

d r i e l u i k

handboek voor opleiders rekenen – wiskunde & didactiek



Onder redactie van:

Fred Goffree
Maarten Dolk
Henk Drayer
Nico Olofsen
Willem Faes

Bij de titel

In Gent verpandde ik mijn hart voorgoed aan wat ik nu het meest indrukwekkende en ontroerende kunstwerk vind temidden van al het vele dat ik in de afgelopen jaren bewonderde. Daar, in de St. Baafskathedraal, hangt het Lam Gods, een enorm drieluik gemaakt door Van Eyck. Op 6 juni 1432 werd het voor het eerst op deze plek aan den volke getoond en het hangt er tot op de dag van vandaag nog steeds. Een prachtig kunstwerk in zijn oorspronkelijke omgeving!

Op zoek naar een mogelijke titel voor het *Handboek voor opleiders rekenen-wiskunde & didactiek* kwam bovenstaand beeld in mij op. Langzaam werd me de titel duidelijk: dit handboek zou heel goed *Drieluik* kunnen heten.

Op het middenpaneel staan de kinderen uit de basisschool afgebeeld; alle aandacht is aldus op hen gevestigd. Zij hebben immers tijdens de cursus in het centrum van de aandacht gestaan en zo hoort het ook.

Op het linkerzijpaneel staat de Pabo-student, zijn blik gericht op het middenpaneel en tegelijkertijd ook een beetje op het rechterzijpaneel.

Daar staat de docent rekenen-wiskunde & didactiek die door de compositie zowel de basisschoolleerling als de Pabo-student in het blikveld weet te vangen. Zo ontstaat het drieluik. En waar moet het komen te hangen?

In zijn meest oorspronkelijke omgeving: de lessen rekenen-wiskunde & didactiek op de Pabo's in den lande.

drieluik

handboek voor opleiders rekenen-wiskunde & didactiek

d r i e l u i k

handboek voor opleiders rekenen-wiskunde & didactiek

Onder redactie van:

Fred Goffree
Maarten Dolk
Henk Drayer
Nico Olofsen
Willem Faes

Een co-productie van:

Freudenthal instituut
SLO
NVORWO
Hogeschool West-Brabant
Hogeschool van Amsterdam
Panama (Hogeschool Midden Nederland)

Colofon

Omslagontwerp: Annelies de Ruiter

Lay out: Sylvia Pieters

Bureauredactie: Ank van der Heiden, Betty Heijman,
Sylvia Pieters

Druk: Technipress, Culemborg

© 1993 Freudenthal instituut, Universiteit Utrecht

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de houder van het copyright.

Inhoud

Woord vooraf.....	1
1 De basisschool op de Pabo in verhalen.....	5
Intermezzo: Bouwstenen.....	22
2 Het mathematisch-didactisch practicum.....	25
Pabo-student in beeld: Flora.....	44
3 College geven.....	47
Intermezzo: De kijkdoos.....	74
4 Tentamineren	77
Pabo-student in beeld: Miranda	100
5 Invulling van de stage.....	103
Intermezzo: Onderzoek doen in het HBO.....	130
6 De theorie op de Pabo.....	133
Intermezzo: Petra.....	150
7 De kwaliteit van afstudeerprojecten	153
Intermezzo: Afstudeeronderwerpen	168
8 Openingen die de aandacht trekken.....	171
Intermezzo: Klein mathematisch-didactisch werkstuk.....	184
9 Leestafel.....	187
Literatuur.....	199

Woord vooraf

De theorie

In 1990 werd de tweejarige oriëntatiecursus rekenen-wiskunde & didactiek voor Pabo-docenten gestart. Voor het eerst in de geschiedenis van de onderwijzersopleiding kwam een dergelijke cursus tot stand. De cursus was bestemd voor 'ervaren' Pabo-docenten met een niet-wiskundige opleiding en 'niet ervaren' Pabo-docenten met een wiskundige opleiding. Collega's met een wiskundige opleiding konden in de cursus hun vakkennis ten dienste stellen aan de overige deelnemers, terwijl de anderen in de gelegenheid werden gesteld hun opleiderservaringen naar voren te brengen. Van de twintig cursisten die in september 1990 aantreden heeft het merendeel wiskunde gestudeerd, maar geen opleiderservaring. Bij een klein aantal is die ervaring wel aanwezig, maar de betreffende cursisten hebben die opgedaan in een ander vakgebied.

De cursus kwam tot stand op initiatief van en met medewerking van de Hogeschool West-Brabant, de Hogeschool van Amsterdam en Panama (Hogeschool Midden Nederland). Bij het ontwikkelen ervan, onder auspiciën van de NVORWO, waren ook het huidige Freudenthal instituut en de SLO betrokken. De cursus

bestond uit zestien bijeenkomsten verspreid over twee jaar. Naast het bijwonen van de cursusdagen dienden de deelnemers wekelijks een dagdeel te besteden aan praktisch werk, zowel in de basisschool- als de Pabo-praktijk. Op papier bedroeg de investering in totaal 0.1 *fte*.

In het eerste cursusjaar stond de praktijk van de basisschool centraal. Iedere cursusdag werd gecentreerd rondom een thema: basisvaardigheden, verhoudingen, breuken, kleuterwiskunde en algoritmiek. Na iedere cursusdag werden praktijkverkenningen geformuleerd. Daarbij ging het niet alleen om theoretische kennis op te doen of te verrijken, maar ook om op onderzoek te gaan binnen de basisschool. Het eerste cursusjaar werd afgerond met het maken van een mathematisch-didactisch werkstuk, een middel om tot uitdrukking te laten komen over welke deskundigheid de cursist inmiddels beschikte. De afsluiting bestond uit de 'Zaak Henny', een happening waarbij door middel van een rechtszaak bekeken werd of een eerstejaarsstudent met voldoende mate van gecijferdheid al dan niet geschikt bevonden kon worden voor het beroep van leerkracht basisonderwijs.

In het tweede cursusjaar stond de praktijk van de Pabo centraal. Iedere cursusdag werd vorm gegeven door middel van een daarvoor ontworpen architectuur. Vooraf kregen de cursisten een boekje toegestuurd waarin een basisschoolontwerp beschreven werd. Het (reken-wiskundige) onderwerp van het boekje stond centraal in het werk dat die cursusdag voor de Pabo werd verricht. Onderwerpen waren: meten, meetkunde, tellen, hoofdbewerkingen, zakrekenmachine en schattend rekenen. Het didactisch getinte werk ten behoeve van de Pabo bestond uit het nader verkennen van het mathematisch-didactisch practicum, de invulling van de stage, college geven, de kwaliteit van afstudeerprojecten en tentamens construeren. Iedere cursusdag werd, na een pakkende opening, gestart met een college over voornoemde onderwerpen. In de middag werden de uitgereikte praktijkverkenningen – ook deze betreffen deze onderwerpen – door de cursisten aan een eerste onderzoek onderworpen. Daarnaast waren ook steeds de gevalsbeschrijvingen en de collegiale adviseringen vast onderdeel van de architectuur. De cursus werd afgesloten met een tweedaagse bijeenkomst in Lochem, waar ook de uitreiking van de certificaten plaatsvond.

De praktijk

Twintig opleiders kwamen twee jaar lang op vrijdagen bij elkaar in een lokaal van de Hogeschool Domstad in Utrecht. Om kwart voor tien zaten ze beneden aan de koffie, ervaringen uitwisselend over de praktijkverkenningen, elkaar soms steunend in tijden met overvolle agenda's. Het werd een immer hechter wordend team waar onderling vertrouwen en zich kwetsbaar kunnen opstellen een steeds belangrijkere plaats kregen. Bewondering was er vaak voor het enthousiasme, het optimisme en de inventiviteit van het ontwikkelteam en de cursusleiding. Vooral ook vele goede herinneringen aan mooie vondsten en presentaties.

Wat heeft de cursus opgebracht? In ieder geval een grote groei in vakmanschap van ieder van de deelnemers. En natuurlijk een nieuwe impuls voor het vak rekenen-wiskunde & didactiek op de Pabo. Maar ook twee dik gevulde ordners met door de ontwikkelgroep geproduceerd materiaal en niet in de laatste plaats materiaal dat door de cursisten zelf is ontwikkeld. En zonder twijfel is het aantal ordners dat bij de cursusleiding op de boekenplank staat, vele malen groter.

Een cursus waar velen van hebben kunnen leren. Zo veel, dat gemeend is dat het prachtige materiaal dat ontwikkeld is, in boekvorm moet verschijnen, niet alleen om te gebruiken door de mensen die op dit moment een tweede versie van de cursus volgen, maar juist ook ten behoeve van al die Pabo-docenten in den lande die bereid zijn hun onderwijs nieuwe impulsen te geven.

De oriëntatiecursus rekenen-wiskunde & didactiek voor Pabo-docenten werd ontwikkeld door Maarten Dolk, Willem Faes, Els Feijs, Fred Goffree, Herman Heidenrijk, Wil Oonk, Frans Pijnenburg en Adri Treffers.

De cursus 1990-'92 werd gegeven door: Willem Faes, Fred Goffree en Herman Heidenrijk.

Peter Ale, Frits Barth, Jos van den Bergh, Mat Bos, Bert Claesens, Gerrit-Jan van Diggelen, Henk Drayer, Fokko Fransen, Jaap den Hertog, Sieb Jellema, Johan de Jong, Henk Knol, Sabine Lit, Markus Nijmeijer, Nico Olofsen, Wiggy van Rossum, Hans Scheurkogel, Marian Steverink, Dolf Vink, Ria Vrolijk en Hans van 't Zelfde vormden de cursistengroep.

Het resultaat van al het werk van bovengenoemden ligt thans voor u. Werk waaraan ook vele leerlingen en leraren uit de basisschool een belangrijke bijdrage hebben geleverd.

Ondergetekenden hebben uit het vele aanwezige materiaal

een keuze moeten maken. Veel, vaak mooi materiaal kon in dit boek niet opgenomen worden. We hopen dat de door ons gemaakte selectie garant kan staan voor een inspirerende en vernieuwde kijk op dat mooie vakgebied rekenen-wiskunde & didactiek.

Fred Goffree
Maarten Dolk
Henk Drayer
Nico Olofsen
Willem Faes

De basisschool op de Pabo in verhalen

Inleiding

Als op de Pabo de term basisschool valt, wordt deze in eerste instantie in verband gebracht met de stage. Want tijdens de stage komt de student op een basisschool, ontmoet daar zijn aanstaande collega's, leert kinderen van vlees en bloed kennen, ziet hoe de leerstof wordt onderwezen en nog veel meer. Het is niet verwonderlijk dat men eerder sprak van *leerschool* (daar kon je leren onderwijzen), *oefenschool* (daar kon je oefenen wat er in de opleiding geleerd was) en *praktijkschool* (daar kon je in praktijk zien wat er in de opleiding theoretisch naar voren was gebracht). Deze drie aanduidingen zijn enigszins historisch bepaald (een leerschool was verbonden aan een bepaalde kweekschool, oefenscholen werden gekozen in een regio rond een bepaalde PA en men sprak ook toen al van praktijkschool en stage), maar ze vertegenwoordigen geen stromingen in het opleidingsonderwijs.

Later is men in sommige regio's het basisonderwijs als rijke leeromgeving voor studenten gaan zien. Zo wordt in *Overwegingen. Rapportage van een proefvisitatie* (Inspectie, 1989) gesteld:

De stageschool kan voor de student een rijk geschakeerde leeromgeving betekenen, als ze opgevat wordt als tenminste:

- oefenterrein om les te leren geven;
- toekomstig beroepsveld, om te ervaren welke eisen aan de professie gesteld worden;
- proeftuin, om eigen gemaakte educatieve ontwerpen te toetsen en te verbeteren;
- ontmoetingspunt, met leerlingen, leraren, ouders;
- arsenaal van leermiddelen, om na te gaan wat er allemaal beschikbaar is;
- bron van problemen, om deze te signaleren en aan het oplossen ervan mee te werken.

We weten nu allemaal dat er voor studenten in het basisonderwijs heel wat te beleven valt. Wat er door studenten ervaren, beleefd en geleerd wordt, komt nu en dan terug in stageverslagen en – steeds minder frequent – in nabesprekingen van gegeven onderwijs.

Soms zijn er in practica of colleges aanleidingen voor studenten om hun (recente) ervaringen in de praktijk naar voren te brengen. Nu eens om de theorie van een illustratie te voorzien, dan weer om instemming te geven aan didactische aanwijzingen en heel zelden ook wel eens om de docent met een tegenvoorbeeld te confronteren.

Enerzijds krijgen dit soort praktijkverhalen veel waardering van studenten en docenten, anderzijds blijft de docent nogal eens met het probleem zitten of met het vertellen over praktijkervaringen de toegestane contacturen optimaal besteed zijn.

Verhalen van de basisschool kunnen ook door de docent verteld worden, systematisch, uitgekiend en goed geprogrammeerd. 'Systematisch': als wezenlijk onderdeel van colleges, practica en wellicht ook tentamens; 'uitgekiend': voorbeeldmatig en verhelderend voor bepaalde onderdelen van de didactiek; 'goed geprogrammeerd': de beste verhalen mooi verdeeld door de jaren heen, met herhalingen en ingebouwde verdiepingsmogelijkheden, maar ook weldoordacht gepland in een college.

Met die verhalen wordt de basisschool binnen de muren van een Hogeschool gehaald en krijgt de theorie van de didactiek – wat is dat ook weer precies? – een praktisch gehalte. De docent die goed is in vertellen en in zijn verhalen de basisschool tot leven weet te wekken, komt ook met zijn theoretische beschouwingen geloofwaardiger over. Of de verhalen authentiek moeten zijn, of ze dus door de docent zelf ervaren zouden moeten zijn, is een vraag die in zijn algemeenheid ontkennend beantwoord kan worden. Eigen belevenissen doen het natuurlijk goed, maar verhalen met de kracht van een paradigma kunnen met evenveel spanning

aangehaald worden. Soms geeft een verwijzing naar de oorspronkelijke auteur-waarnemer zelfs extra glans aan het gebeuren. In dit kader kan men ook denken aan studenten en verdient het aanbeveling om deze weloverwogen in te schakelen bij het verzamelen van verhalen uit de basisschool.

De kracht van verhalen ten behoeve van het opleidingsprogramma voor rekenen-wiskunde & didactiek kan niet genoeg beklemtoond worden. In de eerste PUIK-publikatie (*Verhalen van de lerarenopleiding*, SLO/NVORWO 1992) wordt de term 'narratief weten' geïntroduceerd in relatie met het begrip 'didactisch repertoire' van de student. De achterliggende gedachte is dat studenten tijdens de opleiding werken aan het verwerven van toepasbare didactische kennis en dat deze kennis voor een groot deel bestaat uit 'verhalen'.

In de drie delen van *Wiskunde & Didactiek* zijn een paar van dergelijke verhalen opgenomen. In deel 1 (blz. 118), wordt het verhaal van Freudenthals kleindochter gebruikt voor de wetenschap dat kinderen in de eerste fasen van het tellen dit tellen als een spel opvatten.

John Holt beschrijft in ditzelfde deel (blz. 269) en in deel 3 (blz. 170) zijn ervaringen met Andy. Andy kenmerkt de zwakke rekenaar en laat zien dat 'het' meer is dan fouten maken in sommetjes. In het door J. Henry beschreven geval Boris (deel 3, blz. 172) zeggen diens angstige ervaringen tijdens het beurten geven in de les meer dan welke theorie ook over faalangst.

In *Kleuterwiskunde* (1993) is een poging gedaan de kenmerken van de kleuterwiskunde te vatten in verhaaltjes, daar paradigma's genoemd. Wie vertelde in dit verband nog nooit de anekdote van Catherine, die 'ons' in het park ging tellen en in de problemen kwam toen aantal en leeftijd niet bleken overeen te stemmen?

