



Help, ik moet over 6 maanden een rekentoets maken!

Didactische tips om leerlingen voor te bereiden op de rekentoets 2F

Ad Bijlard
Kees Hoogland
Jenneken van der Mark
Martin van Reeuwijk
Ellen Schoonen
Aat Stuurman
Madeleine Vliegthart
Peter van Wijk



leren
inspireren

Help, ik moet over 6 maanden een rekentoets maken!

Didactische tips om leerlingen voor te bereiden op de rekentoets 2F

**Ad Bijlard
Kees Hoogland
Jenneken van der Mark
Martin van Reeuwijk
Ellen Schoonen
Aat Stuurman
Madeleine Vliegenthart
Peter van Wijk**

Stichting APS is een not-for-profit onderwijsinstituut op het gebied van leren, onderwijsvormgeving, schoolontwikkeling en leiderschap. Via advies, training, coaching, projectleiding, onderzoek en ontwikkeling, werken wij met docenten, leidinggevenden en bestuurders aan duurzame vernieuwing.

Onze aanpak is geënt op wetenschappelijke inzichten, deelname aan innovatieprojecten en ervaring in de praktijk van alledag. Het resultaat? Kinderen en jongeren leren hun talenten ten volle te ontwikkelen. Dat is leren inspireren volgens APS.

Deze publicatie is ontwikkeld door APS voor ondersteuning van het regulier en speciaal onderwijs in opdracht van het Ministerie van OCW. APS vervult op het gebied van R&D een scharnierfunctie tussen wetenschap en onderwijsveld. Het is toegestaan om, in het kader van een educatieve doelstelling, niet bewerkte en niet te bewerken (delen van) teksten uit deze publicatie te gebruiken, zodanig dat de intentie en aard van het werk niet worden aangetast. Het is toegestaan om het werk in het kader van educatieve doelstellingen te verveelvoudigen, op te slaan in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar te maken in enige vorm, zoals elektronisch, mechanisch of door fotokopieën.

Bronvermelding is in alle gevallen vereist en dient als volgt plaats te vinden:

Team Rekenen Exact, APS Utrecht

Titel

Help, ik moet over 6 maanden een rekentoets maken!

Didactische tips om leerlingen voor te bereiden op de rekentoets 2F

Auteurs

Ad Bijlard, Kees Hoogland, Jenneken van der Mark, Martin van Reeuwijk, Ellen Schoonen, Aat Stuurman, Madeleine Vliegenthart, Peter van Wijk

Lay-out

Caro Grafico | Grafisch Ontwerp, Culemborg

Foto omslag

Shutterstock

© APS, Utrecht, herziene druk, november 2014

Inhoud

1	Inleiding	9
2	Wettelijke regeling	13
3	Hoofdzaken uit de rekentoetswijzers	17
4	De aanpak van rekenproblemen	21
5	Genres en didactische modellen	27
6	Overige algemene didactische tips	41
7	Websites	45
 Bijlagen		
1.	Schema's voor probleem oplossen bij rekenen/wiskunde uit diverse wetenschapsgebieden	49
2.	Afronden en intervallen bij computer scorebare vragen	51
3.	De moeilijkheidsgraad van opgaven	53
4.	Inzichten rekenen in het basisonderwijs van nu	54

1 Inleiding

In deze publicatie nemen we het referentiekader Taal en Rekenen en de officiële pilot van de Rekentoets 2F voor het voortgezet onderwijs in het voorjaar van 2013 als uitgangspunt.

We willen met deze korte brochure ondersteuning bieden aan docenten bij het komen tot een effectieve didactiek waarmee zij hun leerlingen rekenvaardiger kunnen maken en kunnen voorbereiden op het oplossen van het soort rekenopgaven zoals die in de Rekentoets 2F te vinden zijn. Deze brochure is een herziene en geactualiseerde versie.

2 Wettelijke regeling

Leerlingen in het voortgezet onderwijs dienen een rekentoets met goed gevolg af te leggen om in aanmerking te komen voor een diploma.

Die wettelijke regeling wordt voortdurend nog op allerlei manieren verfijnd, verbijzonderd en is in de tijd aan veranderingen onderhevig. Voor de meest actuele stand van zaken verwijzen wij naar de immer actuele website van het Steunpunt Taal en Rekenen VO (www.steunpunttaalenrekenenvo.nl).

Op 1 september 2014 is de stand van zaken als volgt:

- Rekentoets 2F voor vmbo, Rekentoets 3F voor havo en vwo. Leerlingen die de rekentoets echt nu niet zullen halen hebben de mogelijkheid om mee te doen aan de aangepaste toets. Belangrijke voorwaarde hiervoor is wel dat er duidelijk een inspanning gepleegd is van beide kanten om de leerling op het gewenste niveau te krijgen. Het is van belang een dossier hierover te kunnen overleggen. Tijdig moeten leerlingen opgegeven worden voor deze aangepaste toets. De leerlingen moet zich wel bewust zijn van het civiele effect van deze toets.
- In elk schooljaar is er een periode waarin de toets digitaal afgenomen kan worden en een periode waarin een herkansing digitaal afgenomen kan worden.
- In schooljaar 2014/2015 zijn die perioden: 4 maart - 17 maart 2015 en 28 mei - 9 juni 2015.
- In september 2014 verschijnt er een brochure en activiteitenplanning van CvTE (college voor toetsen en examens)
- Verder uit een Flitsbericht (voorjaar 2014) van het Steunpunt Taal en Rekenen:

Voortgangsrapportage naar de Tweede Kamer

Minister Bussemaker en staatssecretaris Dekker hebben op 13 juni de zesde voortgangsrapportage over de invoering van de referentieniveaus taal en rekenen naar de Tweede Kamer gestuurd. In deze rapportage worden de bevindingen beschreven van het schooljaar 2013-2014.

In dit bericht lichten wij er een paar zaken uit die van belang zijn voor het voortgezet onderwijs.

Commissie Bosker

De bewindslieden willen de aanbevelingen van de Commissie Bosker onverkort en integraal uitvoeren:

- **verbeteringen rekentoets:**
De rekentoets zal verbeterd moeten worden waarvoor het CvTE een gecombineerde syllabus-commissie mbo – vo in gaat stellen.
De referentiecesuren lijken voor 2F en 3F (nog) te hoog te liggen. Zij dienen (voorlopig) niet vastgelegd te worden en periodieke evaluatie van de cesuren is noodzakelijk. Een kleine groep van deskundigen gaat zich buigen over de een tijdelijke aanpassing van de cesuur of een tijdelijke aanpassing van de slaag/zak-beslissing.
- **herkansing:**
Vanaf 2015-2016, het moment dat de rekentoets in de slaag/zak-regeling wordt opgenomen, wordt een extra herkansing voor vo-leerlingen mogelijk gemaakt. Ook wordt het dan mogelijk voor vmbo-leerlingen om op een hoger referentieniveau te herkansen: eerst de rekentoets op 2F maken en bij goed resultaat is herkansing op 3F mogelijk.
- **slaat/zak-regeling:**
Vanaf 2015-2016 telt de rekentoets mee bij de slaag/zak-beslissing. De staatssecretaris houdt hier ook aan vast en neemt de adviezen op dit punt van de commissie Bosker en het Steunpunt over. Wel wordt er door deskundigen nog gekeken naar een tijdelijke aanpassing van de cesuur of een tijdelijke aanpassing van de positie van het cijfer van de rekentoets in de slaag/zak-regeling.
- **vmbo bb-toets:**
Er komt in 2015 een pilot met een aparte rekentoets voor vmbo-bb.

