

Het interne-golf biljart

Leo Maas

*Koninklijk Nederlands Instituut voor Onderzoek der Zee
(NIOZ)
Texel*



Een mysterie: Dood-water



Fram : 1893-1896



Fridtjof Nansen (1861-1930)

Noorse Pool-expeditie

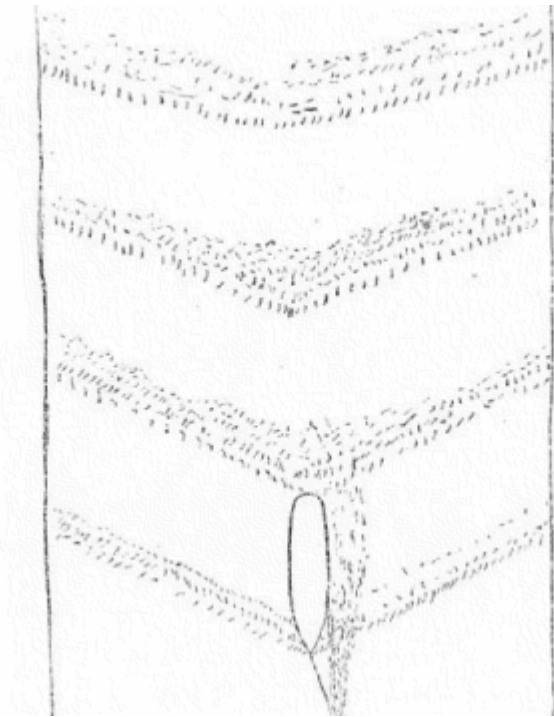


“Dödvand” – Noorse zeeman’s term:
Plotsklapse afname van sloopssnelheid (met
factor 5) alsof het sloop voor anker gaat, of
aan de grond raakt : *“The moment the engine
stopped, it seemed as if the ship was sucked back.”*

Het water:

heeft glasachtige aanblik,
soms vergezeld door sissend geluid
volgt schip over grote afstand → schip wordt stuurloos

Verklaring??



Ekman, 1904



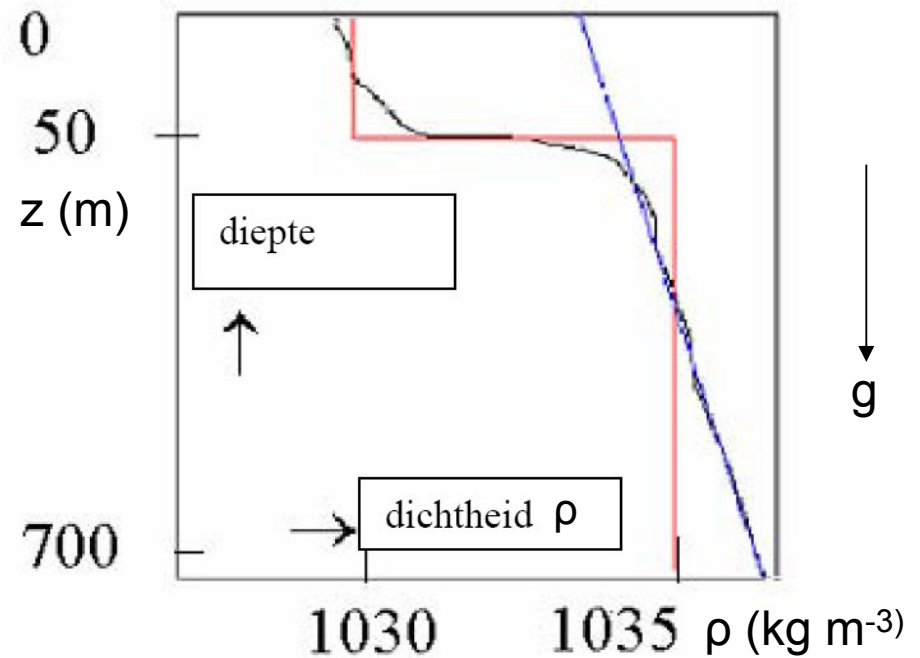
Gill, 1982



V. Bjerknes (1862-1951)

Bjerknes wees op typische omstandigheden in fjord: 'zoet' smeltwater boven zout Atlantisch zeewater en suggereerde :

".. energy that normally would have propelled the ship forward was instead going into generating internal waves.."

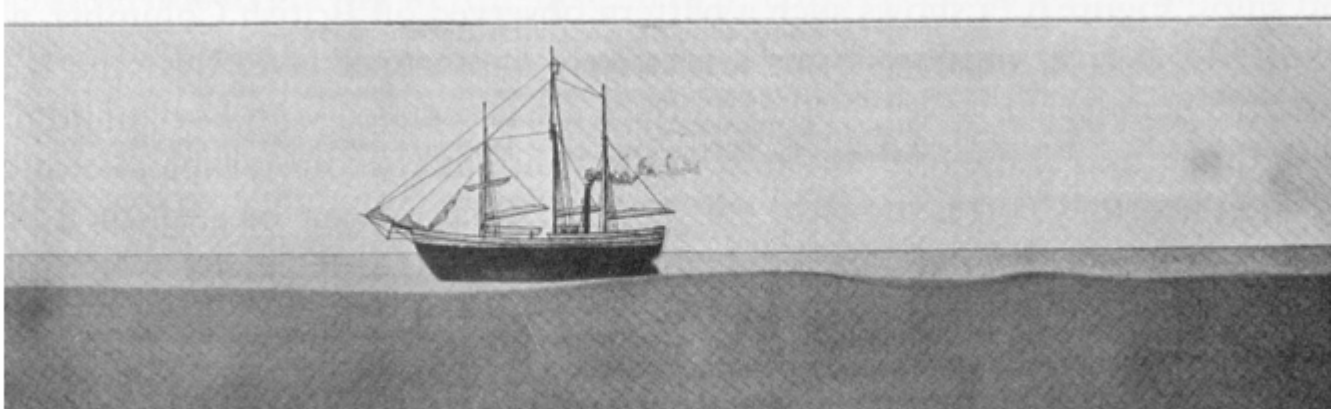


Voorbeeld van gelaagdheid
en **twee-lagen** en **uniform-gelaagde** modellen



V.W. Ekman (1874-1954)

Interne zwaartekrachtsgolven
op grensvlak

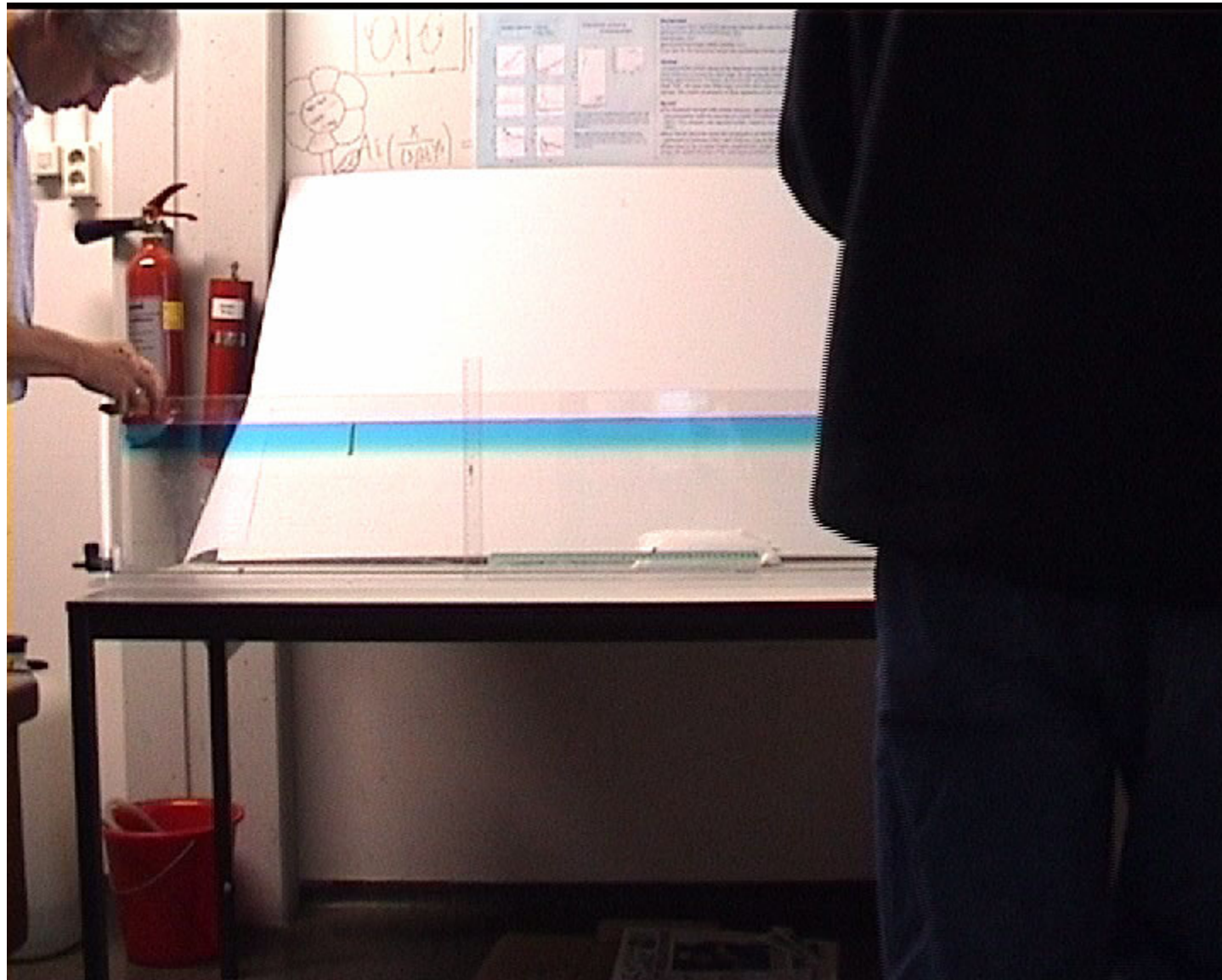


Ekman (1904): klopt!



vanuit satelliet zichtbaar...

6 experimenten met 'zoet' boven zout water: 'zelfde' condities



← Gewicht
(paar gr)