Of het verhaaltje over Samantha, die het synchroon tellen nog niet beheerste. Of over Steven, die het aantal vijf slechts in de configuratie van vijf ogen op een dobbelsteen wilde zien? En zijn er misschien Pabo-docenten die aan *Zo Rekent Nederland* (SLO 1986) vertelstof hebben ontleend?

Verhalen van de basisschool kunnen op vele manieren in de Pabo gebruikt worden:

- om alleen maar te laten zien dat er interessante dingen gebeuren bij kinderen;
- om het didactisch begrip 'eigen constructies' betekenis te geven;

- als voorbeeld van theoretische reflecties;
- als paradigma van een essentieel onderdeel van de didactiek;
- om te laten zien dat kinderen in dezelfde groep op diverse niveaus kunnen werken;
- om de invloed van de leraar (en zijn opvattingen) zichtbaar te maken;
- om een voorbeeld te geven van de wijze waarop je als leraar van je eigen praktijk kunt leren;
- om te laten zien dat een leerproces niet synchroon hoeft te lopen met een geplande leergang;
- als materiaal om vakkundig over rekenen en wiskunde te leren communiceren;
- als materiaal voor tentamens op het niveau van toepassingsvragen en didactisch/diagnostisch repertoire;
- als *critical incidents*, die gedurende een bepaalde periode op de Pabo als 'openingen' gebruikt kunnen worden;
- als leesstukjes om mee te denken met de vragen van de interviewer.

De verhalen kunnen verschillende gedaanten aannemen. Zo kan puur leerlingenmateriaal veel te vertellen hebben, al kan de docent zich in dit geval beperken tot een schets van de context waarin het tot stand kwam. Een gesprek tussen leerlingen, een beschrijving van een leraar in functie, het verslag van een klasseg gesprek, een notitie over een diagnostisch gesprek met een leerling, de perikelen van een leraar bij het ontwerpen van een toets, een discussie in het team over een methode, een interview met een basisschoolleerkracht (zoals in *Willem Bartjens* door Huub Jansen en Hans ter Heege wordt beschreven), een inleiding op de ouderavond over rekenen en wiskunde, de eerste ervaringen met de computer in de klas, ...

Beginnende Pabo-docenten ontbreekt het vaak aan 'ervaring in de basisschool', aan 'zelfvertrouwen in de omgang met studenten' en aan 'gelooftwaardigheid'; drie kwaliteiten die nauw samenhangen en die op het niveau van de 'reflective practitioner' pas kwaliteit hebben. Tijdens het ontwerpen van de oriëntatiecursus rekenen-wiskunde & didactiek voor Pabo-docenten kwam het idee naar voren door middel van verhalen de basisschool dichterbij de Pabo te brengen.

In deze zogeheten praktijkverkenningen werden de cursisten aangemoedigd de basisschool binnen te gaan en met mooie verhalen terug te komen. Al snel bleek dat de verhalen voor alle deel-

nemers de moeite waard waren: in de eerste plaats om te inspireren zelf op onderzoek te gaan, in de tweede plaats om kennis te nemen van een grote gevarieerdheid van aanpakken en niet in de laatste plaats om ook de verhalen van anderen in de eigen opleiding te kunnen inzetten. Op basis van deze overwegingen werd besloten de meest geschikte verhalen op te nemen in een losbladig boek voor cursisten.

Dit hoofdstuk geeft een selectie van die verhalen: verhalen ter ondersteuning van de theorie, verhalen van een Pabo-docent op onderzoek in de basisschool en verhalen als anekdotes.

Met de hierboven voorgestelde gebruiksmogelijkheden en de verschillende gedaanten van de verhalen van de basisschool wordt duidelijk dat de in dit boek geselecteerde verhalen volstrekt niet dekkend zijn. Zie ze als inspiratiebron voor hoe een docent zijn collectie verhalen kan uitbreiden. Hiertoe worden gebruikers van dit handboek dan ook gaarne uitgenodigd.

Verhalen ter ondersteuning van de theorie

Amsterdam-Leiden

Het leren onderwijzen van de hoofdbewerkingen krijgt in mijn lessen aan tweedejaarsstudenten veel aandacht. Essentieel in de daartoe ontworpen cursus is dat studenten leren (in)zien hoe kinderen zich bewegen in de wereld van de getallen en de bewerkingen met getallen.

Veel van de beschikbare tijd wordt besteed aan het analyseren van eigen aanpakken van kinderen en de plaats daarvan in de opbouw van het leerproces van het leren optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Ook wordt voorzichtig aandacht gegeven aan de didactische uitgangspunten van realistisch reken- en wiskundeonderwijs, aan het bewust worden van en ervaren dat rekenen vanuit situaties meer vraagt en eist dan louter sommen maken en aan de centrale plaats die hoofdrekenen en in het bijzonder eigenschapsrekenen inneemt.

Het verhaal 'Amsterdam-Leiden' speelt in groep 6 van een basisschool en werd ontworpen door een tweedejaarsstudent. De cursieve onderbrekingen zijn reflecties van een Pabo-docent op stagebezoek bij deze student.

Morgen gaan de kinderen van groep 6 naar Leiden om een tentoonstelling over dinosaurussen te bezoeken. Ze gaan met de trein. De stagiaire heeft er een rekenles over gemaakt. Voor zich

hebben de kinderen een stencil met daarop naast drie vragen een deel van de dienstregeling van de NS:

km	station	tijd
0	Amsterdam Zuid WTC	10.44
11	Schiphol	10.51
16	Hoofddorp	10.57
21	Nieuw Vennep	11.01
40	Leiden	11.12

Eerste vraag: Hoe lang duurt de reis van Amsterdam naar Leiden?

Vingers omhoog, geroep, de kinderen doen enthousiast mee. Een jongetje dat de beurt heeft gekregen, zegt dat de reis ongeveer een half uur gaat duren. 'Want', zo zegt hij, 'ongeveer een kwartier tot elf uur en dan nog een kwartier, samen een half uur!' De stagiaire vervolgt: 'Hoeveel is het nu precies?' Een andere leerling geeft aan het antwoord te weten: 'Eerst zestien minuten tot elf uur en dan nog twaalf minuten, dat is dus 28 minuten!' Maar, niet alle kinderen begrijpen de rekenwijze. De stagiaire besluit het antwoord op de vraag nogmaals uit te leggen. Daartoe tekent hij twee (wijzer)klokken op het bord en begint zijn uitleg ...

Dat eerste jongetje gaf een prachtig voorbeeld van schattend rekenen. Wat jammer dat de student daar te weinig op in ging; die wilde het liever precies weten. En dan die twee wijzerklokken, terwijl naar mijn mening digitale klokken veel beter als visualisering bij de situatie zouden kunnen aansluiten ...

Tweede vraag: Hoe groot is de afstand van Amsterdam naar Leiden?

De kinderen doen opnieuw enthousiast mee en roepen dat je dan gewoon de kilometers moet optellen. De stagiaire heeft het er maar moeilijk mee en verstrikt zich vervolgens in allerlei ingewikkeld rekenwerk ...

De te verwachten fout wordt gemaakt: gewoon de kilometers optellen. En dan laat de student opnieuw een voor de hand liggend model liggen. Waarom niet de getallenlijn, getekend als spoorbaan? Mooier kan toch niet! Er wordt toch in de lessen op de oplei-

ding aandacht aan dit soort zaken besteed? Waarom dan al dat ingewikkelde rekenwerk?

Derde vraag: Arjen wil de trein van 8.15 uur nemen (de kinderen beschikken over een overzicht van alle treinen op een dag), maar mist deze. Hoe laat gaat de volgende trein?

De les begint de kinderen minder te boeien. Het wordt dan ook steeds onrustiger ...

Direct protesteert er iets in mij. De les bereidt voor op een schoolreisje van morgen. En dan verschijnt daar ene Arjen die niemand kent en ook nog eens 's ochtends vroeg vertrekt. Waarom niet de kinderen morgen hun trein laten missen? Waarom wordt hier de context niet optimaal uitgebuit?

Na afloop van het bezoek schrijf ik op: 'Ik ga de klas uit op weg naar een andere groep. Wat heb ik weer veel geleerd: over kinderen die schattend rekenen en handig rekenen, over modellen, over contexten, over een student die niet voldoende van dit alles overtuigd lijkt te zijn of het allemaal erg lastig vindt en het dus niet in de praktijk van zijn lessen wil gebruiken, over mijn eigen lessen op de Pabo.'

De kerstboom

Morgen vindt de tweede bijeenkomst plaats over 'verhoudingen'. In de eerste les zijn de derdejaarsstudenten vooral bezig geweest met het zelf oplossen van problemen waarin verhoudingen een rol spelen. Daarbij waren ook opgaven over meetkundige voorervaringen van jonge kinderen. Zoals Alexi (zes jaar), die al duidelijk zijn noties van verhoudingen etaleert wanneer hij de lengte van een voorbijvarende boot afmeet aan de lengte van de auto op het dek.

Ik zal proberen de reeds opgedane ervaringen van studenten verder uit te breiden door hen te laten reageren op mijn eigen verhaal 'De kerstboom'. In dit verhaal vertel ik hoe de eerstejaarsstudent Henrico met Job (zes jaar) op zoek gaat naar een geschikte kerstboom.

Ik ben benieuwd of de studenten in hun reflecties in staat zullen zijn de aanwezige essenties van het verhaal te signaleren: noties van meetkundige verhoudingen die kinderen gebruiken, de (problemen met) de dikteverhoudingen, het schatten met behulp van een maatstaf en de tamelijk sturende rol van Henrico ...

Henrico en Job kijken wat rond op de markt. Ze zijn op zoek naar

een geschikte kerstboom. Een klein minidennetje dat zij op hun weg tegen komen, wordt geen kerstboom gevonden. Bij een boom met een hoogte van zo'n 2,25 meter antwoordt Job op de vraag of die misschien goed is: 'Nee, die is veel te groot.' Wanneer Henrico vraagt waarom die boom te groot is, antwoordt hij: 'Dat kun je zo zien, hij komt tot aan het dak.' Vanuit zijn standpunt klopt dat inderdaad: de dakrand ligt in het verlengde van de boom. De dakrand was alleen slechts een meter of zes hoog.

Bij een boom van 1,20 meter met een stammetje van slechts vier centimeter wordt opgemerkt dat deze een dunne stam heeft; deze boom past bovendien niet in de houder. Een boom van 4,50 meter en een stam van twintig centimeter wordt ook dun genoemd; over het feit dat deze niet in de houder zal passen, wordt niet gerept.

Bij deze laatste boom ontspint zich een kostelijk verhaal. Henrico vraagt waar je die boom neer zou kunnen zetten. 'In een grote of in een kleine tuin?', vraagt hij. Job antwoordt: 'In een grote tuin!' Henrico vervolgt: 'Hoe dik is de stam?' Job antwoordt: 'Twee meter.' Henrico vraagt of Job weet hoe hoog de boom is. 'Honderd meter', zegt hij zonder blikken of blozen. 'Zou de boom in de kerk passen?', vraagt Henrico. 'Nee.' Aarzeling 'Ja.' Als Henrico vraagt of de boom het plafond van de kerk zal raken, antwoordt Job: 'Neeee.'

Henrico probeert verder en vraagt aan Job: 'Job, hoe lang ben je zelf?' Na enig nadenken zegt hij: 'Vier meter!' en herstelt zich kort daarop: 'Twee meter!' Henrico: 'Als we nu eens allemaal Jobjes op elkaar zouden zetten, hoeveel Jobjes zouden we dan denk je nodig hebben?' Je ziet Job schatten met zijn ogen en na enig nadenken zegt hij: 'Drie keer, oh, dan is hij drie meter hoog!'

Na enige tijd besluiten ze een definitieve keuze te maken en na enig heen en weer gepraat over wat mooi en niet mooi is, over of de boom nu wel of niet in de houder kan, zoeken ze een keurig boompje uit.

Zoek een verhaal achter de som

Wiskunde leren vanuit betekenisvolle situaties. Wiskunde gebruiken om greep te krijgen op de wereld om ons heen. Wiskunde is meer dan het maken van sommetjes in een klaslokaal van de basisschool. De mechanistische stroming van vroeger heeft plaats gemaakt voor de realistische visie op reken- en wiskundeonderwijs. Hoe zit dat bij Daniël?

Daniël, een leerling uit groep 7, is volgens zijn meester een goede rekenaar. Op een blaadje staat de opgave $884 : 12 =$. Op correcte wijze voert Daniël de staartdeling uit:

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 884} : 73 \\
 \underline{84} \\
 44 \\
 \underline{36} \\
 8
 \end{array}$$

Ik spreek mijn bewondering uit en vraag hem hoe het komt dat hij dit soort sommen zo goed kan. 'Bij meester Jan heb ik het anders geleerd. Je moest dan kijken of je een getal kon vinden dat er zo dicht mogelijk bij kwam. Bij meester Kees heb ik het veel handiger geleerd!'

Ik vraag hem een verhaal te vertellen bij het sommetje $884 : 12 =$. Daniël: 'Er was eens een 884 en toen kwam er een twaalf en die sprong in die 884 en toen splitste hij.' Een prachtig verhaal waaruit al direct blijkt dat Daniël een jongen met veel fantasie is. Maar een concreet verhaal bij de som vertellen blijkt toch wel wat ingewikkeld. Ik probeer hem te helpen en vertel: 'Er waren 884 knikkers ...' Nu vertelt hij: 'Jan gaat knikkeren. Als jij wint, zegt een ander jochie, dan krijg ik jouw knikkers gedeeld door twaalf.'

Daniël verbaast zichzelf over het feit dat hij geen passend verhaaltje kan vinden. Hij zegt: 'Ik denk nooit in verhaaltjes. Ik zie die getallen en ik reken ze uit!'

Een getal onder de tien

De juf van Jan-Willem in groep 2 is jarig. Als ze getracteerd heeft, blijkt er nog één snoepje over te zijn. Wie mag die hebben? 'Ik heb een getal onder de tien. Wie het raadt, mag het snoepje hebben', zo lost juf dit op. En ja, Jan-Willem raadt het getal, het was drie!

Enthousiast komt Jan-Willem later die dag thuis. 'Papa', zo vraagt hij, 'weet u een getal onder de tien?' 'Nou, één zeker', raadt vader. 'Mis!', zo luidt het commentaar van zoonlief, 'het is drie, en ik wist het!' Even later komt hij met een volgende vraag: 'Papa, wat is een getal onder de vijf?' 'Nou, dat is drie zeker', antwoordt

vader. 'Nee, papa', verzucht Jan-Willem (je hoort aan zijn stem hoe dom hij dit antwoord vindt), 'drie was toch het getal onder de tien!'

Duizend vijftien stappen

Op een zonnige herfstdag wandelen Evelien (bijna acht jaar) en haar vader een door gekleurde paaltjes aangegeven route door het bos. Aan het begin van de route staat een bord met daarop: 'groene route: 7,5 km.' Vader vraagt of ze weet wat er op het bord staat. Ze leest netjes 'zeven komma vijf kilometer.' Vader vraagt zich af of ze weet wat dit betekent.

Er ontstaat een tweegesprek:

E: 'Ja, het is meer dan zeven kilometer, maar niet meer dan acht kilometer.'

V: 'Nou knap hoor, hoeveel meer dan zeven kilometer?'

E: 'Vijf kilometer!'

V: 'Maar als je eerst zeven kilometer loopt en dan nog vijf kilometer ...'

E: 'Twaalf kilometer.'

V: 'En je zei daarnet niet meer dan acht kilometer? Nee, het is zeven en een halve kilometer ...'

E: 'Dat kan niet, want dan moet er twee staan!'

V: 'Denk eens aan de helft van tien ...'

E: 'O ja, vijf!'