- **ERWD:**
Voor leerlingen met ernstige rekenproblemen en dyscalculie wordt er gekeken welke aanpak nodig is voor leerlingen voor wie ook op termijn de voor hun geldende referentieniveaus niet haalbaar zijn. Na de zomer 2014 volgt hierover meer informatie.
- **discrepantie wiskunde vmbo – rekentoets:**
Het CvE gaat de discrepantie tussen de leerlingresultaten van de wiskunde-examens vmbo en de rekentoets 2F analyseren.
- **extra voorbeeldtoetsen:**
Er zullen extra voorbeeldtoetsen beschikbaar komen.

Landelijke resultaten schooljaar 2013/2014

Referentieniveau	2F			3F	
Schoolsoort	BB	KB	GL/TL	havo	vwo
Gemiddeld cijfer	5	5,2	5,3	5,1	6,9

Vervolgstappen

Verzoek aan College voor Examens: verbetering toetskwaliteit

- vo-rekentoetsen en mbo rekenexamens zoveel mogelijk met elkaar overeen laten komen;
- technische verbeteringen: terugbladeren en rekenopgaven met tussenstappen al in 2015;
- meer transparantie en openbaarheid;
- onderzoek naar mogelijkheid en consequenties van schriftelijke rekentoetsen en voorkeur van docenten voor digitale of schriftelijke toetsen.

Hoofdstuk 3

Hoofdzaken uit de rekentoetswijzers

3 Hoofdzaken uit de rekentoetswijzers

De vorm en de inhoud van de toetsen passen zijn conform het referentiekader Taal en Rekenen, maar worden in veel meer detail vastgelegd in de Rekentoetswijzer 2F en Rekentoetswijzer 3F.

De rekentoetsen 2F en 3F bestaan verreweg voor het grootste deel uit rekenopgaven die het functioneel rekenen toetsen. Daarbij gaat het om het oplossen van kwantitatieve problemen uit de wereld om ons heen. De opgaven overdekken de domeinen zoals die in het referentiekader beschreven staan.

Een globale indicatie van de verdeling van de opgaven over de domeinen is:

- Getallen 30%
- Verhoudingen 30%
- Meten/Meetkunde 20%
- Verbanden 20%

De meest rekenopgaven die gaan over functioneel rekenen zijn nooit precies aan één domein te koppelen. Deze opgaven zijn dus allemaal gegeven in een context. Aan de leerling de taak het kwantitatieve probleem op te lossen. Hij mag daarbij de hulpmiddelen gebruiken die hem daarbij kunnen helpen: kladpapier en rekenmachine.

Voor het oplossen van dergelijke problemen is een didactiek te ontwikkelen. Daarover gaat deze brochure.

De rekentoets 2F bestaat uit 51 opgaven die in 90 minuten opgelost dienen te worden.

De rekentoets 3F bestaat eveneens uit 51 opgaven die in 120 minuten opgelost dienen te worden. Het aantal contextloze opdrachten is 15, het aantal contextopdrachten 36.

Contextloze opdrachten

In beide toetsen komt ook een beperkt aantal contextloze (kale) rekenopgaven voor, waarbij geen rekenmachine gebruikt mag worden.

Voor 2F beperkte zich het niveau van de contextloze opdrachten tot nu toe tot het niveau 1F.

Voor 3F beperkte deze opgaven zich tot nu toe tot het niveau 1F en 1S.

In de herziene toetswijzer 2F van juni 2014 staan de volgende aanpassingen:

1. De contextloze opgaven kunnen ook van referentieniveau 2F zijn.
2. Niet alle contextloze opgaven zijn per se oplosbaar met een handig-reken-strategie.
3. Het aandeel contextloze opgaven is gesteld op ongeveer 30%.

Voorbeelden van contextloze opgaven van referentieniveau 2F:

$$-2 + 7 =$$

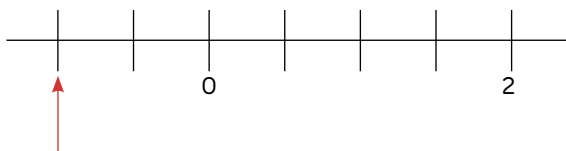
$$-2 - 7 =$$

$$2 - 7 =$$

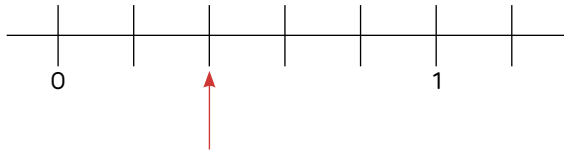
$$5,3 - 3,2 =$$

$$10 - 5,21 =$$

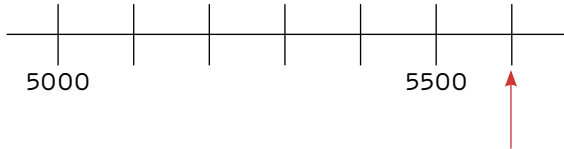
Welk getal hoort op de plaats van de pijl?



Welk getal hoort op de plaats van de pijl?



Welk getal hoort op de plaats van de pijl?



$$4 \times (3 + 2) =$$

$$(3 - 2) \times 4 =$$

$$(8 + 12) : 5 =$$

Welk getal is het grootst? 1,09 0,89 1,1 0,9

Schrijf als kommagetal: $3/100 =$

$$1,2 \times 100 =$$

$$0,12 \times 10 =$$

Voorbeelden van contextloze opgaven die een leerling naar verwachting niet met een 'handig reken'-strategie zal oplossen.

$$268 + 346 =$$

$$7 \times 168 =$$

$$36 \times 67 =$$

$$912 : 16 =$$

$$5 \times 3,7 =$$

Hoofdstuk 4

De aanpak van rekenproblemen

4 De aanpak van rekenproblemen

Een voorbeeld zoals de leerlingen kunnen tegenkomen in de rekentoets 2F.

Preview Toets
voorbeeld toets 2F

Vraag 4 van 60

Drie vriendinnen willen naar het concert van de Bluebirds.
Ze hebben samen € 75,-.
De bus kost € 3,40 per persoon.

Hoeveel euro blijft over voor eten en drinken?

