

# Samenhang in de 2<sup>e</sup> gr. lerarenopleiding wiskunde: wiskundededidactiek centraal

Gery Gorter (lerarenopleider, Hogeschool Utrecht)

Ton Konings (lerarenopleider, Hogeschool van Arnhem en Nijmegen)

ELWleR-conferentie 18 mei 2016

# Programma voor de werkgroep

## **Inleiding** (10 min., Ton)

- Aanleiding
- Inspiratie vanuit kwadrantenmodel

## **Voorbeelden vanuit de opleidingen** (10 min.+ 10 min.)

- Deelthema A *verbinding curriculum wiskundedidactiek en werkplekieren* met voorbeelden HAN, Ton
- Deelthema B *verbinding vak onderdelen en wiskundedidactiek* met voorbeelden HU, Gery

## **Uitwisseling overige opleidingen, met keuze uit:** (30 min.)

- Vragen m.b.t. thema A: welke mogelijkheden tot verbinding?
- Vragen m.b.t. thema B: welke mogelijkheden tot verbinding?

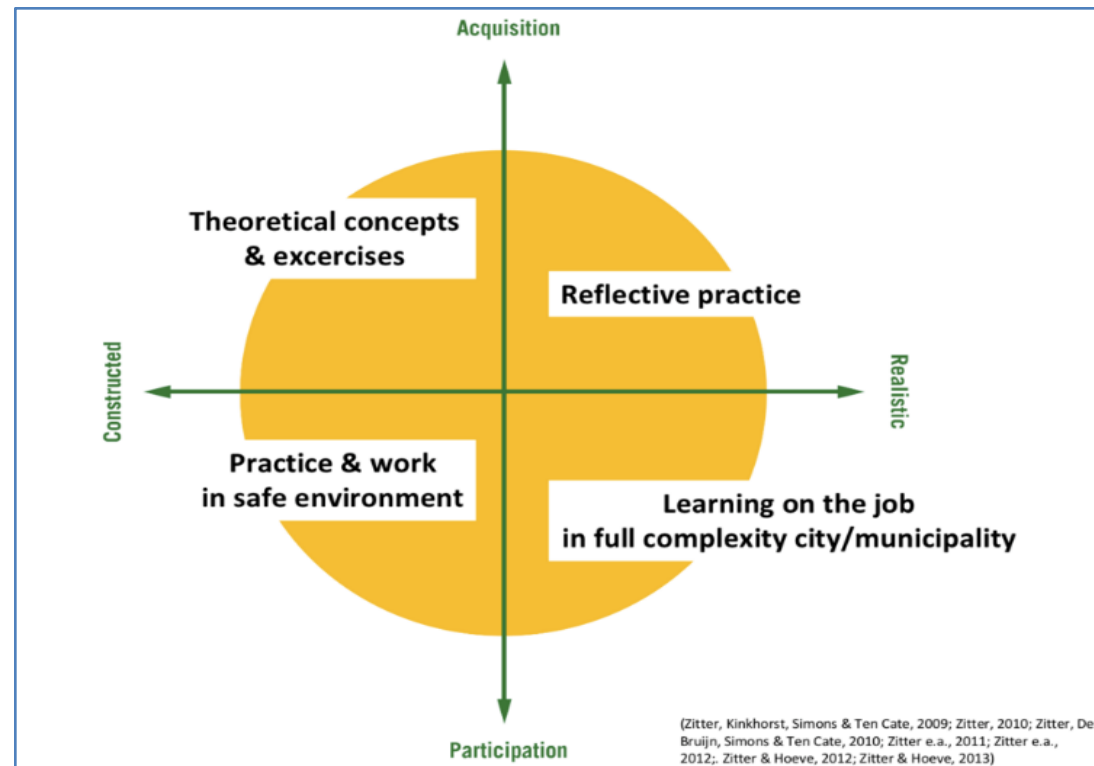
## **Inventarisatie van hoofdpunten** (15 min)