← Zoet

← zout

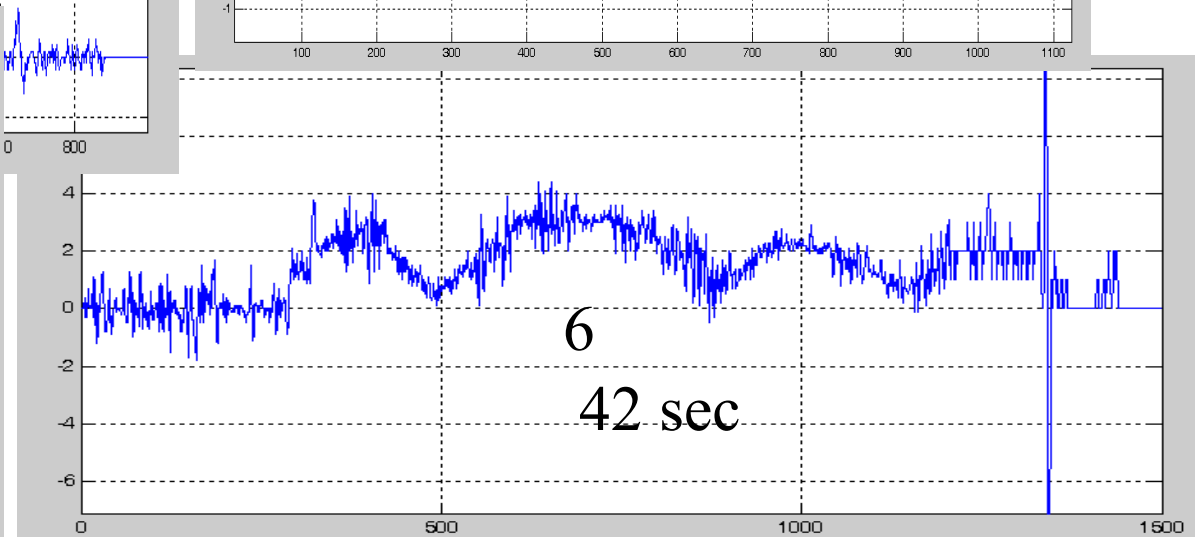
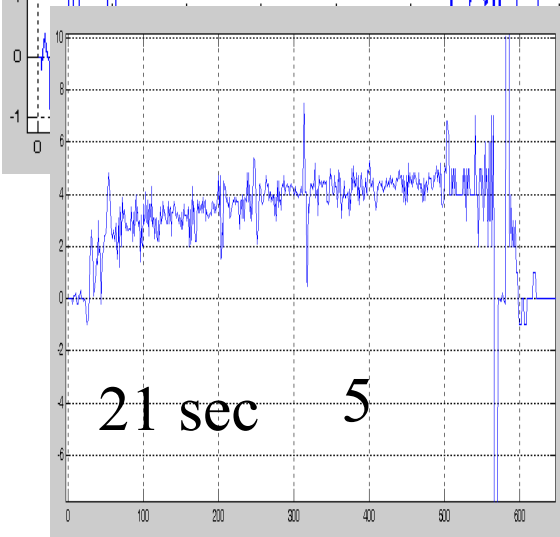
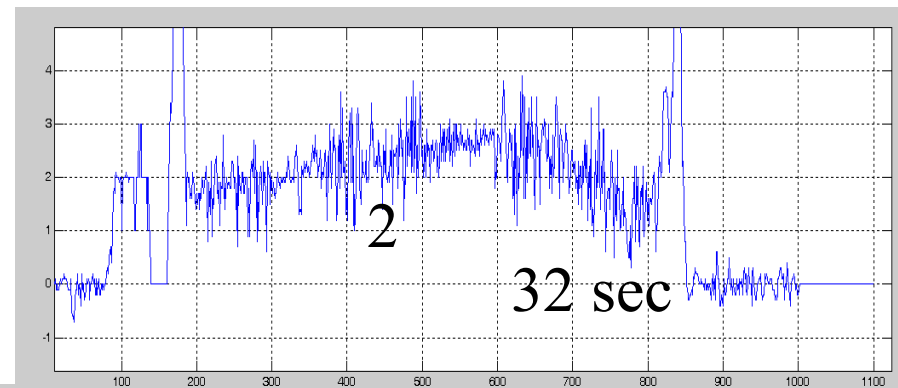
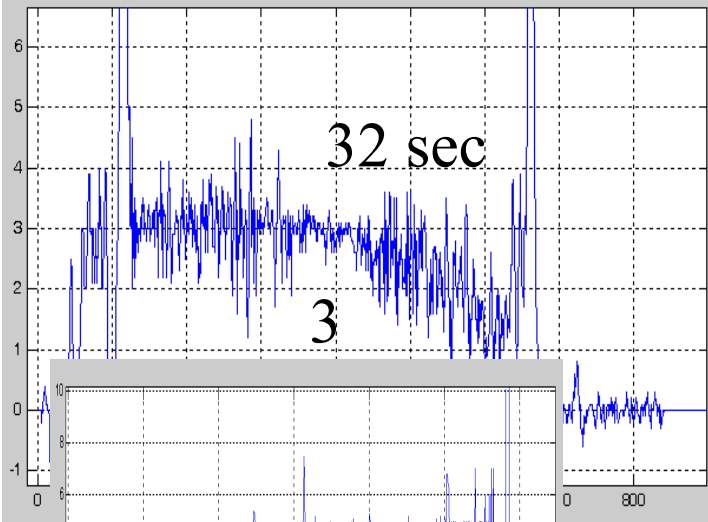
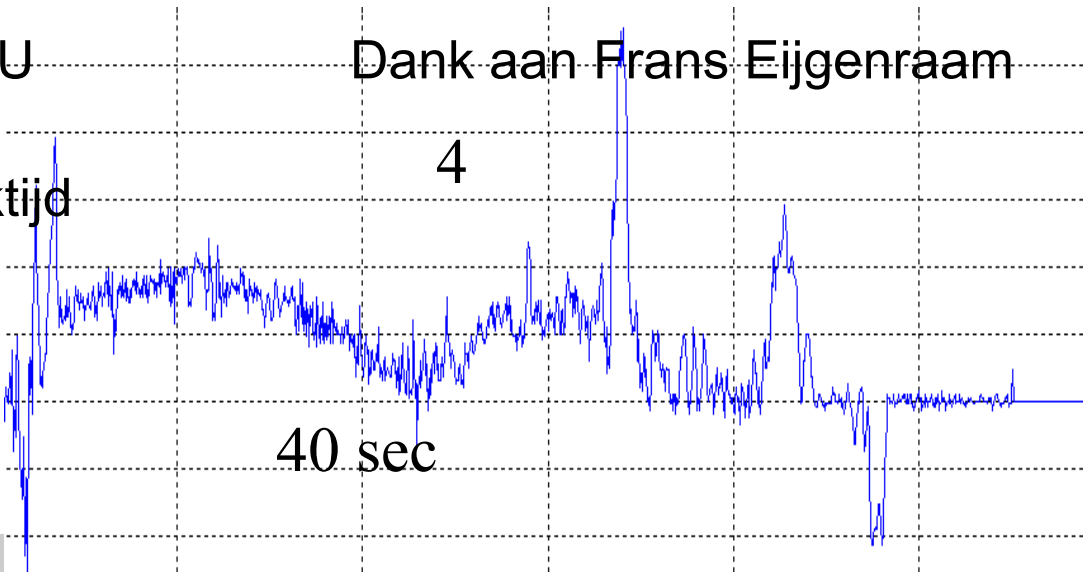
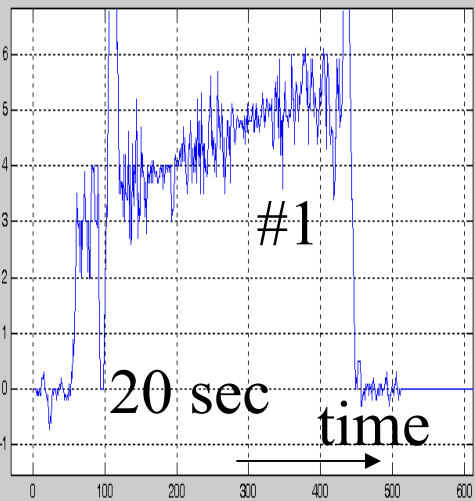
Dank aan: Lucas Merckelbach , Guido Terra, Bert Aggenbach, TUD

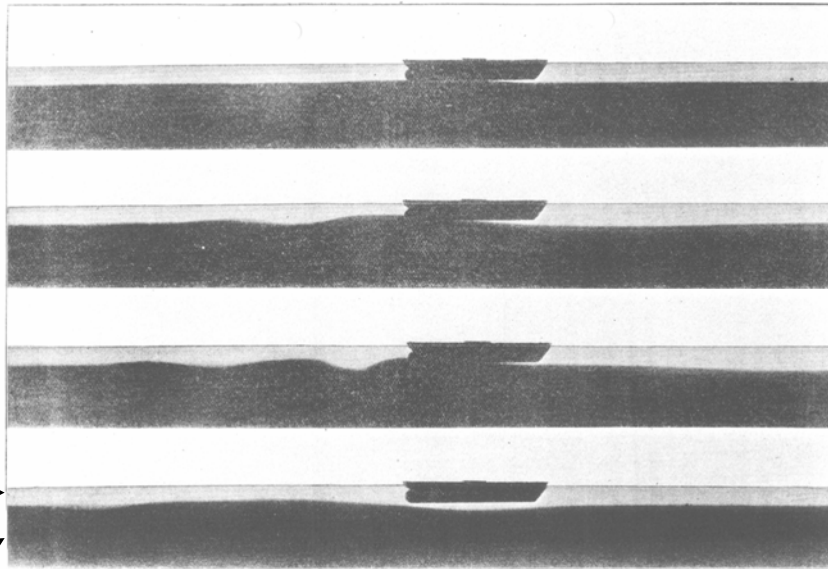
U



Snelheid U
en
oversteektijd

Dank aan Frans Eijgenraam





h_1, ρ_1
 h_2, ρ_2

Verschillende experimenten

$U \ll c'$

Ekman 1904

$U < c'$

$U \approx c'$

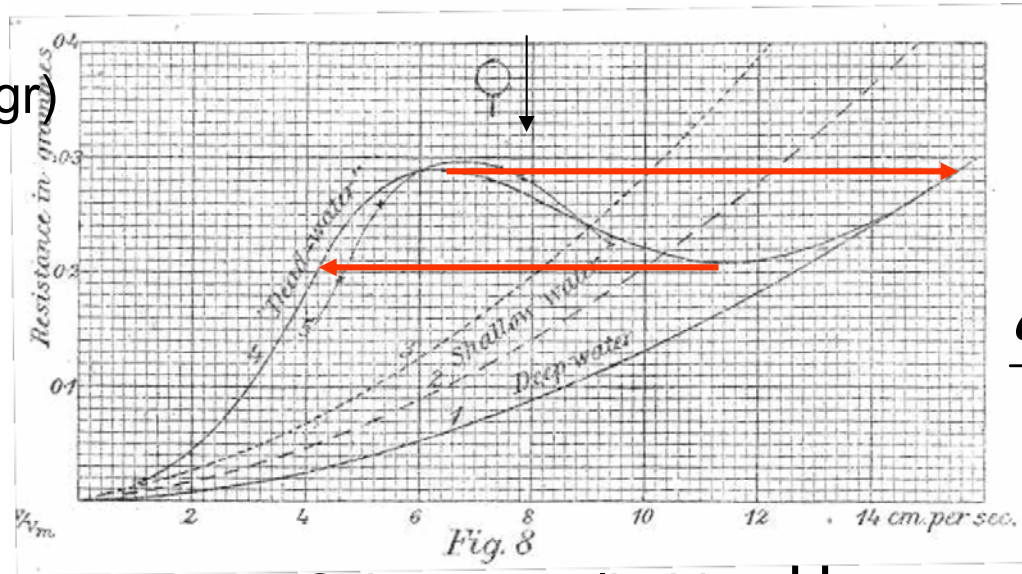
$U > c'$

$$c' = g \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2} \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}$$

c'

weerstand (gr)

(kracht/g)



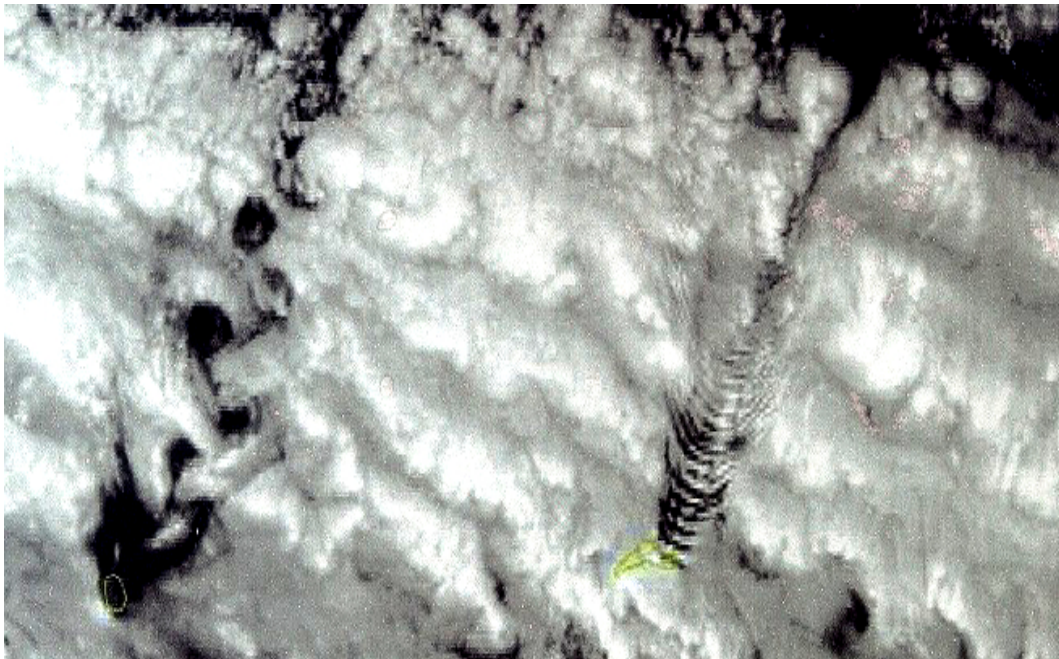
Hysteresese?

