



Op weg naar 2014

STAND VAN ZAKEN ROND DE NIEUWE EXAMENPROGRAMMA'S HAVO/VWO

[Paul Drijvers]

Op 11 maart 2009 heeft de staatssecretaris van OCW, mevrouw Van Bijsterveldt, in een brief aan de Tweede Kamer ingestemd met de door cTWO opgestelde concept-examenprogramma's wiskunde A, B en D voor havo en vwo en C voor vwo. Deze examenprogramma's vormen de basis voor examenexperimenten, die in het schooljaar 2009-2010 van start gaan in vierde klassen van een beperkt aantal pilotscholen.

Daarmee gaat de voorbereiding van de vernieuwing van het wiskundeonderwijs per 2014 een nieuwe fase in. Reden om u in dit artikel nader te informeren over de voorgeschiedenis hiervan, de belangrijkste overwegingen van de vernieuwingscommissie, de meest in het oog springende veranderingen en de plannen van cTWO voor de nabije toekomst.

Voorgeschiedenis

Hoe zat het ook weer? Bij alle bètavakken lopen er veranderingsprocessen die leiden tot inhoudelijke herzieningen van de examenprogramma's havo en vwo. De andere vakken liggen daarbij voor op wiskunde. Dit voorjaar worden in het havo de eerste experimentele centrale examens scheikunde, natuurkunde en biologie afgenomen en worden wiskunde D en NLT middels school-examens afgerond.

Ook voor wiskunde heeft het ministerie van OCW een vernieuwingscommissie in het leven geroepen, die zichzelf *commissie Toekomst WiskundeOnderwijs* (cTWO) heeft gedoopt en onder voorzitterschap staat van Dirk Siersma, emeritus-hoogleraar wiskunde aan de Universiteit Utrecht.

De opdracht van cTWO omvat het opstellen van examenprogramma's voor wiskunde A, B, D voor havo en vwo en C voor vwo per 2014 en het adviseren over doorlopende leerlijnen en didactische ontwikkelingen. cTWO is haar werk begonnen met het schrijven van een visiedocument dat de uitgangspunten voor het toekomstige wiskundeonderwijs beschrijft en daarmee richtingbepalend is voor de te ontwerpen examenprogramma's [cTWO, 2007; Siersma & Drijvers, 2007]. Een volgende stap was het ontwerpen van de examenprogramma's. De eerste versies daarvan zijn in het voorjaar van 2008 aan OCW aangeboden [Krüger, 2008abc]. Het ministerie was daarmee echter niet gelukkig, onder andere vanwege de reactie van de resonansgroep [Van de Craats, 2009]. Het ministeriële standpunt

stuitte op haar beurt weer op verzet uit het veld [Kempe, 2008]. Na raadpleging van onder meer VSNU en HBO-raad heeft cTWO een revisie gepleegd, met de huidige concept-examenprogramma's als resultaat. In de aanpassingen heeft cTWO haar visie en ingezette koers in belangrijke mate kunnen combineren met de wensen van de staatssecretaris. In dit artikel gaan we vooral in op de laatste fase, die van de revisie van de examenprogramma's. De teksten van de programma's zijn te vinden op de website van cTWO (www.ctwo.nl).

Overwegingen en uitgangspunten bij de revisie

Welke uitgangspunten hebben bij de totstandkoming van de concept-examenprogramma's een rol gespeeld? We staan hieronder stil bij overwegingen rond basisvaardigheden, ICT-gebruik, denkactiviteiten, voorkennis uit onderbouw en overladenheid.

