

Cursus rekendidactiek

Bijeenkomst 4

18 december 2012

monica wijers, vincent jonker

Freudenthal Instituut

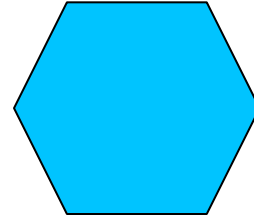
Rekenen uit de krant

Rekenen uit je hoofd

Een boek

Programma 18 december

1. Huiswerk
2. Verhoudingen
3. Procenten
4. Vooruitblik huiswerk en afsluiting

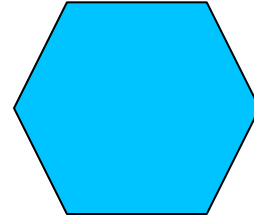


Deel 1

Huiswerk

Ervaringen en In-werk

- Sommen met kommagetallen
 - Paddestoel
 - Lengtes
- Sommen over verhoudingen
 - Parfum
 - Jamrecept
- Uitleg verhoudingstabel in methode*



Deel 2

Verhoudingen

opdracht

Noteer:

waar komen verhoudingen voor?
welke termen en notaties worden
gebruikt?

Verhoudingen

75% van 1200

Iedere portie van 250 g bevat				
kcal	Suikers	Vetten	Verzadigd vet	Natrium
350	4,8g	11,5g	5,3g	1,3g
18%	5%	16%	26%	52%
van de dagelijkse voedingsrichtlijn				

Hoeveel kcal bevat 100 gram?

1 op de 5 Nederlanders heeft slaapproblemen



Douchetimer €5,80 excl. 19% BTW

Bereken de prijs inclusief BTW.

.....

Soorten situaties

- Zoveel-per-zoveel
 - Gebonden grootheden
- Veranderen van maten
 - Inwisselen binnen zelfde grootheid
- Mengsels, fracties, percentages
 - twee of meer hoeveelheden binnen een geheel
- Samengestelde grootheden
 - Eén getal interpreteren als verhouding

Voorbeeld uit PO

300 gram rijst voor 4 personen, hoeveel rijst is nodig voor 6 personen?

Kladblaadje
4 pers = 300 gr.
2 pers = 150 gr.
6 pers = 450 gr.

Kladblaadje
 $300 : 4 = 75$
 $75 \times 6 = 450$

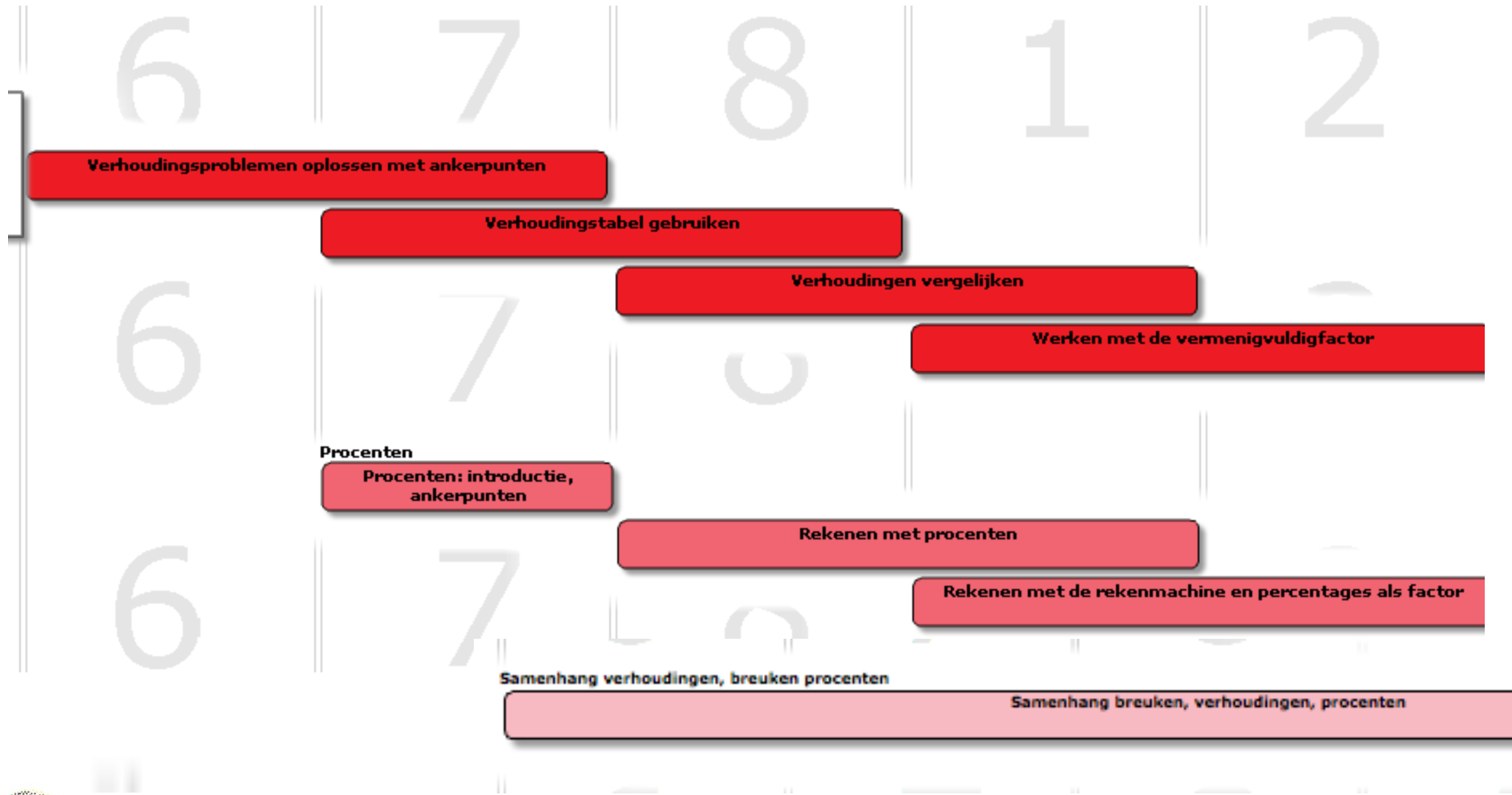
Kladblaadje
 $4 \times 1,5 = 6$
 $300 \times 1,5 = 450$