$$\frac{d(mU)}{dt} = F$$

Scheepssnelheid $\rightarrow U$

Dood-water analogen:

- rompsnelheid
- geluidsbarrière
- berggolven (in atmosfeer, wolkvisualisatie)



$U > c'$

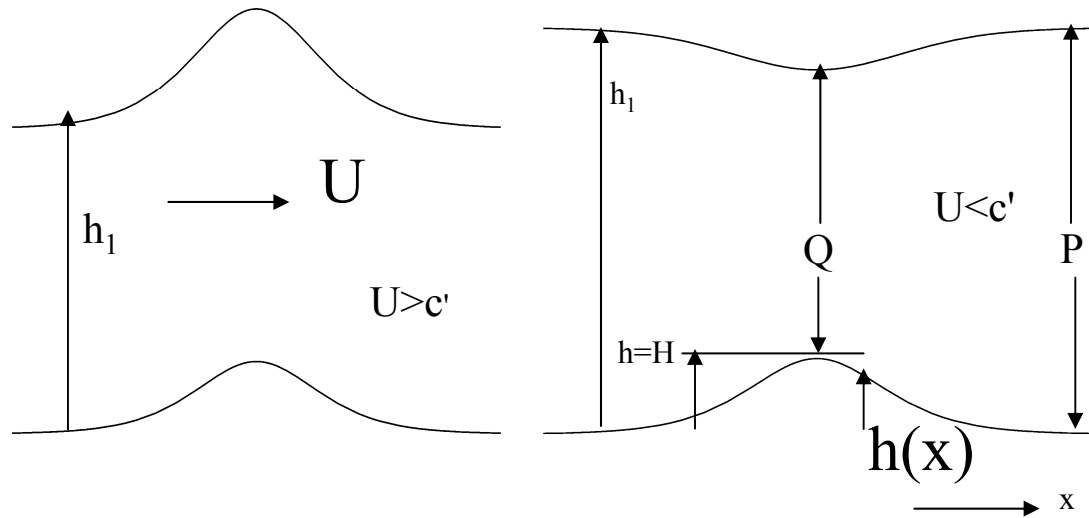
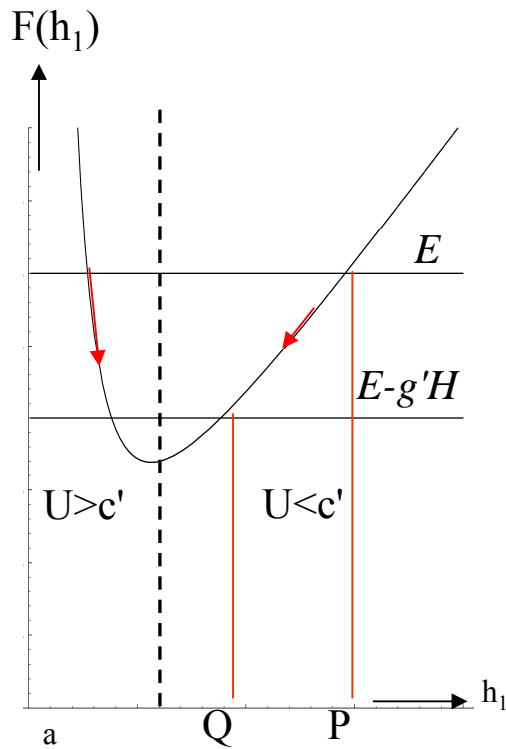
$U < c'$

Illustratie van bestaan van twee evenwichten bij stroming over berg

Behoud van

Energie: $g'(h+h_1) + \frac{1}{2}U^2 = E \longrightarrow F(h_1) \equiv g'h_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{Q}{h_1}\right)^2 = E - g'h$

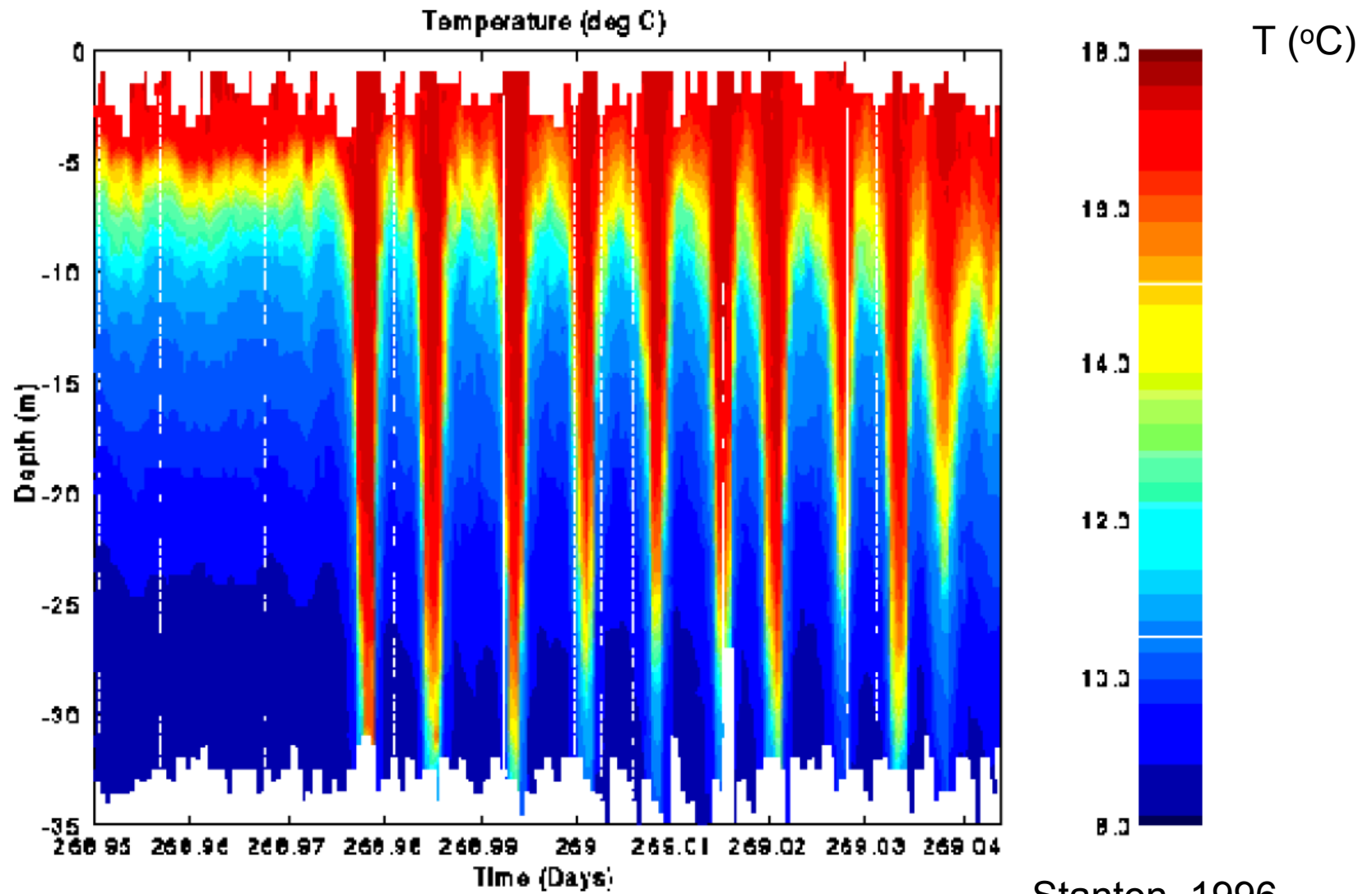
Massa: $h_1U = Q$



b
Ondiepe laag → dikker
Supercritische stroming

c
Diepe laag → dunner
Subcritische stroming

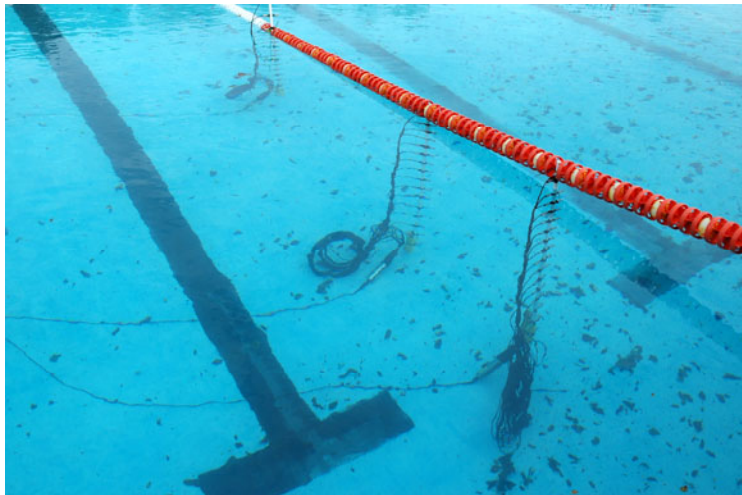
$$c' = \sqrt{g'h_1}$$



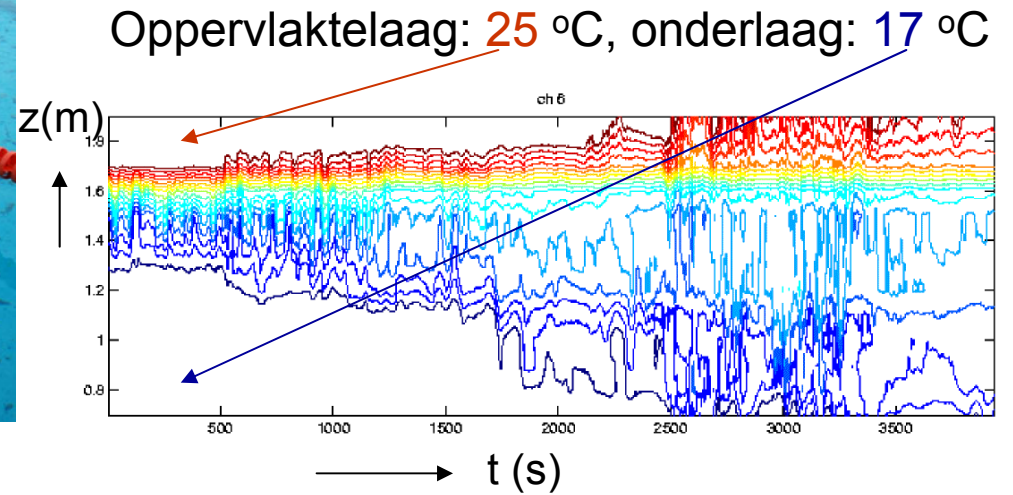
Interne zwaartekrachtsgolven in zee:
niet-lineaire solitonen van grote amplitude

Een mysterie: mooi-weer verdrinkingen

Vraag : beïnvloedt dood-water zwemmers?



5 Kettingen met 16 thermometers





Hoewel, één persoon het zwemmen in gelaagd water “tien keer zwaarder” vond dan in homogeen water zijn zwemtijden vergelijkbaar...