# Aanleiding:

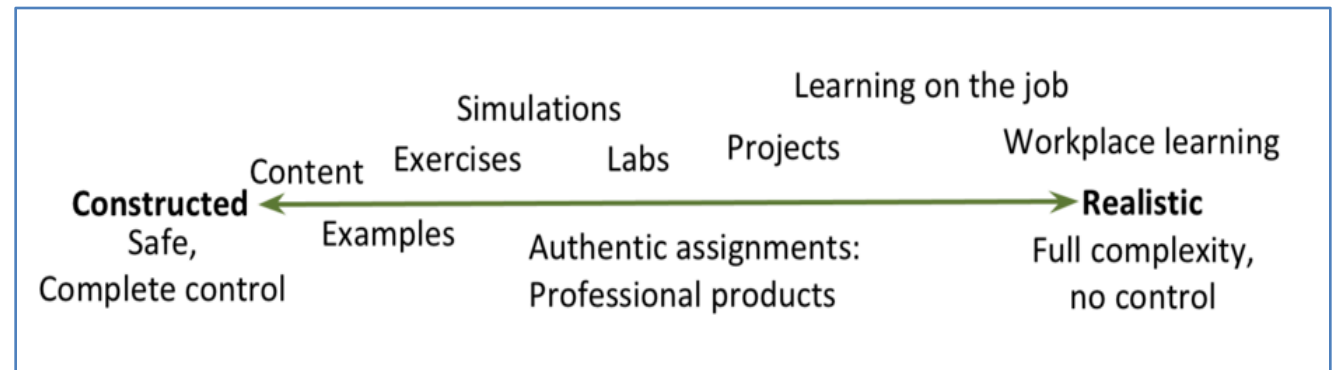
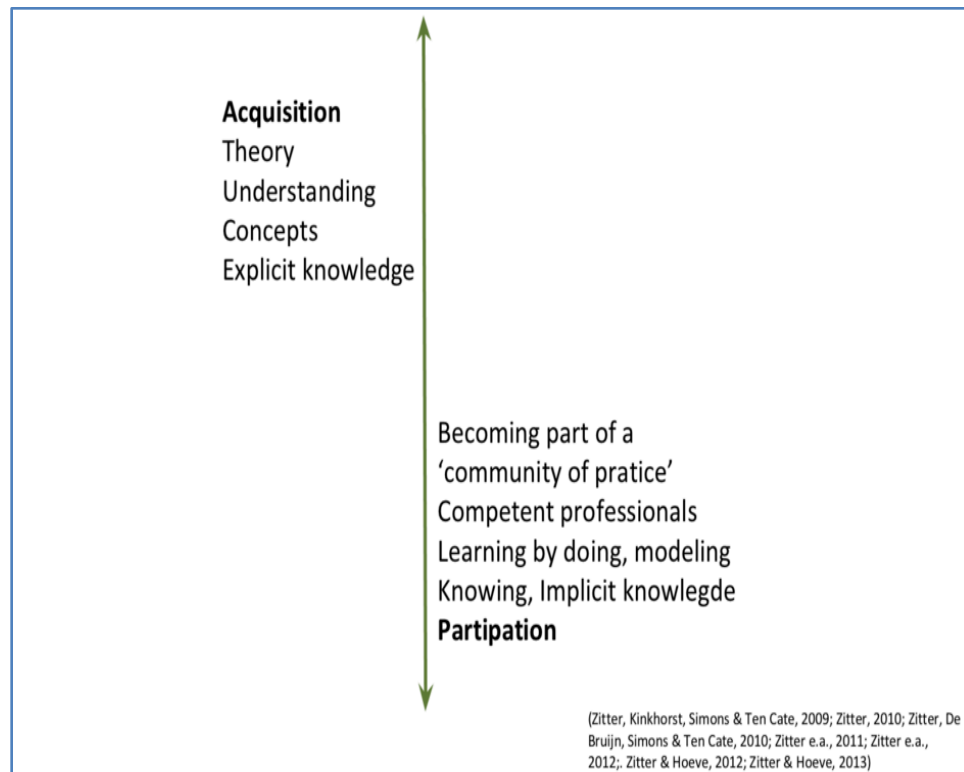
- Opmerkingen in accreditaties, van studenten, .... gebrek aan samenhang
- Fragmentatie in lerarenopleiding:
  - Diversiteit aan studieonderdelen wiskunde-vak-cursussen, wiskundendidactiek-cursussen, onderwijskunde-cursussen, werkplekleren, praktijkonderzoek, naast enkele kleinere onderdelen.
  - Een deel ervan vindt plaats op de instituten van de lerarenopleidingen, een deel op de scholen van voortgezet onderwijs.
  - Scheiding theorie en praktijk
  - Autonomie van instituten met elk hun eigen curriculum
  - Scheiding vakprogramma en overige onderdelen
  - (net als in VO) reproductieve, procedurele vaardigheden en WDA
  - Praktijkonderzoek en de rest
  - Scheiding van de andere exacte vakken
  - Lerarenopleiders en vakgenoten in het beroepsveld.