Verhoudingen als domein

- Dit domein omvat veel (maatschappelijke) toepassingsproblemen;
- het gebruiken van rekenen betreft vaak verhoudingsproblemen;
- begrip = relatie leggen tussen verschillende beschrijvingen (procent, verhouding, breuk) kan worden gelegd
- Begrip inzetten bij oplossen van verhoudingsvraagstukken.

Lijn in verhoudingen



Bijzondere verhoudingen

Snelheid - dichtheid

Schaal – vergroten/verkleinen

Mengsels – 3 grootheden

Verhoudingsproblemen oplossen

- Verhoudingen: verkenningen
- Verhoudingen kwantitatief
- Vermenigvuldigen en delen (verhoudingen)
- Verhoudingsproblemen oplossen met ankerpunten
- Verhoudingstabel gebruiken
- Verhoudingen vergelijken
- Werken met vermenigvuldigfactor

Procenten

- Procenten: introductie, ankerpunten
- Rekenen met procenten
- Rekenen met de rekenmachine en percentage als factor

Samenhang verhoudingen, breuken en procenten

- Samenhang breuken, verhoudingen, procenten



Kern van de leerlijn

- Niet gericht op beheersen van procedures maar het doorzien van onderliggende principes
- Accentverlegging van 'kunnen' naar 'begrijpen'
- Kerninzichten centraal

Bron: TAL

Voorbeeld van vergelijken

4 Welke jam is zoeter?

a



of



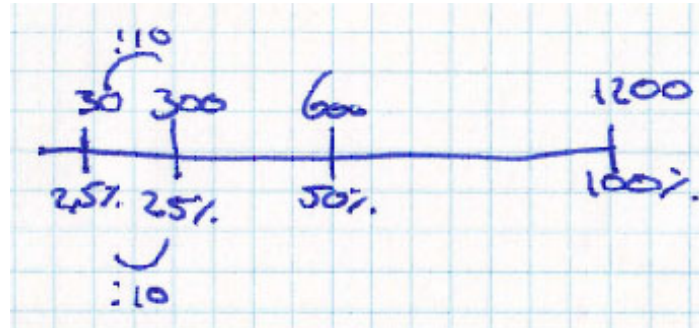
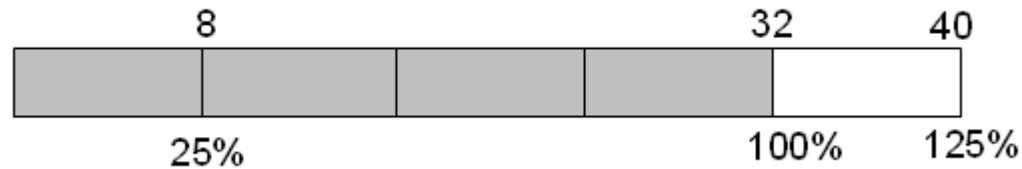
Aanpak (po)

- De leerlingen ruime ervaring laten opdoen met **visueel-schematisch** weergeven van probleemsituaties;
- Op basis daarvan **modellen** introduceren die het oplossingsproces kunnen ondersteunen, dit zijn **strook** en **dubbele getallenlijn**;
- De **verhoudingstabel** op basis van het werken met deze modellen introduceren als een **handig rekenschema**.