Opmerkelijk:

Zwemsnelheid $U \approx 50-100$ cm/s

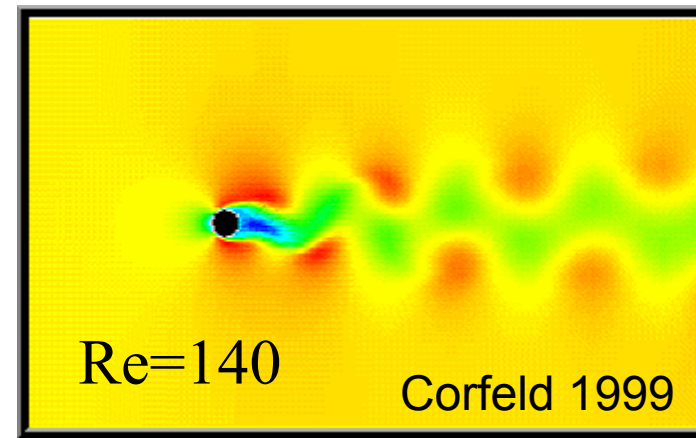
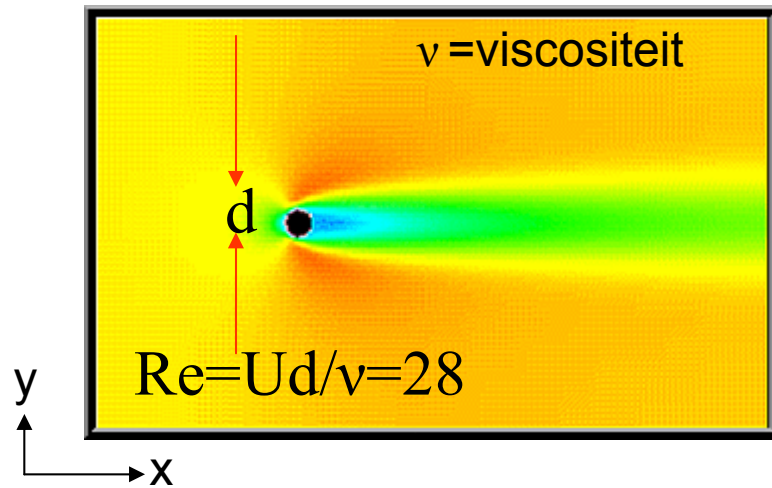
Grensvlakgolfsnelheid: $c' = 7$ cm/s

→ ‘supercritisch’ ! ?

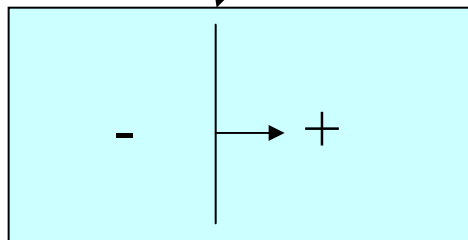
Kennelijk geen probleem voor zwemmers...

Maar, ... er zijn veel verhalen van mensen die vinden dat water zich soms ‘vreemd’ gedraagt, in het bijzonder in meren

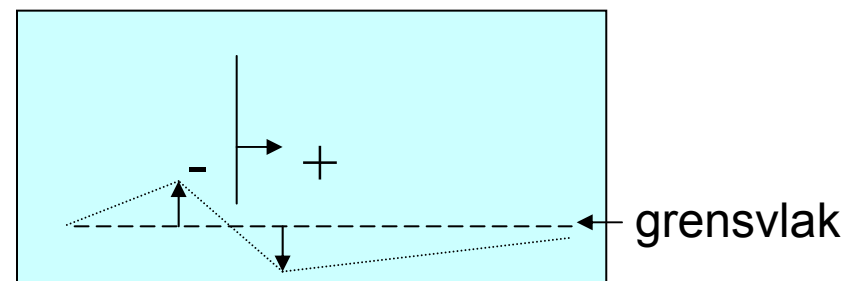
Extra ervaring: zwemmen boven grensvlak leidt tot vibratie van vingers



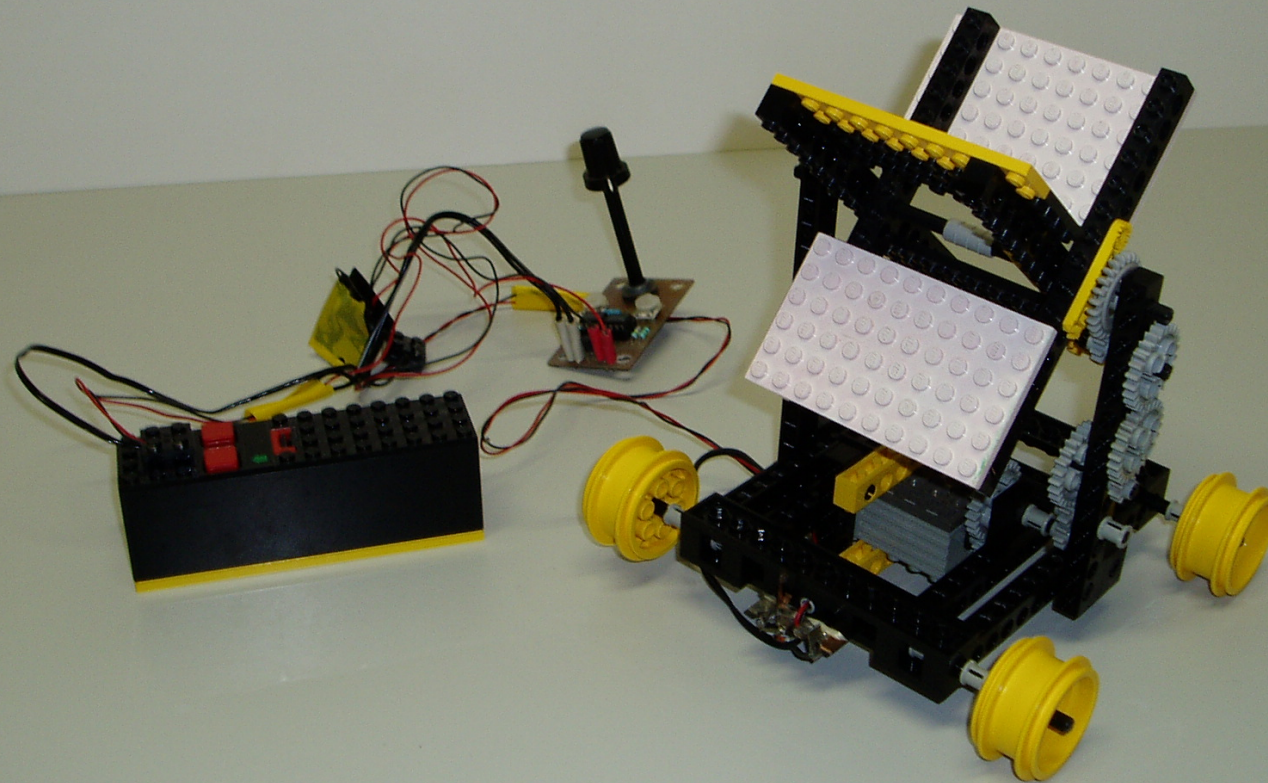
Bijstelling hypothese : golven niet door lichaam maar door *hand* van zwemmer opgewekt