Basisvaardigheden

Het belang van goede basisvaardigheden wordt vanuit het hoger onderwijs benadrukt en ook door cTWO onderschreven. Dit heeft de concept-programma's dan ook in belangrijke mate beïnvloed. Het herstel van basisvaardigheden kan echter niet tot 2014 wachten. Sterker nog, er zijn duidelijke signalen dat dit herstel al in volle gang is. Om dit in kaart te brengen heeft het projectteam van cTWO een tussenevaluatie uitgevoerd van de 2007-programma's [cTWO, 2009]. Wiskundelocenten hebben een enquête ingevuld ($n = 193$), een beperkt aantal docenten is geïnterviewd, de 2007-edities van schoolmethodes zijn vergeleken met de voorgaande edities en leerlingen van klas 5 en van klas 6 hebben een vergelijkende algebratoets gemaakt (*zie figuur 1*). De resultaten van dit alles suggereren een duidelijke trend naar een betere beheersing van de algebraïsche vaardigheden. Zo presteren leerlingen van vwo-5, die het 2007-programma doorlopen, beter dan leerlingen van vwo-6 (oude programma). cTWO heeft de stellige verwachting dat het herstel van de algebraïsche vaardigheden, zoals ingezet in het 2007-programma, voldoende garantie geeft voor de aansluiting met het hoger onderwijs en acht verdere aanscherping op dit punt niet nodig.

ICT-gebruik

In 2008 heeft cTWO het rapport *Use to learn; naar een zinvolle integratie van ICT*

figuur 1

| | Klas 5 (B-2007) | Klas 6 (B1 en B12) | Factor waarmee klas 5 beter scoort dan klas 6 |
|---------------------|-----------------|--------------------|---|
| breukvormen | 60% | 40% | 1.5 |
| wortelvormen | 38% | 30% | 1.3 |
| haakjes | 62% | 55% | 1.1 |
| machten | 44% | 34% | 1.3 |
| herleiden | 66% | 49% | 1.3 |
| vergelijkingen | 63% | 60% | 1.1 |
| log. vormen | 25% | 13% | 1.9 |
| exp. vergelijkingen | 19% | 25% | 0.8 |
| inzicht | 20% | 20% | 1.0 |

De belangrijkste wiskundige functionaliteiten van ICT voor vwo wiskunde C zijn:

- FGT: Formules, grafieken en tabellen
Denk aan de grafische rekenmachine, VU-Grafiek of Excel.
- DGM: Dynamische Grafieken en Meetkunde
Denk aan Cabri, GeoGebra, TI-Nspire, Geocadabra of Doorzien.
- SGSS: Statistische Gegevensverwerking en Statistische Simulatie.
Denk aan Excel, grafische rekenmachine, VU-Statistiek of SPSS.

In de volgende tabel staat in welke domeinen welke didactische en wiskundige ICT-functionaliteiten kunnen worden ingezet.

| ICT-gebruik in vwo wiskunde C | Didactische functie ICT | | |
|-------------------------------|-------------------------|----------|----------------|
| | gereedschap | oefening | begripsvorming |
| B Algebra en tellen | | FGT | |
| C Verbanden | FGT | | FGT |
| D Verandering | FGT | | |
| E Statistiek en kansrekening | SGSS | | SGSS |
| F Logisch redeneren | | | |
| G Vorm en ruimte | DGM | | DGM |
| H Keuzeonderwerpen | | | |

figuur 2

| Verdeling CE – SE | | | |
|------------------------------|----|----|--|
| Domein | CE | SE | |
| A Vaardigheden | X | X | |
| B Algebra en tellen | X | | |
| C Verbanden | X | | |
| D Verandering | X | | |
| E Statistiek en kansrekening | | X | |
| F Keuzeonderwerpen | | X | |

figuur 3

in het wiskundeonderwijs uitgebracht.

Daarin worden wiskundige en didactische functionaliteiten van ICT-middelen voor het wiskundeonderwijs geïnventariseerd. Om deze inventarisatie te vertalen naar de praktijk, wordt in de toelichtingen van de gereviseerde concept-examenprogramma's aangegeven welke didactische en wiskundige functionaliteiten van ICT bij de verschillende domeinen van het betreffende vak van pas kunnen komen.