V: 'Hoeveel stappen zou dat zijn, die 7,5 kilometer?'

E: (kijkt haar vader vragend aan) 'Duizend? ... miljoen? ...'

V: 'Weet je nog hoeveel één meter nog ongeveer is?'

E: (strekt haar beide armen uit) 'Zoveel ongeveer.'

V: 'En één stap?'

E: (doet een stap naar voren en kijkt achterom) 'Een halve meter.'

V: 'Hoeveel stappen doe je dan in iedere meter?'

E: 'Twee!'

V: 'En in één kilometer?'

E: '??'

V: 'Hoeveel meter is één kilometer?'

E: 'Duizend!'

V: 'En hoeveel stappen in één meter ook weer?'

E: 'Twee.'

V: 'En hoeveel in één kilometer?'

E: 'Duizend twee!'

V: 'Hoe schrijf je dat, duizend twee?'

E: 'Eerst een twee en dan drie nullen.'

V: 'Oh, je bedoelt tweeduizend! En hoeveel in twee kilometer?'

E: 'Vierduizend!'

V: 'En hoeveel in vier en in acht kilometer?'

E: 'Achtduizend en zestienduizend!'

V: 'Maar, we hebben geen acht kilometer gelopen, maar zeven en een halve kilometer. Hoeveel is dat minder?'

E: 'Een halve kilometer.'

V: 'En hoeveel stappen zijn dat dan?'

E: 'Weet ik niet meer.'

V: 'Iedere stap was ...'

E: 'Een halve meter.'

V: 'Dus, hoeveel in een halve kilometer?'

E: 'Duizend stappen!'

V: 'Prima! Hoeveel stappen heb je nou gelopen?'

E: 'Ja, ja; ik ben aan het rekenen ... zestienduizend, duizend, vijftienduizend!'

V: 'Kusje van papa!'

Thuisgekomen vertelt ze enthousiast tegen haar moeder dat ze verschrikkelijk ver gelopen hebben in het bos. Wel duizend vijftien stappen!

Hoewel er op de school van Evelien nog niet gesproken is over getallen boven de duizend, bleek ze goed in staat zich te verplaatsen in de wereld van getallen boven de duizend.

De docent op zoek naar verhalen

Het venijn zit 'm in de staart

Naast me zit Katie, elf jaar, groep 8. Volgens de leerkracht een goede rekenaarster. In de klas werken de kinderen met *Naar Zelfstandig Rekenen*. Ik leg haar het volgende probleem voor:

Er zijn 1128 soldaten die met bussen vervoerd worden. In iedere bus gaan 36 mensen. Hoeveel bussen zijn er nodig?

Het blijft even stil en ik nodig haar uit hardop te denken. 'Ik zit te denken aan een keersommetje met 36, maar je kunt natuurlijk ook 1128 gedeeld door 36 doen!' Dat had ik niet gedacht: zo snel het sommetje vinden achter het verhaaltje!

Ze begint te staartdelen: 'drie maal 36 is ... 90 en 18 is 108, dat gaat niet, dus twee keer is 72.' Vervolgens wordt de acht achter de veertig opgeschreven, waarbij het opvalt dat ze de aanhaal-

streepjes er daarna pas bijzet. Zo heeft ze dat natuurlijk van de meester geleerd. Functioneel lijkt het bij haar niet. Tenslotte verwoordt ze: '29 bussen en dan heb je nog 84 soldaten over.'

'Katie, wat vind je nu van het antwoord?' 'Eigenlijk dertig bussen ... wacht even, twee keer 36, ... 60, ... 72, ... Dus 31 bussen en twaalf soldaten over. Je moet eigenlijk 32 bussen hebben.' 'Hoe komt het nu dat die deling van jou niet het goede antwoord geeft?' 'Dat komt omdat je een rest overhoudt.' 'Je houdt wel een flinke rest over.' 'Ik zal wel iets verkeerd gedaan hebben.' 'Er zitten geen rekenfouten in', zeg ik bemoedigend. 'Nee?'

Na enig praten komen we er samen uit. Ik vraag haar me uit te leggen hoe je een staartdeling maakt en dat kan ze prima vertellen. Ook een moeilijke staartdeling met flink wat nullen aanhalen, $24012 : 12$, doet ze perfect. Ik besluit toch nog iets verder te gaan.

'Kun je bij die deling een verhaaltje bedenken?' 'Nou: iemand moet zoveel dingen aan twaalf mensen verkopen, ieder moet evenveel krijgen. Ieder krijgt er dan 2001.' 'Nu schrijf ik die 24012 op en ga aan die mensen iedere keer iets geven' (ik teken twaalf poppetjes). 'Eerst zou ik steeds twaalf geven.' Ze begint bij ieder poppetje twaalf te zetten en verzucht: 'Oef, dat duurt wel lang! Het is ook wel erg weinig.' 'Je kunt beter eerst duizend geven.' Nu gaat het vanzelf: 'Dan haal ik van die 24012 er 12000 af en houd er 12012 over. En die moet ik weer verdelen onder die twaalf mensen. Weer duizend doen en dan houd je er nog twaalf over; iedereen krijgt er nog één.'

We gaan weer naar die 1128 soldaten. Ze staan in de rij en iedere keer rijdt er een bus voor. Probeer het nu nog eens, maar dan als hierboven. 'Ik zou gewoon weer gaan delen!' zegt ze volhoudend. Ik begin nogmaals: 'Ik zou steeds 36 doen.' 'Nee dat is veel te veel werk,' zegt ze. 'Dan zou ik misschien twee keer 36 doen.' 'Dat kan ook.' 'Kan het nog wat sneller?' Ze begint hard te lachen: 'Nog sneller?' 'Vijftien keer dan?' ... Uiteindelijk komt ze op tien keer 36 en de som wordt afgemaakt.

Gilmore, elf jaar, uit dezelfde groep 8 is volgens de leerkracht een zwakke rekenaar. Ik leg opnieuw het bussenprobleem voor. Na lang nadenken verschijnt de staartdeling op het papier. Aanvankelijk ben ik weer enthousiast over het feit dat hij daar zo opkomt. Maar daarna komen zijn zwakke kanten naar voren. Hij gaat zomaar wat proberen. Droogjes zegt hij: 'Ik heb 36 maal zeven gedaan en dat is teveel. Dan doe ik het vijf keer en begin opnieuw te cijferen.' Het wordt me nu te gortig en ik grijp in: 'Hoe

groot is 36 maal vijf ongeveer?' Hij blijft het antwoord schuldig. 'Even schatten', beheerst hij blijkbaar onvoldoende. Veel heeft het niet geholpen: hij gaat met 36 maal vier aan de slag en uiteindelijk 36 maal drie. Nu gaat de staartdeling 'vanzelf'. Als de deling af is, kijkt hij verschrikt op en ik vraag wat er aan de hand is. 'Ik houd nog twaalf over; het zal wel fout zijn.' Hoeveel bussen hebben we dan nodig? '31.' En wat doen we dan met die twaalf? 'Nog een bus!' Hoeveel plaatsen blijven er dan over in de 32ste bus? 'Vijf!' 'Hoe heb je dat gedaan?' '36 - 31.' Ik resumeer nog eens wat we nu allemaal gedaan hebben. Hij zegt: 'Ik heb 32 bussen nodig en niet 31, want anders blijven er nog twaalf staan.' Ik vraag hem nogmaals hoeveel plaatsen er in die laatste bus onbezet blijven. Hij vindt het antwoord niet en ik geef het hem dan maar. Toch nog even kijken hoe die moeilijke staartdeling $24012 : 12$ gaat. Hij doet het perfect.

Katie is inderdaad een goede rekenaarster. Maar wat was het moeilijk om haar van die delingsalgoritme af te brengen. Ook nadat ik had geprobeerd haar te laten inleven in het verhaaltje. Bij Gilmore is rekenen puur goochelen met getallen. Lastige staartdelingen met nullen erin doet hij goed. Het interpreteren van het resultaat is voor hem een onoverkomelijk probleem. Hij formuleert precies het antwoord. Alleen de vraag over het aantal onbezette plaatsen in de laatste bus weet hij niet te beantwoorden. Dat werken met contexten is, denk ik, ook een leerproces. Iets dat in de gebruikte methode onvoldoende tot zijn recht is gekomen. Maar er is meer aan de hand: Gilmore leek zich uitstekend ingeleefd te hebben, gezien zijn formulering van het antwoord. Waarom weet hij dan niet dat er 24 plaatsen onbezet blijven?

Toch wel gek dat de leerkracht later trots is, als ik hem vertel dat Gilmore die moeilijke deelsom goed kon maken. 'Tja, die contexten, daar komen dit soort kinderen nu eenmaal niet aan toe', verzucht hij. Ik bespeur hierin dat hij dit ook niet zo belangrijk vindt; cijferen geeft aan dat soort kinderen houvast, dat is wat ze nodig hebben. Met die verhaaltjes gooi je de zwakke rekenaars alleen maar in het diepe. Ik ben benieuwd naar volgend jaar, als ook hij met Rekenen & Wiskunde in groep 8 gaat werken.

Dobbelen en dubbelen

Nadat ik eerst een eenvoudig driebaans racebaanspel heb gemaakt, ga ik met speelbord, pionnen en dobbelsteen op weg naar

de basisschool. Met de juf van groep 2 is afgesproken dat ik het spel zal spelen met Tom (zes jaar) en Natasja (vijf jaar). Ze hebben er beiden zin in en vertellen me dat ze alle getallen van de dobbelsteen al kennen. Mijn plan is om, indien mogelijk, het spel aldoor moeilijker te maken door het bedenken van steeds andere spelregels en afspraken. Misschien zijn de kinderen wel in staat om zelf ook spelregels te bedenken.

We spelen het spel eerst een keertje gewoon. Ze vinden het allebei gemakkelijk. Ik bedenk er dus een spelregel bij: Als je drie gooit, mag je drie vooruit en dan nog een keer drie vooruit. Tom reageert onmiddellijk: 'Dus als je drie gooit mag je zes. En dan doen we ook, als je zes gooit mag je zes en nog zes, dus twaalf, ja?' Ik: 'goed'. Voor Natasja verduidelijk ik, want Tom zijn optellingen $3 + 3 = 6$ en $6 + 6 = 12$ zijn voor Natasja misschien niet te volgen: Als je drie gooit mag je drie en nog eens drie vooruit. Als je zes gooit mag je zes en nog eens zes. Tom weer: 'En dan kun je ook nog doen: Als je twee gooit mag je vier en als je vier gooit mag je acht.' We gaan het spel weer spelen met de afspraken over drie en zes. Dat lijkt me al moeilijk genoeg.

Bij de worpen drie en zes hebben ze beiden hun eigen strategie. Natasja telt twee keer de telrij, bijvoorbeeld tot zes en nog eens tot zes. Tom telt in dat geval tot twaalf en zegt ook: 'Ik tel door tot twaalf.' Tijdens het spel vertelt hij trots dat hij al kan rekenen en ook een beetje kan lezen. Ik moet Tom af en toe wat afremmen, want hij heeft de neiging om voor Natasja al aan te wijzen waar haar pion moet komen.

Voordat we het spel voor de derde keer gaan spelen vraag ik of ze nog andere spelregels weten te bedenken. Tom weet al weer iets. Hij wil cijfersymbolen zetten in een aantal vakken. Als je daar dan op komt, mag je zoveel vakjes verder. Ik vraag aan Natasja of ze al cijfers kan lezen. Dat kan ze niet. Geen probleem, dan geven we met rode stippen aan hoeveel er verder gesprongen mag worden. Ik laat hen allebei een aantal stippen op het speelbord kleuren. Samen hardop tellend worden de stippen gekleurd. Mooi bedacht. Eens kijken wie deze keer gaat winnen ...

Omdat ik zo graag wil dat Natasja ook iets gaat bedenken, vraag ik haar of zij nu een regeltje voor het volgende spel kan bedenken. Maar nee, ze heeft geen idee. Ik probeer haar te helpen door iets aan te geven. Ik zeg: 'Je kunt bijvoorbeeld een regeltje bedenken voor één van de getallen. Bijvoorbeeld als je vijf gooit, dan mag je dat ...' Ik probeer duidelijk te maken dat je dan iets

bedenken moet voor het aantal dat je dan mag zetten.

Natasja zegt nu letterlijk: 'Als je vijf gooit, mag je dat!' Op dat moment realiseer ik me dat een dergelijke abstractie voor haar veel te ver gaat. Ik zeg nu zelf: 'Zullen we dan doen, als je vijf gooit, moet je vijf achteruit?' We gaan weer spelen. De rode stippen tellen ook nog en daarbij de vijf achteruit. Natasja moet steeds goed nadenken, maar het lukt haar wel met deze regels. Tom laat weer eens merken dat hij de bewerkingen optellen en aftrekken al best kan. Als hij vijf gooit en daarmee op een vakje met vijf rode stippen komt, zegt hij: 'Ik hoef nu niet vijf terug, want ik heb ook vijf stippen.' Hij bedoelt vijf eraf en dan weer erbij, dan kun je net zo goed blijven staan.

Met de juf had ik afgesproken dat ze twee kinderen zou vragen die, qua niveau, behoorlijk verschilden. Dat werd me duidelijk. Tom maakt al bewerkingen met getallen. Elke gelegenheid die zich voordoet bij dit spel grijpt hij aan om te rekenen. Ook het bedenken van nieuwe spelregels vindt hij leuk. Hij wekt de indruk dat hij thuis ook regelmatig spelletjes speelt. Natasja is naar mijn idee nog niet toe aan bewerkingen met getallen, maar was best in staat om het spel steeds mee te spelen. Bovendien won ze ook nog een paar keer. Dat was haar plezier! Tenslotte wordt plezier mede door de dobbelsteen bepaald en daarvoor maakt het niet uit of je kunt rekenen.

Anekdoten

Jurriaan

Ik vraag Jurriaan: 'Wat is rekenen?' Jurriaan antwoordt: 'Dat lijkt bijna op tekenen.' Vervolgens heb ik hem op drie momenten, zo ongeveer om de week, gevraagd of hij tot tien kan tellen. De laatste tijd is Jurriaan nogal erg gericht op tellen. De vraag leverde de drie hier volgende antwoorden op:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 30, 40, 50, 60, 10

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 30, 40, 50, 60, 10, met als toevoeging: 'die veertig hoeft er niet bij, maar het mag wel!'

Omdat Juf het wil

Ik ben met Jacob, ruim elf jaar, in gesprek naar aanleiding van de deelsom $27482 : 26$.

Hij heeft hem zojuist voor me voorgedaan:

$$\begin{array}{r}
 26 \overline{) 27482} \mid 1057 \\
 \underline{26} \\
 148 \\
 \underline{130} \\
 182 \\
 \underline{182} \\
 0
 \end{array}$$

Ik: 'Staat daar 27?'

J: 'Ja.'

Ik: 'Geen 27000?'

J: 'Nee.'

Ik: 'Wat betekent de 1 van het antwoord 1057?'

J: 'De één is duizend. Dan kan de 27 wel zevenentwintigduizend zijn.'

Ik: 'Waarom moet je eigenlijk van dit soort staartdelingen kunnen maken?'

J: 'Omdat Juf dat wil.'

Ik: 'Waarom nog meer?'

J: 'Het hoort bij het leren. Handiger dan een rekenmachientje. Je hebt het altijd bij de hand. En je hebt het later nodig.'

Ik: 'Wanneer dan?'

J: 'Als je wiskundeleraar wordt.'

Ik: 'Wanneer nog meer?'

J: 'Als je geld moet verdelen.'

Ik: 'Leg eens uit aan de hand van $315 : 15$.'

J: 'Ik heb vijftien kinderen en f 315,- en ik moet geld gaan verdelen.'