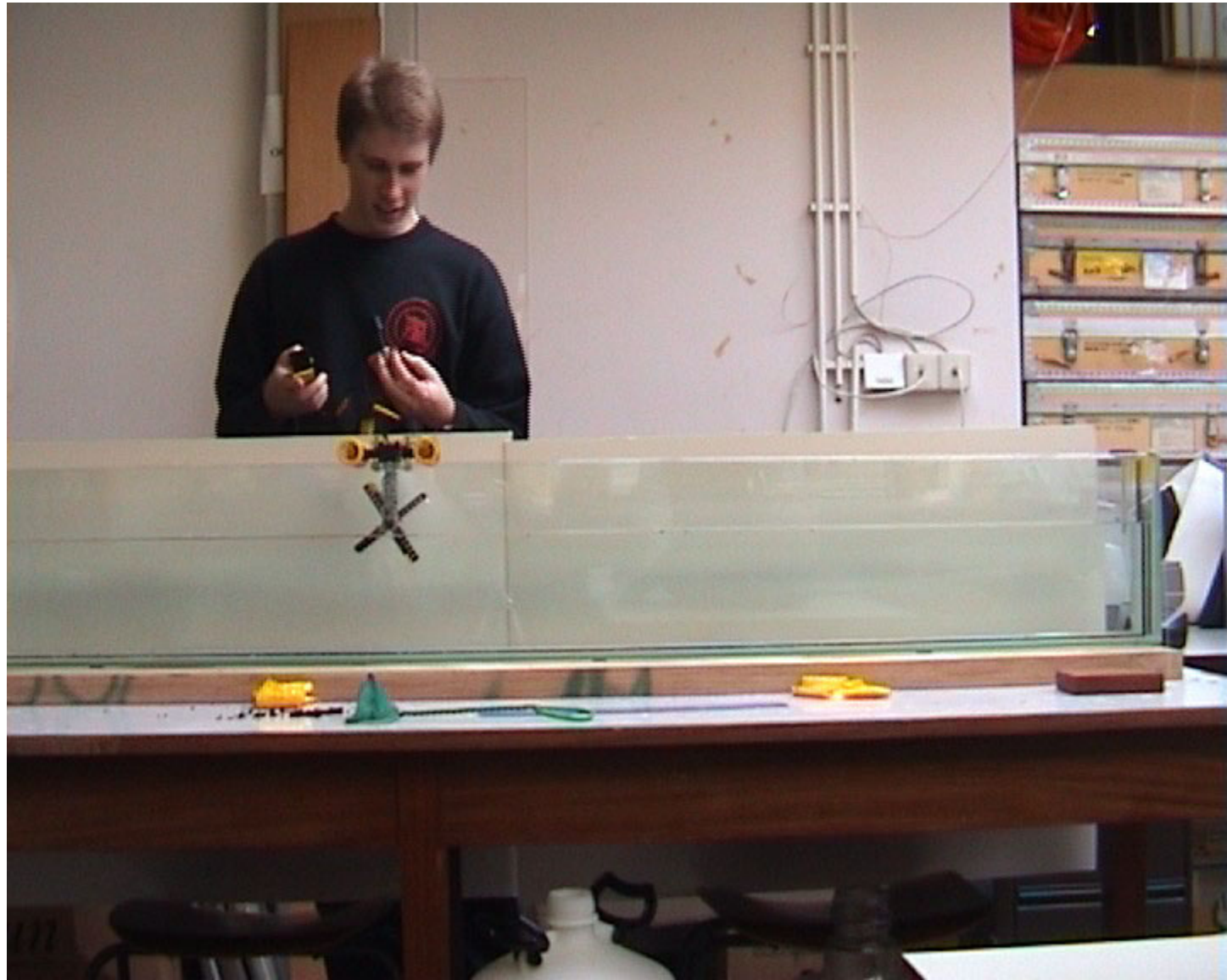
Zwemmen in homogeen water



Zwemmen in gelaagd water



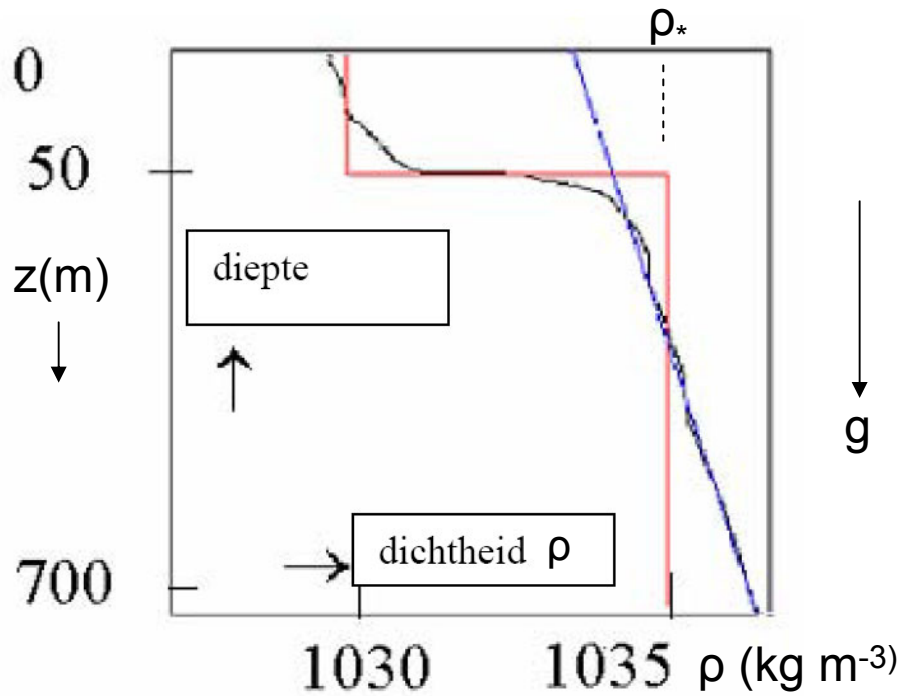
Waterrad-karretje



Oversteektijd homogeen water: 21 s



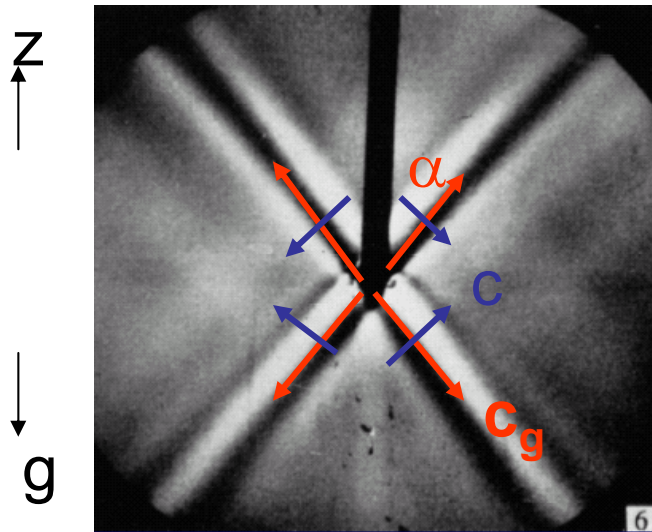
Oversteektijd homogeen water: 21 s
“ gelaagd water : 42 s



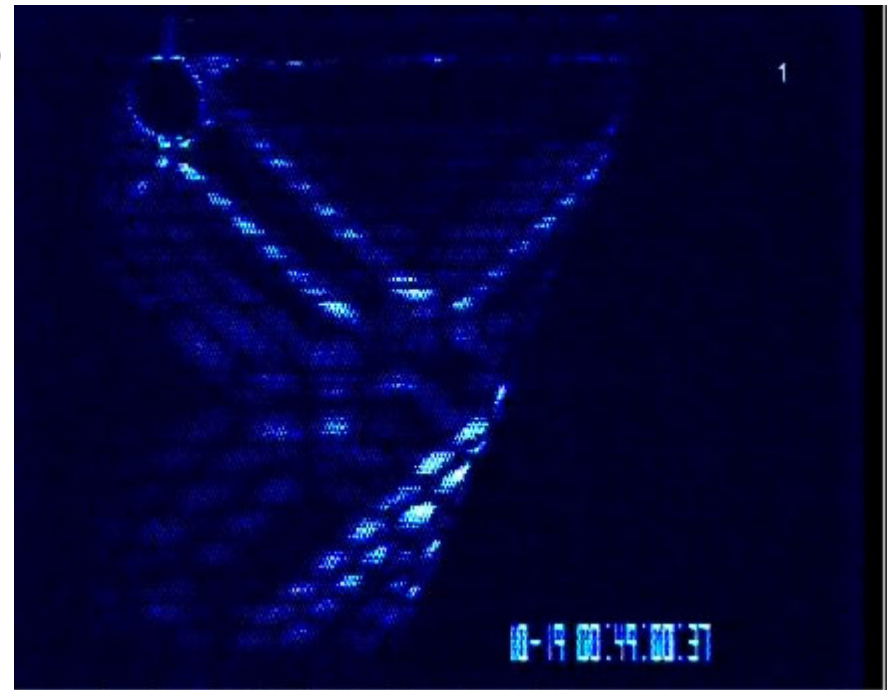
Interne zwaartekrachtsgolven in uniform gelaagde vloeistof

$$\omega/N = \pm \cos \alpha \longrightarrow \text{hoek } \alpha \text{ vast}$$

ω : frequentie
 $N^2 = -g \rho_*^{-1} dp/dz$



Mowbray and Rarity 1967

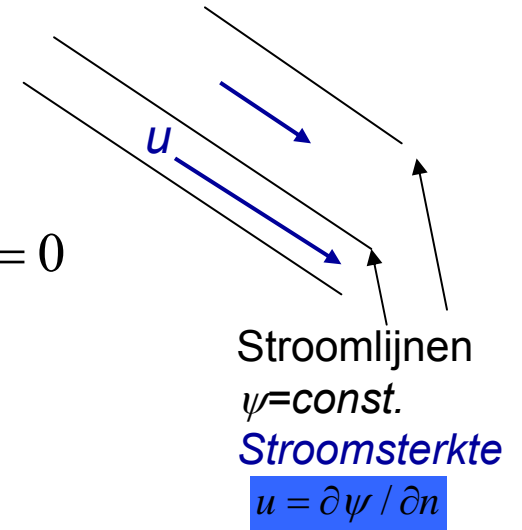


Courtesy: Frans-Peter Lam

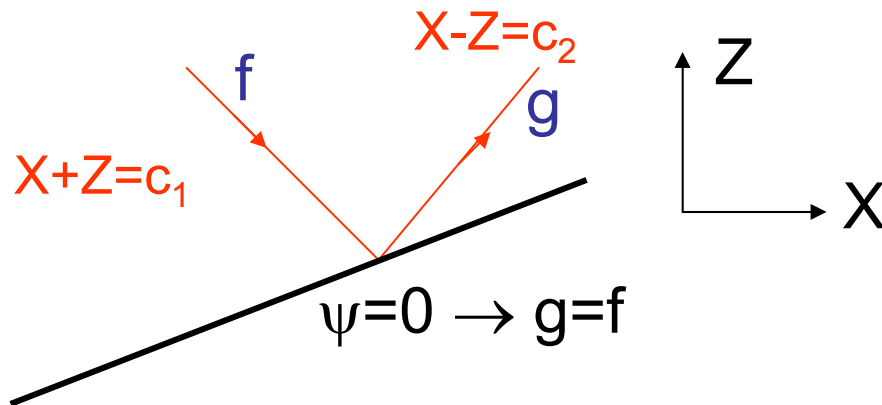
Voor een golfveld met 1 frequentie ω wordt ruimtelijke afhankelijkheid van stroomfunctieveld ψ gegeven door:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = \left(\frac{\partial}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial Z} \right) \left(\frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial Z} \right) \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \zeta} = 0$$

met $\psi=0$ op rand en $\xi = X + Z,$
 $\zeta = X - Z$



$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \zeta} = 0 \longrightarrow \psi = f(\xi) - g(\zeta)$$

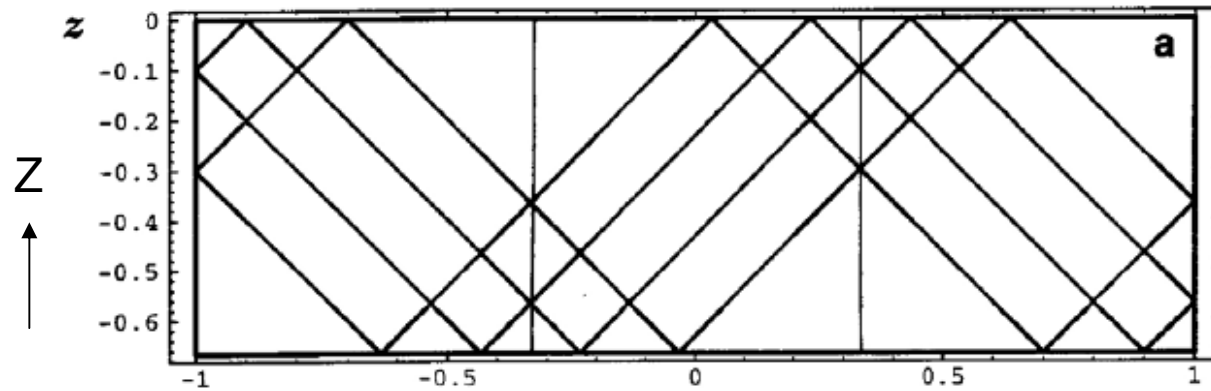
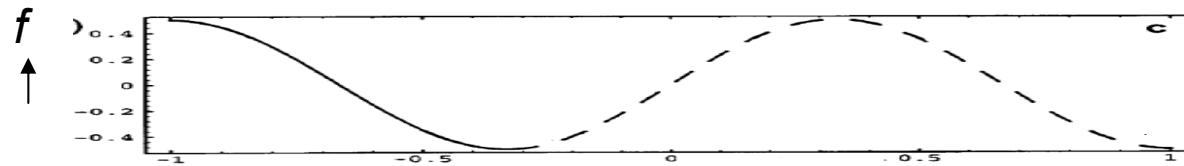


Dus f is invariant op ieder 'web' van via reflecties verbonden karakteristieken $X \pm Z = \text{const.}$

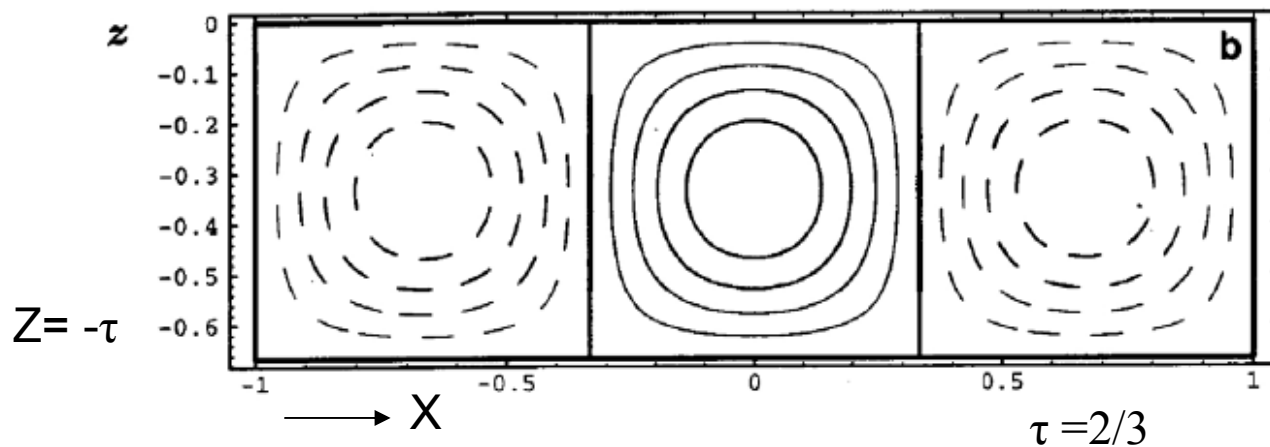
Rechthoekig domein

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2} = 0 \quad \text{oplossing met } \psi=0 \text{ op rand :}$$

$$\Psi = \sin\left(n\pi \frac{X+1}{2}\right) \sin\left(m\pi \frac{Z}{\tau}\right) \quad \text{mits} \quad \tau = \frac{2m}{n}$$

