

Routeren van treinstellen op knooppunten

John van den Broek

2 februari 2007

Nationale Wiskunde Dagen



Algemene gegevens NS

1.100.000 reizigers per werkdag

15.000.000.000 reizigers kilometers per jaar

5200 reizigers treinen per werkdag

300 goederentreinen per werkdag

2800 kilometer spoor

377 stations



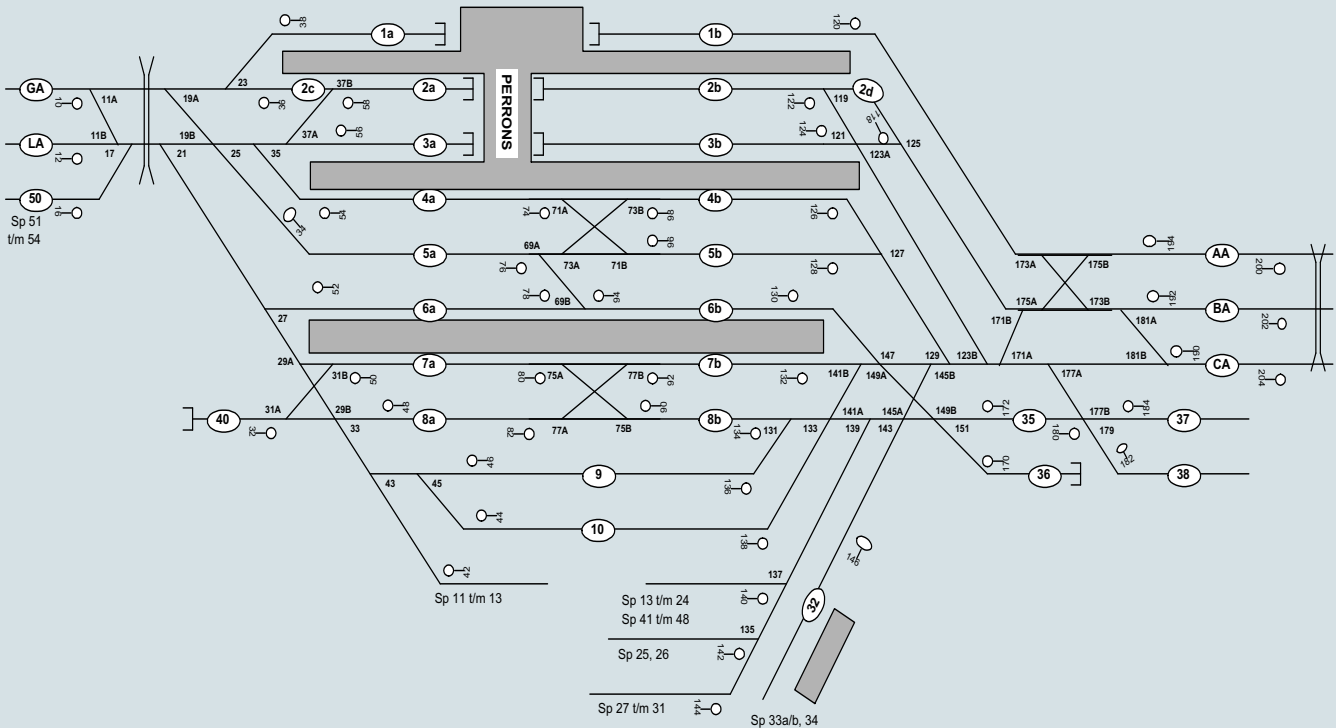
Rangeerbewegingen

Treinbewegingen tussen de perronsporen en opstelsporen die gebruik maken van dezelfde infrastructuur als reizigerstreinen en goederentreinen.