€

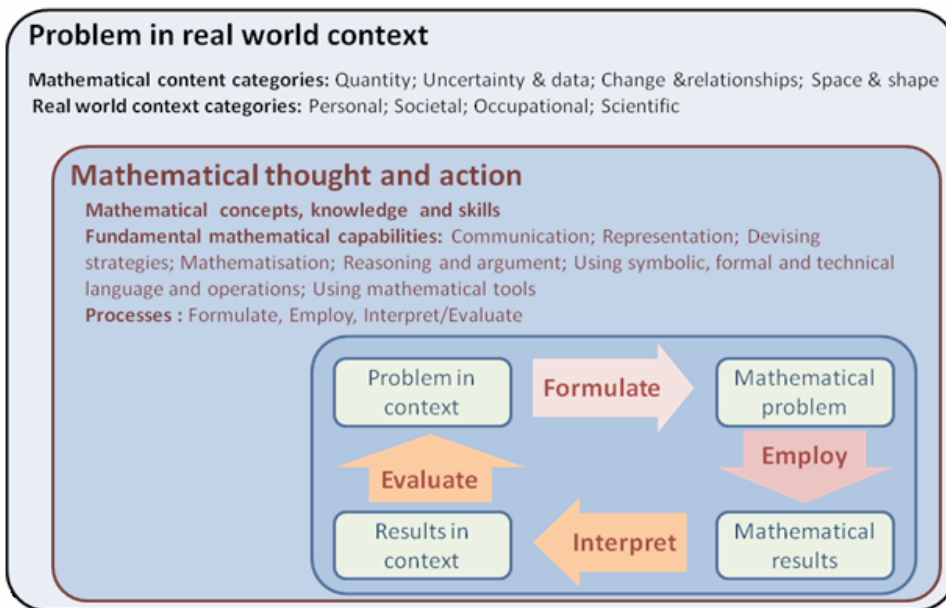




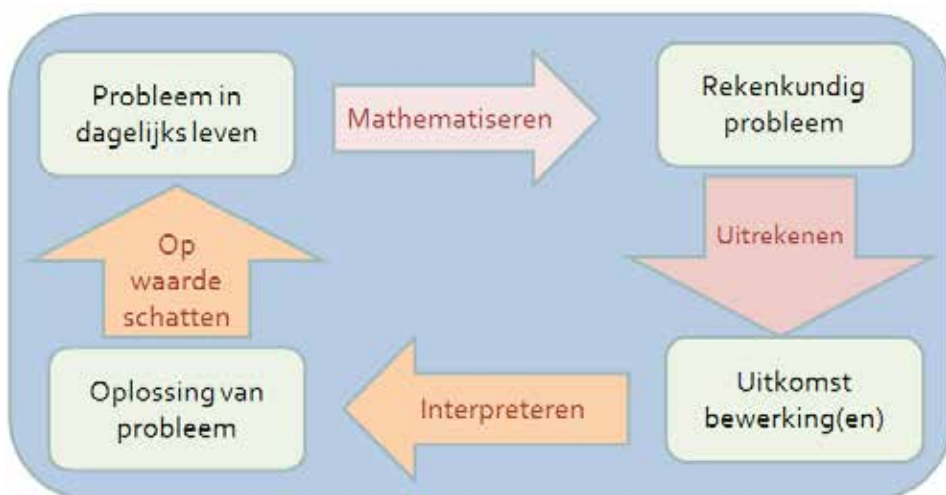
Het oplossen van dit probleem vergt een aantal denkstappen.

- Waar gaat het probleem over?
- Wat wordt er precies gevraagd?
- Welke gegevens zijn er gegeven om het probleem op te lossen?
- Welke gegevens heb ik nodig?
- Hoe zou ik het dan uitrekenen?
- **Nu ga ik het uitrekenen in één of meer rekenstappen.**
- Ik heb het uitgerekend. Sla dit ergens op?
- Is dit nu wat er gevraagd wordt?
- Is het antwoord zo goed of moet ik nog afronden of iets anders mee doen?

Internationaal wordt er veel onderzoek gedaan naar het oplossen van dergelijke problemen. Om de benodigde rekenstappen in beeld te brengen wordt vaak een schema gebruikt. In de bijlage staan een aantal van deze veelgebruikte schema's. Wij hanteren het schema dat gebruikt wordt bij PISA.



Vertaald naar het Nederlands ziet dat er zo uit:



Vergelijkbare termen

De meeste docenten kennen bewust of onbewust deze fase in het oplosproces en de stappen die leerlingen moeten zetten. Ze kunnen op allerlei manieren benoemd worden, maar het komt wel steeds op hetzelfde neer.

We geven een aantal veel voorkomende andere namen voor deze fasen en stappen, die wij in de praktijk zijn tegengekomen.

De fasen:

probleem in dagelijks leven
 rekenkundig probleem
 uitkomst bewerking(en)

contextprobleem, context
 wiskundig probleem, wiskundig middel, werkplan
 antwoord, oplossing, tussenoplossing, onafgeronde antwoord, rekenmachine-uitkomst
 praktijkantwoord, echte antwoord, echte uitkomst

oplossing van probleem

De stappen:

mathematiseren	modelleren, plannen, voorbereiden, analyseren
uitrekenen	bewerken, uitvoeren, cijferen
interpreteren	kijken of het klopt, kijken of dit gevraagd werd.
op waarde schatten	evalueren, reflecteren

Er wordt in al deze schema's een duidelijk onderscheid gemaakt tussen de verschillende fasen in het oplossingsproces:

1. de vertaling van de context naar het wiskundig probleem
2. het oplossen van het wiskundig probleem
3. het terugvertalen van de uitkomst in termen van het oorspronkelijke probleem.
4. heb ik het goede uitgerekend, werd dit gevraagd?

In alle fasen worden cognitieve eisen gesteld aan de kandidaat. In alle fasen kunnen fouten gemaakt worden. Alle fasen dragen bij tot de complexiteit van het probleem.

Er is een hardnekkige praktijk gegroeid in rekenlessen, in wiskundelessen, bij sommige lesmaterialen, bij sommige toetsen om bij functioneel rekenen en functionele wiskunde toch vooral naar de bewerkingen te kijken en alle ander stappen voor lief te nemen. De praktijk om alleen naar de bewerkingen te kijken, betekent dat er alleen gekeken wordt naar de verticale stap in rechterkant van deze schama's. Daardoor blijven allerlei factoren die van wezenlijk belang zijn bij het oplossen van het hele probleem buiten beschouwing.

5 Genres en didactische modellen

Bepaalde type opgaven komen vaak voor, in het dagelijkse leven en in de toets. Het is van grote waarde als leerlingen leren inzien dat opgaven op elkaar lijken of bij elkaar horen. Kortom dat ze tot hetzelfde genre behoren. Bij een genre hoort een bepaald wiskundig model.

We bespreken in deze brochure een aantal van die genres

In de Rekentoets 2F (voorbeeldtoets 2012) zijn de belangrijkste genres:

Procentsommen

17, 22, 30, 49, 55, 59

Delen (van delen) van iets

7, 11, 14, 16, 21, 51

Metriek stelsel

3, 8, 12, 18, 24, 34, 37, 39, 41, 57, 58

Tijd-rekenen

15, 28, 36, 45, 53, 60

Samengestelde eenheden (afstand/tijd)

9, 32, 42, 50, 54

Kale sommen

1, 2, 6, 10, 14, 20, 27, 33, 38, 43, 48, 51, 56

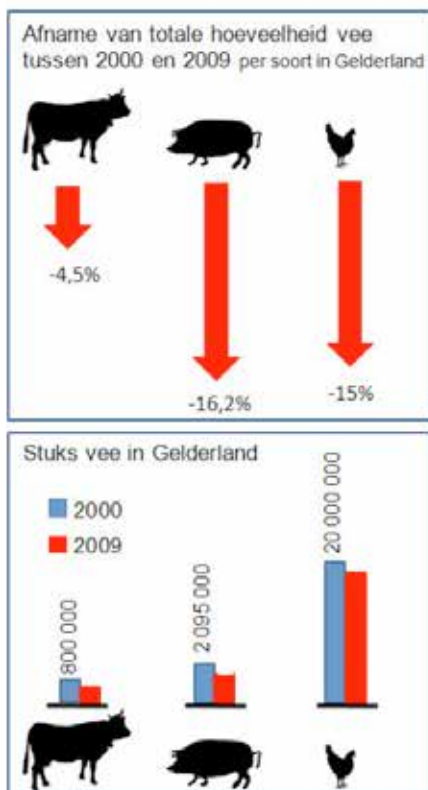
Genre: Procentsommen

Wat doe je bij procentsommen?

- mathematiseren
- uitrekenen
- interpreteren
- op waarde schatten

De verhoudingstabel is voor procentsommen het meest krachtige en flexibele denkmodel voor het mathematiseren en voor het uitrekenen.

2F (17)



Tussen 2000 en 2009 werd het aantal koeien, varkens en kippen in Gelderland snel minder.

Hoeveel koeien waren er in 2009 nog in Gelderland?

koeien



Mathematiseren

- Structureer in een verhoudingstabel
- Wat is 100% ?
- Wat wil je weten?