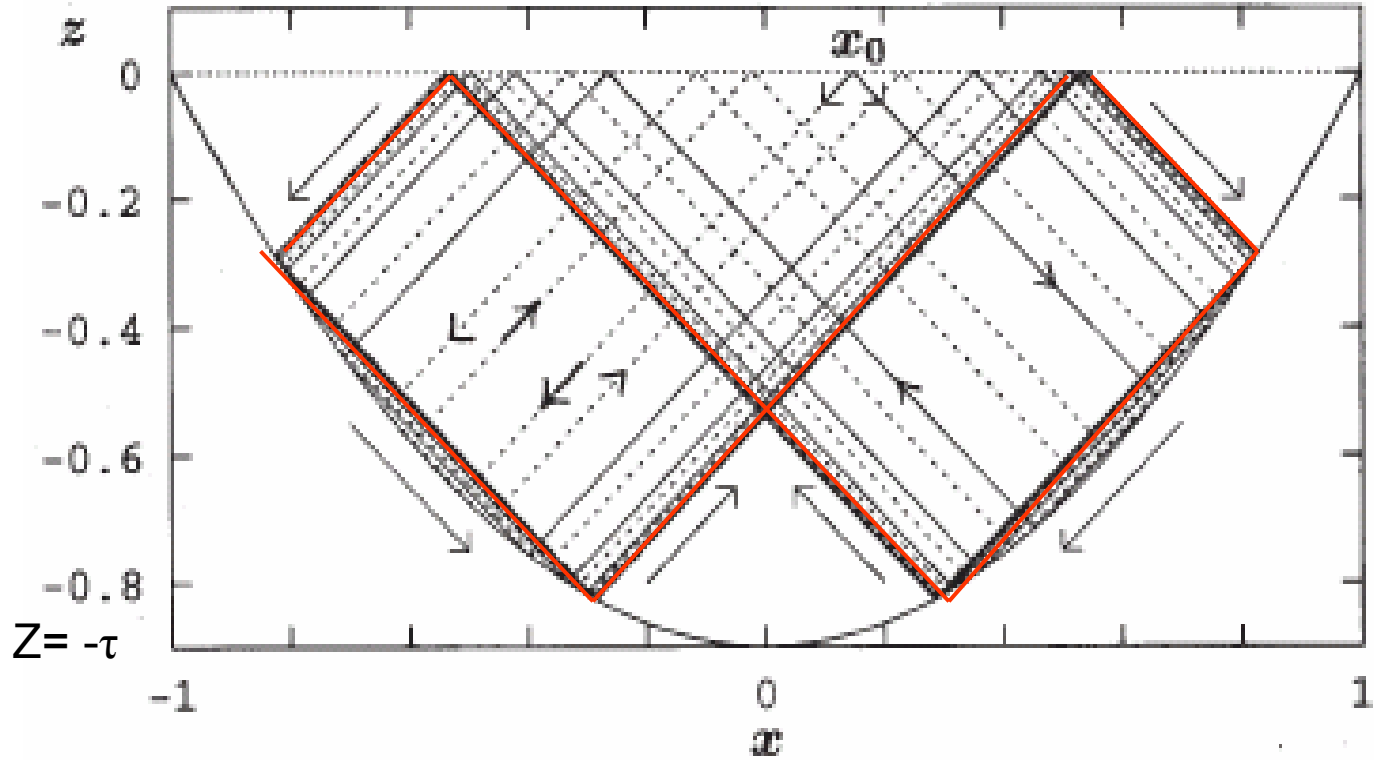


3 'webben'



$\Psi(X,Z)$

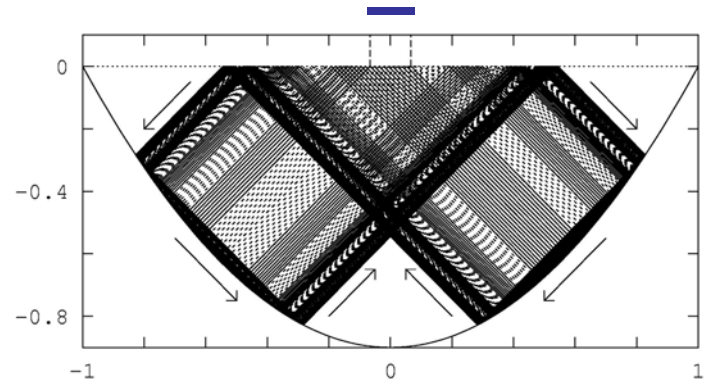
Parabolisch domein : bodem op $Z = -\tau(1-X^2)$



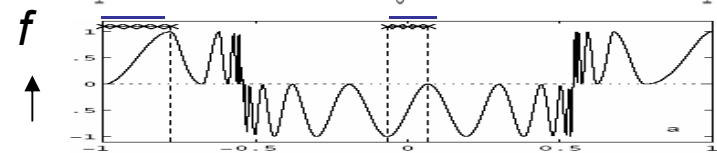
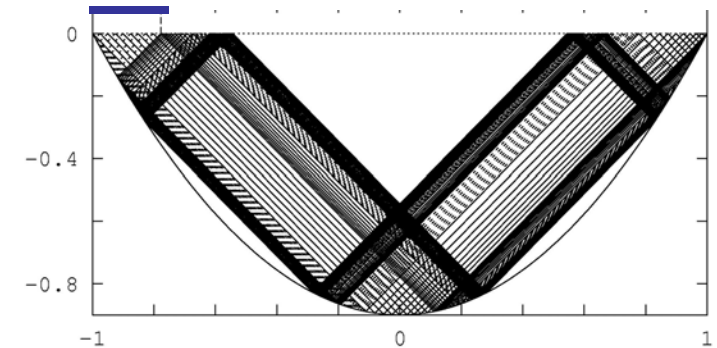
$\tau = 0.9$

Limiet cyclus = golfaantrekker

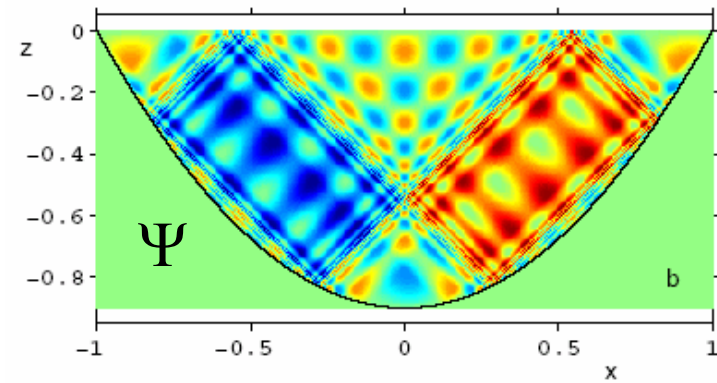
fundamentele intervallen

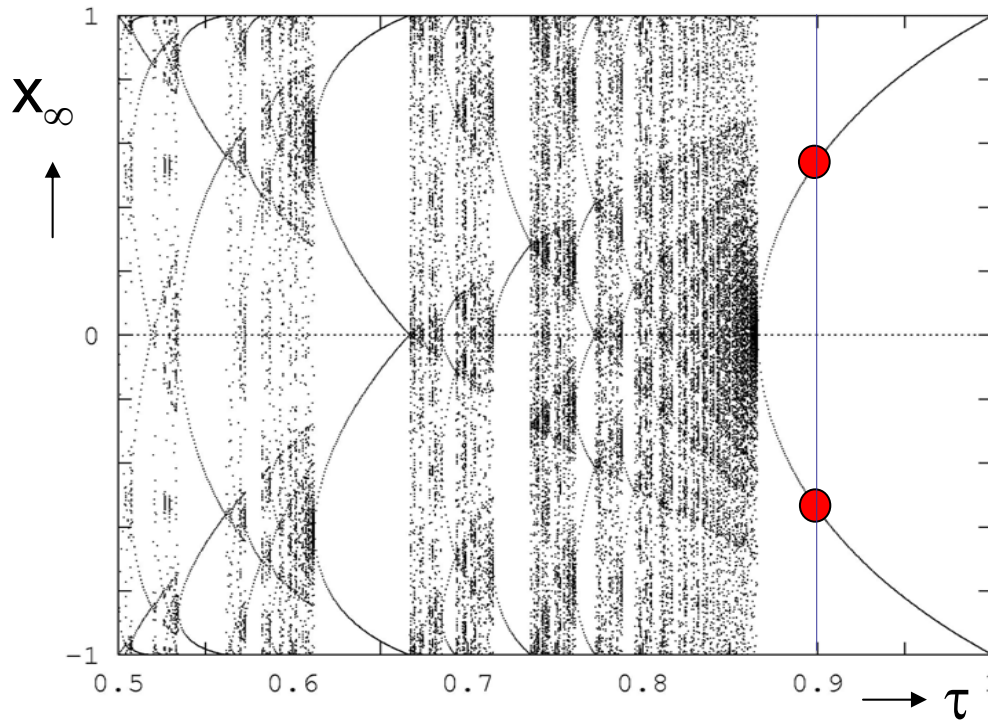


Schrijf f voor



construeer stroomfunctie ψ :



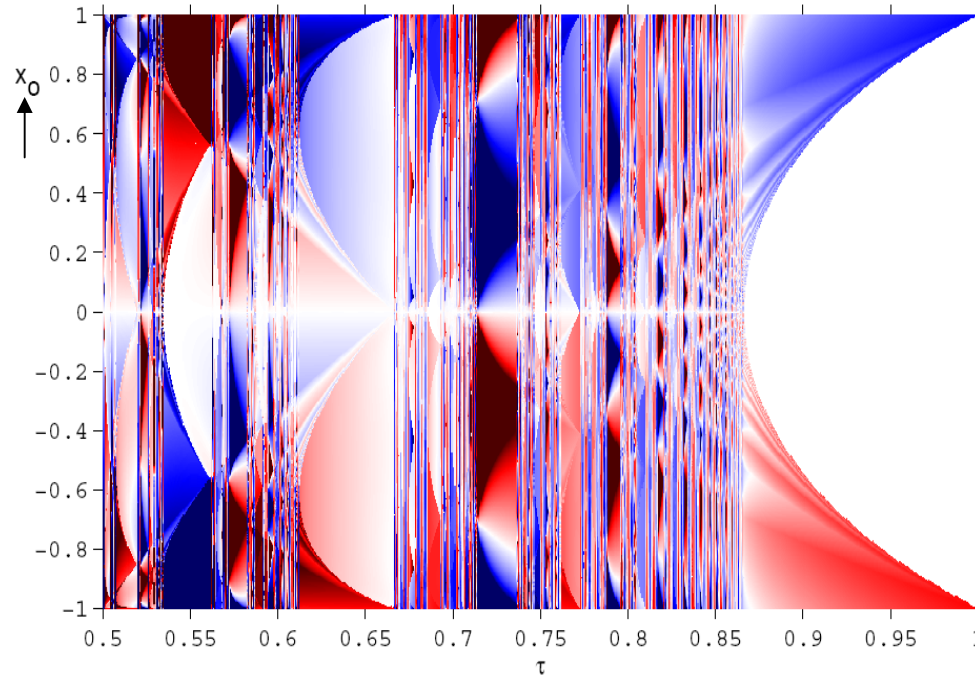


'Bird's eye view' :

Oppervlaktereflecties
aantrekker
voor gegeven
diepte τ

$$\sum_{n=-N}^N x_n(x_0, \tau)$$

$N=399$

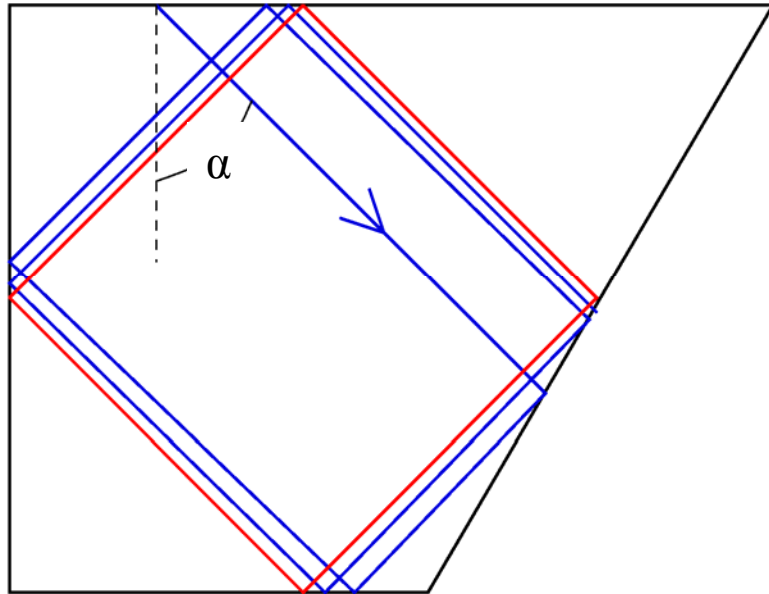


vermoeden:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n(x_0, \tau) = 0$$

