

Commentaar van de Resonansgroep wiskunde op het Visiedocument van de Vernieuwingscommissie wiskunde (cTWO)

13 november 2006

De resonansgroep wiskunde, die op 1 augustus 2006 is ingesteld door de Minister van Onderwijs Cultuur en Wetenschappen, heeft met belangstelling kennisgenomen van het concept visiedocument *Rijk aan betekenis* van de Vernieuwingscommissie wiskunde (cTWO) van 18 september 2006. In veel van de daarin geformuleerde standpunten kan zij zich vinden; over een aantal andere standpunten heeft zij een andere of gedeeltelijk andere opinie. De resonansgroep is verheugd dat actuele problemen in het wiskundeonderwijs in dit document duidelijk benoemd en geanalyseerd worden. Zij is echter ook van oordeel dat in het document de historische en culturele aspecten van de wiskunde worden overbelicht ten koste van de functie die de wiskunde op havo en vwo heeft als voorbereiding op het gebruik ervan in het vervolgonderwijs. Het is de taak van de resonansgroep juist deze aspecten naar voren te brengen. Daarnaast zal zij ook een aantal andere punten van kritiek verwoorden.

Wellicht onvermijdelijk bij een visiedocument als dit is het feit dat veel standpunten een tamelijk vaag en vrijblijvend karakter hebben. Ze kunnen nog op veel verschillende manieren concreet worden ingevuld. De resonansgroep kijkt dan ook met belangstelling uit naar de uiteindelijke voorstellen van de Vernieuwingscommissie met betrekking tot verschillende wiskundevakken.

In haar commentaar zal de resonansgroep de hoofdstukindeling van het visiedocument volgen.

Inleiding

In de Inleiding wordt op twee plaatsen vooruitgelopen op hoofdstuk 6, *Didactische vormgeving*. In haar commentaar op dat hoofdstuk zal de resonansgroep hier nader op ingaan, maar reeds nu wil zij stellen dat zij het niet eens is met stellige formuleringen als '... worden aanwijzingen gegeven voor de didactische vormgeving van wiskundeonderwijs, ...' en '... een beschrijving van de

gewenste inhoud en didactische vormgeving van onderbouw en bovenbouw havo-vwo.' Zij is van oordeel dat didactiek uiteindelijk een zaak is van de individuele docent die in vrijheid moet kunnen beslissen over de weg waarlangs hij zijn doel wil bereiken en dat aanwijzingen of richtlijnen die, zoals hier, een dwingend karakter suggereren, vermeden moeten worden. De twijfelachtige resultaten van het 'studiehuis' en het 'nieuwe leren' zouden in dit verband tot nadenken moeten stemmen. Zie ook wat in hoofdstuk 8 van het visiedocument gezegd wordt over de uitwerking van de Tweede Fase.

1 Toekomstperspectief

De resonansgroep is verbaasd over het hoogdravende karakter van dit hoofdstuk, waarvan de inhoud wel heel ver verwijderd is van de dagelijkse schoolpraktijk en de realiteit van de huidige lerarenopleidingen (zie ook hoofdstuk 10 van het visiedocument). Soberder en realistischer taalgebruik zou de kracht van dit hoofdstuk bevorderen. Uiteraard hoopt de Vernieuwingscommissie goed werk af te leveren, maar aan loze heilsverwachtingen heeft niemand iets. Het is de resonansgroep ook in algemenere zin gebleken dat de utopistische toonzetting van het visiedocument bij nietwiskundigen eerder irritatie dan begrip en sympathie voor de wiskunde opwekt.

2 Wiskundeonderwijs rijk aan betekenis

In de eerste zin van dit hoofdstuk wordt hoog opgegeven van de historische en culturele waarde van de wiskunde en van de ontplooiingskansen die het vak zou bieden. Dat zijn slechte zingevers: het geldt immers ook voor tal van andere menselijke activiteiten die niet een prominente plaats in het schoolcurriculum hebben. De maatschappelijke relevantie, die ook genoemd wordt, krijgt alleen maar een vage invulling (p. 7). Ook de wetenschappelijke relevantie van de wiskunde, zowel voor de wiskunde zelf als voor een schier onbegrensd aantal andere disciplines, blijft in het visiedocument vrijwel onzichtbaar. Pas op pagina 8 wordt het nut van de wiskunde vluchtig aangestipt, terwijl wiskunde toch een onontbeerlijke voorwaarde is voor brede politieke doelstellingen als 'kennismaatschappij' en 'innovatie'. Hier worden kansen gemist en accenten volstrekt verkeerd gelegd.