De televisietoren

Onderweg, in de auto, zien we de televisietoren bij Smilde. 'Jongens,' roep ik, 'hoe hoog zal die televisietoren zijn?' Joost (groep 1) denkt éénmiljoenduizendmiljoen kilometer. Jetse (groep 3) denkt duizend kilometer en Gjalt (groep 4) denkt vijfduizend meter.

Ik vertel hen dat ze er alledrie nogal naast zitten. Ik stel hen voor dat we, als we naast de toren rijden, deze denkbeeldig op de grond neerleggen en dan gaan kijken hoeveel groene hectometerpaaltjes hij lang is. Als we bij de toren zijn aangekomen, houd ik

wat snelheid in en geef de kinderen gelegenheid tot meten. Gjalt concludeert dat de toren nog geen twee paaltjes lang is en dus ongeveer 180 meter hoog is.

De 365-ste kerstdag

Na een dagje autorijden drink ik met de kinderen een beker melk. We bekijken met elkaar de inhoud van de koelkast. Deze is boordevol met allerlei lekkers. 'Waarschijnlijk krijgen we dat allemaal niet op op tweede kerstdag!', roept er één. 'Dan moeten we overmorgen ook nog maar hapjes eten', wordt geantwoord. 'En dan is het derde kerstdag en dan komt de vierde kerstdag en dan de vijfde', zo gaat het door. We komen uiteindelijk tot de 365-ste kerstdag en stellen vast dat het eten dan vast nog niet op is.

Besluit

Veronderstel dat je een rijke gevarieerde verzameling van zulke verhalen bezit en deze met enige overtuigingskracht weet te vertellen. En dat je verhalen van anderen kunt vertellen alsof je het zelf hebt meegemaakt. Dan zou je een periode lang tijdens iedere les enkele verhalen kunnen vertellen, als opening, als voorbeeld, als ondersteuning van de theorie, als 'critical incident', ...

Geef na enkele lessen, of ook in de volgende periode studenten de kans verhalen uit de basisschool te vertellen. Eventueel kan een groep studenten zelf een krantje met verhalen uitbrengen.

Bouwstenen van het vakmanschap Pabo-docent rekenen-wiskunde & didactiek

- 1 De vakdidacticus op een Pabo is vakdocent en opleider tegelijk. De integratie van beide aspecten vraagt speciale aandacht. Zo dient de visie op 'de goede leraar basisonderwijs' zichtbaar te zijn in het programma en zichtbaar te worden in de omgang met studenten.
- 2 Het werk van de Pabo-docent bestaat voor een belangrijk deel uit het voorbereiden en realiseren van onderwijs in de vakdidactiek.
 - verschillende vormen van colleges
 - het mathematisch-didactisch practicum
 - soms integratie van rekenen en wiskunde in een algemener thema
- 3 Een Pabo-docent ontwerpt (basis)onderwijs met de studenten, ter voorbereiding van een stage-activiteit.
 - bedenkt stage-opdrachten
 - voorziet de opdrachten van aanwijzingen en tips
 - verwijst naar relevante onderdelen van reken-wiskundemethoden
 - beschikt over veel voorbeelden uit de praktijk
 - maakt voorbeeldmatige educatieve ontwerpen
- 4 Een Pabo-docent heeft ook te maken met de specifieke stage-opzet van zijn academie en moet zodanige invloed kunnen uitoefenen dat de eigen stagebegeleiding passend gemaakt kan worden. Soms moeten studenten ook op het gebied van andere schoolvakken begeleid worden. Het constructief nakijken van grote aantallen stageverslagen vergt een adequate aanpak.
- 5 In de stageschool wordt een student begeleid, geobserveerd, beoordeeld en verder geholpen. Dit gebeurt door de mentor, soms in samenwerking met de Pabo-docent.
 - aandacht richten op leerlingenwerk
 - verband leggen met de theorie
 - stimuleren van reflectie
 - integreren met praktische aanwijzingen van de mentor
 - oplossingen zoeken voor onaanvaardbare conserverende invloed van de stageschool
 - eigen leerervaringen zorgvuldig bewaren

- 6 De Pabo-docent ontwerpt blauwdrukken van omvangrijke onderdelen van het rekenen-wiskunde & didactiek-programma op zijn Hogeschool.
 - inrichting van de propaedeuse
 - architectuur van het totale programma, passend in totaal IWP
 - het afstudeerproject
 - de specialisatie 'het jongere kind'
 - een keuzemodule 'zorgverbreding'
 - vak bewaken in totaal onderwijsaanbod
- 7 De Pabo-docent heeft een speciale opdracht met betrekking tot de eigen rekenvaardigheid van studenten, in de propaedeuse.
 - bakent het gebied af: gecijferdheid
 - bepaalt de drempelhoogte: elementaire gecijferdheid
 - schept gelegenheid voor onderzoek, studie en oefening
 - organiseert de (extra) hulp
 - construeert toetsen en organiseert de toetsing
 - diagnosticeert en geeft adviezen
 - overtuigt collega's van het belang
- 8 Een Pabo-docent construeert zijn eigen tentamens en opdrachten voor een didactisch werkstuk als afsluiting van de opleiding. Hij stelt bij de beoordeling van de resultaten zijn eigen normen.
 - combinatie van 'eigen vaardigheid', didactiek, theorie en praktische ervaring
 - kan zijn maatstaven tonen en toelichten
 - betreft reflectieve notities in logboeken erbij
 - kent verschillende mogelijkheden om te toetsen (Wiskunde A als inspirerend voorbeeld)
 - brengt het fenomeen 'toetsen' ook onder de aandacht
- 9 Een Pabo-docent kent zijn studenten.
 - naar opvatting over rekenen-wiskunde
 - naar stijl van onderwijzen
 - naar creativiteit van ontwerpen
 - naar belangstelling voor kinderen
 - naar eigen vaardigheid
- 10 Een Pabo-docent creëert de mogelijkheid om op de hoogte te blijven van de laatste ontwikkelingen in zijn vakgebied.
 - de discussie rond de *Proeve* ...
 - onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs
 - Puik-groep
 - tijdschriften
 - conferenties
- 11 Een Pabo-docent kan over zijn werk en ervaringen met studenten reflecteren. Hij schrijft over zijn vak en het werk als opleider.

Het mathematisch- didactisch practicum

Inleiding en overzicht

Het mathematisch-didactisch practicum kan in de lerarenopleiding voor het basisonderwijs een belangrijke plaats innemen. De eraan ten grondslag liggende gedachte geldt ook – wellicht in grotere mate – voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool: wiskunde leer je door te doen, daar met anderen over te communiceren en op die activiteiten te reflecteren. Eigenlijk is het nog sterker: wiskunde kun je zelf maken, als de omgeving ertoe uitdaagt en het gezonde verstand toereikend is om de zich aandienende problemen te zien en aan te pakken. Ook zo beschouwd kan interactie niet gemist worden, evenmin als de deskundige, die het leerproces op geschikte momenten positief beïnvloedt.

De beide aspecten, mathematiseren en didactiseren komen in zo'n practicum aan de orde. Mathematiseren houdt zich bezig met – zeg – wiskundige objecten. Op het niveau van de basisschool zijn dat getallen, vormen, schema's, patronen, structuren, redeneringen, regelsystemen, constructies en nog veel meer. Het werken daaraan – zo mogelijk probleem-georiënteerd – scherpt het gezonde verstand, voegt daar wiskundige kennis en vaardig-

heden aan toe en brengt het daardoor op een hoger niveau van functioneren. Wat eerst problematisch was, kan dan routine worden zodat nieuwe probleemgebieden toegankelijk zijn geworden. In mathematische practica leert men aldus te werken, scherpt men het gezonde verstand in wiskundige zin, vergroot men het vertrouwen in zichzelf en verwerft men een wiskundige attitude. Als alles naar wens verloopt natuurlijk. Als je dit goed beschouwt kan er heel wat mis gaan: het gezonde verstand is in aanvang ontoereikend, er wordt niets aan toegevoegd, men verliest het vertrouwen in zichzelf of keert zich af van wiskundige problemen. Om dat zoveel mogelijk te voorkomen moet de leraar in staat zijn tot didactiseren.

Evenals het mathematiseren leert men het didactiseren door het te doen, in een uitdagende omgeving, samen met medestudenten en gesteund door een professioneel didacticus. Didactiseren is evenwel niet hetzelfde als mathematiseren, hoewel het een goede gedachte is om ook in dit geval horizontaal en verticaal te onderscheiden.

Horizontaal didactiseren voor het geval dat situaties in de onderwijs-leerpraktijk problemen opleveren, die om een praktische oplossing vragen. Bijvoorbeeld als een bepaalde leerling tijdens het geplande onderwijsleerproces afhaakt. Dan moeten aanleiding en oorzaak opgespoord worden, wellicht dient de laatste theoretisch geduid te worden om tot een soort didactische minitheorie over die leerling te komen. En vervolgens dient educatief maatwerk ontworpen te worden om die leerling weer op het goede spoor te helpen.

Verticaal didactiseren als het erom gaat de beschikbare didactische kennis uit te breiden of te verdiepen. In het geval van de lerarenopleiding zou men, om de band met de praktijk niet door te snijden, hier steeds moeten uitgaan van een (theoretische) reflectie op de praktijk van het onderwijs. Bijvoorbeeld als een aantal waarnemingen bij kleuters niveauverschillen laat zien met betrekking tot het tellen. Dit is in het algemeen een goede aanleiding om de fasen van het leren tellen nader te beschouwen en eventueel in het licht van de realistische leerprincipes beter te begrijpen.

De didacticus houdt zich bezig met mensen; leerlingen die zich weer bezig houden met rekenen-wiskunde. Daarom vraagt didactiseren om kennis van rekenen en wiskunde, van leerlingen en van leerprocessen. Je kunt dat ook – meer materialistisch van aard – anders zeggen: de leraar basisonderwijs moet

beschikken over een diagnostisch-didactisch repertoire en het inzicht om dit juist toe te passen. De zekerheid, die men bij het oplossen van wiskundige problemen vaak heeft, ontbreekt even vaak bij het oplossen van wiskundig-didactische problemen. Evenals de controle achteraf en de evaluatie van het resultaat. Maar wie ook van het mathematisch-didactische werk wil leren, dient het doen ook vergezeld te laten gaan van interactie en reflectie.

Bovenstaande overwegingen leiden ertoe gedurende de vier jaar van de lerarenopleiding het karakter van het mathematisch-didactisch practicum een verandering te laten ondergaan. Studenten dienen die verandering zelf te ervaren en te zien als een teken van vooruitgang. In de propaedeuse heeft het mathematisch-didactisch practicum grote verwantschap met het wiskundige practicum. De kern van de activiteit is het produceren van reflectieve oplossingen van opgaven, die de basisschoolmethoden en verwante bronnen bieden. Let wel, het verwerven van rekenvaardigheid is slechts één van de doelen die in dit stadium gehaald moeten worden. Het is ook beter te spreken van gecijferdheid van de student, want in die term is een volwassen en reflectieve aanpak inbegrepen. De reflectieve aanpak komt tot uitdrukking in de reflectieve oplossingen. Het maken daarvan staat bovendien in een didactisch perspectief. Studenten moeten zich dit terdege bewust zijn, anders blijft het bij vraagstukken maken, waarvan de vlugge rekenaars niets leren en de minder vlugge slechts hun faalangst van vroeger trachten te bestrijden. Daarvoor alleen scheppen we op de Pabo evenwel geen mathematisch-didactische practica. Het kan nuttig zijn de studenten te helpen het verschijnsel reflectieve oplossing naar waarde te leren schatten. De volgende vragen bieden steun:

- Hoe luidt jouw oplossing?
- Hoe ben je aan die oplossing gekomen?
- Welke momenten waren tijdens het oplossen van essentiële waarde?
- Heb je nu, nadat je een oplossing weet, het gevoel een andere, snellere of mooiere oplossing te kunnen vinden?
- Kun je jouw oplossing aan een medestudent uitleggen? Hoe zou je die uitleg inrichten?
- Kun je een medestudent helpen de oplossing zelf te vinden, hoe?
- Wat moet je allemaal kunnen (weten) om het gegeven probleem te kunnen oplossen?

- Wat verwacht je dat leerlingen van de basisschool bij deze opdracht zullen doen?
- Hoe zou je hen bij het oplossen kunnen helpen?

In de twee volgende jaren van de beroepsopleiding krijgt het mathematisch-didactisch practicum het karakter van een workshop waarin didactische problemen – interactief en reflectief – worden aangepakt. Horizontaal didactiseren is hier de kernactiviteit. In de periode dat de specialisatie (het jongere kind of het oudere kind) wordt gedaan, is het mathematisch-didactisch practicum een omgeving voor het educatief ontwerpen. De activiteiten bewegen zich tussen het constructief analyseren van gegeven materiaal en het scheppen van nieuw materiaal. In de afstudeerfase kunnen de practica het karakter krijgen van colloquia, waarin de studenten elkaar op de hoogte kunnen stellen van de vorderingen van hun afstudeerwerk. Het worden pas echte practica als ze elkaar bevragen met het doel de inhoudelijke kwaliteit van de werkstukken te verbeteren. In de startfase van de afstudeerprojecten kunnen de practica ingezet worden om elkaar op ideeën te brengen en te ondersteunen.

Deze inleiding maakt duidelijk dat het mathematisch-didactisch practicum geen bijzonderheid is. In nagenoeg iedere Pabo zal deze werkvorm regelmatig gebruikt worden.

In dit hoofdstuk wordt het ontwerpen en restaureren van een mathematisch-didactisch practicum aan de orde gesteld. Er komen essentiële onderdelen van het mathematisch-didactisch practicum naar voren en er worden voorbeelden gegeven van uitwerking.

Twee zaken dient de Pabo-docent, die zelf zijn practica ontwerpt, voortdurend in het oog te houden. Ter afsluiting van deze inleiding worden die nog even kort geduid:

Een mathematisch-didactisch practicum is belangrijk vanwege de mogelijkheid die geboden wordt op essentiële onderdelen van de reken-wiskundendidactiek interactief, reflectief en inventief met elkaar bezig te zijn.

Een mathematisch-didactisch practicum heeft altijd een spetterende opening, een inspirerende leeromgeving, praktijkrelevante opdrachten, verbindingen met de theorie, een zichtbare opbrengst en een reflectieve afsluiting.

Het ontwerpen van een practicum (college)

Ooit kregen wij een boek met didactische werkvormen onder ogen. Het mathematisch-didactisch practicum was er niet in te vinden. Later werd er een VULON-congres gehouden met de titel *Didactische werkvormen in de opleiding van leerkrachten*.

In het verslag van deze conferentie (Dekker en Licht, 1983) staan werkvormen als 'sociaal leren in de praktijk', 'de openstoel discussie', 'probleem-gestuurd leren', 'de incident-methode', 'sneeuwbalgroepen' en 'drama'. Ook hier geen mathematisch-didactisch practicum. Zo te zien hebben we met een unieke werkvorm te maken, weinig bekend over de grenzen van ons vakgebied, wellicht nauw verbonden met het wezen van de wiskunde en de gevorderdheid van onze vakdidactiek.

In de 'theorie' was dus niets van onze gading te vinden, we moesten dus maar een andere koers varen. Bijvoorbeeld die van een praktische oriëntatie. Hieronder doen we uit de doeken hoe we een mathematisch-didactisch practicum (voor de beroepsopleidende fase) ontwerpen. En we nemen daarvoor het lastigste onderwerp uit de drie delen *Wiskunde & Didactiek*, dat over de breuken. Dat is extra lastig, namelijk niet alleen omdat het onderwerp rekenkundig al problemen kan oproepen die het didactische doel gemakkelijk verduisteren, maar ook omdat de ontwikkelingen op dat gebied momenteel in volle gang zijn. Het onderzoek- en ontwikkelwerk van Leen Streefand (1987), dat onze eerste bewerking van de breuken domineert, zal aangevuld moeten worden met enkele fundamentele correcties naar aanleiding van recente publikaties van Adri Treffers en Anita Lek.