- starters / eindigers
- aftrappen / bijplaatsen
- wassen/reinigen



Groningen



Belangrijke onderdelen van de rangeerplanning

1. toewijzen van binnenkomende aan vertrekkende treinstellen
2. opstellen van treinstellen (deel 2 workshop)
3. routeren van treinstellen over de wissels, kruisingen en sporen (deel 1 workshop)
4. planning van het rangeerpersoneel



Karakteristieken van een treinbeweging

- Treinnummer
- Aankomst- en vertrekspoor
- Route
- Plantijd



Soorten bewegingen op een station (1)

I. dienstregelingstreinen

- de vertrek- en aankomstsporen zijn bekend.
- de plantijd is bekend.



Soorten bewegingen op een station (1)

1. dienstregelingstreinen

- de vertrek- en aankomstsporen zijn bekend.
- de plantijd is bekend.

2. goederentreinen

- goederenpaden worden door Railned ingepland.
- de vertrek- en aankomstsporen zijn bekend.
- de plantijd is bekend



Soorten bewegingen op een station (2)

3. Rangeerbewegingen

- de vertrek- en aankomstsporen zijn bekend verondersteld.
- hebben een tijdsinterval waarbinnen plantijd moet komen.

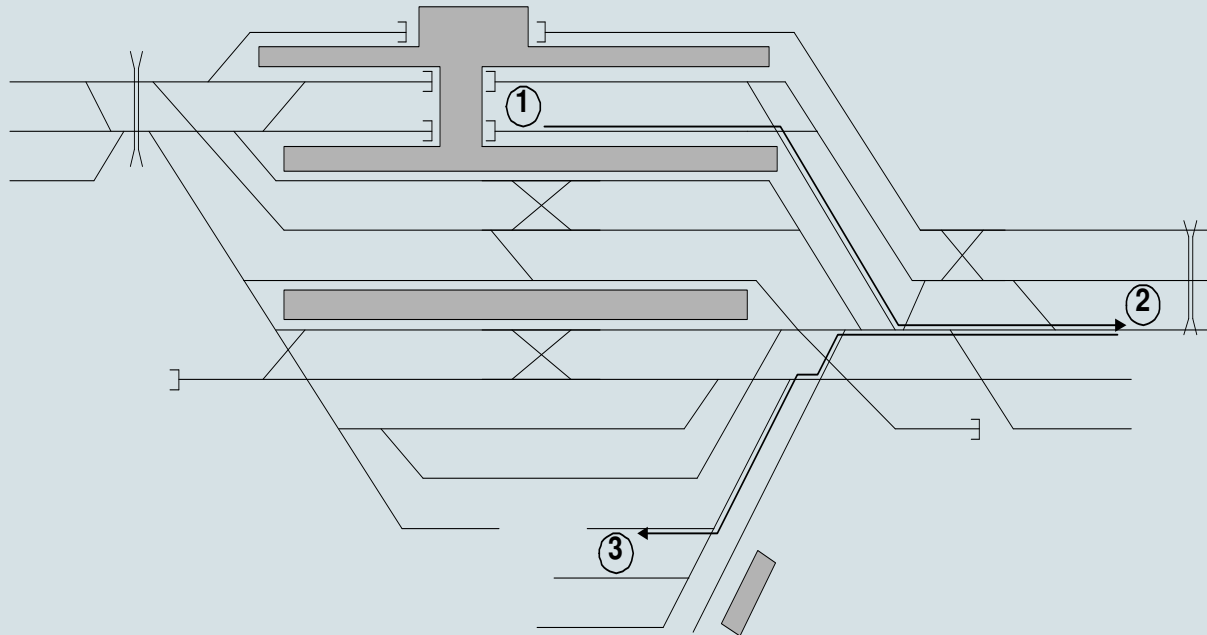


Aannames

- Er hoeft geen rekening gehouden te worden met materieel en personeel.
- Opstelterrein kan beschouwd worden als een oneindig grote verzameling sporen waarop oneindig veel treinstellen kunnen staan.
- De route van een beweging ligt vast.