# Waar, hoe kan verbinding gezocht worden?

- **Inspiratie** vanuit kwadranten model voor de inrichting van beroepsonderwijs. (Zitter, HU)



# twee dimensies voor vormgeving van onderdelen van een curriculum/ leeromgeving



# opdracht 1 van je werkblad:

## **Opdracht 1** Individueel:

- a. Plak in elk kwadrant een 'geel-tje' met de naam van een cursus/ activiteit van je opleiding wiskunde/ wiskundedidactiek, die weinig verbinding heeft met de andere kwadranten.
- b. Plak op de grens van twee of meer kwadranten een 'roze-tje' met de naam van een cursus/ activiteit van je opleiding wiskunde/ wiskundedidactiek, die verbinding tussen deze kwadranten legt.

Opmerkingen:

voor het gemak noemen we de kwadranten:

- 1. Cursussen
- 2. Praktische oefeningen
- 3. Werkplekleren
- 4. Reflectie op de praktijk

waar gaat het naartoe:

- Essentieel voor samenhang in een curriculum/ leeromgeving: Verbindingen leggen tussen de kwadranten
- Beroepsproducten hebben een centrale plaats en verbinden de kwadranten.

# Deelthema A verbinding curriculum wiskundedidactiek en werkplekleren

Presentatie van voorbeelden HAN

- van vier voorbeelden (per kwadrant één), waarbij de verbinding wordt gelegd met andere kwadranten.
- En de positionering van één beroepsproduct over de vier kwadranten.

# Kwadrant 1: Cursussen (Theoretical concepts and exercises)

## **Voorbeeld: Cursus Vakdidactiek Algebra ( HAN jaar 3)**

Het werkboek 'Algebra' ( Faarts e.a. , 2013, p. 90) wordt cursorisch in 7 bijeenkomsten van 1,5 uur behandeld, met bijv.:

- problemen van leerlingen, bijv. als gevolg van  $2 \text{ appels} + 3 \text{ appels} = 5 \text{ appels}$ : de letter als ding in  $a + p = 900$ ,
  - theorie: soorten variabelen onbekende, veranderlijke, onbepaalde, parameter, ...
  - aanwijzingen didactisch handelen: het aantal appels, vele getalvoorbeelden
- de praktijk laat nog vaak gereken met appels zien .....

## **Verbinding Cursus Vakdidactiek Algebra naar kwadrant 3 (werkplekieren jaar 3) en kwadrant 4 (wiskundedidactische reflectie):**

Schrijf een artikel met de omvang van ongeveer 2000 woorden + illustraties. Verwerk daarin:

- ervaringen met leerlingen (bij onderwerpen uit de schoolalgebra).
- elementen van dit cursusboek over vakdidactiek van de Algebra
- eventuele aanvullende literatuur

**Procedure voor onderzoeksplan, feedback van leer groep en docent en beoordeling door leergr. en doc.**



# Kwadrant 2: Praktische oefeningen (Practice and work in safe environment.)

## Voorbeeld Oefening in 'uitleggen'. ( HAN jaar 2)

**uit:** Het leren van wiskunde (Faes, e.a. , 2011).

### *Opdracht 10.4 Presenteren van een klassikale inleiding*

*Houd een presentatie waarin je een klassikale inleiding op een stuk leerstof uit een schoolboek voor de brugklas verzorgt. De inleiding moet minimaal 10 minuten en maximaal 15 minuten duren.*

*Ga er vanuit dat je medestudenten leerlingen simuleren.*

*Ter voorbereiding op de presentatie is het verstandig zelf alle sommen van de leerstof gemaakt te hebben en de leerstof te analyseren op zaken die de moeite waard zijn om klassikaal te bespreken.*