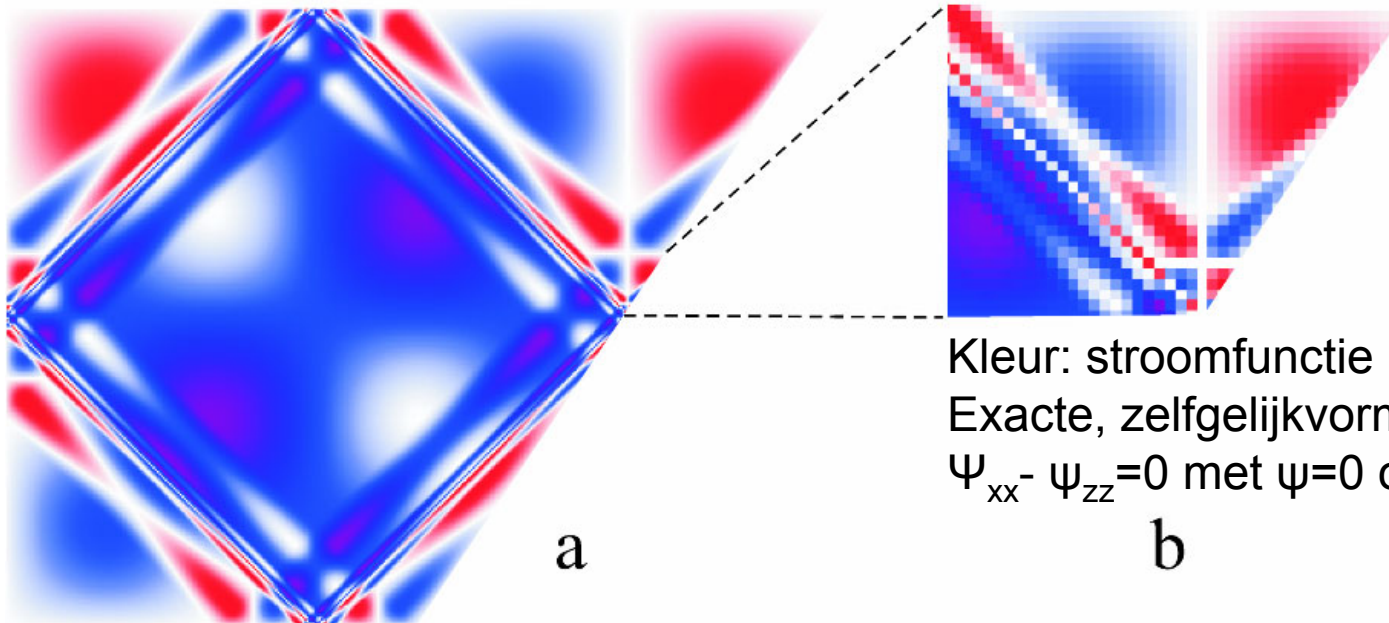
$$\forall x_0, \tau$$

$$|x_0| \leq \sqrt{4 - \frac{3}{\tau^2}}, \tau \in \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}, 1\right)$$



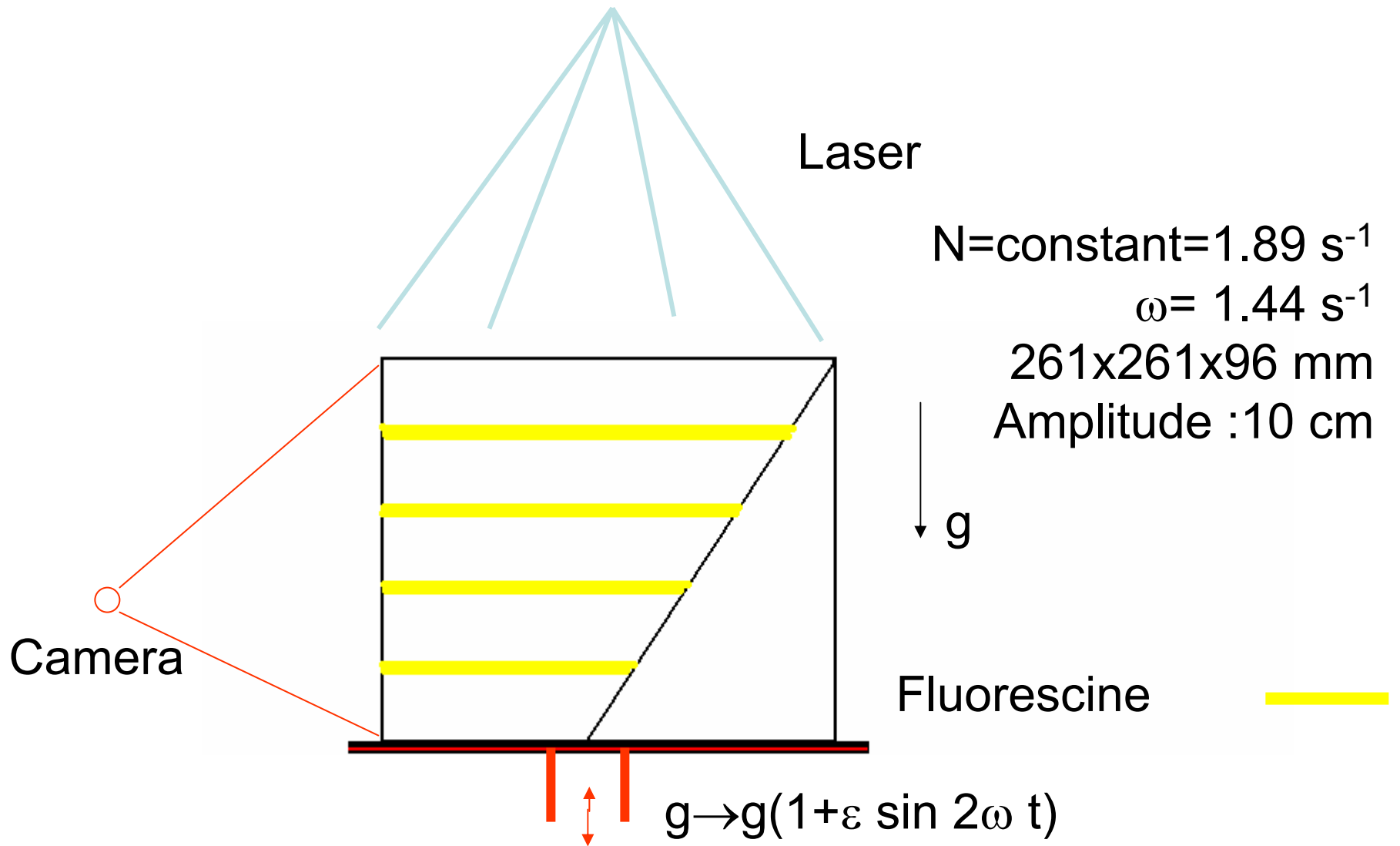
Het *interne-golf biljart*.

Voor gegeven frequentie van de golf $\omega < N$ (=stabiliteitsfrequentie, als maat voor gelaagdheid) is hoek α , bepaald door $\omega/N = \pm \cos \alpha$, vast. Gevolg: golfenergie focuseert op **aantrekker**.

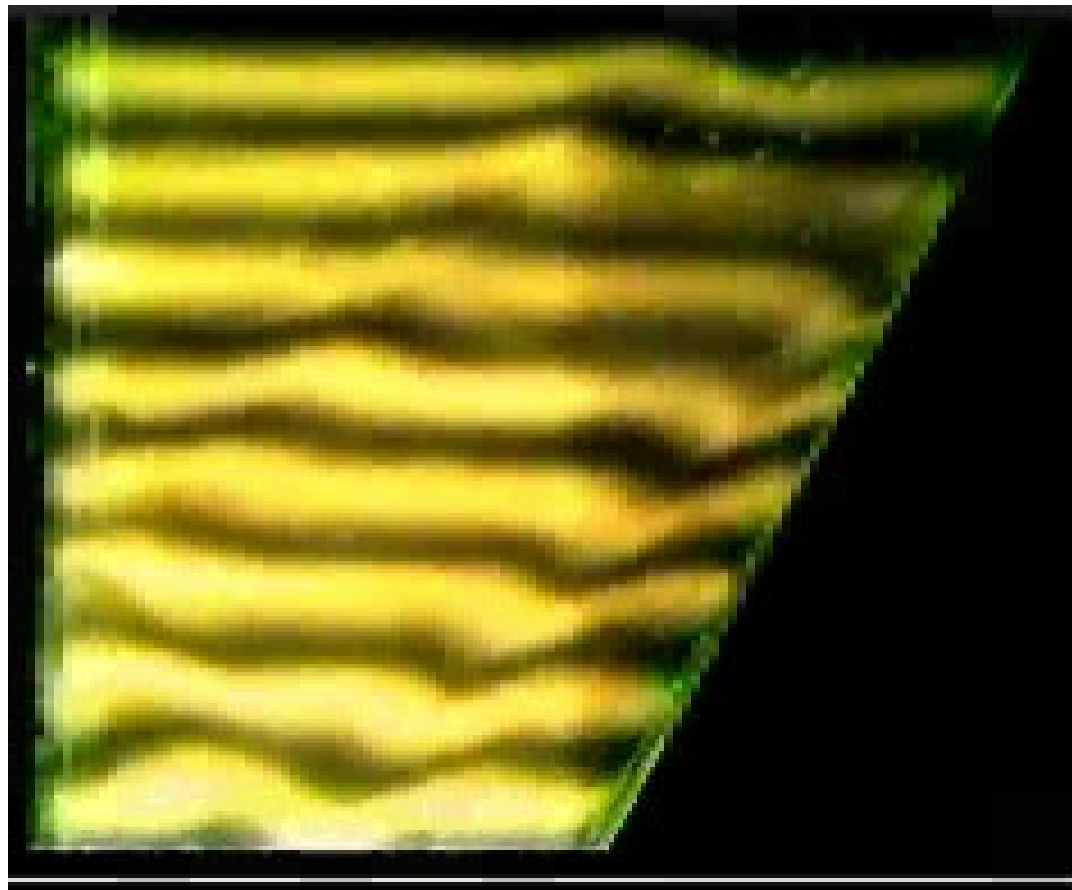



Kleur: stroomfunctie ψ .
 Exacte, zelfgelijkvormige oplossing
 $\Psi_{xx} - \Psi_{zz} = 0$ met $\psi = 0$ op rand.