Een leidende gedachte

Met de breuken in het programma *Wiskunde & Didactiek* komt het bekende probleem van de eigen vaardigheid (beter: gecijferdheid) sterker dan anders naar voren. Veel studenten ondervinden nog moeilijkheden op het niveau van de basisschoolopgaven en voor hen is het noodzakelijk om met de breukendidactiek ook het rekenen met breuken te leren. Een van de essenties van het vak rekenen-wiskunde & didactiek is de verwachting dat studenten tijdens de studie van de didactiek zeer gemotiveerd aan de eigen vaardigheid zullen (kunnen) werken. Eigenlijk is het programma geschikt voor de zwakke rekenaars dan voor hen die bij het maken van de rekenopgaven geen enkele moeilijkheid meer ondervinden.¹ Een docent die meent dat zijn praktijk

anders uitwijst, moet die basisfilosofie voor zichzelf nog maar eens goed doordenken. Of misschien nagaan hoe de studenten geprikkeld kunnen worden tot een grotere inzet en studiezijn.

Voor het ontwerpen van een mathematisch-didactisch practicum over breuken heeft genoemde filosofie duidelijk consequenties gehad. We gingen ervanuit dat de studenten de breuken vooral zouden zien als rekengetallen en het breukrekenen voornamelijk ervoeren als het werken volgens bepaalde, al dan niet begrepen regels. De nieuwe didactiek, voornamelijk gebaseerd op ontwikkelingsonderzoek van Leen Streefland, zou een blikwisseling nodig maken. Breuken kunnen anders bekeken en de rekenregels begrepen worden, misschien wel zelf uitgevonden. De leidende gedachte was nu dat in het practicum breukendidactiek de principes van het realistische reken-wiskundeonderwijs zouden doorschemeren. Enerzijds bij het leren kennen van de andere breukenwereld, anderzijds als didactisch perspectief waarin ook de leerlingen van de basisschool die wereld zouden kunnen leren kennen.

Tot de kernactiviteiten zouden moeten behoren:

- 1 kennisnemen van de diverse verschijningsvormen van de breuk;²
- 2 visualiseringen van breuken, concretisering, schema's en symbolen;
- 3 reconstructie van de rekenregels;
- 4 inbedding van breuken in verhoudingen;
- 5 interactie, reflectie en eigen produkties.

De leidende gedachte voerde tot een aantal concrete ideeën voor invullingen van het practicum.

Kern van de wiskundige activiteit

De realistische opvatting over reken-wiskundeonderwijs maakt het niet altijd gemakkelijk onderwijs tot stand te brengen dat aan de bedoelingen van de ontwerper beantwoordt. Rijke contexten kunnen de aandacht van de wiskundige kern afleiden en de ruimte die de leerlingen geboden wordt voor een eigen inbreng maakt het niet vaak eenvoudig hen weer op het voorbedachte spoor te krijgen. Een leergang (volgens de onderwijsprincipes) is niet per definitie een neerslag van de gevolgde leerweg (al worden daarin wel de leerprincipes tot leven gebracht). Dit geldt zowel voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool

als voor het mathematisch-didactische practicum in de lerarenopleiding. De docent die zich dit probleem bewust is, legt van tevoren vast welke wiskundige activiteiten in elk geval aan de orde moeten komen. Het zijn tevens de activiteiten die in het reflectieve college³, aansluitend op het practicum, nog eens extra onder de aandacht worden gebracht.

Bij de breuken ging het om:

- breuken maken;
- de notatie van breuken begrijpen;
- denkmodellen voor breuken verkennen;
- breukrekenen verklaren.

En natuurlijk niet alleen 'door studenten', maar ook door leerlingen. Uiteindelijk beschreef Streefland in zijn dissertatie niet alleen een leergang, maar ook dertien leerlingen die hun persoonlijke leerweg naar aanleiding van die leergang volgden.

Een didactisch perspectief

Studenten (en ook docenten) worden het sterkst gemotiveerd als de eigen praktijk in zicht komt. Nimmer zie je studenten harder studeren op een onderwerp dan wanneer ze op korte termijn 'er' een les over moeten geven. Vandaar dat we ook in een practicum een duidelijke verbinding met de praktijk van de school willen leggen. We noemen dit 'didactisch perspectief'. Elk educatief ontwerp, of het nu een les is voor de basisschool of een rekenvaardigheidscollege op de Pabo, of nog iets heel anders, dient de leerlingen perspectief te bieden. Leren doe je nooit voor niets, zeker niet als het leren intentioneel geschiedt en in school wordt voorgeschreven. Pabo-studenten, volwassen in bepaalde opzichten, leren omdat ze leraar willen worden. Hopelijk niet alleen omdat ze de tentamens willen halen die de weg naar het leraarschap markeren. Ze moeten zo gauw mogelijk af van die schoolse, onvolwassen instelling, dat er geleerd moet worden omdat de docent dat nu eenmaal zo bedacht heeft. Perspectief bieden dus.

De saaiste methode om dat te doen, is het opsommen van doelstellingen die leerlingen na het onderwijs zullen hebben bereikt. Die methode is heel geschikt voor onderwijs waar haastige cursisten instrumentele vaardigheden moeten leren. Bijvoorbeeld een cursus 'tekstverwerking met Wordperfect 5.1'. Of de theoriecursus voor het rijbewijs, waar overigens de doelen

niet meer geformuleerd behoeven te worden. Maar in ons practicum moet er op een andere manier perspectief worden geboden.⁴ Gelukkig hebben wij het over een 'didactisch' perspectief, en in dat perspectief is het hele opleidingsgebeuren uiteindelijk geplaatst. We hoeven er alleen nog maar voor te zorgen dat de studenten in de practicumopgaven de basisschool herkennen. En heel fraai is het als dat hun eigen basisschool van vroeger en de stageschool van nu betreft.

Voor het onderwerp breuken was het niet moeilijk om een didactisch perspectief aan te brengen. Oude schoolboekjes leveren veel herkenbaar 'schoolse' opgaven, in de nieuwe methoden was het niet moeilijk om leerlingenteksten te vinden die de bouwstenen van het breukbegrip⁵ betroffen.

Een context voor het practicum

Het woord 'context' heeft in de wiskundendidactiek een zeer bepaalde betekenis. Voor leerlingen van de basisschool worden contexten tot leven gebracht om onder andere aan wiskundige begrippen en procedures een specifieke betekenis te geven. Met het woord context in de titel van deze paragraaf wordt natuurlijk iets anders bedoeld. Het gaat hier om een aantal activiteiten van Pabo-studenten, met een wiskundige, een didactische of een wiskundig-didactische bedoeling. Deze activiteiten moeten bij de studenten in een didactisch referentiekader terecht komen. Dat ligt niet altijd voor de hand, want studenten die nog worstelen met de wiskunde zelf, kunnen gemakkelijk het mathematisch-didactisch practicum opvatten als een wiskundig vraagstukken-practicum.⁶

De context voor het breukenpracticum was niet moeilijk te vinden. Het werd: 'Afscheid nemen van de klassieke breukendidactiek en ervaringen opdoen met de nieuwe'. In dit kader zouden de werkzaamheden tijdens het practicum begrepen moeten worden. Dat dit niet vanzelf gaat, weet iedere Pabo-docent. Op geschikte momenten zullen de studenten er dus nog eens aan herinnerd moeten worden dat al het werk niet bedoeld is om te leren rekenen met breuken, of om een leergang breuken van vroeger nog eens over te doen. Nee, de achterliggende vragen reiken verder. Niet zelf leren rekenen met breuken, maar wel nagaan hoe kinderen vroeger in de breuken onderwezen werden om nieuwe aanpakken beter naar waarde te kunnen schatten.

Een globale opzet

De voorgaande overwegingen wijzen in een bepaalde richting. Het was dan ook al goed mogelijk een globale opzet van het practicum te schetsen:

- opening met lastig rekenwerk uit zeer oude rekenboekjes;
- onderzoek naar de wortels van breukrekenen in het Oude Egypte (Papyrus Rhind);
- een modern onderzoek waarin het werk van de Ouden zichtbaar is en door kinderen zelf wordt gereconstrueerd;
- situaties en schetsen uit moderne methoden om het maken van breuken in verschillende situaties te ervaren;
- het bedenken van situaties bij breuken;
- het functioneel gebruiken van getallenlijn en rechthoekmodel;
- het oplossen van toegepaste opgaven over breuken om het visualiseren en modelleren in de praktijk te brengen.

De spullen zelf, een niet geheel willekeurige greep

- 1 Hayke Haanstra, 1744.
- 2 Papyrus Rhind, circa 1850 v C.
- 3 Wat de Egyptenaren niet zagen.
- 4 Het onderzoek van Bidwell, 1980.
- 5 Allerhande 'constructies' om eerlijk te verdelen en situaties waarin eerlijk verdeeld is. (Voor een fenomenologische verkenning van het verschijnsel breuk.)

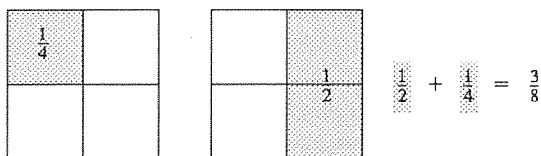
Het repertoire van de ontwerper-docent

Met de spullen kunnen de studenten al aardig aan het werk worden gezet. Maar de docent wil dat ze de juiste richting inslaan en dat de activiteiten in het goede didactische referentiekader vallen. In de eerste plaats bedenkt hij dan een *geschikte opening*, waaraan gemeenschappelijk en vooral interactief gewerkt wordt. De anekdote van Bishop ('vijftien is oneven en $\frac{1}{2}$ is even')⁷ lijkt wel geschikt.

Voorts worden op cruciale punten een paar *time-outs* ingebouwd. Daarin wordt de aandacht van alle studenten gevestigd op de verschijningsvormen van de breuk, de visualiseringen, de modellen en de breukentaal.

Om de aandacht te prikkelen kan een *cognitief conflict* tot stand worden gebracht.

Een mooi voorbeeld daarvan is de volgende opgave:



Hiermee is voldoende stof aangedragen voor een reflectief college, waarin de essenties van de breukendidactiek, tot zover, van een accent kunnen worden voorzien.

Fragmenten uit reken-wiskundemethoden, die al een en ander van de nieuwe breukendidactiek hebben opgenomen, als *Rekenwerk* en *Rekenen & Wiskunde*, laten een didactisch perspectief zien. Stukjes uit de handleidingen, die om uitleg vragen, kunnen geschikt gekozen worden. Maar ook eigen produkties van studenten op het gebied van opgaven bedenken, modellen introduceren en hulp bieden aan (bedachte) leerlingen, geven een idee van praktijkrelevantie.

Een mathematisch-didactisch practicum moet zoiets worden als een happening voor studenten, een bruisende activiteit waarin nieuwe inzichten tot stand komen en uitgewisseld worden en waarin men inspiratie opdoet om realistisch reken-wiskundeonderwijs te willen geven.

Restauratie van een ontwerp

Wie zijn literatuur bijhoudt, ondervindt voortdurend nieuwe impulsen om zijn opleidingsonderwijs inhoudelijk te veranderen. Op zijn minst betekent dat zoiets als up-to-date maken van het programma, het meenemen dus van de nieuwste succesvolle didactische ontwikkelingen. In het recente verleden waren dat onder meer: rekenen tot twintig met het rekenrek, de vijfstructuur voor zwakke rekenaars, de lege getallenlijn, de verhoudingstabel, tafelschikkingen, ...

Maar bij de breuken ligt dit wel wat anders. De leergang op basis van de dubbele getallenlijn en benoemde breuken is fundamenteel anders dan hetgeen er was. Wat te doen?

Wel, de hiervoor genoemde aandachtspunten voor het ontwerpen van een mathematisch-didactisch practicum kunnen we nu ook de revue laten passeren. Begin met een (nieuwe) leidende gedachte, want die van zojuist (van een traditionele leergang breuken naar een nieuwe) is nu minder geschikt. Om de didacti-

sche vondsten en de natuurlijke gang van zaken van de nieuwe leergang nog meer te waarderen, is het beter de nieuwe leergang (in wezen zeer eenvoudig van aard) op essentiële onderdelen te volgen, de reconstructiedidactiek daarbij aan den lijve te ervaren (met aandacht voor constructies, niveaus, reflecties, sociale leeromgeving en niet geïsoleerd werken aan breuken alleen) en zo mogelijk een vergelijking te maken met het eigen leerproces van vroeger. De kern van de wiskundige activiteit betreft nu het globaal plaatsen van breuken op de getallenlijn, het vinden van een geschikte tussenmaat – mogelijk in het kader van een bruikbare grootheid – en het vertalen van het rekenwerk 'onder de streep' naar het rekenen met breuken 'boven de streep'.

Het didactisch perspectief ligt in dit geval dichtbij: een leergang breuken waarin de onderwijsprincipes van de reconstructiedidactiek (contexten, modellen, produkties, interactie en verwevenheid) duidelijk herkenbaar zijn. Er dient aparte aandacht besteed te worden aan de fenomenologische oriëntatie 'op de breuk'. Daarvoor kan het bestaande practicum geschikt materiaal leveren.

Spullen voor de rest van het practicum zijn te vinden in het eerdergenoemde artikel van Adri Treffers en de praktische aanvullingen daarop van Anita Lek. De globale opbouw kan er aldus uitzien:

- breuken om verdeelsituaties te beschrijven. Veel voorbeelden uit bijvoorbeeld *Wiskunde & Didactiek* deel 3;
- breuken als meetgetallen met betrekking tot een groot aantal bruikbare grootheden: twaalf uur op de klok, een dag, meter, rondje van vierhonderd meter, kilometer, hectare, honderdveld, ...;
- introductie van de dubbele lege getallenlijn; als hulp bij het oplossen van een probleem en het beschrijven van het denkproces. Benoemde breuken dus. Mogelijkerwijs hier de elastieken dubbele getallenlijn laten uitvinden;
- opgaven om het voorgaande nader te kunnen doordenken;
- reflectie op de oplossingen en theoretische reflectie vanuit de reconstructiedidactiek;
- de leergang breuken. Verrijking met het idee van de reep met blokjes;
- een oude leergang om nu te recenseren. Inpassen van de eigen herinneringen aan het breukenonderwijs op de lagere school.

Andere onderwerpen voor practica

We hadden ook kunnen kiezen voor de mathematisch-didactische practica *Functies van het getal* (*Wiskunde & Didactiek*, deel 1, hfdst. 2), *Bouwstenen van het getalbegrip* (deel 1, hfdst. 3), *Telproblemen* (deel 1, hfdst. 4), *Nieuw Kavelland* (deel 2, hfdst. 1), *Graankorrels* (deel 2, hfdst. 3), *Kijken, doen, denken en laten zien* (deel 2, hfdst. 4), *Op zoek naar aangrijpingspunten voor hulp* (deel 3, hfdst. 3) en *Op zoek naar een nieuwe methode* (deel 3, hfdst. 4).

Een mathematisch-didactisch practicum

Hieronder kunt u de ontstaansgeschiedenis lezen van een mathematisch-didactisch practicum zoals dat door een collega in elkaar is gezet. Aansluitend op die geschiedenis is het definitieve practicum *Het nieuwe wapen van Nederland* te vinden.

De geschiedenis van een ontwerp

Inleiding

De leidende gedachte is: redeneren als meetkundige activiteit, waarbij blikwisselen en reflectie belangrijke elementen zijn. Vanuit een actuele context wordt een meetkundige situatie gecreëerd die aansluit bij wat de studenten al weten, maar die ook uitdaagt tot het verleggen van grenzen. Het geheel wordt later vervat in een kader van ruimtelijke oriëntatie en redeneren als wiskundige en meetkundige activiteiten.