*Maak ook een schriftelijke voorbereiding van je presentatie waarbij onder andere je aandacht schenkt aan:*

- wat is je doel voor de leerlingen?*
- welke vragen ga je zoal stellen?*
- welke instructies geef je?*
- welk materiaal heb je nodig?*

## **Verbinding naar kwadrant 1 Cursussen ( Theorie) :**

De rol van de docent is om bij het bespreken van de presentaties de verbinding te leggen met de wiskunde didactische theorie, die in het boek *Het leren van wiskunde* (2011) aan de orde komt, bijv.:

- Je hebt nu precies verteld wat de leerling moet doen om ....., maar waarom zo ... ?
- Je gaf een mooie definitie van wat een prisma is, maar wat kan de leerling nu ...?

**Echter ....**

# Kwadrant 3: Werkplekleren (Learning on the job in full complexity)

## Voorbeeld: Leertaak Gesprekken met leerlingen over wiskunde

- Hiermee hebben ze een eerste verkenning t.a.v. inzetten van hardop- denk-protocollen gehad.
- In hun 2<sup>e</sup> jaars 'oriëntatie op onderzoek' gaan de studenten bovenstaande nog eens en herhaald inzetten. Vaak hebben hun onderzoeksvragen betrekking op rekenen of algebra.

### Verbinding naar kwadranten 1 en 4

- Bij de eerste oefening wordt relatie gelegd met wat in 'Het leren van wiskunde', 'Probleemoplossen' en 'Vorbereiden en ontwikkelen van wiskunde' eerder is besproken t.a.v. vragen stellen en doelen van wiskundeonderwijs.
- Bij de tweede keer worden relaties gelegd met Vakdidactiek rekenen ( m.n. drieslagmodel) en vakdidactiek algebra. ( Bijv. herkennen van soorten van problemen bij leerlingen).

Leertaak Werkplekleren 2A	Gesprekken met leerlingen over wiskunde
StudieBelastingsUren	10 SBU
Relevantie/Kader	Wiskunde is meer dan het uitvoeren van systematische stappenplannen. Als docent moet je je best doen om leerlingen aan het denken te zetten. Het stellen van goede vragen kan efficiënt zijn om dit te bereiken. In deze leertaak ga je hiermee oefenen door individuele leerlingen te helpen. <b>Door middel van het gesprek probeer je er achter te komen waar de wiskundige problemen liggen bij die leerlingen. Als deze problemen duidelijk zijn, ga je onderzoeken wat je er aan kunt doen.</b> Dit is een voorbereiding op Oriëntatie Praktijkonderzoek; met name het verzamelen van data.
Omschrijving/instructie	Stap 1: Bepreek met je WB welke leerling je tijdens een wiskundeles apart mag nemen. Het moet wel een leerling zijn die moeite heeft met wiskunde. (Denk aan een les van jouw stagepartner of een les van jouw spd.) Reserveer een ruimte waar je met de leerling een gesprek kunt voeren. Zorg voor schrijfmateriaal en een camera om het gesprek op te nemen. (Beeld en geluid. Als je merkt dat de leerling het vervelend vindt om opgenomen te worden, kies dan alleen voor geluid). <b>Zorg ervoor dat de leerling een aantal sommen meeneemt waar hij of zij moeite mee heeft.</b> Etc. ... Bron : Bijlage 3.6 van Bogaart, T. van den & Konings, T. ( 2015). <b>Vorbereiden en ontwikkelen van wiskundeonderwijs. Utrecht: APS</b>
Resultaatverwachting	Voor deze leertaak selecteer je een beeldfragment van een paar minuten. Kies het fragment waarvan jij vindt dat je de goede vragen stelt. Dit zijn vragen waarmee je laat zien dat je de leerling aan het denken zet. Etc. ...
Inleverdatum	Week 16. Tijdens de les presenteer je de fragmenten aan elkaar.

# Kwadrant 4: Reflectie op de praktijk (HAN, jaar 4)

Bij de HAN hebben de 4<sup>e</sup> jaars LIO's elke vrijdag een 'institutedag', met tweewekelijks een bijeenkomst wiskundendidactiek van 3,5 uur.