De resonansgroep is van oordeel dat in dit hoofdstuk een verkeerd beeld geschetst wordt van de rol en de betekenis van de wiskunde in het algemeen en die van de wiskunde in het havo en vwo in het bijzonder. In de standpunten 1 en 2 zou het grote belang van wiskunde in havo en vwo voor de doorstroming naar het vervolgonderwijs, voor innovatie en voor de ontwikkeling van de kennismaatschappij in het algemeen, centraal gesteld moeten worden.

3 Gedifferentieerde onderwijsdoelen

Op bladzijde 10 worden karakteristieken gegeven van de verschillende wiskundevakken. Deze karakterisering zijn niet overal conform de bestaande regelingen. De resonansgroep stelt daarvoor de volgende karakterisering in de plaats. Daarbij gaat zij voor de vakken Wiskunde A, B en C uit van de groepen studierichtingen in het hoger onderwijs waarop deze vakken voorbereiden.

- *Wiskunde A havo*. Dit vak bereidt voor op de niet-technische en niet-exacte studierichtingen in het hbo. Bijvoorbeeld studierichtingen in de economische en bedrijfskundige sector, de gezondheidssector of de pabo. Naast reken- en formulevaardigheid en vaardigheid in het werken met eenvoudige grafieken en functies is daarbij vaardigheid op het gebied van de elementaire kansrekening en statistiek vereist.
- *Wiskunde B havo*. Dit vak bereidt voor op hbo-studierichtingen met een technische of exacte signatuur. Het ontwikkelen van reken- en formulevaardigheid, vaardigheid in het werken met grafieken en functies en beheersing van de differentiaalrekening staan centraal.
- *Wiskunde D havo*. Dit vak biedt verdieping en verbreding in een technische en beroepsgerichte context. Het vak wordt voor geen enkele vervolgopleiding verplicht gesteld. Mogelijke keuzeonderwerpen zijn kansrekening, statistiek en analyse. Bij de invulling wordt samengewerkt met het hoger beroepsonderwijs.
- *Wiskunde A vwo*. Dit vak bereidt voor op universitaire studierichtingen met een economisch en bedrijfskundig karakter. Daarnaast legt het ook de basis voor studierichtingen in de gezondheidswetenschappen en een aantal exacte en technische studierichtingen. Naast kennis van kansrekening en statistiek is hierbij reken- en formulevaardigheid vereist en vaardigheid in het werken met grafieken en functies, daarbij inbegrepen exponentiële, logaritmische en goniometrische functies, alsmede de beheersing van de differentiaalrekening.
- *Wiskunde B vwo*. Dit vak bereidt voor op universitaire studierichtingen met een technische of bèta-signatuur. Het ontwikkelen van reken- en formulevaardigheid, vaardigheid in het werken met grafieken en functies en beheersing van de differentiaal- en integraalrekening staan centraal. Daarnaast dienen ook kansrekening en statistiek behandeld te worden.
- *Wiskunde C vwo*. Dit vak bereidt voor op studierichtingen in de sociale wetenschappen. Naast kennis van kansrekening en statistiek is hierbij reken- en formulevaardigheid vereist en vaardigheid in het werken met grafieken en functies, daarbij inbegrepen exponentiële en logaritmische functies.

- *Wiskunde D vwo*. Dit vak biedt verdieping en verbreding in een technische, natuurwetenschappelijke en wiskundige context. Het vak wordt voor geen enkele vervolgopleiding verplicht gesteld. Mogelijke keuzeonderwerpen zijn complexe getallen en dynamische systemen. Bij de invulling wordt samengewerkt met de universiteiten.

Om misverstanden te voorkomen is het goed om ook in het visiedocument op te merken dat wiskunde D naast, en niet in plaats van wiskunde B gegeven wordt.

In Standpunt 3 zijn de eerste twee zinnen zo vaag geformuleerd dat men er nog alle kanten mee op kan. De laatste zin (Wiskunde A . . . accenten) wordt door de resonansgroep niet onderschreven. In plaats daarvan stelt zij de hierboven gegeven karakterisering van wiskunde A en wiskunde C.