Aanleiding

In de landelijke bladen werd ter gelegenheid van de fusie tussen ABN en AMRO-bank een puzzel gepubliceerd (zie blz. 39).

De afbeelding geeft de puzzel, zoals deze was bedoeld door de reclamemakers van ABN-AMRO. Deze is echter zo eenvoudig, dat de gemiddelde kleuter hiervoor zijn hand niet omdraait. Door mijn frustratie, een heleboel knipwerk voor niks, bekeek ik de afbeelding nog eens wat beter en meende er een tangram in te herkennen.

Na wat puzzelen blijkt het echter niet met één tangram te klaren te zijn en moeten we er dus een tweede bijhalen. Dat komt extra goed uit omdat het uiteindelijke plaatje in twee kleuren gerealiseerd moet worden. In de afbeelding op blz. 39 zijn

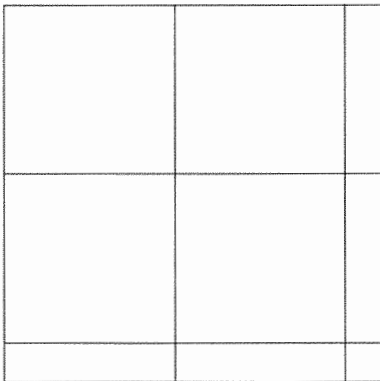
zowel de kleine driehoek als de grote figuur daaromheen met een tangram te realiseren.

Een practicum komt dichterbij

Wat kunnen we er nu mee als practicum voor de studenten?

We kunnen hen laten knippen, puzzelen, samenwerken, overleggen. Maar dan komt er te weinig meetkunde over het voetlicht. En is een tangram misschien te weinig inspirerend. Valt er misschien wat aan te rekenen? Dat gaat verder dan alleen maar een figuur te reproduceren, waarbij ruimtelijke oriëntatie wel belangrijk is, maar het geheel geen nieuwe meetkundige elementen bevat.

Uitgaande van de gedachte van een tangram besluiten we te onderzoeken of met deze twee tangrams een nieuw vierkant gelegd kan worden. Het in het wilde weg proberen lukt niet direct. Het geheel kunnen we volgens de oorspronkelijke bankpuzzel bedekken met tien halve vierkanten. Dat zijn dus vijf hele vierkanten. Daarvan kunnen we geen nieuw vierkant maken zeggen we intuïtief, maar we gaan verder. We herinneren ons nog iets van een tegelzetter:



We nemen als uitgangspunt vier tegels en proberen de vijfde er in delen omheen te leggen. Het gaat nu om de grootte van het vierkantje rechtsonder. Want van de rest weten we de afmetingen. Als we uitgaan van vierkanten met zijden tien – dat rekt makkelijk – dan kunnen we voor het kleine vierkantje proberen of de zijde twee zou kunnen zijn.

$$4 \times 10 \times 2 = 80$$

$$2 \times 2 = \underline{4}$$

$$84$$

Dit is te weinig. Een zijde van drie levert 129 op, dus teveel. Het zit dus tussen de twee en de drie, maar waar precies?

We besluiten tot een beetje rekenen. De oppervlakte van de strook is $x \cdot (40 + x) = 100$. Dit levert een mooie vierkantsvergelijking op

$$x^2 + 40x - 100 = 0 \rightarrow x = -20 \pm 10\sqrt{5} \rightarrow x = 10\sqrt{5} - 20$$

Dat kunnen we niet tekenen, wel met een rekenmachine benaderen, maar dat is niet eens nodig. In de oorspronkelijke figuren komt de waarde $\sqrt{5}$ nergens voor. Er is steeds slechts sprake van hoeken van 45 graden, en die worden stevast geassocieerd met $\sqrt{2}$.

Een andere benadering kan zijn: de oppervlakte van de gehele bankfiguur is $5x$. Als het een vierkant wordt, dan is de oppervlakte ook $5x$. Waarna worteltrekken weer iets met $\sqrt{5}$ oplevert.

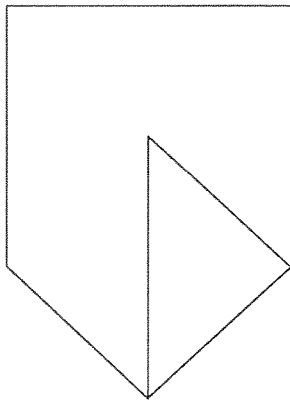
Tijdens het rekenen worden we ons bewust, dat we het meeste nooit zo met studenten zullen bespreken. We beseffen echter ook, dat als er van alles aan te rekenen valt, er voor studenten in ieder geval een opgave in zit waar ze, indien goed gebracht, hun tanden in kunnen zetten en met alle realistische hulpmiddelen die hen al ten dienste staan aan de slag kunnen.

Maar nog even verder. Het kan geen vierkant worden. Hoe zit het dan met een rechthoek? Als we weer uitgaan van $5x$, dan zijn er een heleboel mogelijkheden, waarbij er zelfs enkele zijn waarvoor geldt, dat de lengte van de aparte tangramonderdelen gelijk zijn aan de breedte van een te maken rechthoek. Er zijn meer mogelijkheden. Hele rommelige en hele geordende.

De context voor dit geheel ligt nog dichterbij de studenten dan de krant waarin we de oorspronkelijke puzzel zagen. De Hogeschool-agenda wemelt van dit nieuwe 'Wapen van Nederland'.

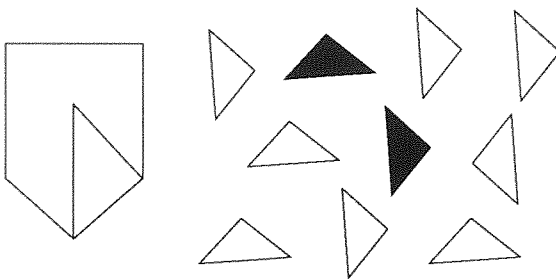
Als vervolgoopdracht kunnen we ook nog kijken naar de vergrotingsfactor van de kleine tangram ten opzichte van de grote of andersom. Ook kunnen we kijken naar wat er met de oppervlakte gebeurt. En dan hebben we het toch weer over 'Hoe groot zie je de dingen om je heen?'

Een practicum: het nieuwe wapen van Nederland



In Nederland vind je op de gekste plaatsen nieuwe symbolen. Zie hierboven en in de Hogeschool-agenda. Dat dit het nieuwe logo van een bank is, doet niet echt veel terzake. Dat men het echter het nieuwe wapen van Nederland noemt is wat vreemder. Met evenveel recht kan ik het het oude wapen van China noemen.

Bij de introductie van het nieuwe logo plaatste de bank onderstaande puzzel in de landelijke ochtendbladen.



- 1 Beredeneer hoe deze puzzel gemaakt moet worden en wat de achterliggende gedachte geweest zal zijn van de puzzelende reclamemaker.
- 2 Doe het beter. Een puzzel moet er leuk uitzien en het moet een zekere voldoening geven als je hem hebt opgelost. Maak een nieuwe invulling voor dit logo. Gebruik alleen vierkanten, parallellogrammen en driehoeken. Gebruik niet teveel stukjes (ongeveer vijftien). Zorg dat de oplossing gevonden kan worden door redeneren en goed kijken, dus niet afhankelijk is van proberen en geluk.

Mogelijk heb je bij de vorige vraag aan een tangram gedacht. Had (heb) je er aan één genoeg?

- 3 Als je niet aan een tangram hebt gedacht, kies dan oefening (a) of (b). Kies anders voor (c) of (d).
 - a Wissel dan jouw puzzel met iemand die wel een tangram als uitgangspunt heeft genomen. Bespreek samen de verschillen in de beide oplossingen.
 - b Als er niemand is om te wisselen, haal dan het werkblad bij de docent. Maak de figuur af en vergelijk de puzzel van jezelf en die van het werkblad. Welke voldoet het meest aan de eisen uit opgave 2? Waarom?
 - c Kun je van de verschillende stukjes ook het symbool van de Rabo-bank maken? Of wat schematisch het symbool van de Postbank?
 - d Bedenk een logo voor de Pabo met de veertien stukjes.

Ga vanaf nu uit van de tangramoplossing.

- 4 Kun je van de stukjes opnieuw een vierkant maken? Beredeneer waarom het wel of niet kan.
- 5 Bedenk meer manieren om er een rechthoek van te maken. Laat met een berekening zien dat er minstens een goede mogelijkheid moet zijn.

Eigenlijk is er in de tangramvariant sprake van twee tangrams. Dat had je ongetwijfeld gezien.

- 6 Wat is de vergrotingsfactor?
- 7 Wat gebeurt er met de oppervlakte? Geldt dat voor alle stukjes?
- 8 Welke meetkundige activiteiten zijn in de voorgaande oefeningen de revue gepasseerd? Geef bij elke meetkundige activiteit die je noemt een voorbeeld.
- 9 Bedenk met de stukjes van de tangram een aantal figuren die je in groep 8 van de basisschool kunt gebruiken als instap voor een meetkundeles. Zorg ervoor, dat in de figuren duidelijk is dat er sprake is van het gebruik van twee tangrams. Geef aan hoe leerlingen vanuit deze figuren en met behulp van verhoudingstabellen iets te weten kunnen komen over vergrotingsfactoren.

Benodigdheden: opgaven werkblad, ruitjespapier, liniaal, potlood, schaar.

Reflectief college

Het reflectief college zal in dit geval meer de kenmerken hebben van een leergesprek c.q. nabespreking. De nadruk ligt op hoe de studenten de problemen hebben aangepakt. De uitkomsten op zich zijn niet het belangrijkste.

Als uitgangspunt nemen we weer het logo. Wat heeft dit eigenlijk met het wapen van China te maken?

Tangram is een oude Chinese puzzel. Veel versies zijn te koop, als spel, als reclamemiddel, als educatief materiaal. In het laatste geval moeten we er een hoger doel mee nastreven. Puzzelen is leuk, maar er moet ook een vormend aspect zijn.

In ieder geval komen aan de orde:

- Welke wiskundige activiteiten heb je zelf uitgevoerd?
- Is dat ook haalbaar op de basisschool?
- Wat hebben deze oefeningen met meetkunde te maken?
- Hoe zag je ineens de oplossingen, of was het proberen, draaien en afzien?
- Verpest het rekenen de pret in het puzzelen?
- Was het alleen puzzelen?
- Op een andere manier naar de stukjes kijken kan je op goede ideeën brengen (blikwisseling).
- Wanneer dacht je op te geven? Hoe ben je over je depressie heen gekomen? (reflectie)
- Deeloplossingen, een vierkant maken of een driehoek, kunnen leiden tot een idee voor de eindoplossing.
- Was de context motiverend? Wat was er goed aan? Wat verkeerd?
- Wat draagt dit soort oefeningen bij aan het inzicht bij kinderen op de basisschool?
 - a oefenen in construeren
 - b oefenen in redeneren
 - c eventueel samenwerken
 - d laten verwoorden / beschrijven van de oplossingsmethode
 - e nieuwe constructies laten bedenken
 - f oefenen in oplossingsstrategieën bedenken.

Noten

- 1 Ons is steeds weer gebleken dat studenten, die vroeger goed waren in rekenen (en wiskunde), bijna geen herinneringen meer hebben aan het rekenonderwijs en nog minder aan het eigen leren. Het waren blijkbaar glad verlopende leerprocessen, zonder enig reliëf. Men heeft wel de leerdoelen voor rekenen gehaald, maar vindt geen aangrijpingspunten meer voor didactische produkties. Hoe zou dat geweest zijn als deze goede rekenaars indertijd eigen produkties hadden mogen maken?
- 2 In *Wiskunde & Didactiek* deel 3 staan er elf genoemd op blz. 38:
 - breekopdracht;
 - kans;
 - verdeelopdracht;
 - vergrotingsfactor;
 - resultaat van breken;
 - meetresultaat;
 - resultaat van verdelen;
 - punt op getallenlijn;
 - verhouding;
 - rekengetal;
 - mengverhouding.
- 3 Reflectief college: bedoeld wordt eigenlijk een korte, reflectieve afsluiting door de docent. Je kunt ook zeggen: een theoretische reflectie op hetgeen zojuist in het practicum gebeurd is en op hetgeen wellicht niet gebeurd is.
- 4 Voor het aanbrengen van een didactisch perspectief zijn diverse varianten te bedenken. Hier volgen er enkele:
 - bewust laten worden (van bijvoorbeeld aspecten van het getalbegrip);
 - laten ervaren (van bijvoorbeeld de fasen in het leerproces meten);
 - zicht geven (op bijvoorbeeld verschillende telaanpakken van leerlingen);
 - leren reageren (op bijvoorbeeld denkfouten van kinderen);
 - onderwijsvaardigheden oefenen (zoals bijvoorbeeld manieren om iets uit te leggen);
 - ideeën laten opdoen (bijvoorbeeld voor het inrichten van een meetkundige leeromgeving);
 - een voorstelling helpen maken (van wat leerlingen bijvoorbeeld kunnen leren als ze een kijkdoos maken);
 - educatief materiaal van de basisschool laten bekijken (bijvoorbeeld teksten uit schoolboekjes);
 - knelpunten ontmoeten (bijvoorbeeld schriftelijk werk van leerlingen analyseren);
 - leergang en leerweg vergelijken (bijvoorbeeld met behulp van de diagnostische gesprekjes met Paul en Neemiye uit het Nieuwe Media Project).
- 5 Om de gedachten te bepalen:
 - verkennen van verdeelsituaties om breuken(taal) te ontwikkelen;
 - betekenis geven aan de breuk in verdeelsituaties;
 - functioneel gebruik van de verhoudingstabel;
 - breuken met inzicht en instrumenteel vergelijken;
 - aftrekken van breuken op basis van vergelijken;
 - verfijnen van de getallenlijnstructuur met breuken;
 - oriënteren op het optellen van breuken;
 - een algemene aanpak van optellen en aftrekken van breuken;
 - oriënteren op het vermenigvuldigen van breuken;
 - produkten van breuken in het rechthoeksmodel. De laatste ontwik-

kelingen op dit terrein geven aanleiding om deze lijst met bouwstenen opnieuw te bekijken. Het nadrukkelijker werken met meetgetallen, een dubbele getallenlijn, ondermaat en bemiddelende grootheden dienen er een plaats in te krijgen.

- 6 Er zijn Pabo-docenten die de fout maken bij reken-wiskunde & didactiek-tentamens moeilijke wiskundeopgaven op te geven. Bijvoorbeeld in het geval van telproblemen lastige combinatorievragen, die enkele studenten op de Havo eerder met formules te lijf gingen. Eigenlijk zouden die studenten dan spontaan reflectieve oplossingen moeten maken en daarin ook de docent terecht wijzen.
- 7 Zie: *Wiskunde & Didactiek* deel 3, blz. 195.

Pabo-student in beeld: Flora

Naast de reguliere opleiding en een aparte Montessori-opleiding kent de Pabo waar ik werkzaam ben, ook een dag-avondvariant en nog allerlei andere cursussen. Zo is er een cursus bestemd voor op de basisschool werkende docenten Beeldende Vorming (BeVo). In twee jaar worden deze mensen opgeleid tot volledig bevoegde basisschoolleerkrachten. Ik vroeg Flora of ze mee wilde werken aan een studentenbeschrijving en gaf haar als leidraad een aantal vragen mee. Vervolgens kreeg ik van haar een openhartig geschreven verhaal dat ik hieronder letterlijk weergeef.