## **Voorbeeld: Video – observatie als basis voor wiskundendidactische feedback en reflectie.**

- De student selecteert een fragment van 15 minuten uit een les en draagt observatiepunten en vragen aan. De begeleider, die vooraf het fragment heeft bestudeerd, voegt verdere observatiepunten en vragen toe.
- Studenten komen vaak zelf met algemeen onderwijskundige vragen, en vragen met betrekking tot klassenmanagement.

## **Verbinding naar kwadrant 1 Cursussen (Theorie)**

De wiskundendidacticus voegt vanuit theoretische inzichten observatiepunten toe en levert vakdidactische literatuur aan. Veelal betreft dit het werken aan begrip en inzicht. Bijv.

Kwaliteit van gestelde vragen (in relatie tot doelen van wiskundeonderwijs)

Bij moeizaam verlopend samenwerkend leren: past de vorm bij de leerstof (via consequent aflopen van 5 sleutelbegrippen en 4 criteria voor opdrachten)

Lesdoelen in leerlingentaal medelen, oriëntatie op de leerstof en terugblik in de les

Alternatieve aanpakken m.b.t. leerstof

Specifieke aandachtspunten m.b.t leerstof: Wat is er de oorzaak van dat leerlingen het hoofdstuk 'tangens' zo moeilijk vinden en wat kan eraan gedaan worden?

# 5. Samenvoegen van activiteiten in alle kwadranten via 'beroepsproducten.'

## **Voorbeeld: Beroepsproduct Lessenreeks**

*(vaak zie je dat dit een losstaand product is ten behoeve van het assessment)*

- 3: Werkplekleren: in stage jaar 3 deels, in jaar 4 complete lessenreeks en met eigen ontwerpen (kies weloverwogen een hfst.)
- 1: Stramien boek Bogaarts & Konings, en dringend advies: koppeling aan praktijkonderzoek jaar 4
- 2: In jaar 3 oefeningen met onderdelen van lessenreeks ( m.n. t.a.v. samenwerkend leren, differentiatie, zelfstandigheid lln.) bij eenzelfde hfst. met klassikale bespreking
- 4: Jaar 4 Presentatie van highlights aan de groep en reflectie daarop

# *Samengevat:*

*Essentieel voor samenhang in de verbinding tussen wiskunde-didactische theorie en het werkplekleren van de student is:*

- reflectie via contact en betrokkenheid van:*
  - contacten van studenten met elkaar*
  - contact van studenten met wiskundedidactici*
  - contact van docenten van de instituten voor lerarenopleiding met werkplekbegeleiders op de scholen*
- Deskundigheid en geïnformeerdeheid van de diverse opleiders t.a.v. wiskunde-didactische theorie en de onderwijspraktijk , ....*
- Een centrale plaats van beroepsproducten in het curriculum*

*Een verdeling van beperkte tijd en prioritering van wat essentieel is blijft een uitdaging.*

*een meer uitvoerige beschrijving van deze voorbeelden en een artikel voor de ICME over de lerarenopleidingen wiskunde in Nederland is te bevragen via [ton.konings@han.nl](mailto:ton.konings@han.nl)*

# Deelthema B verbinding vak en wiskundedidactiek/schoolwiskunde

Presentatie van voorbeeld HU over de verbinding van de vakcursus Redeneren en bewijzen met dossieropdrachten, waarin de studenten bij opgaven uit de schoolwiskunde uitwerkingen met redeneringen en bewijzen van diverse niveaus van zekerheid opstellen en uitwisselen met elkaar.

**Kwadrant 1 en 2 gecombineerd in één module (cursus en praktische oefening)**

# Deelthema B verbinding vak onderdelen en wiskundededidactiek

Cursus redeneren en bewijzen van 5 ec

3 ec vak

2 ec schoolwiskunde

Materiaal zal ik straks ter beschikking stellen

*Achterliggend idee van oudsher: we zijn een lerarenopleiding en willen daar waar mogelijk een verbinding zoeken tussen vakinhoud en de lespraktijk op school*

