonderwijs tweede fase. Examenpilot programma vernieuwde wiskunde D vwo. Interimrapportage 2010–2011*. Enschede: SLO.
- Limpens, G., Remijn, J., Steentjes, M., & Stolwijk, R. (2012). Examens wiskunde 2012, 1e tijdvak. *Euclides*, 88(1), 2-21.
- LWHW (Landelijke Werkgroep HBO-Wiskunde) (2011). *Handreiking voor instroomniveaus wiskunde van MBO'ers die technische HBO-studies willen volgen*. Leusden: NVvW.
- LWHW 1999-2012. Verslagen van de conferenties over wiskunde in het HBO. Landelijke Werkgroep HBO-wiskunde. Bereikbaar via www.nvww.nl onder 'Werkgroepen'.
- Meijerink, H. (Red.) (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. Eindrapportage van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (commissie Meijerink). Enschede: SLO.
- Oberon (2011). Verbetering informatieoverdracht PO/VO. *Handreiking voor scholen*. Utrecht: Oberon.
- Ministerie van OCW (2006). *Besluit kerndoelen onderbouw voortgezet onderwijs*. Den Haag: Ministerie van OCW.
- Ministerie van OCW (2011). *Actieplan vo Beter Presteren*. Den Haag: Ministerie van OCW.
- Ministerie van OCW (2012). *Wijziging regeling nadere vooropleidingseisen hoger onderwijs 2007 in verband met vervanging van de bijlagen*. Den Haag: Ministerie van OCW.
- Peereboom, H. (2010). Wat is er mis met het Centraal Examen HAVO wiskunde B? *Euclides*, 86(1), 26-29.
- Peereboom, H. (2011a). Het nieuwe wiskunde C; daar is niet veel mis mee! *Euclides*, 86(6), 236-239.
- Peereboom, H. (2011b). Het Centraal Examen HAVO B: Nu iedereen tevreden? *Euclides*, 87(1), 24-27.
- Peereboom, H. (2012a). Wiskunde C krijgt eindelijk eigen plek. *Bij de Les*, 7(4), 18-19.
- Peereboom, H. (2012b). Veel enthousiasme op tweede Wiskunde-C dag! *Euclides*, 87(6), 239-240.
- PO-Raad, AVS & VO-raad (2011). Effectief Schakelen: verbeteren van de informatieoverdracht

- tussen PO en VO. Utrecht.
- Projectteam cTWO (2009). *Tussenevaluatie van de 2007-programma's wiskunde havo/vwo*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2010a). *Eerste voortgangsrapportage programma vernieuwde wiskunde*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2010b). *Tweede voortgangsrapportage programma vernieuwde wiskunde*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2011a). *Derde voortgangsrapportage programma vernieuwde wiskunde*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2011b). *Examenbespreking eerste pilotexamen wiskunde A havo*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2011c). *Verslag discussiegroep Wiskunde A havo tijdens de NVvW-studiedag 2011*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2011d). *Examenbespreking eerste pilotexamen wiskunde B havo*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2011e). *Vierde voortgangsrapportage programma vernieuwde wiskunde*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2012a). *Examenbespreking tweede pilotexamen wiskunde A havo*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2012b). *Examenbespreking tweede pilotexamen wiskunde B havo*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2012c). *Examenbespreking eerste pilotexamen wiskunde A vwo*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2012d). *Examenbespreking eerste pilotexamen wiskunde B vwo*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2012e). *Examenbespreking eerste pilotexamen wiskunde C vwo*. Utrecht: cTWO.
- Projectteam cTWO (2012f). *Vijfde voortgangsrapportage programma vernieuwde wiskunde*. Utrecht: cTWO.
- Remijn, J. (2011a). *Evaluatie centraal examen wiskunde A pilot havo 2011-1*. Arnhem: CITO.
- Remijn, J. (2011b). *Evaluatie centraal examen wiskunde B pilot havo 2011-1*. Arnhem: CITO.
- Savelsbergh, E. (Red.) (2008). *Modelleren en computermodellen in de β -vakken. Advies aan de gezamenlijke β -vernieuwingscommissies*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- SLO (2010). *Scheikunde in de dynamiek van de toekomst. Eindrapport van de Stuurgroep Nieuwe Scheikunde 2004-2010*. Enschede: SLO.
- SLO (in druk). *Invoeringsplan Wiskunde*. Enschede: SLO.
- Schilders, W. (2012). *Wiskunde en de hbo beroepspraktijk: observaties & trends*. Presentatie 19 april 2012.
- Snoeker, X. (2012). *Analyse resultaten Enquête wiskunde D*. Nijmegen: Radboud Universiteit.
- Streun, A. van, & Giessen, C. van de (2007). Een vernieuwd statistiekprogramma. *Euclides* 82(5), 176-179 en *Euclides* 82(6), 217-221.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – the Wiskobas Project*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Tweede Fase Adviespunt (2007). *Vernieuwde Tweede Fase, de start in cijfers*. Den Haag: Tweede Fase Adviespunt.
- Verschuuren, K. (2010). *Een verkenning naar de invoering van wiskunde D in de Tweede Fase van*

het voortgezet onderwijs. Enschede: Universiteit Twente.

VvSL (2012). Brief van de Vereniging van Schooldecanen en Loopbaanbegeleiders aan het Ministerie van OCW inzake wiskunde en een tweede studie, d.d. 28-9-2012.

Werkgroep SKACA (2007). *Aanbevelingen voor de inhoud van de statistiek en kansrekening binnen wiskunde A en C vwo en wiskunde A havo*. Utrecht: CTWO.