Figuur 2 geeft een voorbeeld hiervan voor wiskunde C van vwo. Daarnaast vermelden de subdomeinen A3 van de verschillende examenprogramma's ICT-vaardigheden als exameneis. Geadviseerd wordt het gebruik van de grafische rekenmachine op het centraal examen wel toe te staan maar aan dit gebruik op zichzelf geen punten toe te kennen. De toetsing van ICT-vaardigheden dient plaats te vinden in het schoolexamen. Voor de uitsplitsing SE – CE zijn overigens overzichten in de examenprogramma's opgenomen (zie figuur 3).

Denkactiviteiten

In het visiedocument van cTWO wordt veel aandacht besteed aan zogeheten denkactiviteiten. Als fundamentele denkactiviteiten voor wiskunde worden beschouwd modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen. Dat is mooi, maar hoe zien we dit in de examenprogramma's terug? Om ervoor te zorgen dat de denkactiviteiten niet alleen zelf abstracties blijven, is in de

revisie in de toelichtingen op de examenprogramma's aangegeven welke domeinen aanknopingspunten bieden voor welke denkactiviteiten. Tevens is verband gelegd tussen denkactiviteiten en de vaardigheden van domein A, die daarmee ook meer 'kleur' krijgen.

Figuur 4 geeft een voorbeeld van een dergelijk overzicht voor wiskunde B van havo. Vanzelfsprekend is dit niet meer dan een eerste aanzet tot het concretiseren van deze denkactiviteiten, die moet worden uitgewerkt in syllabi, lesmateriaal, en in onderwijs- en examenpraktijk.

Voorkennis uit onderbouw

De nieuwe programma's voor de Tweede Fase van havo en vwo veronderstellen vanzelfsprekend een bepaalde voorkennis. Om die te expliciteren heeft cTWO een trajectenboek wiskunde havo/vwo onderbouw gepubliceerd, waarin de vereiste vaardigheden worden beschreven. Het trajectenboek bevat een opsomming per leerjaar en per leerlijn van onderwerpen die aan bod kunnen komen, een en ander toegelicht met voorbeelden. Op basis hiervan is als onderdeel van de revisie een zogeheten voorkennisdocument ontwikkeld, dat het scharnier vormt tussen trajectenboek onderbouw en examenprogramma's en dat samenvat welke voorkennis men nodig heeft om in klas 4 met succes aan het programma te kunnen beginnen. Hiermee zijn de ingangseisen voor de Tweede Fase vastgesteld. Dit voorkennisdocument is ook bedoeld als bijlage bij de syllabi en de handreikingen van de examenprogramma's.

Figuur 5 toont een 'snapshot' uit het voorkennisdocument voor wiskunde B van vwo. Overigens zal cTWO de komende jaren meer aandacht aan de onderbouw van havo en vwo gaan besteden.

Overladenheid

Overladenheid is een belangrijk aandachtspunt bij onderwijsvernieuwing. cTWO gaat ervan uit dat de gereviseerde concept-programma's studeerbaar en onderwijsbaar zijn in de beschikbare studielast. Argumenten daarvoor zijn ontleend aan de ervaringen met de huidige 2007-programma's, aan de ervaringen van experimenteerscholen die op dit moment op kleine schaal met onderdelen uit de nieuwe programma's experimenteren, en op inschattingen van ervaren docenten. Daarnaast geven de bovengenoemde feiten rond het herstel van basisvaardigheden en de versterking van de onderbouw ook aanleiding op dit punt optimistisch te zijn. Dit neemt niet weg dat de inschatting van overladenheid een moeilijke zaak is. De syllabi zijn hiervoor mede bepalend, maar doorslaggevend zijn natuurlijk de ervaringen van de examenpilots. De monitoring van de experimenteerscholen zal hierop alert zijn. Mocht daarbij alsnog overladenheid worden geconstateerd, dan moeten bijstellingen worden gepleegd. Het tijdspad van invoering maakt dat zeker mogelijk.

Belangrijkste wijzigingen per vak

Na deze beschouwingen van meer algemene aard worden hieronder de belangrijkste wijzigingen beschreven in de gereviseerde concept-examenprogramma's ten opzichte van de huidige 2007-programma's, waarbij en passant ook nog wordt ingegaan op de revisie ten opzichte van de eerdere cTWO-versies van 11 januari 2008.