Modellen

- Voor verhoudingen, breuken en procenten



met fiets	3	6	42
totaal	5	10	70



1 l.	10 l.	2 l.	8 l.	20 l.	38 l.
1,20	13 €	2,60	10,40	26 €	49,40

Handwritten annotations: $\div 5 \rightarrow$ above the first two columns, $\times 4$ above the third column, and $\times 2$ above the fourth and fifth columns. A curved line connects the top of the first five columns.

verhoudingstabel

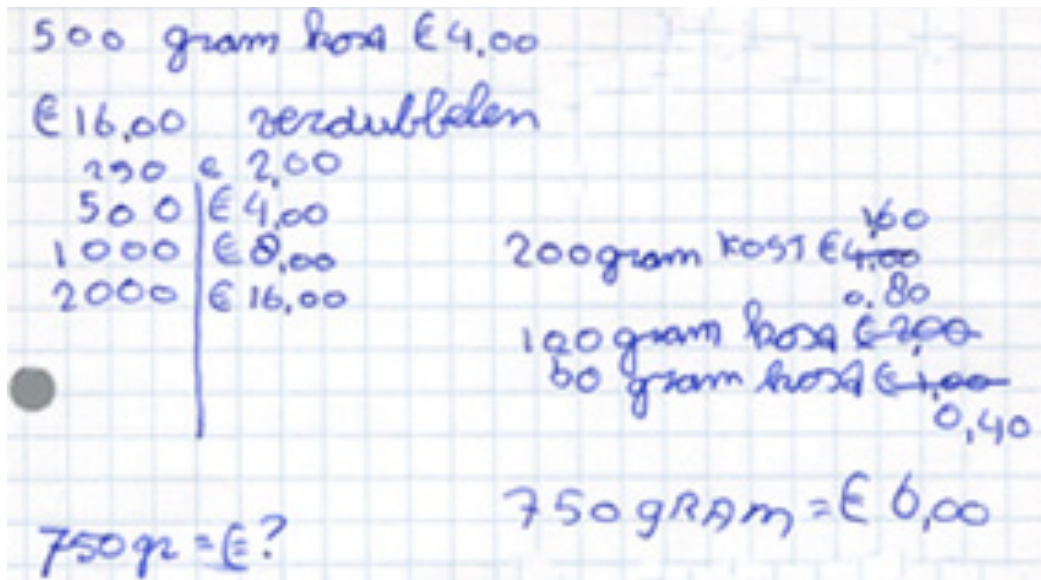
Denkmodel

Kladblaadje

Handig rekenen



Van systematisch noteren naar tabel



Gewicht (g)	500	1000	2000	200	100	50	250
Prijs (€)	4	8	16	1,60	0,80	0,40	2,00

Uitleg verhoudingstabel

Vgl met methode

verdubbelen

		$\times 2$	
aantal kilo's	1		2
prijs in euro	1,90		3,80

halveren

		$: 2$	
aantal kilo's	5		2,5
prijs in euro	16,00		8,00



keer 10, 100

		$\times 10$	
aantal kilo's	5		50
prijs in euro	16,00		160,00

delen door 10, 100

		$: 10$	
aantal kilo's	5		0,5
prijs in euro	16,00		1,60



Voorbeelden

Vul de afstand-tijdtabellen in



Eva loopt in acht minuten naar het winkelcentrum.

afstand (m)	400
tijd (min.)	8	4	2	1	3	6	5	10



Mike legt in tien minuten een afstand af van 900 m.

afstand (m)
tijd (min.)	10	1	2	3	5	7	20	30



Anne fietst in een uur 30 km.

afstand (m)	15	5	10	20	45	60	120
tijd (min.)	60



3 Welk deel?

a

SCHOOLKRANT

ONDERZOEK OP ONZE SCHOOL
(60 kinderen)

- 1 van de 3 kinderen heeft een huisdier.
- 3 van de 5 kinderen hebben een hekel aan spuitjes.
- 9 van de 10 kinderen lusten graag patat.
- 14 van de 15 kinderen houden van ijs.
- 9 van de 20 kinderen houden van zwemmen.