: 100		
1%	- 4,5 %	100 %
8.000	- 36.000	800.000
x 4,5		

Uitrekenen

- Terug naar 1%
- Naar gevraagde of gegeven percentage

Dit zijn de gestructureerde rekenstappen. Het eindantwoord hoeft niet per se in deze tabel. Leer leerlingen bewust de laatste stap te zetten.

Interpreteren

- Wat wordt gevraagd?
- Koeien in 2009, dus $800.000 - 36.000 = 764.000$

Op waarde schatten?

- Is dit een normaal antwoord? Ja
- Klopt dat met het plaatje? Ja

Fenna	
zakgeld	12 euro
Uitgaven	
kantine	1,20 euro
sms'jes	4,80 euro
bellen	1,40 euro
cadeau Linda	4 euro

Hoeveel procent van haar zakgeld besteedde Fenna aan sms'jes?

%



Mathematiseren

Structureer in een verhoudingstabel

Wat is 100% ?

Wat wil je weten?

1%	...	100 %
0,12 (of 12 cent)	4,80	12

x ?

Uitrekenen

- Terug naar 1%
- Naar gevraagde of gegeven percentage

Hoeveel keer 0,12 zit er in 4,80?

$$4,80 : 0,12 = 40$$

Dit zijn de gestructureerde rekenstappen. Het eindantwoord hoeft niet per se in deze tabel. Leer leerlingen bewust de laatste stap te zetten.

Interpreteren

- Wat wordt gevraagd?
- Het percentage, dus antwoord is 40%

Op waarde schatten?

- Is dit een normaal antwoord? Ja
- Klopt dat met de tabel? Ja

2F (30)

Op 1 januari 2000 had Nederland ongeveer 15,9 miljoen inwoners.

Op 1 januari 2011 had Nederland ongeveer 16,7 miljoen inwoners.

Met hoeveel % is het aantal inwoners ongeveer gestegen?

Rond af op hele procenten.

%



Mathematiseren

- Structureer in een verhoudingstabel
- Wat is 100% ?
- Wat wil je weten?

1%	...	100 %
0,159	0,8	15,9

$\div 100$

$\times ?$

Uitrekenen

- Terug naar 1%
- Naar gevraagde of gegeven percentage

Hoeveel keer 0,159 zit er in 0,8?

$$0,8 : 0,159 = 5,0314465$$

Dit zijn de gestructureerde rekenstappen. Het eindantwoord hoeft niet per se in deze tabel. Leer leerlingen bewust de laatste stap te zetten.

Interpreteren

- Wat wordt gevraagd?
- Rond af op hele procenten 5%

Op waarde schatten?

- Is dit een normaal antwoord? Ja
- Klopt dat met de begingegevens? Ja

Genre: Delen (van delen) van iets

Maak leerlingen vertrouwd met de volgende feitenkennis.

1/2	50%	helft	1 op de 2	x 0,5
1/4	25%	kwart	1 op de 4	x 0,25
1/5	20%	een vijfde	1 op de 5	x 0,2
1/10	10%	een tiende	1 op de 10	x 0,1

Mathematiseren

- Wat is het geheel?
- Helpt het als ik decimalen gebruik?
- Waarmee moet ik vermenigvuldigen?

Uitrekenen

- Werken met 0,5 ; 0,25 ; 0,2 en 0,1
- Of werken met delen door 2, 4, 5, 10

Interpreteren

- Wat wordt gevraagd?

Op waarde schatten?

- Is dit een normaal antwoord?

2F (11)

Op Stefans werk komt $\frac{1}{5}$ deel van de mensen met de bus
en $\frac{1}{4}$ deel met de auto.
De rest gaat op de fiets.

Welk deel van de mensen gaat op de fiets naar het werk?

- ☐ meer dan de helft
☐ minder dan de helft
☐ de helft

Mathematiseren

- Wat is het geheel?
alle mensen
- Helpt het als ik decimalen gebruik?

Uitrekenen

- 0,2 en 0,25 dat is samen 0,45
- de rest is 0,55

Interpreteren & Op waarde schatten

- Wat wordt gevraagd?
0,55 is de rest, dat is meer dan de helft.
Meerkeuze, dus antwoord A

2F (16)



Vader, Timo en Jordi kopen samen deze camera voor moederdag.
Vader betaalt de helft, Jordi en Timo betalen elk evenveel.

Hoeveel euro moet Jordi betalen?

€



Moederdagaanbieding!!!
Alleen deze week voor

€ 243,-

Mathematiseren

- Wat is het geheel?
de prijs: 243 euro
- Helpt het als ik decimalen gebruik?
Vader 0,5
Jordi en Timo samen 0,5, dat is elk 0,25
- Waarmee moet ik vermenigvuldigen?
 $0,25 \times 243 = 60,75$

Interpreteren

- Wat wordt gevraagd?
Bedrag, verder geen afronding, dus 60,75
- Op waarde schatten?
Is dit een normaal antwoord?
ja

Genre Metriek stelsel

Komt alles voor?	Nee
Kan alles voorkomen?	In principe wel, maar

mm, cm, dm, m, hm, km
ml, cl, dl, L, hl
mg, g, kg, ton

cm^2 dm^2 m^2
are, hectare !!!
 cm^3 , dm^3 , m^3

Mathematiseren

- Welke eenheid werkt hier het handigst (beslissen vóór dat ik ga rekenen)
- Alles omzetten naar dezelfde eenheid

Uitrekenen

- 1 kg komt overeen met 1000 g
- Dus

Interpreteren

- Wat wordt gevraagd?

Op waarde schatten?

- Is dit een normaal antwoord?
(Klopt dat met de begingegevens?)

2F (41)



Saskia heeft 6 liter appelsap nodig.

Hoeveel euro is het verschil in prijs als zij grote pakken koopt in plaats van kleine pakjes?

€



Mathematiseren

- Welke eenheid werkt hier het handigst, vóór dat ik ga rekenen.
Zet alles om naar liters (of naar milliliters):
Ik moet 6 liter hebben
- Alles omzetten naar zelfde eenheid.
Links staat 0,6 L, rechts staat 1,5 L

Uitrekenen

- Links: $10 \times 0,6$ pakjes, dus 12,00
- Rechts: $4 \times 1,5$ -pakken, dus 7,60

Interpreteren

- Wat wordt gevraagd?
verschil dus: 4,40

Op waarde schatten?

- Is dit een normaal antwoord?
ja

2F (37)

Citroen ijs

Ingrediënten
1,5 dl citroensap
geraspte schil van 1 citroen
175 gr suiker
3,5 dl slagroom
3,5 dl melk

Naomi maakt citroenijs.
Haar maatbeker geeft alleen milliliters aan.

Hoeveel milliliter melk moet ze afmeten?

ml



Mathematiseren

- Welke eenheid werkt hier het handigst, vóór dat ik ga rekenen.
Milliliters Alles omzetten naar zelfde eenheid
3,5 dl naar ml

Uitrekenen

- Je moet weten: 1 dl = 100 ml, dan in schema
1 dl 3,5 dl
10 cl 35 cl
100 ml 350 ml

Interpreteren

- Wat wordt gevraagd?
350 ml

Op waarde schatten?

- Is dit een normaal antwoord?
ja, is iets minder dan een halve liter.

2F (39)



Het water in het zwembad is 1 meter 20 diep.