Zaagbeweging



Normen

- Combineren, splitsen, ombouwtijd, uitstaptijd, instaptijd
- Normen van treinen die een wissel of kruising in hun route gemeenschappelijk hebben:
 - OverkuisAnaVRR 3
 - OverkuisVnaARR 0
 - OverkuisVnaVRR 2
 - OverkuisAnaARR 3



Voorbeeld instantie Groningen

1. Probeer een plantijd te bepalen voor de twee rangeerbewegingen 409157 en 419157, die tezamen een zaagbeweging uitvoeren.
2. Probeer een plantijd voor de 400759 en de 410759 te bepalen, die tezamen een zaagbeweging uitvoeren.
3. Probeer een plantijd voor de 409161, 419161, 400574 en de 410574 te bepalen, zodanig dat ze ook onderling niet conflicteren.
4. Hoe zou je zo'n rangeerprobleem (wiskundig) aanpakken?



Geheeltallige lineaire Programmering

$$\min \quad c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$\text{o.d.v:} \quad a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m$$

$$x_j \in \mathbb{Z} \quad \forall j = 1, \dots, n$$

In matrixnotatie:

$$\min \quad cx$$

$$\text{o.d.v:} \quad Ax \geq b$$

$$x \in \mathbb{Z}^n$$



Voorbeeld 1: 0-1 Knapzak probleem

b = maximaal gewicht knapzak

a_j = gewicht item j

c_j = opbrengst item j als j in knapzak

$x_j = 1$ als item j in knapzak, anders nul.

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{o.d.v:} \quad & \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b \\ & x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$



x' heet een *toegelaten oplossing* als $Ax' \geq b$ en $x' \in \mathbb{Z}^n$.

Elke toegelaten oplossing x^* met $cx^* = \min\{cx \mid Ax \geq b\}$ heet een *optimale oplossing*.

Lineaire programmering: Tussen alle toegelaten oplossingen, zoek de oplossing die de doelfunctie minimaliseert.



Parameters

J is de verzameling van alle treinbewegingen $\rightarrow J = \{1, \dots, n\}$.

r_j = het eerst mogelijke plantijdstip van beweging j .

d_j = het laatst mogelijke plantijdstip van beweging j .

l_{jk} = het aantal minuten dat tussen de plantijden van de bewegingen j en k moet zitten, gegeven dat j als eerste over het conflictpunt gaat.



De beslissingsvariabelen

- y_j = de plantijd van beweging j
- $U_j = \begin{cases} 1 & \text{als beweging } j \text{ niet op tijd ingepland kan worden} \\ 0 & \text{als beweging } j \text{ wel op tijd ingepland kan worden} \end{cases}$
- $x_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{als beweging } j \text{ voor beweging } k \text{ ingepland wordt} \\ 0 & \text{als beweging } j \text{ na beweging } k \text{ ingepland wordt} \end{cases}$



minimize

$$\sum_{j \in J} U_j$$

subject to:

$$y_j \geq r_j \quad \forall j \in J \quad (1)$$

$$y_j \leq d_j + U_j M \quad \forall j \in J \quad (2)$$

$$y_j + l_{jk} \leq y_k + (1 - x_{jk})M \quad \forall j, k \in J \quad (3)$$

$$x_{jk} + x_{kj} = 1 \quad \forall j, k \in J \quad (4)$$

$$x_{jk} \in \{0, 1\} \quad \forall j, k \in J \quad (5)$$

$$y_j \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall j \in J \quad (6)$$

$$U_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J \quad (7)$$



Toepassing toets op Groningen en Utrecht

Groningen:

- Veel zaagbewegingen
- In 24 uur zijn er ± 450 vastgelegde en 150 rangeerbewegingen
- Rekening CPLEX: < 1 sec

Utrecht:

- In 24 uur zijn er ± 2000 vastgelegde en 200 rangeerbewegingen
- Rekening CPLEX: < 1 sec



??? VRAGEN ???