Mijn school- en beroepsloopbaan, van 6 tot 46 jaar

In de eerste klas van de lagere school dacht men met een rekenie te doen te hebben, want ik had binnen de kortste keren alle boekjes uit en kende ook de tafels uit mijn hoofd. Hele bladzijden met rijtjes sommen maakte ik in no time. Besloten is toen om mij halverwege het jaar over te plaatsen naar de tweede klas, waardoor ik voor de rest van mijn lagere-schooltijd een jaar jonger was dan mijn klasgenootjes. Dit was echter niet te wijten aan mijn intelligentie, maar aan het feit dat mijn oudere zuster, bij gebrek aan andere gespreksstof, in bed mij elke avond allerlei rekensommetjes uitlegde en de tafels aanleerde. Na de lagere school was ik, door mijn jonge leeftijd, nog veel te speels en heb ik in plaats van een zevende klas eerst een jaar mulo gedaan. Op de HBS verdween mijn interesse in schoolzaken al vrij snel. Vroeg rijp, ging mijn aandacht vooral uit naar een groep vrienden, die twee klassen hoger zaten dan ik. Ik was lui op school en vooral de exacte vakken interesseerden mij niet en daardoor snapte ik er ook geen bal van. Dat resulteerde in zitten blijven en na de derde klas als enige keus: naar de MMS. Dit heb ik tot en met de vijfde klas gedaan. Het eindexamen haalde ik niet, omdat ik ook er niet mijn best voor deed.

Na school heb ik de richting gekozen die de meeste van mijn vrienden ook namen: de fotografie. Terwijl mijn vaste vriend keurig de fotovakschool doorliep en daarna als zelfstandige werkzaam aan een eigen carrière ging werken, begon ik mijn loopbaan als assistente bij een gevestigd reclamefotograaf. Ik leerde alle kneepjes van het donkere-kamer-werk in de praktijk. Op negentienjarige leeftijd trouwde ik met mijn jeugdvriend en bleef tot de geboorte van mijn tweede kind als volleerd doka-specialiste werken bij de fotograaf. Spoedig na de geboorte van mijn tweede kind

verliet mijn man mij; het leven had hem huise, boompje, beestje. Hij wilde alsnog Ik zat dus met twee kleine kinderen thuis! waarop ik besefte een andere richting in toen van mijn hobby mijn beroep weten handenarbeid. Uiteindelijk heb ik er zev via avondcursussen de diploma's te haler te geven op een lagere school en de spec handwerken, maar ook handenarbeid (mijn dertigste werkte ik als vakleerkrach scholen. Al naar gelang het aantal besch de ene naar de andere school overgeplaa kwam waarop werd meegedeeld, dat de va ngingen totaal uit zouden gaan. Ik zou he ken zonder werk te komen zitten. Toen he bij de Rabo gemeld voor de cursus 'Versn leerkrachten'. En dankzij mijn tweede m cent het huishouden overnam, heb ik h baan buitenshuis en een huishouden en kan een mens alleen niet opbrengen.

Het eerste jaar op de Rabo heeft vo wiskunde & didactiek het zwaar te verd mijn leeftijdgenoten. Wij waren immers problemen op te lossen via regeljes. Wa beginnen over situaties en praatjes er on lijk toch op het kernpunt uit te komen. I woord op de meeste vragen.

Nu, achteraf, moet ik zeggen dat ik het Wat een verademing om te mogen leren re we realistische methoden! Dit werd het methoden die op onze stagschool werden ten zetten. Bij de mechanistische metho ken werd duidelijk hoe het er op de toeging. Wat een armoe! Geef mij maar d met een speelse manier van aanpakken een context geplaatst wordt die kinderen modellen worden aangeboden en diverse zijn en waar inzicht van de leerlingen ge Als ik een eigen klas krijg, zal dit besli ik ga werken. Zeker ook omdat ik nu m deren op een speelse manier te laten lere goede basis voor het rekenonderwijs.

Inleiding en overzicht

In dit hoofdstuk hebben we het over colleges. Colleges *cursief* en colleges met de kleine c. Colleges met een grote C. Wat verstaan we precies onder 'colleges'? Een duur woord voor een lading die hetzelfde is als de 'lessen' van vroeger? Hopelijk wordt het duidelijk hoe we daar over denken.

Een mooi college leidt tot een hoogtepunt, de apotheose van een lange tijd actief luisteren van de kant van de toehoorders. Zo'n hoogtepunt moet ook duidelijk voor de toehoorder voelbaar zijn, de spanning moet stijgen. Als je weet waar je naar toe wilt, ga je werken aan de lijnen die daar naar toe leiden. Deze lijnen moeten tijdens het college duidelijk zichtbaar zijn en ook steeds, via korte samenvattingen, benadrukt worden.

Belangrijk is een goed gekozen start: een opening die vragen oproept en motiveert om er eens goed voor te gaan zitten en met aandacht het vervolg af te wachten. Tijdens de presentatie moet het proces aan de gang gehouden worden, bijvoorbeeld door middel van voorbeelden.

In het begin van dit hoofdstuk spreken enkele collega's uit hoe zij het geven van colleges ervaren en welke tips zij hebben voor

het ontwerpen van een goed college. Vervolgens wordt een effectieve manier besproken hoe colleges 'verwerkt' kunnen worden: 'Use your head'. Hetgeen aan de hand van de oratie van Adri Treffers verduidelijkt wordt. Het hoofdstuk eindigt met twee voorbeeld-colleges: *Realisme in praktijk en theorie* en *Kijk, het kan ook anders*.

Over colleges

Pas op: 'teach as you preach!'

Vroeger gaf je les, aan leerlingen. Nu zeg je: 'Ik moet college geven, de studenten zitten te wachten.' Je zou je kunnen afvragen: zijn de colleges van nu anders dan de lessen van vroeger?

Hier gaan we het hebben over colleges. 'Colleges cursief' dus, als bijzondere momenten voor Pabo-studenten tijdens hun opleiding in het vak rekenen-wiskunde & didactiek. Geen gewone lessen dus, zoals die waarin het werk van de vorige les wordt voortgezet, besproken en geëvalueerd.

Nee, we hebben het over colleges met een fikse informatieve component en een weldoordachte educatieve doelstelling. Colleges ook met recreatieve momenten om te ontspannen, reflectieve momenten die enige inspanning vereisen en colleges waarbij interactie niet bij voorbaat is uitgesloten. Colleges dus waarin wat geleerd kan worden en die het nodig maken achteraf een en ander op een rijtje te zetten om de relevante kennis eigen te maken en andere interessante informatie gemakkelijk bereikbaar te houden.

We denken aan colleges met een sprekende titel, een verrassende opening, een samenvattende en anticiperende afsluiting en met een heldere opbouw. Colleges waarbij de studenten van meet af kunnen weten wat er van hen verlangd wordt, colleges waarbij ze de kans krijgen actief mee te doen, waarbij ze ook inzien wat er na het college nog te doen valt. Nu eens krijgen ze daarbij de steun van een volledig uitgeschreven tekst, dan weer van een zelf bewerkte (interactieve) hand-out, soms van beide, soms van geen van beide.

We zien colleges voor ons die van de docent een grondige voorbereiding vragen en die, later gebundeld, in het beeld van het totale programma rekenen-wiskunde & didactiek als mijlpalen naar voren komen.

Wanneer en waarover?

Het vak rekenen-wiskunde & didactiek staat erom bekend dat er veel 'gedaan' wordt door de studenten. Daarom staan mathematisch-didactische practica hoger genoteerd dan werkcolleges. En werkcolleges weer hoger dan hoorcolleges.

We gaan ervan uit dat ook hoorcolleges als boeiende hoogtepunten van de opleiding kunnen worden ervaren. Welk soort (hoor-, werk-, meewerk- of interactief-) college men kiest, hangt meestal af van persoonlijke voorkeur en situationele factoren.

Geschikte momenten en onderwerpen zijn onder andere:

- a Inleiding op rekenen-wiskunde & didactiek.
- b Introductie van een hoofdstuk (module, thema).
- c Reflectief college ter afsluiting van een practicum.
- d Werkcollege waarin een reken-wiskundemethode grondig wordt onderzocht.
- e College over het omgaan met stage-opdrachten.
- f Meewerkcollege waarin materiaal voor de basisschool ontworpen wordt.
- g College over stage-ervaringen van de docent.
- h College over het maken van een mathematisch-didactisch werkstuk.
- i Werkcollege: (reflectieve) oplossingen van didactische opdrachten.
- j College over de essenties van een zojuist doorgewerkt hoofdstuk.
- k Hoorcollege over een speciaal 'geval' in de basisschool.

Tips van een collega-opleider

De voorbereiding

- Ga na waar en waarom er behoefte is aan een college;
- verzamel actuele literatuur over het onderwerp en zoek bruikbare collegestof;
- vraag zo mogelijk deskundige collega's naar ideeën over het verwerken van de stof in collegevorm;
- probeer het onderwerp in zijn volle omvang te overzien. Zet 'de grote lijnen' op en plaats verrassende voorbeelden;
- maak een heldere structuur: perspectief, denkwijzer of kader bij de start, goede opbouw en korte samenvatting aan het eind;
- beschrijf het onderwerp; spits 'het stuk' toe op de studenten (niveaus, taalgebruik, beginsituatie);

- maak zo mogelijk een hand-out;
- noteer belangrijke punten ten behoeve van de uitvoering.

De uitvoering

- Spreek duidelijk en rustig;
- pas je taalgebruik aan;
- varieer het gebruik van je stem;
- let op adem-, denk- en kijkpauzes;
- maak, waar dat wenselijk is, gebruik van audio-visuele hulpmiddelen;
- probeer goed (oog)contact te houden met je 'publiek';
- breng verrassende voorbeelden met verve. Markeer de hoogtepunten.

Om achteraf te doen en eerder op te anticiperen

- Reflecteer op signalen uit de zaal;
- overweeg aansluitend op het college het instellen van een 'vragenuurtje' of het inrichten van een workshop;
- pas de inhoud en vorm van het college aan op basis van de laatste ervaringen en actuele informatie.

Tenslotte

College geven kun je leren. Hoe? Door gedurende lange tijd alert te zijn op lezingen en colleges van anderen. En door de genoemde aandachtspunten, tips en waarschuwingen te overwegen, ze aanvankelijk als kijkwijzer te benutten en in toenemende mate een aantal ervan in het eigen referentiekader (repertoire) op te nemen.

Nog meer tips van collega's

Voordat je begint:

- zorg eerst dat de grote lijn en samenhang duidelijk is;
- bedenk wat moeilijk is voor studenten. Die punten moeten extra aandacht hebben;
- ga op zoek naar voorbeelden, die het geheel kunnen ondersteunen.

Bij het ontwerpen van een college:

- ontwerp een begin dat de aandacht trekt: bijvoorbeeld een tekening, een foto, een titel op transparant;
- bepaal de logische volgorde van alle onderdelen in je college. Bekijk waar je de voorbeelden die je verzameld hebt bij gebruikt. Schrijf datgene wat je gaat vertellen puntsgewijs of meer uitgebreid op;

- beslis wat je op transparanten gaat zetten. Let daarbij op de lay-out van elke transparant. Ga je tijdens het college nog zaken toevoegen aan het transparant, of zet je er alles van tevoren al op?
- verplaats je in de rol van de studenten: wat doen de studenten tijdens het college? Heb je momenten ingelast, waarin zij zelf even iets moeten uitrekenen (bedenken en dergelijke)?
- vaak is het nodig dat je een steunblad, werkblad of interactieve hand-out maakt voor de studenten. Of kunnen ze zelf op een andere manier het college ordenen en organiseren?
- geef aan het eind van het college een samenvatting. Dat hoeft niet altijd. Het kan ook zijn dat je een aanzet geeft voor opdrachten. Als er een vervolg komt, bijvoorbeeld een werkcollege, is een samenvatting geen noodzaak.

Bouwstenen

- Baken het onderwerp af;
- verschiet niet al je kruit (of: beheers je!);
- zoek een geschikte invalshoek. Laat je inspireren door een goed artikel;
- bekijk basisschoolmethoden met betrekking tot het gekozen onderwerp;
- start met een pakkend probleem;
- nodig de studenten uit ook tussendoor problemen op te lossen;
- realiseer je dat vijftien minuten intensief luisteren een hele opgave is;
- geef aan het eind een samenvatting, waarin de 'rode draad' zichtbaar wordt;
- lardeer je verhaal met voorbeelden, 't liefst uit de eigen praktijk;
- gebruik video, sheets en dergelijke;
- formuleer wat de studenten er in de stage mee kunnen;
- probeer in de uitvoering niet monotoon over te komen. Als jij geen enthousiasme kunt opbrengen, kun je dat zeker niet overbrengen, in positieve zin, op de studenten;
- let op het effect van wat je zegt. Speel op je publiek in!
- ga kort op vragen in. Studenten kunnen je enorm ver van het onderwerp afvoeren;
- draai niet om de vraag heen. Durf ook zaken in het midden te laten;
- maak notities voor de volgende groep, c.q. volgende jaren, zodat je dan de inhoud en presentatie bij kunt stellen.

Een oratie als voorbeeld

Je kunt natuurlijk veel leren van collega's. In het bijzonder als die collega's er veel werk van hebben gemaakt om een mooi, indrukwekkend college te geven. Op 6 februari 1990 bracht Adri Treffers een dergelijk voornemen tot uitvoering: hij sprak zijn inaugurele rede uit als pas benoemd bijzonder hoogleraar.

Zijn oratie, op te vatten als een openbaar college aan een breed publiek van belangstellenden (collega's, studenten, beoefenaars van de wetenschap, gebruikers van de wetenschap) kan ons tot voorbeeld strekken. Natuurlijk dient men de strekking van een oratie daarbij in ogenschouw te nemen. De beginnende hoogleraar wil onder andere een schets geven van zijn werkterrein, dit ook afbakenen, hij wil zijn eigen kijk op dit gebied prijsgeven, de laatste ontwikkelingen noemen, zo mogelijk daarbij inspelen op de actualiteit, relevante onderzoeksgegevens in het geding brengen en zicht geven op de voorgenomen activiteiten.

Wij zijn natuurlijk geïnteresseerd in de openingszet, de opbouw van het betoog, de gekozen voorbeelden, hoe het gehoor wordt geactiveerd, hoe de praktijk zichtbaar wordt, het theoretisch gehalte, het begeleidend materiaal, de afsluiting. Welnu, op de volgende pagina's vindt u de aantekeningen die het college van Treffers in kaart brengen.

Fred Goffree maakte aantekeningen van deze oratie alsof het een college betrof. Het zijn niet zomaar aantekeningen, maar aantekeningen die behalve sleutelbegrippen en interessante informatie ook de structuur van het verhaal vastlegden. Hij maakte zodoende gebruik van een methode die eerder door Tony Buzan in een cursus voor de BBC (1974) naar voren werd gebracht: de organische methode. Een methode die ook aanwijzingen bevat voor degenen die een college ontwerpt. Er wordt nadrukkelijk gelet op grote lijnen, samenhang en structuur.

Om de aantekeningen later efficiënt te laten doornemen, om beter te kunnen onthouden en zodoende meer van de lezingen te leren, om de toegemeten geringe studietijd goed te besteden en vooral ook in de hoop om het probleem van een 'college over colleges' te kunnen oplossen, noteerde hij de sleutelwoorden en begrippen op centrale posities. Daar omheen kwamen de voorbeelden en de kanttekeningen van de spreker. Zo ontstond al luisterend en interpreterend ook de structuur van de gegeven informatie op papier. Er was wat creatief denken voor nodig, zo bleek tijdens de rit. Maar het resultaat mocht er zijn: geen aan-

tekenblaadje met losse citaten uit het college, maar een overzicht van het geheel en zicht op ankerpunten van een betoog in onderlinge samenhang.

