

Commentaar van de Resonansgroep Wiskunde op de conceptexamenprogramma's 2011 van cTWO van 10 januari 2008

4 februari 2008

De resonansgroep wiskunde heeft met belangstelling kennisgenomen van de conceptexamenprogramma's 2011 voor de vakken wiskunde havo A, havo B, havo D, vwo A, vwo B, vwo C en vwo D die op 10 januari 2008 door de Commissie Toekomst Wiskundeonderwijs (cTWO) bekend zijn gemaakt. Gezien haar opdracht: het beoordelen van de voorstellen op doorstroomrelevantie voor het hoger onderwijs, en gezien het feit dat wiskunde D bij geen enkele vervolgopleiding als ingangseis verplicht gesteld mag worden, zal de resonansgroep zich vrijwel geheel onthouden van commentaar op de voorstellen voor wiskunde D. Wel neemt zij de gelegenheid te baat de wens uit te spreken dat veel leerlingen met wiskunde B ook wiskunde D in hun pakket op zullen nemen. Met name leerlingen die doorgaan in een technische of exacte studierichting zullen hier veel profijt van hebben.

Het is voor deze leerlingen ook de enige mogelijkheid om in het voortgezet onderwijs reeds kennis te maken met de kansrekening en de statistiek. De resonansgroep is overigens van oordeel dat het lesmateriaal voor kansrekening en statistiek specifiek voor wiskunde D moet worden ontwikkeld in samenhang met wiskunde B, en niet zoals nu in de experimenteerfase het geval is, bestaat uit een deel van het materiaal voor wiskunde A.

Met genoegen heeft de resonansgroep geconstateerd dat cTWO erin is geslaagd programma's te ontwerpen die in veel opzichten een grote verbetering zijn ten opzichte van de huidige programma's. In het bijzonder betreft dit de doorstroomrelevantie van de programma's voor havo A, havo B en vwo B. Als een algemene opmerking stelt de resonansgroep dat zij met de conceptprogramma's voor deze vakken in grote lijnen kan instemmen. Bij vwo A en vwo C heeft zij echter nog steeds zwaarwegende inhoudelijke kritiek.

Doorstroming naar het hoger onderwijs

Positief acht de resonansgroep de grote en expliciete aandacht in de programma's voor het ontwikkelen van formulevaardigheid (en bij havo A ook rekenvaardigheid). Dit zal zeker bijdragen aan het verlichten van de ernstige aansluitingsproblemen die er thans zijn bij alle studierichtingen in het hoger onderwijs waar wiskunde als steunvak wordt gebruikt. Er is hier duidelijk sprake van een ontwikkeling in de goede richting. Het is voor het hoger onderwijs van het grootste belang dat havo- en vwo-abituriënten *op routineniveau* beschikken over de noodzakelijke basale rekenvaardigheden en formulevaardigheden.

Het werken aan de oplossing van de aansluitingsproblematiek is overigens niet alleen een zaak van havo en vwo. Ook van hbo en wo worden op dit punt bijdragen verwacht. De resonansgroep constateert met voldoening dat er hiertoe van de kant van de universiteiten tal van positieve acties worden ondernomen. Dit geldt ook voor de ontwikkeling van het nieuwe vak wiskunde D. Helaas blijft het hbo hierbij achter: samenwerking tussen havo en hbo lijkt niet goed van de grond te komen. De resonansgroep spreekt hierover haar bezorgdheid uit en spoort het hbo aan op dit punt meer initiatieven te ontplooiën.

Wiskunde en natuurkunde

De resonansgroep maakt zich zorgen over het wiskundige gehalte van het natuurkundeonderwijs, aangezien een deel van de leerlingen die dit vak volgen wiskunde A heeft (veelal scholieren in het NG-profiel) en een deel wiskunde B (nl. degenen in het NT-profiel). De docent kan in principe dus slechts de doorsnede van wiskunde A en B bekend veronderstellen. De resonansgroep vreest dat deze doorsnede in de huidige voorstellen een onvoldoende basis voor het natuurkundeonderwijs biedt.

In het algemeen signaleert zij dat er onvoldoende afstemming heeft plaatsgevonden tussen de wiskunde- en de natuurkundevakken. Weliswaar wordt in de conceptexamenprogramma's voor havo en vwo wiskunde B en wiskunde D verwezen naar een rapport van de werkgroep Afstemming Wiskunde Natuurkunde, maar van een dergelijke afstemming is in de examenprogramma's nog te weinig terug te vinden. De resonansgroep betreurt in het algemeen de afwachtende houding van cTWO rond de conclusies van dit rapport.