1		
3	30	60

3				
5	10	20	30	60

9			
10	20	30	60

14		
15	30	60

9		
20	40	60

b

VERKEERSCONTROLE

- 20 van de 100 voetgangers staken over bij rood licht.
- 24 van de 60 fietsers gaven geen richting aan.
- 12 van de 60 fietsers reden zonder licht.
- 120 van de 160 automobilisten reden te hard.
- 20 van de 160 automobilisten hadden geen rijbewijs bij zich.

20		
100	10	5

24			
60	30	10	5

12			
60	30	10	5

120			
160	80	8	4

20		
160	80	8



Problemen met verhoudingstabel

- In de boeken staat de verhoudingstabel voorgedrukt en deels ingevuld
- Verhoudingstabel is vaak een rijtje sommen: 'vul de tabel in'
- De tabel is verworden tot doel ipv middel (focus ligt op receptmatig invullen van de tabel)
- Middel is onbekend bij docenten andere vakken
- Men veronderstelt (vo, mbo) dat leerlingen al vaardig zijn met het gebruik van de tabel

Pluspunten verhoudingstabel

- Helpt bij structureren probleem en oplossingsproces
- Ondersteunt het handig (hoofd)rekenen
- Inzichtelijker dan kruisproduct
- Is breed inzetbaar
- Maakt samenhang duidelijk
 - Binnen rekenen
 - Tussen vakken
- Kan op agenda van docentenoverleg

Aandachtspunten

- Verhoudingstabel is middel, dus
 - Moet het nut duidelijk zijn
 - Moet er aandacht zijn voor: waar je dit middel inzet en hoe je het gebruikt (dat moet je leren)
 - Moet het ook als middel gebruikt worden
- Niet alles hoeft/moet met de verhoudingstabel (gestructureerd noteren kan ook)

benzineverbruik

De boordcomputer van een auto geeft aan dat de auto voor elke 100 kilometer gemiddeld 6,25 liter benzine nodig heeft. In de tank van deze auto past 45 liter benzine.

Hoeveel kilometer kan de auto rijden met een volle tank benzine?

kilometer





Snelheid 1

Vorige week fietste Marloes vanaf dit bord in 40 minuten naar Ijmuiden.

Vandaag fietst zij vanaf dit bord naar Zandvoort.

Hoe lang moet zij vandaag fietsen?

minuten



Snelheid 2

De lengte van een achtbaan is 900 meter.
Een ritje duurt 45 seconden.

Wat is de gemiddelde snelheid in kilometer per uur?

kilometer per uur



Prijs per ...



Hoeveel kost dit stuk kaas?

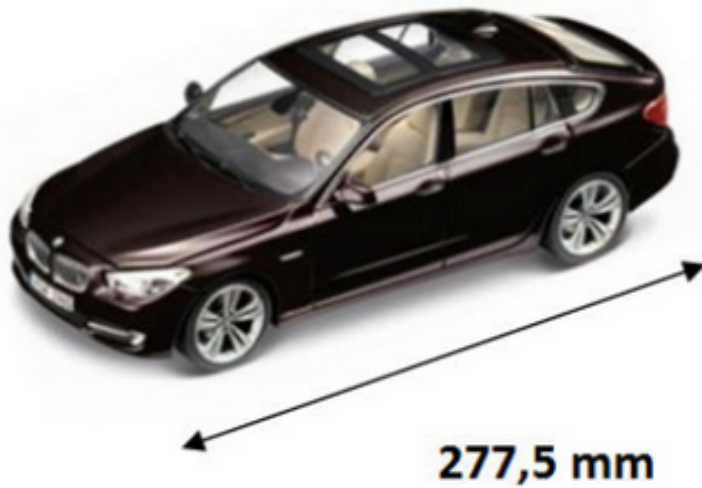
€

schaal



Op welke schaal is de modelauto gemaakt?

schaal 1 :

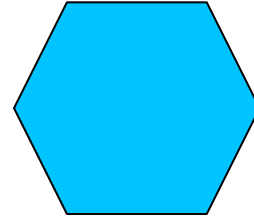


Factoren moeilijkheid

- Doorzien, herkennen, dat het om een verhoudingsprobleem gaat (in de ene situatie eenvoudiger dan in de andere);
- De mate van complexiteit van de verhouding: van 4 naar 6 pers. omrekenen is veel eenvoudiger dan bijv. van 7 naar 5;
- De complexiteit van de getallen: zit er 350 g rijst in een pak, dan is dat lastiger om te rekenen dan 400 g.