Wiskunde A

In het havo-programma wiskunde A is de belangrijkste wijziging dat de aanpak van Statistiek en kansrekenen is herzien. Uitgangspunt is hierbij de statistische analyse van grote datasets waarbinnen de wetmatigheden van de kansrekening een plaats kunnen krijgen [Van Streun & Van de Giessen, 2007ab]. Daarnaast wordt in het programma explicieter aandacht besteed aan rekenvaardigheden en algebraïsche vaardigheden.

Bij wiskunde A zijn in de analyse (domeinen C, Verbanden, en D,

| Subdomeinen havo wiskunde B | Mo - Al | Or - St | An - Pr | Fo | Ab | Lo - Be |
|---|---------|---------|---------|----|----|---------|
| B1: Standaardfuncties | X | X | X | X | | |
| B2: Vergelijkingen en ongelijkheden | X | X | X | X | | |
| B3: Evenredigheidsverbanden | | X | X | X | | X |
| B4: Periodieke functies | X | X | X | | | X |
| C1: Afstanden en hoeken in concrete situaties | | | X | X | | |
| C2: Analytische methoden | X | | X | X | | |
| C3: Vectorrekening | X | | | X | X | |
| D1: Veranderingen | X | X | | X | | |
| D2: Afgeleide functies 1 | | | | X | X | |
| D3: Bepaling afgeleide functies | | X | | X | | |
| D4: Toepassing afgeleide functies | X | | X | X | | |

Mo - Al = Modelleren en algebraïseren (eindterm A2)
 Or - St = Ordenen en structureren (eindterm A1)
 An - Pr = Analytisch denken en probleemoplossen (eindterm A2 en A3)
 Fo = Formules manipuleren (eindterm A3)
 Ab = Abstraheren (eindterm A3)
 Lo - Be = Logisch redeneren en bewijzen (eindterm A3)

figuur 4

Verandering) de e-macht en de ln-functie aan de standaardfuncties toegevoegd. Er is een apart subdomein Algebra. Grafen en matrices, lineair programmeren en discrete dynamische modellen maken geen deel uit van het verplichte programma, maar zijn wel kandidaat-keuzevakken.

Het domein E, Statistiek en kansrekenen, kent net als bij havo een andere opzet vanuit grote databestanden. Daarmee wordt een betere voorbereiding beoogd op het vervolgonderwijs. De voorgenomen onderwerpen correlatie en regressie en betrouwbaarheidsintervallen, die wel in de 2008-versie van de cTWO programma's stonden, zijn geschrapt, maar kunnen wel in de keuzeruimte aan de orde komen. Er zal lesmateriaal voor worden ontwikkeld, dat in de pilotscholen wordt uitgetest.

Wiskunde B

In de B-programma's is een grotere nadruk komen te liggen op algebraïsche vaardigheden, onder meer als geïntegreerd onderdeel binnen de analytische meetkunde. Bij havo wiskunde B is de ruimtemeetkunde verplaatst naar wiskunde D. Analytische meetkunde en optimaliseren in de meetkunde zijn in het B-programma opgenomen.

Bij vwo wiskunde B is de nadruk op synthetische meetkunde en bewijzen vervangen door een accent op meetkunde met coördinaten, dat een combinatie omvat van algebraïsche en algemeen meetkundige technieken om meetkundige problemen aan te pakken. De discrete analyse is grotendeels vervallen.

Wiskunde C

Bij vwo wiskunde C is het domein Grafen en Matrices vervallen. Nieuw zijn domeinen Vorm en Ruimte en Logisch redeneren.

Het domein E, Statistiek en kansrekenen, kent net als bij wiskunde A een opzet vanuit grote datasets. Daarmee wordt een betere voorbereiding beoogd op het vervolgonderwijs. De voorgenomen onderwerpen hypothesetoetsing, correlatie en regressie en betrouwbaarheidsintervallen zijn geschrapt, maar kunnen wel in de keuzeruimte aan de orde komen. Er zal lesmateriaal voor worden ontwikkeld, dat in de pilotscholen wordt uitgetest.