ICT-gebruik

Op het punt van ICT-gebruik stemt de resonansgroep in met de in de conceptprogramma's geformuleerde algemene uitgangspunten, die samengevat kunnen worden in de steekwoorden *use to learn*. Zij onderschrijft het standpunt dat ICT-middelen kunnen en moeten worden gebruikt om overal waar mogelijk het leren van wiskunde te ondersteunen. Terecht worden er in de

programma's daarbij onder andere genoemd ICT als hulpmiddel bij het verkennen van wiskundige problemen en ICT als hulpmiddel bij mede op ICT gebaseerd onderwijs. Ook bij het schoolexamen kan en moet ICT op een verantwoorde manier worden ingezet.

De resonansgroep is echter van mening dat de beschikbaarheid van ICT zoals de grafische rekenmachine (GR) op het centraal schriftelijke eindexamen (CE) de ontwikkeling en toetsing van wiskundige vaardigheden ernstig belemmert. Mede omdat de grafische rekenmachine de gelegenheid biedt om een veelheid aan informatie op te slaan (bijvoorbeeld de volledige inhoud van de huidige formulekaarten), staat de beschikbaarheid van de grafische rekenmachine het aanleren en toetsen van de voor het vervolgonderwijs zo noodzakelijke routinematige formulevaardigheden in de weg. De huidige praktijk bewijst dit: formules die op de formulekaart (of in het geheugen van de grafische rekenmachine) staan, worden niet meer geleerd.

De opmerking in de verschillende conceptexamenprogramma's dat bij het CE het gebruik van ICT zoals de grafische rekenmachine geen zelfstandig onderwerp van toetsing of waardering zal zijn, is de resonansgroep daarom te vrijblijvend. Inspectie van de verschillende domeinen en domeinonderdelen leert dat ICT-gebruik tijdens het CE slechts bij de kansrekening en statistiek wenselijk is. Bij de andere domeinen kan en moet toetsing op het CE zonder ICT-middelen geschieden. De resonansgroep dringt er daarom met klem op aan het gebruik van ICT-middelen, zoals de grafische rekenmachine, tijdens het CE bij de vakken wiskunde B op havo en vwo geheel te verbieden. Bij het CE voor havo A, vwo A en vwo C staat de resonansgroep erop dat ICT alleen gebruikt mag worden bij het domein kansrekening en statistiek. Wanneer dit domein getoetst wordt in het CE, betekent dit dus een splitsing van het CE in een deel zonder, en een deel met ICT-middelen zoals de grafische rekenmachine.

De resonansgroep gaat ervan uit dat de formulekaart op het CE niet meer gebruikt wordt.

Havo A

De resonansgroep stemt van harte in met dit conceptexamenprogramma. Het is in alle opzichten en in alle onderdelen doorstroomrelevant. Ten aanzien van het gebruik van ICT-hulpmiddelen zoals de GR bij het CE verlangt de resonansgroep dat dit beperkt wordt tot Domein E, kansrekening en statistiek. (Ten onrechte hanteert cTWO voor dit domein de titel 'Onzekerheid'. Bij de subdomeinen E1, E2 en E3 zal in veel gevallen helemaal geen sprake zijn van onzekerheid. Eenzelfde opmerking kan gemaakt worden bij de programma's voor vwo A en vwo C ten aanzien van de domeintitel 'Handelen bij onzekerheid'.)

De resonansgroep gaat ervan uit dat ICT-vaardigheden expliciet getoetst worden in het schoolexamen (SE).

Als een opmerking terzijde spreekt de resonansgroep haar zorgen uit over

het feit dat het havo-profiel Natuur en Gezondheid met wiskunde A formeel toegang geeft tot de technische hbo-opleidingen. Toekomstige hbo-studenten met uitsluitend wiskunde A in hun profiel hebben beslist een onvoldoende wiskunde-ondergrond om zulke studierichtingen met succes te kunnen volgen. Zo ontbreken bijvoorbeeld goniometrische verhoudingen, functies, in het bijzonder exponentiële en goniometrische functies, en de differentiaalrekening. Allemaal zaken die voor een technische opleiding essentiële voorkennis vormen. Het hbo zal dan zelf de resulterende aansluitingsproblemen moeten proberen op te lossen.