Leerlingen werk

RekenVOort
Albeda



Deel 3

PROCENTEN

Procentenopgave

Leerling heeft probleem met opgaven als:



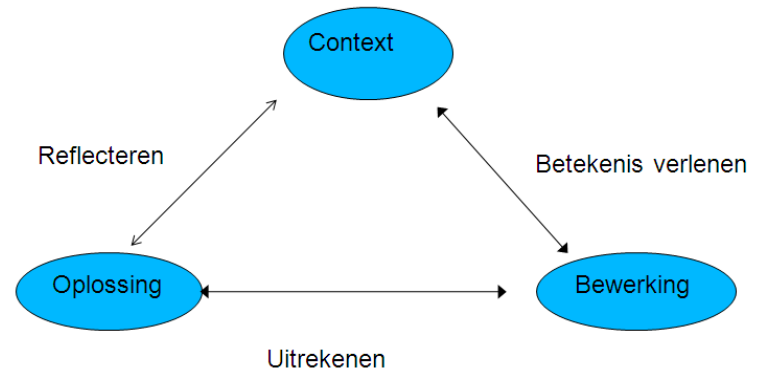
Hoeveel kost deze tv tijdens de aanbieding?

Wat moeten ze kunnen?

Wissel uit

inventarisatie

- Betekenis geven en plannen
 - Wat is het probleem?
- Uitvoeren
 - Doen
- Reflecteren
 - Wat heb je gedaan? Klopt het?



Procenten

- Procenten: introductie, ankerpunten
- Rekenen met procenten
- Rekenen met de rekenmachine en percentage als factor

Samenhang verhoudingen, breuken en procenten

- Samenhang breuken, verhoudingen, procenten

Procenten

Procenten: introductie,
ankerpunten

Rekenen met procenten

Rekenen met de rekenmachine en percentages als factor

Samenhang verhoudingen, breuken procenten

Samenhang breuken, verhoudingen, procenten

Vijf onderdelen

- Oriëntatie en ankerpunten
- Verkenning procenten 'als operator'
- Rekenen met % en op weg naar 1%-regel
- Van verhoudingen naar procenten
- Procenten boven de 100% en als factor

2F

1F

Procenten als vermenigvuldigfactor

- Nadere verkenning van het rekenen met % op de rekenmachine
- Werken met % als vermenigvuldigfactor
- Procenten in situaties van 'rente op rente'

Voetbal € 12,- Skates € 95,-

Hoe reken je de prijs met 15% korting snel uit op de machine?

vogelvoederhuis € 14,40

Prijs met 21% BTW is € 14,40. Wat is de prijs zonder BTW?

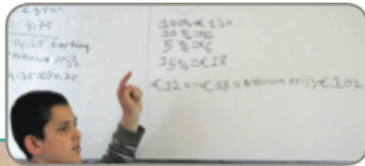
Rekenen met procenten en verhoudingen

- Globaal én precies omzetten van verhouding in %
- Gebruiken van de 1%-aanpak (3,5% rente, e.d.)
- Terugrekenen van een deel naar het geheel (4% is €210)



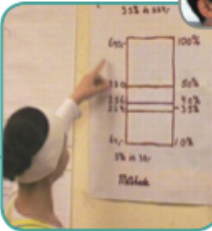
18 van de 400 auto's is %

Ohmet heeft €680,- op zijn rekening staan. Hoeveel rente na 1 jaar?



Ankerpunt-ontwikkeling: 5%, 1%

- Bewustmaking relatie 5% = 1/20 de helft van 1/10 deel, 1% = 1/100 van 1/10 deel
- 5%, 1%, 4% e.d. van een bedrag of hoeveelheid bepalen
- Eenvoudige verhoudingen in een percentage omzetten: 10 v.d. 40 → 25%, 25 v.d. 50 → 50%



Ankerpunt-ontwikkeling: 25%, 10%

- Bewustmaking relatie 25% = 1/4 deel en 10% = 1/10 deel
- 10%, 20% e.d. van een bedrag of hoeveelheid bepalen
- Procenten in stijging/dalingsituaties



Alleen vandaag: 35% korting!

Begripsmatige basis

- Brede oriëntatie op praktische procentensituaties
- Verhoudingsbesef (5% is relatief weinig, 95% relatief veel)
- 100% als het geheel, 50% als 'de helft'



Teken een cirkel en strook en laat zien hoeveel 50% is.



Voor hoeveel x zijn de blikken ongeveer gevuld?

La prima pasticcina alla fava
 è la migliore e più dolce
 una mela a giorno a 10 p. è...

! quella Mazzanica
 nel 75 Jato la lettera
 guadagnava 20%

-40%
 Per scassi
 2,48 1,49

Procenten vormen een relatief nieuw begrip dat pas vanaf de 15e eeuw in de context van handel en belastingen z'n intrede deed. Het bekende symbool % kwam pas in de 17e eeuw tot ontwikkeling (zie de symbolen rechtsomder in de beide



Beginsituatie

Wat weten je deelnemers (al of nog) van procenten?