4 Wiskundige concepten en denkactiviteiten

De uitspraak in de eerste zin dat de wiskunde zich ‘laat organiseren rondom concepten en denkactiviteiten’ komt de resonansgroep voor als een lege huls die naar willekeur kan worden gevuld. De resonansgroep onderschrijft overigens wel het standpunt dat er in de onderbouw van havo en vwo meer nadruk gelegd moet worden op rekenen met breuken, structuur en opbouw van getalensystemen en deelbaarheid. Ook is zij het ermee eens dat er in de onderbouw meer aandacht moet komen voor het rekenen met wortels en gebroken machten, voor merkwaardige producten, voor de *abc*-formule en voor nauwkeurige algebraïsche formuleringen. Uiteraard moeten de verworven vaardigheden in de bovenbouw worden onderhouden en verdiept. Ook hetgeen onder het tussenkopje *Functies* vermeld staat, heeft de instemming van de resonansgroep, met de aantekening dat zij vraagtekens zet bij het idee om in de Tweede Fase een ‘algemeen begrip afbeelding’ in te voeren. Dit lijkt haar hoogstens een mogelijke optie bij vwo wiskunde D.

Onder het tussenkopje *Toeval* is de voorlaatste zin (‘In de Tweede Fase ... moeten worden.’) nog erg vaag. De resonansgroep is benieuwd naar een concrete invulling hiervan. Zij is overigens van oordeel dat kansrekening en statistiek belangrijke instrumenten zijn bij vrijwel alle universitaire studierichtingen waarop wiskunde B voorbereidt, en dat deze onderdelen dus hun plaats in wiskunde B dienen te behouden.

5 De docent centraal

Met de inhoud van dit hoofdstuk en de standpunten 5 en 6 is de resonansgroep het eens. De slotzin van Standpunt 5 zou misschien nader toegelicht moeten worden. Ook een vak van weinig uren kan zinvol worden ingevuld. Het gaat

om de verhouding tussen wat men wil bereiken en hoeveel tijd men ervoor heeft.

6 Didactische vormgeving

In deze sectie worden zeer uitgebreid bepaalde didactische ideeën en theorieën behandeld op een wijze die suggereert dat het hier om vaststaande, onaantastbare principes gaat. De resonansgroep onderschrijft deze suggesties niet. Het is haar overtuiging dat er in de didactiek veel stromingen zijn en dat de individuele docent de ruimte moeten hebben zijn lessen naar eigen didactisch inzicht in te vullen. Daar komt bij dat het Nederlandse wiskundeonderwijs, gezien bijvoorbeeld de ernst van de aansluitingsproblematiek van havo/vwo naar hbo/universiteit en het gebrek aan rekenvaardigheid bij aankomende pabostudenten, beslist niet kan bogen op grote successen. Bescheidenheid en relativiseringsvermogen zouden didactici hier sieren. Didactische aanwijzingen zouden daarom niet verder moeten gaan dan suggesties die de moeite van het overwegen waard zijn, maar die zeker niet dwingend mogen worden opgelegd.

Ten aanzien van de rol van contexten in het onderwijs merkt de resonansgroep het volgende op.

Contexten kunnen een nuttige rol spelen in het wiskundeonderwijs, bijvoorbeeld bij het introduceren van nieuwe begrippen en onderwerpen. Ze vormen echter een middel en geen doel. Het doel van het wiskundeonderwijs is het leren beheersen van de taal van de wiskunde en het zinvol leren inzetten van de instrumenten van de wiskunde. De kracht van de wiskunde ligt namelijk juist in de abstractie, in de inzetbaarheid van *dezelfde* instrumenten in de meest uiteenlopende toepassingsgebieden. Daarom is de wiskunde de taal geworden van de natuurwetenschappen, de techniek, een groot deel van de economie en in het algemeen van alle vakken of onderdelen van vakken waarin kwantitatieve en structurele elementen van belang zijn.

Met dit perspectief in gedachten ondersteunt de resonansgroep de nadruk die in het visiedocument wordt gelegd op het duale karakter van de wiskunde als vak dat balanceert tussen abstract en toegepast. Deze balans is na de invoering van het realistisch rekenen c.q. het contextrijke wiskundeonderwijs in Nederland verstoord geraakt, en de resonansgroep begroet daarom de voorstellen van de cTWO deze weer te herstellen.