In dit verband verdient het aanbeveling om na de pilots voor dit vak ook de ervaringen in het eerste jaar van de technische hbo-opleidingen mee te wegen in het oordeel over dit programma.

Havo B

De resonansgroep stemt in grote lijnen in met dit conceptexamenprogramma. Het is in alle opzichten en in alle onderdelen doorstroomrelevant. De resonansgroep betreurt het dat de e-macht en natuurlijke logaritme niet behandeld worden, maar acht dit gezien de beschikbare tijd aanvaardbaar. Er zijn ten opzichte van een vorig voorstel nog meer onderdelen verdwenen. Onaanvaardbaar vindt de resonansgroep het dat daarbij ook de kettingregel geschrapt is (subdomein D3). Daarmee is het onderdeel differentiëren in feite vleugellam gemaakt. De resonansgroep vindt het noodzakelijk dat *alle* rekenregels voor differentiëren in het programma worden opgenomen. De kettingregel mag niet ontbreken. In alle toepassingen wordt deze regel veelvuldig gebruikt. Wanneer voor het opnemen van de kettingregel compensatie vereist is, kan die gevonden worden door in domein B3, Evenredigheidsverbanden, de onderdelen 16.3 en 16.4 (blz. 11) te schrappen.

Ten aanzien van het gebruik van hulpmiddelen zoals de GR bij het CE verlangt de resonansgroep dat dit geheel verboden wordt. Zij gaat er wel van uit dat ICT-vaardigheden expliciet getoetst worden in het SE.

Het voorgestelde havo B programma beslaat beduidend minder studielasturen dan het huidige programma. Voor de technische richtingen is de combinatie met wiskunde D alleen al daarom zonder meer aan te bevelen. Maar aangezien het profielkeuzevak wiskunde D niet als instroomeis kan worden gesteld, spreekt de resonansgroep zich hierover verder niet uit.

Er is nog een ander punt waarvoor de resonansgroep nadrukkelijk aandacht vraagt. Het nu voorgestelde programma (uitgebreid met de kettingregel) vertoont een grote interne samenhang en in zijn geheel is het volledig doorstroomrelevant. De domeinen B, C en D versterken elkaar en hebben tal van dwarsverbanden, die ook in de toetsing tot uiting kunnen en moeten komen. Een beperking van de toetsing in het CE (dat wil zeggen toetsing van slechts een beperkt aantal (sub)domeinen) zou die samenhang op losse schroeven zetten.

Daarmee zou ook een van de hoofddoelen van de huidige veranderingsvoorstellen: het terugdringen van de bestaande aansluitingsproblematiek tussen havo en hbo in de B-richtingen, ernstig worden gefrustreerd. De resonansgroep spreekt er daarom haar voldoening over uit dat de programmacommissie voorstelt alle domeinen B, C en D, in samenhang met domein A, op het CE te toetsen. Ook het voorstel voor de inhoud van het schoolexamen heeft haar volle instemming.

Vwo A

Met instemming stelt de resonansgroep vast dat er in het conceptprogramma veel aandacht is voor het ontwikkelen van reken- en formulevaardigheid. Het gebrek aan deze vaardigheden is een ernstig struikelblok gebleken bij vrijwel alle universitaire studierichtingen waarvoor een profiel met wiskunde A een ingangseis is en waarbij wiskunde als steunvak wordt gebruikt. Daarbij moet bedacht worden dat vanaf 2007 wiskunde A ook gekozen kan worden als wiskundevak in het profiel Natuur en Gezondheid. Daardoor zullen naar verwachting nog veel meer studenten met wiskunde A in plaats van wiskunde B aan een studie beginnen waarin het beheersen van wiskundige vaardigheden noodzakelijk is.

In de eerste alinea van de Inleiding van het conceptprogramma wordt gesteld dat vwo A voorbereidt op universitaire studies in de economische en biomedische wetenschappen. De sociale wetenschappen worden niet genoemd. Iets onder het midden van diezelfde pagina komen de sociale wetenschappen echter toch tevoorschijn, en op bladzijde 2 verschijnt zelfs de empirische cyclus ten tonele naar aanleiding van voorstellen voor onderzoeksexperimenten op het gebied van de statistiek van de sociale wetenschappen (zie het SKACA-rapport). Voor toekomstige studenten in de economische en de biomedische wetenschappen is dit niet relevant.