Hoeveel liter water zit er in het zwembad?

liter



Mathematiseren

- Welke eenheid werkt hier het handigst, vóór dat ik ga rekenen?
Speciaal geval van inhoud naar liters.
Zet altijd om naar decimeters !!!!!
Dan heb je gelijk een antwoord in Liters

- Alles omzetten naar zelfde eenheid
Je moet weten: 1 m = 10 dm
Dan wordt het
40 dm bij 70 dm bij 12 dm

Uitrekenen

- $40 \times 70 \times 12 = 33\ 600\text{ dm}^3$

Interpreteren

- Wat wordt gevraagd?
Inhoud in liters, dus 33 600 liter

Op waarde schatten?

- Is dit een normaal antwoord?
Ja, in zwembad gaan veel liters

Genre Tijdrekenen

Twee types komen wel voor:

Tijdsduur tussen tijdstippen

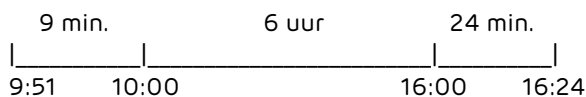
Bij uitrekenen van tijdsduur is het voor vmbo BB en KB aan te raden om eerder te werken met een getallenlijn en doortellen, dan met aftrekken.

Voorbeeld

Van 9:51 naar 16:24
Hoe lang duurt dit?

Mathematiseren

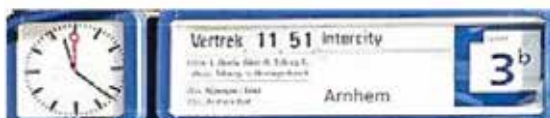
- Getallenlijn is zeker te overwegen voor vmbo BK en BB



Uitrekenen

- Nog 9 minuten naar 10:00
- Dan 6 uur van 10:00 naar 16:00
- Dan nog 24 minuten naar 16:24
- Samen 6 uur en 33 minuten.

2F (45)



Hoeveel minuten duurt het nog voordat de trein naar Arnhem vertrekt?

minuten

Van 11:22 naar 11:51
Doortellen: $8 + 21 = 29$ minuten

Tijdsduur door middel van omrekenen

Feitenkennis voor omrekenen is:

1 dag = 24 uur

1 uur = 60 minuten

1 minuut = 60 seconden

2F (54)



De vrachtauto rijdt op deze weg precies 75 mijl per uur.

Hoeveel mijl legt de vrachtauto af in 10 minuten?

mijl



Mathematiseren

- Het moet van uur naar minuten!

Uitrekenen

75 mijl	75 mijl	...
1 uur =	60 min	10 min

: 6

Interpreteren & Op waarde schatten

- Dus 75 mijl gedeeld door 6 = 12,5 mijl.
- Er wordt niets gevraagd over afronden.
- 12,5 is een logisch antwoord

Genre - Samengestelde eenheden

Hier gaat het met name om afstand en tijd.

Gebruik bijvoorbeeld altijd eenzelfde verhoudingstabel.

afstand					
tijd					

Gaat het om km/uur, dan zorg je dat er beneden **precies 1 uur** (= 60 minuten = 3600 seconden) komt te staan en boven **een aantal kilometers**.

Gaat het om m/s, dan zorg je dat er beneden **precies 1 seconde** komt te staan en boven **een aantal meters**.

2F (32)



Deze automobilist rijdt gemiddeld 100 km per uur.

Hoeveel kilometer moet deze automobilist nog rijden?

kilometer



Mathematiseren

afstand	100 km	100/60 km		... km	
tijd	1 uur	1 min		45 min	
		: 60		x 45	

Uitrekenen

- $100 : 60 \times 45 = 75$ km

Interpreteren & Op waarde schatten

- Dat werd ook precies gevraagd, dus 75 km.

2F (50)

De lengte van een achtbaan is 900 meter.

Een ritje duurt 45 seconden.

Wat is de gemiddelde snelheid in kilometer per uur?

kilometer per uur



Mathematiseren

afstand	900 m	20 m		72.000 m	= 72 km
tijd	45 sec	1 sec	1 min	1 uur	1 uur
		: 45		x 3600	

Uitrekenen

- $900 : 45 \times 3600 = 72000$ m, dus 72 km
(of $900 : 45 \times 60 \times 60$)

Interpreteren & Op waarde schatten

- Omdat er beneden nu precies 1 uur staat is de snelheid 72 km/uur.

Genre Kale sommen

Hieronder volgen de kale sommen zoals die voorkomen in de Rekentoets 2F.

Voorbeeldtoets 2F (maart 2012)

$$8 - 1,25 = \dots$$

$$40\% \text{ van } 350 \text{ is } \dots$$

$$5 \times 38 + 15 \times 38 = \dots$$

$$\frac{1}{4} \text{ deel} = \dots \%$$

$$1,99 + 0,2$$

$$22 + 24 + 26 + 28 = \dots$$

$$150 - 29 + 39 = \dots$$

$$3,50 : 0,50 = \dots$$

$$6005 : 5 = \dots$$

$$2201 - 298 = \dots$$

$$\text{Een kwart van } 120 \text{ is } \dots$$

$$9 \times 0,25 = \dots$$

Aandachtspunt:

- De kale opgaven kunnen nu ook van niveau 2F zijn (zie de rekentoetswijzer juni 2014)
- Regelmatig zit er een aspect van handig rekenen bij. Het loont de moeite om even goed naar de opgave te kijken.
- Het is GEEN hoofdrekenen. De antwoorden hoeven niet uit het hoofd gevonden te worden.
Gebruik kladpapier. Leer dat handig te gebruiken.
- Geen formeel rekenen met breuken.
Wel kennis van een aantal elementaire breuken ($\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$).

Voor deze opgaven is het effectief om dit soort gemêleerde rijtjes te oefenen. Het door elkaar aspect is daarbij van belang. Veel dezelfde achter elkaar leidt tot automatische piloot en rigiditeit en dat is wat anders dan bewust vaardig zijn in het oplossen van dergelijke rekensommen.

Een paar voorbeelden van hoe contextloze opdrachten gemaakt worden in de rekentoets (uit Cito-presentatie najaar 2013)

Opgave:

Een vierde deel van 12,52 is

p-waarde: 55%

p-waarde bb-leerlingen: 35%

p-waarde kb-leerlingen: 58%

p-waarde gt-leerlingen: 74%

Opgave:

$$5,7 + 3,6 =$$

p-waarde: 91%

p-waarde bb-leerlingen: 83%

p-waarde kb-leerlingen: 90%

p-waarde gt-leerlingen: 94%

Opgave:

$$48 \times 25 =$$

p-waarde: 60%

p-waarde bb-leerlingen: 42%

p-waarde kb-leerlingen: 58%

p-waarde gt-leerlingen: 68%

Aantal verschillende antwoorden: 800!!!!

Hoofdstuk 6

Overige algemene didactische tips

6 Overige algemene didactische tips

Kijk met leerlingen naar de vorm van de toets.

- Vraag staat altijd rechts...
- Als er een afbeelding staat heb je die meestal ook echt nodig.

Bespreek met leerlingen gebruik van rekenmachine.

- Rekenmachine mag je gebruiken, maar het hoeft niet.
- Je mag het probleem oplossen hoe je wil: uit het hoofd, met de rekenmachine, met een schetsje, met een berekening op papier.
- Laat leerlingen oefenen met de online rekenmachine ('Proef op de som' via Examentester).



Bespreek met leerlingen het invoeren van antwoorden in het antwoordveld.

- Gebruik bij invoeren NOOIT de punt voor duizendtallen. Examentester behandelt zowel de komma als de punt als het decimale scheidingsteken.

Invoeren van 120.000 leidt dus tot 120 (dat is ook zichtbaar in het scherm)

Invoeren van 35.95 leidt tot 35,95

Invoeren van 35,95 leidt tot 35,95

Bespreek met leerlingen het afronden van antwoorden.