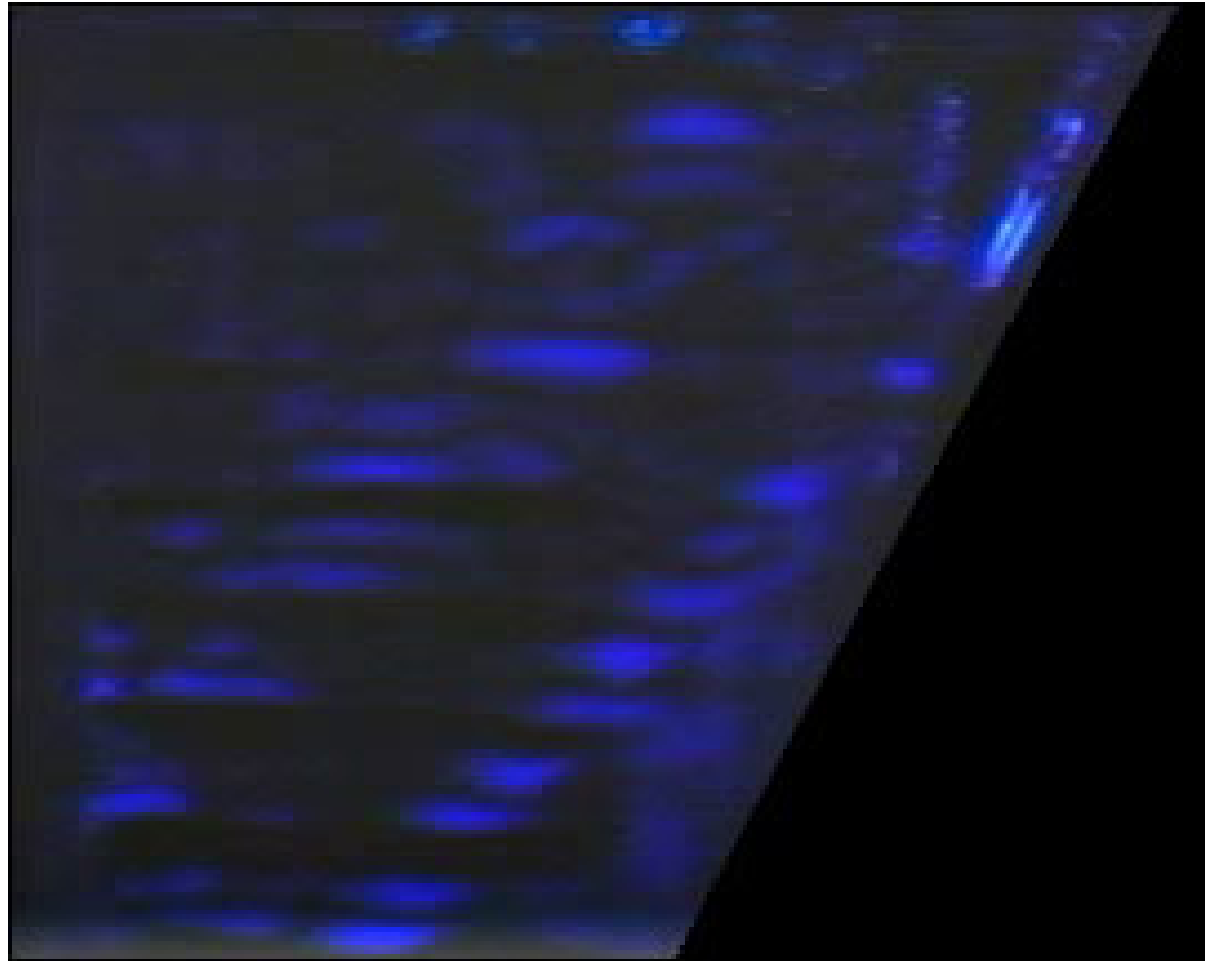
Golfaantrekker experiment



ω

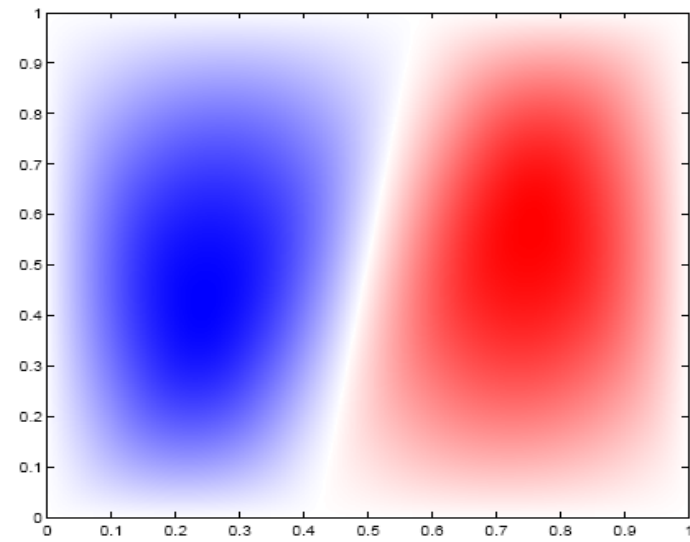
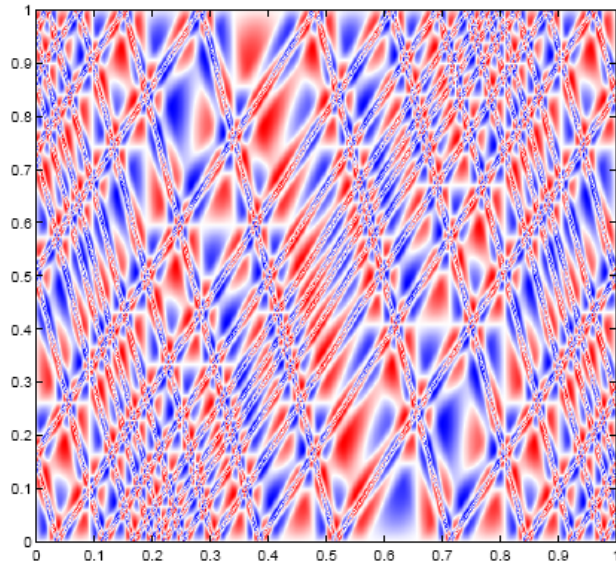
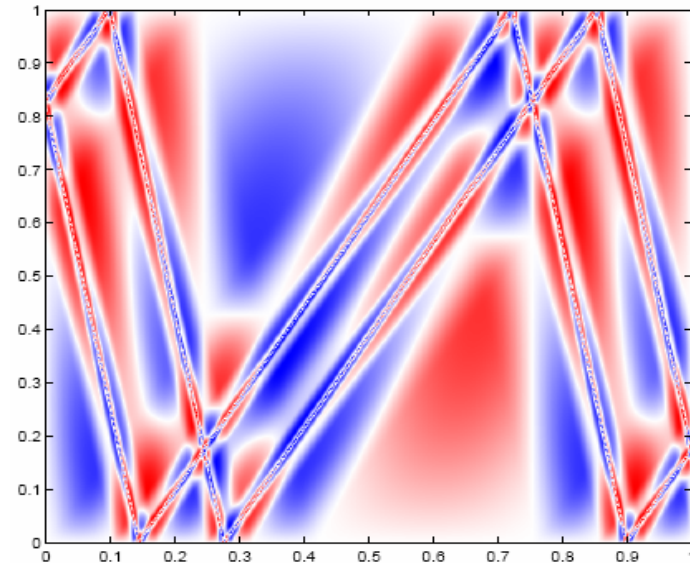
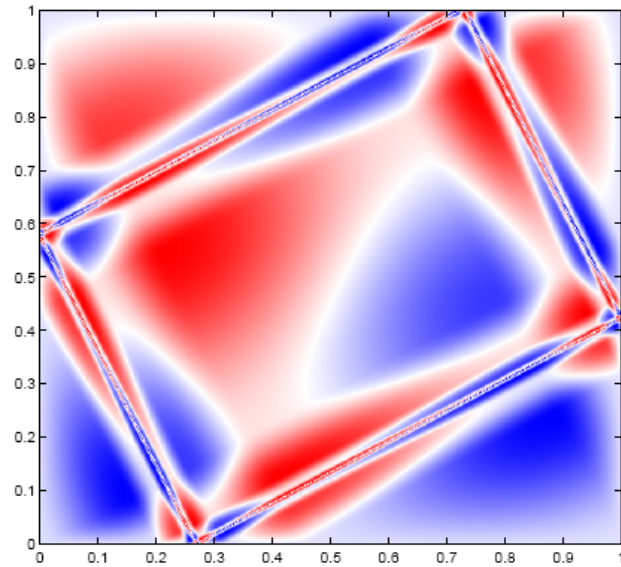


Zij-aanzicht uniform-gelaagde vloeistof
Verplaatsing verfijnen door verticale oscillatie



Verplaatsing verfijnen relatief t.o.v. rust

Stroomfuncties in gekantelde rechthoek



S. Kopecz 2006

Interne golven leiden tot neerwaartse menging van warmte en zout met name in buurt van golfaantrekkers

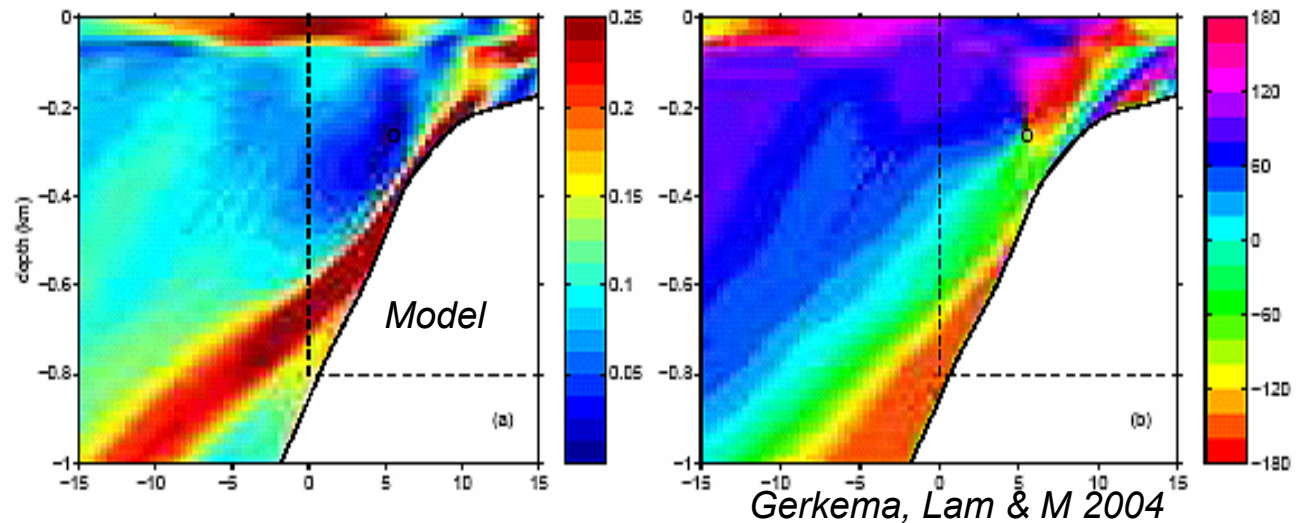
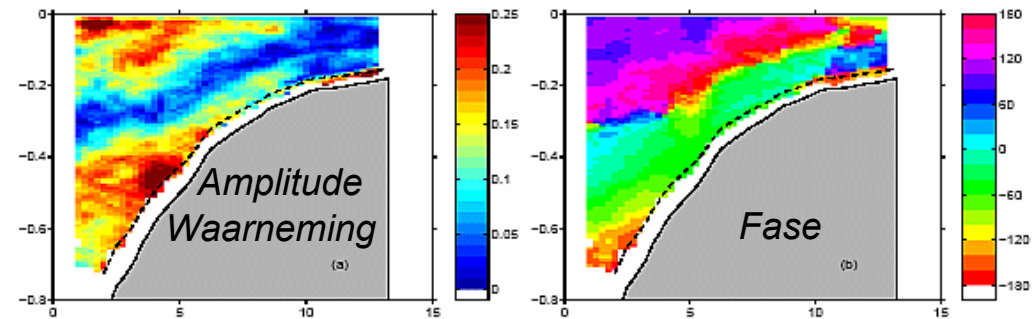
Belangrijk voor instandhouding diepe circulatie

Spelen een rol in klimaat



Al Gore's waarschuwing

Interne getijstroomen In de golf van Biscaye



De oceaan's diepe circulatie wordt gedreven door:

- Diepe convectie
- Menging door schering in golven
- Rol interne golf biljart?

Referenties, zie webpagina (via Google) :

Voor scholieren :

Golven ~~op~~ⁱⁿ zee

en

**Worden mooi-weer verdrinkingen door
dood-water veroorzaakt?**

Interne golf-biljart:

Maas (2005) : Wave attractors, linear yet nonlinear