De resonansgroep heeft verder met verwondering kennisgenomen van de zin iets boven het midden van pagina 2: "Ondanks dat is het de vraag of leerlingen van het profiel NG die natuurkunde als profielkeuzevak kiezen, niet moet worden aangeraden wiskunde B in plaats van wiskunde A te volgen." De resonansgroep is het hier niet mee eens. Het is de taak van cTWO om een programma voor wiskunde A te ontwikkelen dat ook past in het profiel NG. Het voorgestelde programma voldoet niet aan deze eis.

Bij dit alles moet ook worden bedacht dat een numeriek zeer belangrijke afnemersgroep van vwo wiskunde A wordt gevormd door de universitaire studierichtingen economie en bedrijfskunde. Samen gaat het hier om jaarlijks ongeveer vierduizend vwo-abituriënten, waarvan ongeveer tachtig procent het vak wiskunde A heeft gevolgd. Voor deze groep is een goede beheersing van formulevaardigheden en kennis van elementaire functies noodzakelijk aangezien daarop tijdens de wiskundecolleges in het eerste jaar wordt voortgebouwd.

Met grote zorg constateert de resonansgroep het ontbreken van de essentiële onderwerpen *abc*-formule en de goniometrische functies sinus, cosinus en tangens in domein C, en de e-machtfunctie, de natuurlijke logaritme en de goniometrische functies in subdomein D3 van het voorgestelde programma. Bij subdomein D3 valt verder op dat de kettingregel alleen in beperkte zin aanwezig is, terwijl de quotiëntregel geheel ontbreekt. Met nadruk stelt de resonansgroep dat *alle* rekenregels voor differentiëren op het programma moeten staan. Niet alleen voor de economische en bedrijfskundige wetenschappen, maar ook voor de biomedische wetenschappen zijn deze ontbrekende onderdelen van essentieel belang. Ze worden allemaal veelvuldig in het vervolgonderwijs en in alle toepassingen gebruikt, en ze moeten dan ook uiteindelijk door de leerlingen allemaal *op routineniveau* worden beheerst. Afgezien daarvan werkt de voorgestelde beperkte behandeling van de differentieerregels het ontstaan van 'ezelsbruggetjeswiskunde' (trucjes met een beperkte geldigheid) in de hand, juist omdat de algemene regels niet worden aangeleerd.

Helaas is de kritiek van de afnemende studierichtingen economie en bedrijfskunde onvoldoende verwerkt in het conceptprogramma. Dit programma zal de huidige aansluitingsproblematiek bij deze vakken niet wezenlijk verlichten. De resonansgroep adviseert de staatssecretaris bij het vervolgtraject een of meer universitaire docenten wiskunde te betrekken die werkzaam zijn bij de economie, de bedrijfskunde of de biomedische wetenschappen, bijvoorbeeld door ze te benoemen in cTWO of in de syllabuscommissie. Op die manier kan voorkomen worden dat er een programma voor vwo-A ontstaat waarbij de grote aansluitingsproblemen wiskunde van vwo naar wo blijven voortbestaan.

Ten aanzien van Domein E (kansrekening en statistiek) heeft de resonansgroep al bij een vorige gelegenheid opgemerkt dat zij geen prioriteit geeft aan een behandeling op het vwo van de subdomeinen E6, E7 en E8 (toetsen, schatten en regressie). Zij is er dan ook tegen om hiermee experimenten uit te voeren zoals de programmacommissie wiskunde A voorstelt. Veel meer hecht zij eraan de leerlingen een degelijke basis te verschaffen in de subdomeinen E1 tot en met E5. Er is op dit moment in vwo A al veel ervaring met het onderwerp toetsen. Dit zou daarom in grote lijnen in de bestaande vorm gehandhaafd kunnen blijven, dus beperkt tot de punten 17.1 en 17.2 (zie blz. 13). De voor de experimenten in de subdomeinen E6, E7 of E8 gereserveerde tijd kan beter besteed worden om de hierboven genoemde belangrijke onderwerpen uit de basiswiskunde in de domeinen C en D op te nemen. Een verschuiving van 40 slv van domein E naar de domeinen C (10 uur) en D (30 uur) is hiervoor voldoende. Meer ruimte kan gevonden worden door in subdomein B2 de onderdelen 5.2 en 5.3 te schrappen, en in subdomein D1 onderdeel 9.5.

Ten aanzien van het gebruik van ICT-middelen zoals de grafische rekenmachine tijdens het CE verlangt de resonansgroep dat dit beperkt wordt tot vraagstukken die betrekking hebben op domein E (kansrekening en statistiek). ICT-vaardigheden kunnen verder getoetst worden in het SE.