Het is daarom ook goed wanneer in het wiskundeonderwijs de kracht van de wiskunde getoond wordt in toepassingen. Dat moeten dan echter wel zinvolle toepassingen zijn waarin kritische modelvorming en functioneel gebruik van het wiskundige instrumentarium centraal staan. Deze vaardigheden kunnen in goed doordachte opgaven met zinvolle contexten worden aangeleerd, en ook profielwerkstukken en praktische opdrachten zijn hiervoor bij uitstek geschikt. Maar opgaven die zijn opgebouwd rond gekunstelde contexten, of

vraagstukken waarbij de oorspronkelijke zinvolle context door oversimplificaties krachteloos gemaakt is, zijn contraproductief en schadelijk. Ze geven namelijk een verkeerd beeld van de manier waarop wiskunde in de beroepspraktijk, in het onderzoek en in het vervolgonderwijs wordt gebruikt.

De Standpunten 7 en 8 worden door de resonansgroep gedeeld, bij Standpunt 9 is de resonansgroep benieuwd naar de concrete uitwerking.

7 De rol van ICT

Met de inhoud van dit hoofdstuk, inclusief de Standpunten 10 en 11, is de resonansgroep het eens.

8 Aansluiting en leerlijnen

Dit hoofdstuk kenmerkt zich voornamelijk door vage algemeenheden. De resonansgroep zou hier graag een concrete invulling van zien waarbij duidelijke keuzes worden gedaan. Enig zicht op een realisatie in examenprogramma's ontbreekt. Dit klemt des te meer daar altijd het gevaar van overladenheid op de loer ligt. De Standpunten 12, 13 en 14 zijn zo geformuleerd dat het moeilijk is het er niet mee eens te zijn. Ten aanzien van Standpunt 14 vraagt de resonansgroep zich wel af waar die toepassingen behandeld gaan worden. Alleen bij die vakken zelf, of ook binnen de wiskunde?

9 Toetsing en examinering

De eerste zin van Standpunt 15 heeft de instemming van de resonansgroep. De eerste helft van de tweede zin ook, maar de bijzin waarin een percentage genoemd wordt, bevreemdt haar. Bij elk examen dient de cesuur zo gelegd te worden dat degenen die slagen redelijkerwijs geacht kunnen worden de stof te beheersen. Dat hoeft niet nader te worden toegelicht.

Ook de Standpunten 16 en 17 hebben de instemming van de resonansgroep. Zij wil in dit verband het voorstel doen elk centraal examen in twee delen te splitsen: een eerste deel dat zonder hulpmiddelen wordt afgenomen en een tweede deel waarbij alle ICT-middelen zijn toegestaan.

Ook Standpunt 18, inclusief de daaraan voorafgaande zin over Wiskunde B, heeft de instemming van de resonansgroep.

10 Implementatie, scholing en nascholing

Dit hoofdstuk, met daarin de Standpunten 19 tot en met 22, heeft de instemming van de resonansgroep. Bij Standpunt 22 kan aangetekend worden dat ook het functiewaarderingsysteem genoemd moet worden, naast de wet BIO waar immers slechts een van de zeven competenties betrekking heeft op vakinhoud en vakdidactiek.

Detailkritiek

De resonansgroep besluit haar commentaar met enige kritische kanttekeningen.

1. In het visiedocument wordt vaak gesproken over wiskunde als 'eigenstandige discipline' waar 'zelfstandige discipline' wordt bedoeld. Volgens Van Dale betekent eigenstandig 'van eigen bodem'.
2. Het stuk over de historische en culturele waarde van de wiskunde (p. 6) bevat een aantal historische onjuistheden: het 'letterrekenen' komt pas voor bij Viète (1540-1603) en het is beslist onjuist te stellen dat Leibniz zich realiseerde dat onze aardse wereld en die van de hemellichamen voldoen aan dezelfde natuurwetten. Dit inzicht moet aan Descartes en vooral aan Newton worden toegeschreven. Terzijde: de naam van John von Neumann is niet goed gespeld, en bij de pioniers van de kansrekening dient, zeker in een Nederlands document, ook Huygens naast Pascal genoemd te worden.
3. Op bladzijde 15 valt de resonansgroep de volgende zinsnede op: '– bij het manipuleren maakt het immers niet uit wat de betekenis van de symbolen is.' Dit miskent het feit dat in de algebra op schoolniveau letters altijd *reële getallen* voorstellen. Daarom zijn al die rekenregels geldig. Zinloos (axiomatisch) manipuleren van symbolen komt in de schoolwiskunde niet voor. De resonansgroep is het overigens verder eens met hetgeen op bladzijde 15 onder het tussenkopje '*Formules manipuleren*' gezegd wordt.
4. In Standpunt 13 staat een storende typefout.