- Als er niets staat over afronden is er misschien een afronding die logisch uit het probleem voortvloeit: vb: 7,35 bussen nodig, dan dus 8 bussen nodig
- Als er niets staat over afronden. Kies dan een afronding die redelijk is.
- Dat is vaag, maar moet je wel leren. In het dagelijks leven doe je niet anders.
 - Geen sleep getallen achter de komma
 - Bedragen op 2 decimalen, etc.

Bespreek met leerlingen waar de opgaven eigenlijk voor bedoeld zijn.

- Hoe serieuzer leerlingen de context nemen, hoe groter de kans dat ze de opgave goed oplossen. Dus spreek niet negatief of denigrerend over contexten in termen van verhaaltjessommen. Dat zijn het niet, het gaat om een simulatie van de werkelijkheid.
- Laat leerlingen bewust reflecteren of gevonden antwoord ergens op slaat .
vb: inhoud zwembad 12,8 liter, gemiddeld maandsalaris 3,7 euro, ...

Tips voor de rekentoets

- Als voorbereiding op de rekentoets gebruiken veel scholen digitaal materiaal. Het is belangrijk om leerlingen goed te monitoren, na te denken hoe te differentiëren.
- Stimuleer leerlingen met pen en papier te werken bij de rekentoets. Leg papier vooraf klaar.
- Laat de leerlingen vooraf een voorbeeldtoets maken, om een idee te krijgen wat hen te wachten staat.
- De scholen krijgen vooraf een 'Proef op de Som' toegestuurd, een oefentoets. Benut deze.
- Op havo en vwo zijn leerlingen nog niet gewend om digitaal een toets te krijgen, op het vmbo veel meer.
- Veel leerlingen zijn nogal onzeker over hoe zij antwoorden in moeten voeren bij de rekentoets. Bespreek met leerlingen de verschillende notaties als voorbereiding op de rekentoets. Het is handig als zij de volgende dingen weten:
 - Een punt wordt automatisch omgezet in een komma.
 - Extra nullen achter een koma getal hebben geen invloed.
 - Diverse geldnotaties zijn allemaal goed: € 3 of € 3,00 of € 3,-

Welke opgaven worden goed gemaakt bij de rekentoets? (hoge p-waarden)

- Contextloze en meerkeuze opgaven, opgaven met geldrekenen.

Welke opgaven worden slecht gemaakt bij de rekentoets? (lage p-waarden)

- Opgaven met metriek stelsel, schaal, snelheid, breuken, procenten. En bij opgaven waarbij afgerond moet worden.

7 Websites

http://www.cito.nl/onderwijs/voortgezet%20onderwijs/rekentoets_vo/foutenanalyse_2f_en_3f

Het is op dit moment niet mogelijk om inzage te krijgen in de resultaten van de rekentoets, welke fouten leerlingen gemaakt hebben. Vandaar dat het Cito een foutenanalyse heeft opgesteld naar aanleiding van de rekentoets 2013/2014.

http://www.cito.nl/onderwijs/voortgezet%20onderwijs/rekentoets_vo/voorbeeldtoetsen

Op deze plek kun je voorbeeldtoetsen met antwoorden vinden.

https://www.hetcvte.nl/item/centrale_rekentoets_vo

Op deze plek vind je informatie over de centrale rekentoets vo, de rekentoetswijzers en de periode van afname.

<http://www.examenblad.nl/vak/rekenen/2015>

De plek om de kaders voor de rekentoets 2015 te vinden.

<http://www.steunpunttaalenrekenenvo.nl/>

Hier kun je terecht met allerlei vragen over taal en rekenen, onder andere op het gebied van wet- en regelgeving.

Bijlage 1

Schema's voor probleem oplossen bij rekenen/wiskunde uit diverse wetenschapsgebieden

Om beter grip te krijgen op het interpreteren van contextopgaven en het vaststellen van de complexiteit daarvan maken we even een uitstapje naar de internationale onderzoeksliteratuur op dit gebied.

Vanuit verschillende hoeken wordt hier diepgravend onderzoek naar gedaan. Die deelgebieden zijn: problem solving modelling (o.a. Schoenfeld, Burkhardt, Blum), word problems (Verschaffel et al.), international assessment (OECD, PISA PIAAC), computer based assessment of mathematics (CBAM). Met deze kennis kunnen we wat uitgebreider ingaan op wat nu eigenlijk de factoren zijn die de complexiteit van opgaven voor functioneel rekenen bepalen.

Er zijn een drietal schema's veelgebruikt in onderzoek en theorievorming. Die worden hieronder gepresenteerd en kort toegelicht. Ze komen allemaal min of meer op hetzelfde neer.

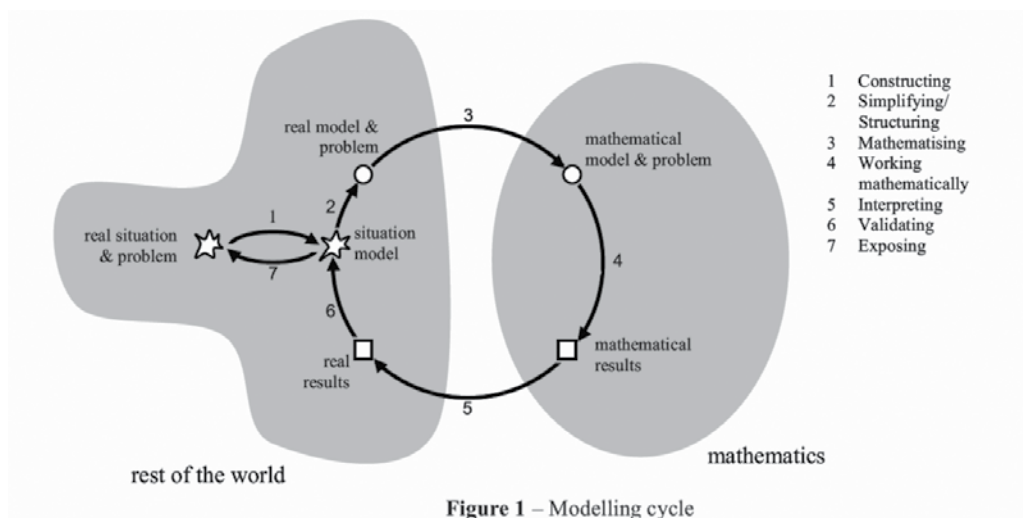


Figure 1 – Modelling cycle

(Blum e.a. 2007)