Vwo B

De resonansgroep stemt in grote lijnen in met dit conceptexamenprogramma. Het is in vrijwel alle opzichten doorstroomrelevant. Als geheel vertoont het programma een grote interne samenhang.

Ten aanzien van het gebruik van ICT-hulpmiddelen zoals de GR bij het CE verlangt de resonansgroep dat dit geheel verboden wordt. Zij gaat er wel vanuit dat ICT-vaardigheden getoetst worden in het SE.

Een suggestie van de resonansgroep om subdomein E1 te schrappen, heeft de cTWO niet overgenomen. De resonansgroep dringt er bij de staatssecretaris met klem op aan dit toch te doen. Het onderdeel E1 is een vreemde eend in de bijt en in geen enkel opzicht doorstroomrelevant. Er worden overtuigingen en methodes in naar voren gebracht die in de moderne wiskunde omstreden of achterhaald zijn en aan de kandidaten worden eisen gesteld waarvan het niet duidelijk is hoe ze hieraan moeten voldoen. De hiervoor gereserveerde tijd kan beter besteed worden.

Net als bij het voorgestelde programma voor havo B maakt de resonansgroep de opmerking dat het nu voorgestelde programma (met uitzondering van onderdeel E1) volledig doorstroomrelevant is. De domeinen B, C, D en E versterken elkaar en hebben tal van dwarsverbanden, die ook in de toetsing tot uiting kunnen en moeten komen. Een beperking van de toetsing in het CE (dat wil zeggen toetsing van slechts een beperkt aantal (sub)domeinen) zou die samenhang op losse schroeven zetten. Daarmee zou ook een van de hoofddoelen van de huidige veranderingsvoorstellen: het terugdringen van de bestaande aansluitingsproblematiek tussen het vwo en de universitaire B-richtingen, ernstig worden gefrustreerd. De resonansgroep spreekt er daarom haar voldoening over uit dat de programmacommissie voorstelt alle domeinen B, C, D en E, in samenhang met domein A, op het CE te toetsen. Ook het voorstel voor de inhoud van het schoolexamen heeft haar volle instemming.

Vwo C

Wiskunde C richt zich op universitaire studies in de sociale, juridische en taalwetenschappen. Ook voor deze studenten zijn algemene rekenvaardigheden en formulevaardigheden van groot belang. De commissie cTWO schrijft over haar programmavoorstel echter onder andere: 'De nadruk ligt minder op het reproduceren van technieken en meer op de functie, de cultuurhistorische rol en de waarde ervan in onze maatschappij.'

De resonansgroep maakt bezwaar tegen deze benadering. Net als bij wiskunde A, wiskunde B en wiskunde D dient het programma van wiskunde C gericht te zijn op die wiskunde die voor de vervolgopleidingen relevant is. Een aanzienlijk deel van het programma is echter niet op deze doorstroom gericht, maar algemeen cultureel of historisch van aard. Het betreft hierbij vooral de

volgende programmaonderdelen:

- Domein B (helemaal)
- Subdomein C1, onderdelen 18.6 en 18.7 (zie bladzijde 10)
- Domein D, onderdeel 20.10, 2e bolletje (zie bladzijde 11)
- Domein E, onderdeel 21.6, 2e, 3e en 4e bolletje (zie bladzijde 11)
- Domein G, onderdeel 30.5, 2e, 3e en 4e bolletje (zie bladzijde 14)
- Domein H (helemaal)

Zulke onderwerpen zijn zeker geschikt als keuze-onderwerp in Domein I, maar niet als vaste onderdelen van het programma. De resonansgroep staat erop dat deze onderwerpen uit het verplichte deel van het programma verwijderd worden. In plaats daarvan dient daarin meer aandacht besteed te worden aan het ontwikkelen en bijhouden van algemene rekenvaardigheden en formulevaardigheden zoals dat ook in havo A op het programma staat.

Ten aanzien van domein F (kansrekening en statistiek) verwijst de resonansgroep naar haar opmerkingen hierover bij vwo A. Hier dienen de subdomeinen F6 (toetsen), F7 (schatten) en F8 (regressie) als te ver gaand voor behandeling in wiskunde C op het vwo, geschrapt te worden. De resonansgroep is tegenstander van experimenten op dit gebied en wenst domein F te beperken tot de subdomeinen F1 tot en met F5.