15% korting
er gaat wat van de prijs af

Basisrelaties
50% is de helft van
25% is een kwart van

Brede oriëntatie, ankerpunten

- **Betekenis van procenten**
 - ‘bevat 4% vet’
 - ‘nu 30% meer’
 - ‘korting 25%’
- **Percentages (globaal) visualiseren**
- **Elementaire ankerpunten**

Normaal 250 g

Nu 30% meer



Wat is er mis met:

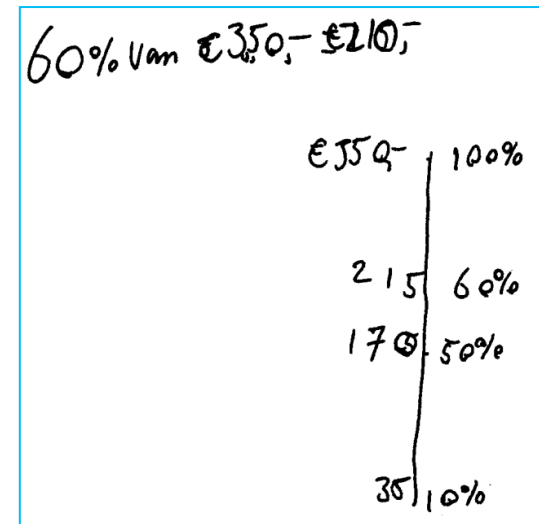
- $25\% = \frac{1}{4}$

Procenten zijn geen (absolute) getallen!

Wel kan: 25% van ... = $\frac{1}{4}$ deel van

Procenten als 'deel van'

- Visualiseringen bij eenvoudige 'deel van' opgaven
- Van **50%** en **25%** naar **10%** en op basis daarvan **20%**, **60%**, **90%** en dan **5%**, **15%**, ... berekenen
- Geleidelijk verfijnen richting **1%** en schematische oplossingswijzen verkorten



2F

- Toe naar de 1% aanpak
 - strook
 - systematisch noteren
 - verhoudingstabel
 - rekenmachine
- Maar blijven werken aan flexibiliteit
 - Kies strategie op basis van getallen

Aanpakken bespreken

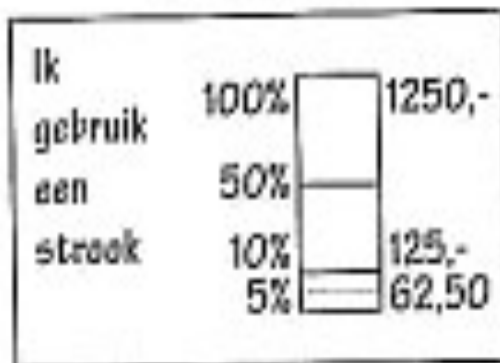
Hoe reken jij?

a Een procentensom: 5% van €1250,- is ...?

Hoe reken jij? Op de manier van Lisette, Jovianca of Ronnie?



Lisette:



Jovianca:

Ik doe eerst 10%:
10% van € 1250,- is € 125,-
5% is € 62,50 (de helft)



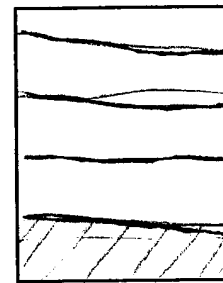
Ronnie:

Ik neem eerst 1%:
1% van € 1250,- is € 12,50
5% is € 12,50 = € 62,50

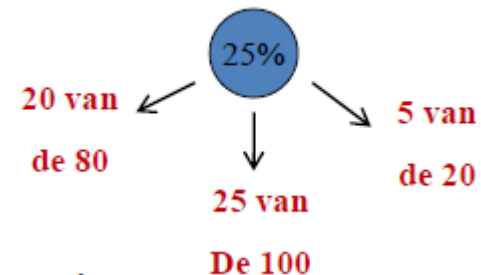
van verhouding naar percentage

- Eenvoudige verhoudingssituaties visualiseren en berekenen
- Een netwerk van basale verhoudingsrelaties opbouwen...

Theater bijna vol!
Slechts 100 van de 500 stoelen waren leeg.