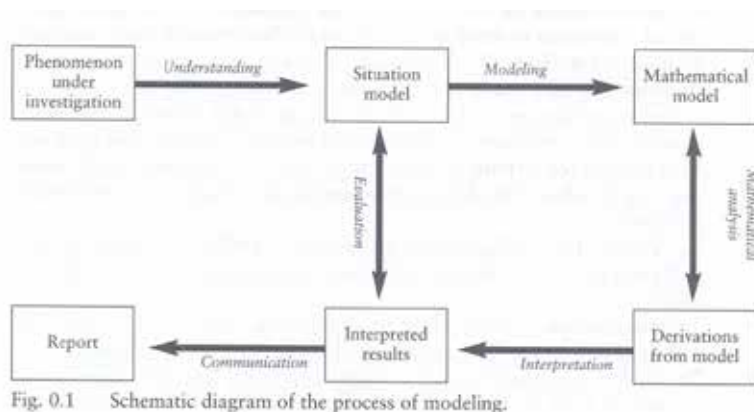
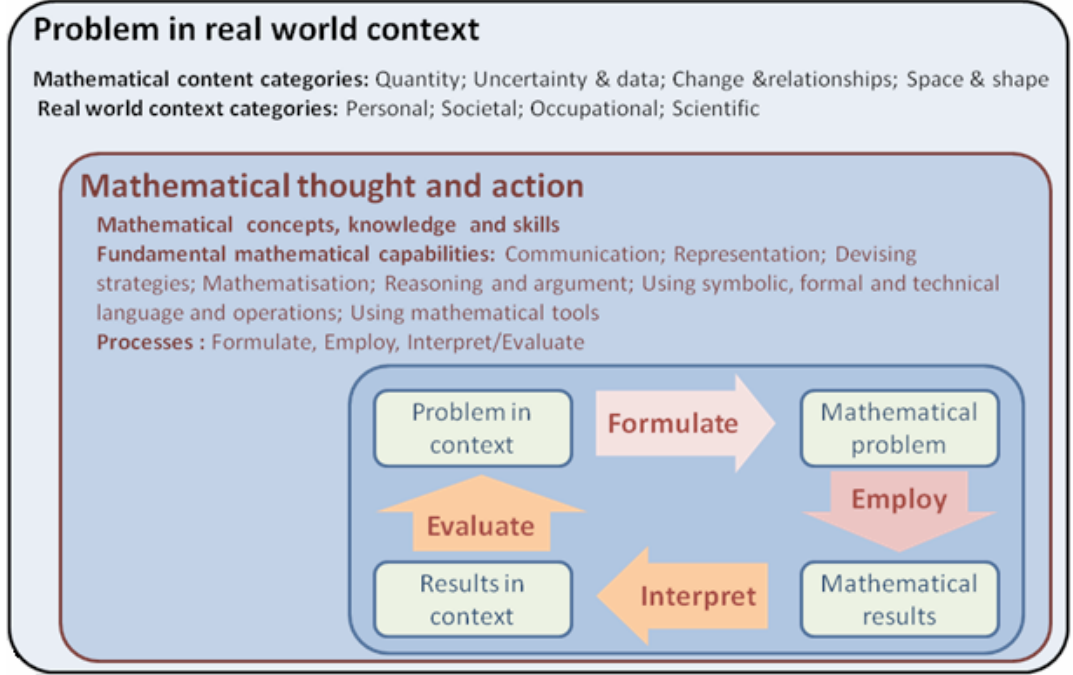


Fig. 0.1 Schematic diagram of the process of modeling.

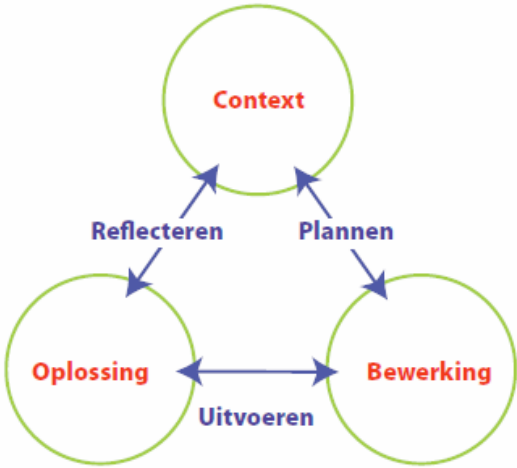
(Verschaffel e.a 2009)



(OECD, 2012 (PISA, Stacey))

Het schema dat in deze brochure wordt gebruikt is een vertaling van dit schema.
 In Nederlandse publicaties in het basisonderwijs wordt een vergelijkbaar schema gebruikt.
 In het Protocol Ernstige Rekenwiskunde problemen en Dyscalculie (ERWD) voor de basisschool is het volgende schema te vinden.
 In grote lijnen komt dat op hetzelfde neer als de andere schema's.

Protocol ERWD



Afbeelding 5.8 Het drieslagmodel

Bijlage 2

Afronden en intervallen bij computer scoorbare vragen

Afronden, significantie en relevantie

De werkwijze hoe om te gaan met afronden, significantie en goed te rekenen antwoorden, is nog verre van uitgekristalliseerd in de klassenpraktijk en ook nog niet helemaal in de toetspraktijk.

Er zijn verschillende oplossingen mogelijk in de lessen:

- Altijd in de opgave er bij zetten hoe er afgerond moet worden.
Voordeel is dat volstrekte helderheid schept voor leerlingen en docenten.
Nadeel is dat elke opgave ook afronden toetst, dat de leerling niet bij het antwoord nadenkt over significantie of relevantie, maar gewoon automatisch doet wat de toetsmaker vraagt.
Het leert de leerling niet nadenken.
- Het aan de leerling overlaten en ruimhartig zijn in het goed rekenen van antwoorden.
Voordeel is dat het veel nadruk legt op de manier waarop je het antwoord hebt bereikt en minder op de precisie van dat antwoord.
Nadeel is een grote variëteit aan antwoorden met verschillende nauwkeurigheid, wat bijna n iet aan leerlingen is uit te leggen dat dat allemaal goed is.
- Eisen dat de leerling een verstandige en significante afronding kiest.
Voordeel is dat je de leerling echt laat nadenken over een relevant antwoord, gegeven het probleem.
Nadeel is dat de klassenpraktijk en de lesmaterialen hier over het algemeen nog volstrekt niet mee bezig zijn en dat er voortdurend discussie over kan ontstaan.

Op dit moment worden de volgende afrondmogelijkheden bij de rekentoets gehanteerd:

Afronden volgt vanzelf uit de context (euro's op twee decimalen)



Hoeveel kost een stuk boerenkaas van 322 gram?

€



Exact: 4,7978

Dus antwoord: 4,80

Er is een duidelijke afrondinstructie

Tech / Internet

Downloadsnelheid groeit met ruim 12 procent

Laatste update: 29 december 2011 13:59

AMSTERDAM - De gemiddelde downloadsnelheid in Nederland is gegroeid naar 16 Mb per seconde waar dat een jaar geleden nog 14,2 Mb per seconde was.

1 Cb = 1000 Mb

Aisha downloadt een film van 37,6 Gb. Doordat de downloadsnelheid is toegenomen heeft ze de film sneller op haar computer staan.

Hoeveel minuten sneller?
Rond af op een geheel getal.

minuten



Exact: 4,9666667

Dus antwoord: 5

Er wordt antwoordmarge gehanteerd

NIEUW RECORD!!
277 keer raak in 1 uur



Om de hoeveel seconden schoot deze speelster gemiddeld raak?

om de seconden



Antwoordmarge:
12,99 t/m 13

(Uit Cito-presentatie flitsbijeenkomst oktober 2013)

Bijlage 3

De moeilijkheidsgraad van opgaven

Bij het vaststellen van de moeilijkheidsgraad van opgaven in het kader van functioneel rekenen wordt vaak gewerkt met het begrip denkstappen.

Dat is de som van de (denk) activiteiten in alle fasen van het oplossingsproces.

De optelling van de denkstappen in de verschillende fasen is een redelijke maat om de complexiteit vast te stellen. Dit gebeurt onder andere ook in PISA en PIAAC.

Vanuit deze bredere invalshoek kunnen we komen tot een aantal criteria die het aantal denkstappen beïnvloeden en dus daardoor de moeilijkheid bepalen.

De volgende aspecten in een opgave kunnen allemaal variëren van (zeer) eenvoudig tot (zeer) complex:

1. representatie van de context (beeldend, talig, structurering)
2. taalgebruik (te veel tekst; laagfrequente woorden)
3. gebruikte getallen (bijv. kommagetallen of breuken in maten en percentages)
4. aanpak/strategie (bijv. niet onmiddellijk duidelijk; niet-standaard)
5. aantal benodigde rekenconcepten (bijvoorbeeld combinaties van tijd en % of inhoud en % etc)
6. mate van eenduidigheid (zijn er verschillende interpretatie mogelijk, worden er leerlingen makkelijk op het verkeerde been gezet (instinkers).