In vergelijking met de eerdere versie van cTWO is het domein Analyse van en reflectie op de rol van wiskunde vervangen door een globalere eindterm over de maatschappelijke, culturele en historische

betekenis van wiskunde in subdomein A2, Profielspecifieke vaardigheden.

Wiskunde D

Bij havo wiskunde D is de formulering van de eindtermen in domein B, Statistiek en kansrekening, gewijzigd om het domein beter te onderscheiden van het gelijknamige domein in wiskunde A. Dit op basis van ervaringen van docenten met het huidige programma. Daarnaast heeft een hervorkaveling van meetkundeonderwerpen tussen wiskunde B en D plaatsgevonden. Om Kansrekening en statistiek ook bij vwo wiskunde D beter te profileren ten opzichte van het overeenkomstige domein in wiskunde A en C, is het subdomein Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens vervallen. In plaats daarvan is toegevoegd het subdomein Correlatie en regressie. Verder ook hier een hervorkaveling van meetkundeonderwerpen tussen wiskunde B en D.

Dankzij de inzet van de opleidingen wiskunde van de universiteiten bestaan er voor vwo inmiddels mooie en inspirerende modules voor de verplichte stof en voor de keuzestof voor vwo wiskunde D. Voor havo wiskunde D ligt dat veel moeilijker. Door de grote diversiteit van hbo-opleidingen, waarin wiskunde vaak een ondergeschikte rol speelt, blijkt het lastig te zijn voor hogescholen om dit op te pakken.

Plannen voor de nabije toekomst

Hoe nu verder? Nu de concept-examenprogramma's klaar zijn, is er veel werk aan de winkel. Allereerst worden de programma's door CEVO en SLO uitgewerkt in syllabi en handreikingen. Met Cito wordt overlegd over het ontwerpen van centrale examens en voorbeelden daarvan. Verder moet er natuurlijk lesmateriaal zijn voor de

| | | |
|----------------------------|--|---|
| Rekenen in de meetkunde | <ul style="list-style-type: none"> formules voor het berekenen van oppervlakte driehoek en rechthoek formule voor inhoud balk hellingshoek goniometrische verhoudingen sin, cos en tan | <ul style="list-style-type: none"> omtrek, oppervlakte en inhoud berekenen van figuren (ook niet rechthoekige) via (globaal) rekenen effect van vergroten en verkleinen op lengte, oppervlakte en inhoud berekenen grootte van hoeken en afstanden berekenen in 2D en 3D figuren |
| Redeneren met constructies | <ul style="list-style-type: none"> eigenschappen en definities | <ul style="list-style-type: none"> bewijzen van eigenschappen van figuren de stelling van Thales gebruiken berekeningen met de stelling van Pythagoras redeneren met eigenschappen van hoeken in een cirkel |

figuur 5

leerlingen die medio 2009 het examen-experiment ingaan. Onder aansturing van het projectteam van cTWO is een aantal auteursgroepen hiermee aan de slag. Tevens zorgt het projectteam voor de contacten met de pilotscholen en ondersteunt het hen bijvoorbeeld bij het opstellen van nieuwe PTA's.

Een curriculum is natuurlijk meer dan een verzameling eindtermen. Daarom zal cTWO zich de komende tijd onder andere bezighouden met het concretiseren van de denkactiviteiten uit het visiedocument. Ook dient het gebruik van contexten en de rol van toepassingen gestalte te krijgen, om de in het visiedocument bepleitte 'blik naar buiten' vorm te geven.

Daarnaast zal de aandacht ook uitgaan naar de onderbouw. Het door cTWO geschreven trajectenboek onderbouw zal verder worden uitgewerkt in samenhang met ontwikkelingen rond doorlopende (reken-)leerlijnen. Er zijn ideeën om materiaal te ontwikkelen voor klas 3 van havo en vwo, en om handvatten te ontwikkelen die de wiskundige denkactiviteiten ook in de eerste twee klassen beter tot hun recht te doen komen.