# Deelthema B verbinding vak onderdelen en wiskundededidactiek

## Vak:

- niveaus van zekerheid, onderscheid stelling/definitie**
- modulo-rekenen;
- lineaire Diofantische vergelijkingen oplossen;
- vermoedens formuleren op basis van voorbeelden;
- bewijzen leveren met de volgende technieken: waarheidstabel, contrapositie, bewijs met volledige inductie, Pigeonhole-principe, bewijs uit het ongerijmde en het geven van een tegenvoorbeeld;
- bi-implicaties bewijzen, bijvoorbeeld door een splitsing te maken in twee implicaties;
- onderscheid maken tussen existentie- en constructiebewijzen en deze uitvoeren;
- wetten van De Morgan en de dubbele ontkenning gebruiken in een bewijs;
- samengestelde beweringen bewijzen uit enkele beweringen;
- bewijzen opschrijven met behulp van geschikte wiskundige symbolen, zoals getalverzamelingen, (bi-)implicaties, existentiële en universele kwantor.



# Deelthema B verbinding vak onderdelen en wiskundededidactiek

## **Schoolwiskunde inhoud:**

Drie thema's die aan bod komen:

- **Niveaus van zekerheid in de Schoolwiskunde** (*Een bosarbeider doet er 8 minuten over om een boomstam in 5 stukken te zagen. Hoe lang is hij bezig om een boomstam in 7 stukken te zagen? Of : Toon aan dat een getal is deelbaar door 3 als de som van de cijfers deelbaar is door 3*)
- **De docent geeft zelf het goede voorbeeld bij redeneren en bewijzen**
- **Redeneerfouten bij leerlingen** (*Nee, een parallellogram is geen vlieger. Maak een voorbereiding op een klassikale bespreking in klas 2 VMBO waarin je ingaat op deze kwestie: Is elke vlieger ook een parallellogram of is elk parallellogram ook een vlieger? Zijn er vliegers, die parallellogram zijn of parallellogrammen, die vliegers zijn? Zorg voor voldoende voorbeelden, zodat je elke vraag van een leerling kunt tackelen*)

Dit alles aan de hand van concrete opgaven, die studenten thuis moeten voorbereiden. We hebben drie versies en wisselen per jaar van versie.

# Deelthema B verbinding vak onderdelen en wiskundededidactiek

## **Schoolwiskunde activiteiten:**

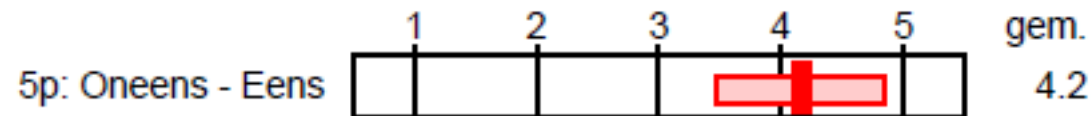
- Bij verschillende opgaven verschillende uitwerkingen op verschillend niveau van zekerheid thuis op papier zetten
- In groepjes deze uitwerkingen verzamelen, bespreken of ze correct zijn en komen tot een aantal correcte oplossingen (niveau deels niveau HBO jaar 1, deels 1 t/m 4 VMBO)
- Een lesvoorbereiding maken voor een opgegeven redeneerprobleem (niveau 3 H/V)
- Redeneerfouten van leerlingen tackelen en via rollenspel oefenen (niveau 2/3/4 VMBO, 3 VWO/4VWO)

# Deelthema B verbinding vak onderdelen en wiskundededidactiek

## Waardering van studenten/opmerkingen:

- Studenten krijgen veel beter door wat het verschil is tussen stelling en definitie en hoe dat in de praktijk kan helpen (bijv: wat is de sinus?)
- Oefenen in rollenspel is nuttig: je kunt je er niet vanaf maken, je moet echt ingaan op vragen....
- Praten over “ga je dit bewijzen in de les” ervaren studenten als zinvol

Deze cursus is van belang voor de beroepspraktijk waarvoor ik word opgeleid.



vorm drietallen: A (wiskundedidactiek-wpl)  
of B (vak wiskunde - didactiek)  
doe opdracht 2 van werkblad ( 30 min.):

- a. Wissel kort je vellen uit.
- b. Kies een geeltje en bespreek het leggen van verbinding met andere kwadranten.

Inventarisatie van hoofdpunten ( 15 min.)