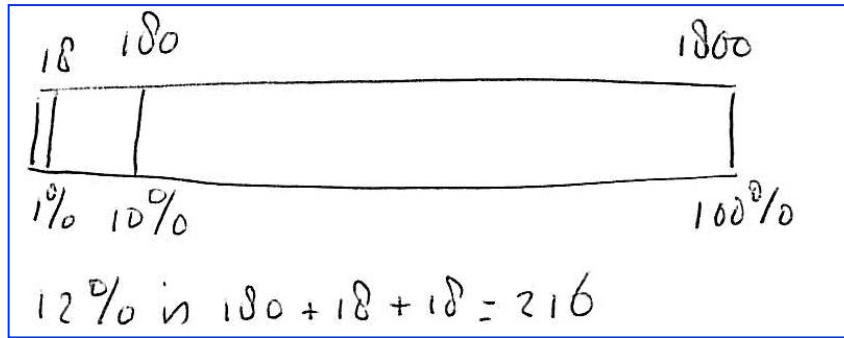
$$\begin{aligned} 500 &= 100\% \\ 50 &= 10\% \\ 5 \times 100 &= 500 \\ 20\% \end{aligned}$$



naar percentage als factor

- Toe- en afname
 - *Van €80 voor €70. Hoeveel procent korting?*
 - *Aantal Iln is gestegen van 1250 naar 1500. Hoeveel % meer?*
- Rentepercentages en BTW
 - *Inkoopprijs 75 euro. Hoeveel met 19% BTW?*
 - *Prijs inclusief 6% BTW is €59,99. Hoeveel zonder?*
- Percentages bij vergroten/verkleinen
 - *50% erbij; vergroten met 141%*





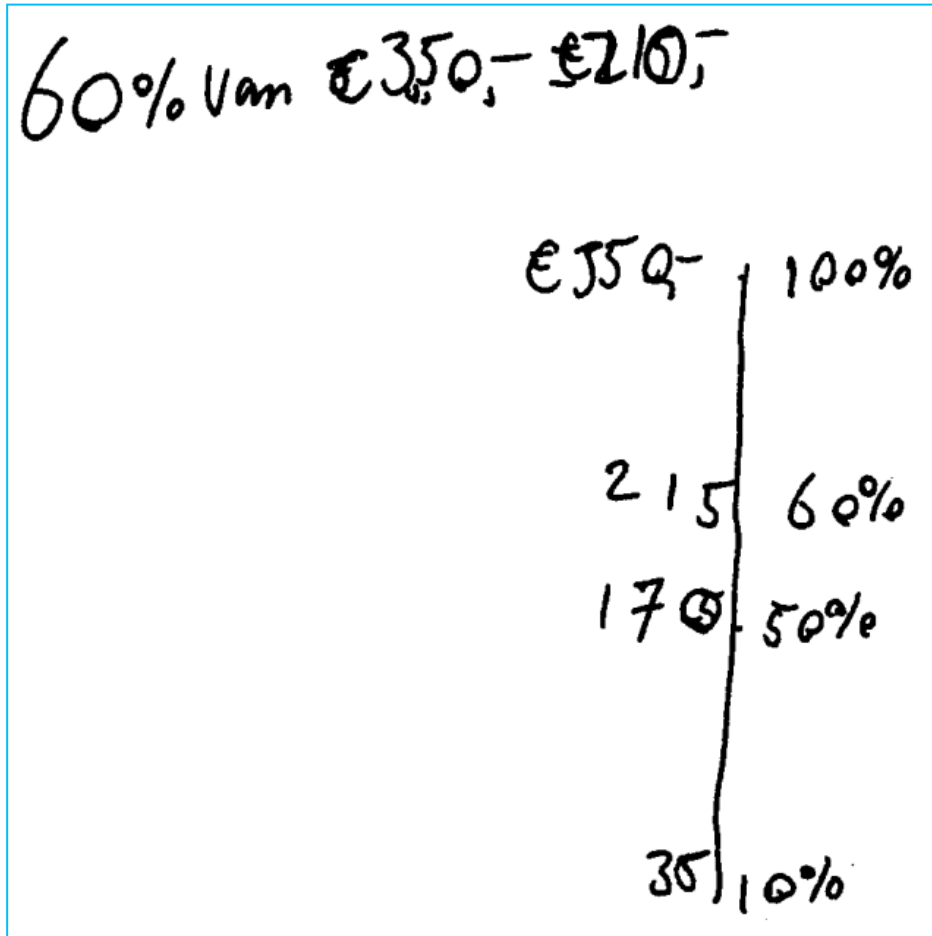
Procentenstrook*

Visualisering

Globale schatting

Handig rekenen via getalrelaties

60% van € 350



Verhoudingstabellen bij procenten

deel	16	8	80
geheel	20	10	100

van verhouding
naar 'op de 100'
(percentage)

aantal euro's	160	16	48	8	56
procent	100	10	30	5	35

via
100% =

Drie procenten opgaven

Zelf maken

Nadenken over uitleg en hulp

Opgave 1

In de uitverkoop krijg je 40% korting
op een laptop van €350.