Al met al genoeg uitdagingen dus voor de komende tijd...

Meedenkers en meewerkers zijn welkom!

Recente producten van cTWO op een rij

- *Experimentele examenprogramma's 2014* – de concept-programma's waarmee de experimenten van start gaan
- *Concept-examenprogramma's 2014: toelichting van de vernieuwingscommissie cTWO* – toelichtende tekst op de experimentele programma's
- *Trajectenboek onderbouw* – inhoudsbeschrijving van de onderbouw havo-vwo
- *Voorkennisdocument* – uit het Trajectenboek onderbouw gedestilleerd overzicht van het ingangsniveau van de Tweede Fase havo-vwo
- *Tussenevaluatie van de 2007-programma's wiskunde havo/vwo* – het rapport van het projectteam cTWO over de 2007-programma's
- *Use to learn. Naar een zinvolle integratie van ICT in het wiskundeonderwijs* – uitwerking van de visie op het gebruik van ICT in de wiskundeles

Deze documenten zijn beschikbaar op www.ctwo.nl onder Publicaties.

(advertentie)

Nationale Wiskunde Dagen

Op vrijdag 5 en zaterdag 6 februari 2010 worden de

16e Nationale Wiskunde Dagen

gehouden in Congrescentrum de Leeuwenhorst te Noordwijkerhout.

Kosten per persoon

ca.€ 385,00 bij overnachting op een tweepersoons kamer en

ca.€ 420,00 bij overnachting op een eenpersoons kamer.

Begin september wordt de programmafolder met aanmeldingsformulier naar de scholen gestuurd. Meer informatie over de **NWD** is nu al te vinden op www.fi.uu.nl/nwd.

Inlichtingen

Ank van der Heiden, telefoon: 030-263 55 55 of e-mail: nwd@fi.uu.nl

Referenties

- cTWO (2007): *Rijk aan betekenis, visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*. Utrecht: cTWO.
- cTWO (2008): *Use to learn. Naar een zinvolle integratie van ICT in het wiskundeonderwijs*. Utrecht: cTWO.
- cTWO (2009): *Tussenevaluatie van de 2007-programma's wiskunde havo/vwo*. Utrecht: cTWO.
- J. van de Craats (2009): *Twee bewogen jaren*. In: *Euclides* 84(5); pp. 180-184.
- J. Krüger (2008a): *Wiskundeprogramma's veranderen*. In: *Euclides* 83(6); pp. 291-293.
- J. Krüger (2008b): *Wiskundeprogramma's veranderen: wiskunde A voor havo en vwo*. In: *Euclides* 83(7); pp. 332-335.
- J. Krüger (2008c): *Wiskundeprogramma's veranderen: wiskunde B voor havo en vwo*. In: *Euclides* 83(8); pp. 372-376.
- S. Kemme (2008): *Waarom het ministerie van OCW ongelijk heeft*. In: *Euclides* 84(1); pp. 26-29.
- D. Siersma, P. Drijvers (2007): *Rijk aan betekenis, het visiedocument van cTWO in vogelvlucht*. In: *Euclides* 82(5); pp. 169-172.
- A. van Streun, C. van de Giessen (2007a): *Een vernieuwd statistiekprogramma deel 1: Statistiek leren met data-analyse*. In: *Euclides* 82(5); pp. 176-179.
- A. van Streun, C. van de Giessen (2007b): *Een vernieuwd statistiekprogramma deel 2: Data-analyse, een mogelijke opzet*. In: *Euclides* 82(6); pp. 217-221.

Over de auteur

Paul Drijvers is universitair hoofddocent bij het Freudenthal Instituut van de Universiteit Utrecht. Dit artikel schrijft hij als secretaris van de commissie Toekomst WiskundeOnderwijs. De commissie is bereikbaar via e-mailadres info@ctwo.nl en URL www.ctwo.nl.