De complexiteit van een opgave is een 'optelsom' van de complexiteiten van de verschillende onderdelen.

Bijlage 4

Inzichten rekenen in het basisonderwijs van nu

Veranderde aanpak hoofdbewerkingen in het basisonderwijs

Niet alleen de volgorde van de rekenbewerkingen is veranderd, ook worden er tegenwoordig andere aanpakken gebruikt om de basisstrategieën uit te leggen. Vanuit het hoofdrekenen wordt op weg naar het cijferend rekenen, het rekenen met grote getallen, kolomsgewijs gerekend. Het cijferend rekenen kan gezien worden als de meest verkorte versie van kolomsgewijs rekenen. Het doel is vooral dat leerlingen werken vanuit het begrip van getallen naar het werken met cijfers.

Optellen

Bij het optellen wordt het 'kolomsgewijs optellen' aangeleerd voordat het cijferend uitgerekend kan worden. In essentie komt het er bij het kolomsgewijs rekenen op neer dat de leerling altijd snapt wat de betekenis/ grootte van de cijfers is in de getallen waarmee hij werkt.

Bij de volgende som start men met de honderdtallen, daarna de tientallen en dan de eenheden. Op deze wijze blijft voor kinderen helder wat de cijfers waard zijn en wat er gebeurt als je deze optelt.

$$\begin{array}{r} 534 \\ 345 + \\ 800 \quad (500 + 300) \\ 70 \quad (30 + 40) \\ 9 + (4 + 5) \\ \hline 879 \end{array}$$

In een volgende stap gaat men van rechts naar links, nog steeds gaat het hier om getallen die worden opgeteld. Dit is wel een handeling in de richting van het cijferend rekenen, de volgende stap is immers het verkorte opschrijven, wat we cijferend kunnen noemen. Het gaat dan over in cijfers die opgeteld worden.

$$\begin{array}{r} 375 \\ 212 + \\ \hline 7 \\ 80 \\ 500 + \\ \hline 587 \end{array}$$

Aftrekken

Ook bij het aftrekken wordt het 'kolomsgewijs aftrekken' aangeleerd. Dat ziet er als volgt uit:

$$\begin{array}{r} 367 \\ 145 - \\ \hline 200 \quad (300 - 100) \\ 20 \quad (60 - 40) \\ 2 + (7 - 5) \\ \hline 222 \end{array}$$

Of over het tiental/honderdtal heen. Hierover bestaat veel verwarring. Het ziet er een beetje onlogisch uit. Er wordt gewerkt met –tekens, die vaak niet begrepen worden. Dit kan worden opgelost

door het te zien als een te kort dat ontstaat. Ik heb 20 te kort als ik 80 van 60 af haal.

$$\begin{array}{r}
 362 \\
 181 - \\
 \hline
 200 \quad (300 - 100) \\
 -20 \quad (60 - 80) \\
 \hline
 1 \quad (2 - 1) \\
 181 \quad (200 - 20 + 1)
 \end{array}$$

Vermenigvuldigen

Voor veel leerlingen geldt dat zij de tafels niet goed genoeg kennen. Dit levert problemen op voor de rekenvaardigheid van leerlingen bv met het rekenen met breuken en procenten. Bij vermenigvuldigen is ook de verandering zichtbaar met vroeger. Het gaat er om dat leerlingen begrijpen wat een vermenigvuldiging inhoudt. Kunnen ze er een verhaal bij maken, hebben ze er beelden bij. Er wordt daarom ook in beginsel veel gedaan met de omgeving en het zien van structuren die kunnen helpen vermenigvuldigingen uit te rekenen. Verschillende modellen worden ter schematische ondersteuning aangeboden.

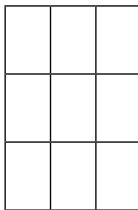
Het lijnmodel, vermenigvuldigen begint vanuit het herhaald optellen. Wanneer dit inzichtelijk gemaakt wordt op een lijn, is dit voor leerlingen vergelijkbaar met de getallenlijn, waarmee ze ook het optellen en aftrekken tot 100 hebben geleerd.



Het groepjes model



Het rechthoekmodel (meest gebruikt)



NB het herhalen en trainen van de tafels van vermenigvuldiging is zeker een aandachtspunt. Alleen is het vertrekpunt veel meer dan vroeger dat leerlingen weten wat ze uit rekenen. Bovendien dient het oefenen (automatiseren) van deze kennis tot parate feitenkennis (memoriseren) onderhouden te worden.

Wanneer het vermenigvuldigen over gaat op grotere getallen dan wordt het 'kolomsgewijs vermenigvuldigen' aangeleerd, voordat het cijferend uitgerekend kan worden. Het blijft in dit geval weer gaan om de getallen die vermenigvuldigd worden.

$$\begin{array}{r}
 39 \\
 7 \times \\
 \hline
 210 \quad (7 \times 30) \\
 63 \quad (7 \times 9) + \\
 \hline
 273
 \end{array}$$

Delen

Ook delen wordt vanaf het begin aangeboden vanuit een context die betekenis geeft, zodat leerlingen beelden hebben bij wat delen betekent. De overgang van een uit het hoofd delen (als inverse van vermenigvuldigen) naar de grote deelsom (grote getallen) wordt ook met kolomsgewijs delen aan geleerd. Dit wordt ook wel de 'hapjesmethode' genoemd. In tegenstelling tot de staartdeling wordt in dit geval uitgegaan van het hele getal. Uit het te verdelen getal worden steeds hapjes genomen, tot er niets meer over is, of een rest:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 520 \\ \hline 200 & 10 \times \\ \hline 320 & \\ 200 & 10 \times \\ \hline 120 & \\ 120 & 6 \times + \\ \hline 0 & 26 \end{array}$$

Sommige leerlingen nemen grotere hapjes, zij zien direct dat je een 'grotere' hap van 20 keer 20 kunt nemen. De deling zal bij hen dan ook korter zijn, maar leidt tot dezelfde uitkomst. Hierin zit de meeste kritiek vaak. Het duurt bij leerlingen die deze verkorting niet snel toepassen wel vaak als een lange en minder effectieve manier van delen gezien. De kunst is dus deze leerlingen hulp te bieden bij het zien van de verkorting.

Uiteindelijk zijn er sommige scholen/ methodes die er voor kiezen ook de staartdeling aan te leren. In feite is dit de meest verkorte manier van een deling cijferend oplossen en is er sprake van een rekenalgoritme. Een vast aantal stappen die uiteindelijk tot het antwoord leiden. Het gaat hier niet langer om het getal dat gedeeld wordt, maar met de cijfers wordt het antwoord gevonden.

NB: Het gevaar van te vlug met zwakke rekenaars naar cijferend rekenen gaan leidt er toe dat het antwoord wellicht eerder goed is, maar leerlingen niet weten wat zij uitvoeren. In het kader van op waarde schatten van een antwoord (een van de stappen in PISA model) slaan deze leerlingen vaak plank mis.

Het ingewikkelde aan het kolomsgewijs rekenen en de visie vooral te richten op (getal)begrip ligt in het feit dat de meeste docenten dit zelf vroeger niet zo geleerd hebben. Het is dus de moeite waard eens te kijken en oefenen met hoe leerlingen dit krijgen aangeleerd, om ze te begrijpen en te kunnen helpen bij daar waar het niet lukt!