Hoeveel euro is de korting?

Antwoord:

Kladblaadje



Hoeveel euro is de fiets goedkoper geworden

euro



cola

- 23 Peter heeft Coca Cola als lekkerste gekozen. Die is duurder dan de rest. Bekijk de onderstaande afbeeldingen.

AH huiskmerk



1,5 liter
€ 0,59

Coca Cola



1,5 liter
€ 0,92

Euroshopper cola



1,5 liter
€ 0,37

Pepsi



1,5 liter
€ 0,89

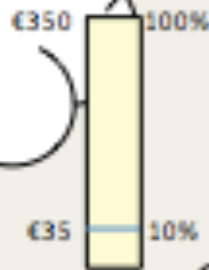
Hoeveel procent is Coca Cola duurder dan de goedkoopste cola in de test?

Betekenis achterhalen
Weet je wat dit betekent? Kom je zo iets weleens ergens tegen?

Vorkennis in kaart brengen
Heb je dit soort sommen wel eens gemaakt? Waar? Waarover? Voorbeeld? Hoe doe je dat?

Eigen voorbeelden bedenken
Kun je zelf een %-opgave bedenken die je makkelijk vindt? Hoe reken je die uit?

Ondersteuning via visueel model (strook)
Kun je er een plaatje bij tekenen? Ken je de procentenstrook?



40% korting op een laptop van €350.
Hoeveel euro is de korting?



Ondersteuning via tabel
Heb je weleens een tabel gebruikt bij %-sommen? Herken je dit? Hoe reken je erin?

geld	350		
%	100%		40%

Onderliggende basiskennis peilen
Kun je 10% handig uitrekenen? Kun je delen door 10? Vind je 4×35 moeilijk?

Vereenvoudigen opgave
Kun je het misschien met 50%? Met 25% of 10%? Met €300? Andere context...?





Hoeveel euro is de fiets goedkoper geworden

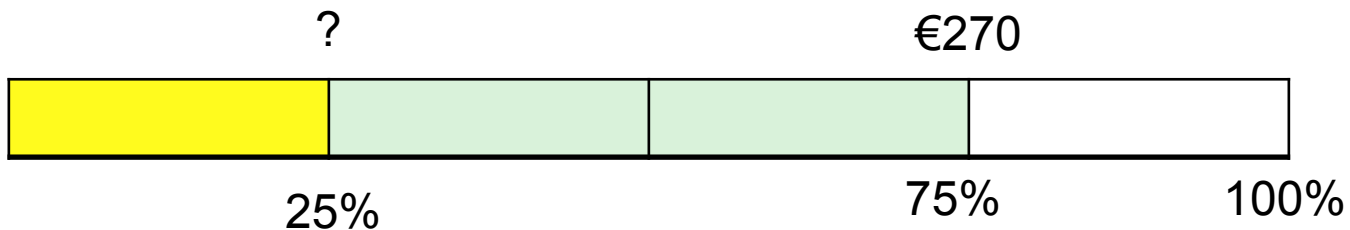
euro



aanpak

Visualiseren met strook

- Weet je wat 100% is? Ja, teken strook en schrijf erbij
- Nee: van welk(e) waarde weet je het percentage?
Teken!
- Wat wordt gevraagd?



Cola opgave

- Visualiseren met een strook (boven 100%)
- Formule uit de economie

Zie: tip 1 RBVO

Wat is er lastig aan procenten?

Maak en bespreek de uitgedeelde opgaven op eigen niveau

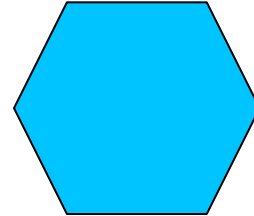
(uit: rekenen is leuker als je denkt, H.40)

samengevat

- Deel-geheel vragen: 3 typen
 - Hoeveel is 5% van 200?
 - 3 van de 25 lln zijn ziek. Hoeveel % is dat?
 - 0,5% van spaargeld is €10,- . Hoeveel spaargeld?
- Toe- en afnamevragen: 3 typen
 - 3% rente op €250,-. Welk bedrag na 1 jaar?
 - Incl 6% btw €25,00. Hoeveel excl. btw?
 - Prijs verhoogd van € 20 naar € 25. Met hoeveel %?

voorbeeldopgaven

Deel in in soorten
procentproblemen



Deel 4

Afsluiting en vooruitblik

29 januari

- meetkunde en verbanden
 - Neem mee: voorbeelden van opgaven waar IIn moeite mee hebben of die je lastig uit te leggen vindt
- Doorlopende leerlijn vmbo/mbo
- Methodegebruik
 - Neem je rekenmethode mee