Het aantekenblad dat hierbij gevoegd is (zie blz. 54), is in tweede instantie tot stand gekomen, toen de behoefte ontstond om de gemaakte aantekeningen voor anderen toegankelijk te maken. Die activiteit maakte een nieuwe doordening van hetgeen geboden was noodzakelijk. Maar ook werd de gelegenheid geschapen om de gemaakte schets met functionele beelden overzichtelijk te maken.

Voor degene die een college gaat voorbereiden kan het (vooraf) maken van een dergelijke structuurschets een hulpmiddel zijn om de kern van het betoog een centrale positie te geven, de opbouw niet uit het oog te verliezen en de plaats van voorbeelden en kanttekeningen goed te overwegen.

Twee colleges

Het hoofdstuk eindigt met twee uitgeschreven Colleges van collega's. Het eerste College *Realisme in praktijk en theorie* sluit qua onderwerp en inhoud aan bij hoofdstuk 6 van dit handboek. Het tweede College *Kijk, het kan ook anders* is een college voor derdejaarsstudenten. Wat bij beide colleges ontbreekt is een collegiale advisering, een brief van een collega die het college op papier gelezen heeft, of het college heeft bijgewoond en daarop reageert. De collegiale advisering kan weleens een uitstekende manier zijn om elkaar te stimuleren in het geven van colleges. Het biedt ons de gelegenheid op zo'n manier bij elkaar in de keuken te kijken dat beiden er baat bij hebben.

195
atie

Het voorkomen van ongecijferdheid op de basisstelling.

6-2-90

arming-up probleem

In de knant: 1 op de 25 Nederlanders... dat is 2 dat is... ruim 3 miljoen Ned.... wie tel je maar hoe tel je? ...

aktijle verkenning

Die vragenij
ongecijferdheid

voor komen in welke mate op b.s. voor

131j - tablos (kantscheuring, gaat te ver)

onvermogen om op passende wijze met getallen en getalsmatige gegevens om te gaan.

eld

akte Ned. en V.S.
m² en 33.000 km²

5% ziet rekenen in de context.

De rest ziet niets

drekenen:

A in de V.S. — 40% — B in Ned. — 70% tot 90%
45% (ook hantcijferen)
30% (ook hantcijferen)
40% (via nullen)

Let op: 'passend' is ook op het goede moment de zinnigsten.

rekenen:

8 = 200 x 900; 200 x 1000; 300 x 900; 300 x 1000. (80%)
2.5 267 + 5.000 + 4.553 - 1300

Oei! Het waren Taboo-studenten!

Het onderwys brengt getallen v tot leden
Een dwangmatige gericht h op getalsmatige precisie
Het schat kencl helpen blijft

Watkenen des.

Vijlge in gebied Opt/Aft. tot 100

Hans: tocht van 75 km
Na 48 km stops.
1. Houtse weg
2. Auto, fiets of lopen
3. Houtse weg
Structuralis
aanpak (Re
• alleen maar!
• afbreking her
• schema gebou
• Bruner, Gapper
cijferend!

Rechtstreekse aanpak (toepassingen)
rekenen-ops-ty (+ schets)
rekenen-ops-ty (+ schets)

Uitkomst! (50%)

Schat hoogte van gebouw met 4 verdiepingen (50%)

→ Schattingen refereren een vergeten gebied!

Theoretische Reflectie

Cognitieve psychologie 1980 (Resnick e.a.)

- natuurlijke aanpak van kinderen
- kennisstructuur i.v.m. context (opgaven)
- verbinden tellen met kwadraten
- reflectie deenschattey (controle!)
- sociaal: interactie tgv varianten van oplossingsaanpakken
- niveaus: langere termen, wiskunde, schematiseren, verwoorden

logisch was geweest de teatistische uitw

Waar zit in het vte
zeelijke vandeit

Wiskunde als
menseke
actvte

mathematiseren

Uitsmijter

Hoewel toetsen zitten er op een piano...

schatten...

• natuurlijke aanpak
• creëert
• uitgangspunt

- constructie principe
- nijk gestructureerd kennis
- reflectieve attitude
- sociaal aspect
- niveaucharacter

5 leerprijncipes

Resnicka.
Structuraal
uitwerking
Valstuur als
uitgangspunt

	HOR.	VERT.
mech	—	—
struct	—	+
emp	+	—
real	+	+

Sanger, Whitney,
Freudenthal, Thom,
Thiton (wiskunde)

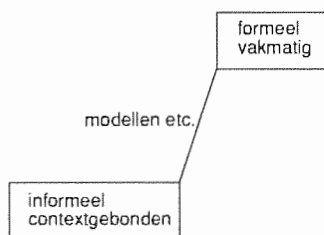
Realiteit
Bron, model
en bepaling
gebied van het
leven refereren

College over college

Realisme in praktijk en theorie

Inleiding

Realisme is een specifieke onderwijstheorie over de inrichting van de onderwijspraktijk van rekenen en wiskunde. Globaal gesteld zijn realisten constructivisten te noemen. Dat wil zeggen dat ze van mening zijn dat leren niet door overdracht van denkbeelden plaatsvindt, maar dat leren door de constructieve activiteiten van de lerende zelf gebeurt. Dus dat het leren niet van buitenaf, maar van binnenuit geschiedt. De realisten zijn dan ook van mening dat bij het leren van formele, vakmatige kennis en vaardigheden gestart dient te worden bij de informele contextgebonden kennis en vaardigheden van de lerenden. En ook vele structuralisten zien zich als constructivisten. Dus stelt zich de vraag: 'Wat is nu het specifieke van de realisten?' Om dit duidelijk te maken benutten we het volgende schema:



De empiristen starten, zoals gezegd, weliswaar op het vlak van het informele, contextgebonden denken en rekenen van de lerenden (de kinderen) maar zijn in hun onderwijsaanpak niet sterk gericht op het aanbieden van modellen, modelsituaties, schema's en symbolen. De realisten zijn dat nu juist wel. Zij vinden dat vooral door middel van die hulpmiddelen de kloof tussen het informele, contextgebonden opereren en de formele, vakmatige wijze van werken kan worden overbrugd; vooral door de constructieve inbreng van de leerlingen zelf. Kortom, zij huldigen de opvatting dat:

- er werkelijk hulp kan worden geboden door het aanreiken van passende modellen, enzovoort;
- aan het leren richting kan worden gegeven;
- er 'van buitenaf' iets wezenlijks kan worden aangereikt en toegevoegd;
- het de moeite loont om concrete leerdoelen gericht na te streven;

- er lijn in het onderwijs kan (moet) worden aangebracht lopende vanaf het genoemde concrete informele vertrekpunt;
- er niveaus in het onderwijsleerproces zitten;
- ...

Allemaal opvattingen die de empiristen niet in deze strikte vorm zullen onderschrijven.

Nu nog enkele opmerkingen over de mechanisten en de structuralisten aan de hand van het schema. Bij beide stromingen ligt het startniveau bij het formele vakmatige rekenen (we beperken ons in het vervolg maar tot het rekenen). Alleen concretiseren de structuralisten de operaties, structuren en dergelijke met structuurmateriaal teneinde het formele niet formalistisch te laten zijn. Een gevaar dat bij de start op zo'n hoog niveau niet denkbeeldig is! Anders gezegd: de structuralisten doen er vanuit hun conceptie van alles aan om het vaksysteem inzichtelijk en constructief te benaderen. Dat kan van de mechanisten meestal niet gezegd worden. Zij zitten van meet af aan in het formele keurslijf. Inzicht op dat startniveau is voor de meeste kinderen niet haalbaar. Vandaar dat er in die richting niet veel anders opzit dan oefenen en nog eens oefenen binnen het onderwijs dat gericht is op regeltjes. In het volgende zal de aandacht vooral op de realistische aanpak komen te liggen. We zullen ons daarbij in het voorbeeld beperken tot de onderbouw van de basisschool. Wij stellen ons daarbij de vraag of de realisten hun onderwijsclaim in de onderbouw kunnen waarmaken. Namelijk dat men startend vanuit het informele, contextgebonden niveau de kinderen met behulp van passende modellen, modelsituaties, schema's en symbolen op constructieve wijze naar het formele, vakmatige niveau kan brengen. Sterker nog: dat deze aanpak waardevol en effectief is en onderwijs theoretisch ook goed te funderen is.

Optellen en aftrekken tot honderd

Een voorbeeld op Pabo-docent niveau

Een boek heeft 64 bladzijden.

Ik heb 37 bladzijden gelezen.

Hoeveel bladzijden moet ik nog lezen?

Kinderen lossen zo'n probleem aan het eind van groep 4 op vele manieren op. En hetzelfde geldt voor de kale som:

$$87 - 39 =$$

Twee oplossingen zijn sowieso te verwachten, namelijk de cijfer-

aanpak (zo ze die al geleerd hebben) en de hoofdrekenmanier die in die klas en via die bepaalde methode is aangeleerd. (En dat zijn twee of drie verschillende manieren in de meest gangbare methoden.)

Maar dat het meer dan 25 verschillende oplossingen zijn bij de boekensom en meer dan tien bij de kale rekenopgave, dat is opmerkelijk te noemen. In ieder geval zegt het iets over de constructieve inbreng van de kinderen zelf: velen houden zich niet aan de 'schoolse' voorschriften om aftrekopgaven 'zus of zo' op te lossen, maar ze volgen hun eigen bedenksels.

Mechanisten

De mechanisten werken met voorgeschreven procedures: één hoofdrekenaanpak en één cijfermethode. Men kiest bij de hoofdrekenaanpak voor één standaardmethode.

Bijvoorbeeld:

$$87 - 39 = \text{via}$$

$$87 \xrightarrow{-30} 57 \xrightarrow{-9} 48$$

of

$$80 \xrightarrow{-30} 50; 57 \xrightarrow{-9} 48$$

of cijferend

$$\begin{array}{r} 7 \ 1 \\ 87 \\ - 39 \\ \hline 48 \end{array}$$

of een enkele keer een variant

$$\begin{array}{r} 87 - 39 \rightarrow 70 + 17 \\ \quad \quad \quad \underline{30} \pm \underline{9} \\ \quad \quad \quad 40 + 8 \end{array}$$

maar de volgende oplossing, die herhaaldelijk gesignaleerd wordt als een uitvinding van de kinderen zelf, zal men nooit in de leerboeken aantreffen:

$$87 - 39 \rightarrow 80 \xrightarrow{-30} 50$$

$7 - 9 \rightarrow 2$ te weinig, dus worden die van de 50 afgehaald,
antwoord: $50 - 2 = 48$

of zo genoteerd:

87

39 -

50 - 2 = 48

Maar er zijn, zoals gezegd, vele andere informele methoden, waarop de genoemde opgaven worden opgelost, waaronder ook heel wat foutieve. Hieronder volgen enkele protocolfragmenten waaruit blijkt dat het gevaar van de mechanistische aanpak vooral schuilt in het gedachteloos en onbegrepen manipuleren met cijfers. (In plaats van begrijpend werken met getallen.)

87 - 39 = (16) 80 - 3 is 77; 70 - 9 is 61; 7 min 6 is 1;

7 min 1 is 6; dus 16;

87 - 39 = (58) 8 - 3 is 5; 7 - 9 kan niet; 17 - 9 is 8;

87 - 39 is 58;

87 - 39 = (52) 87 - 10 is 77; 77 - 29 is 52, want 7 - 2 is 5 en

9 - 7 is 2.

Bij de boekenopgaven zijn er meer oplossingen en is ook de verscheidenheid aan fouten groter. Er worden drie strategieën gevolgd:

- terugrekenen van 64 naar 37 ($64 - . = 37$);
- vooruitrekenen van 37 naar 64 ($37 + . = 64$);
- en gewoon cijferen ($64 - 37 = .$).

En bij al die strategieën worden weer allerlei fouten gemaakt. Vooral fouten die te maken hebben met:

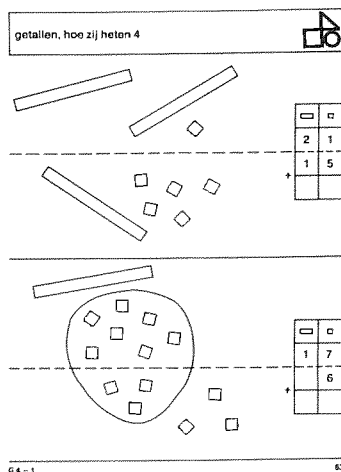
- rekenen met cijfers;
- rekenfouten met betrekking tot de basisvaardigheden;
- telfouten (startfout, steeds één ernaast).

De variëteit bij de boekensom is zo groot omdat kinderen hier informele contextgebonden oplossingen zoeken. Werkwijzen die in de mechanistische benadering niet gesignaleerd of in ieder geval niet gehonoreerd worden en zeker niet getolereerd, laat staan gebruikt. Maar intussen blijven kinderen ze wel toepassen ... ondanks de onderwijsvoorschriften.

Structuralisten

Zij benadrukken de decimale structuur van de getallen, gebruiken positiemateriaal (MAB, Unifix, ...) om getallen te concretiseren, in casu uit te leggen in tientallen en eenheden. En zij gebruiken die splitsingen zowel bij hoofdrekenen maar vooral ook bij het cijferen, waar ook vaak direct op wordt aangestuurd. Ook hier is het onderwijs sterk voorschrijvend met een kleine constructieruimte voor het doen van ontdekkingen bij het inwisselen van tientallen en eenheden. Een sterke nadruk ligt op het posi-

tiesysteem, op het kardinale aspect, op voorschriften om één standaardmethode te volgen, in casu de cijferaanpak.



Na voldoende voorbereiding kunnen sommige kinderen de opdracht maken zonder daar blokken bij te pakken; zij hebben aan het plaatje voldoende steun. Houd materiaal beschikbaar voor ieder die dat wil gebruiken. Kinderen die aarzelen of fouten maken, moeten blokken pakken die in overeenstemming met de tekeningen en controleren of de juiste getallen in de tabel staan.

Controleer de antwoorden terwijl de kinderen bezig zijn.

Empiristen

De empiristen laten duizend bloemen bloeien, er is veel ruimte voor informele, gevarieerde oplossingen. Maar de gelijkwaardigheid van die oplossingen wordt niet tot object van groepsonderzoek gemaakt, de handigheid van werkwijzen wordt niet kritisch beschouwd en er worden geen gerichte modellen aangereikt om een niveauverhoging van het rekenen te bevorderen.

Realisten

De realisten verzorgen eerst het ordinale aspect van de getallen, als natuurlijk vervolg op het tellend rekenen. Zij leggen veel nadruk op een goede structurering van de telrij zonder overigens daarbij het tellen te benadrukken, integendeel juist.

En pas daarna komt de kardinale methode van het splitsen (ondersteund met het daartoe geëigende positiemateriaal) aan bod. De cijfermethode wordt nu nog nadrukkelijk geweerd.

Nu iets meer over de ordinale aanpak van de getallenrij. Zoals gezegd wordt eerst de telrij geëxploreerd en gestructureerd. Dat gebeurt vooral met de volgende sprongopdrachten:

- Spring eens met zo weinig mogelijk sprongen van 10 en 1 naar 37.
- Doe hetzelfde, maar nu met sprongen van 100, 10 en 1.
- Spring eens met zo weinig mogelijk sprongen van 10 en 1 van 37 naar 64. (Let wel: je mag zowel vooruit als achteruit springen.)

Als grondslag voor die sprongen dient de lege getallenlijn. Op die getallenlijn kan dan vervolgens worden geopereerd bij een opgave

als $87 - 39 =$ en bij de bladzijdenopgave $64 - 37 =$ (of anders genoteerd). De gevarieerde werkwijzen komen daarin tot uitdrukking. Deze lege getallenlijn is zowel een denk- als rekenmodel. Dat wil zeggen, ze biedt hulp bij het realiseren van wat de operatie betekent, maar ook bij het uitvoeren van de bewerking. Ook kan daarop de gelijkwaardigheid van de drie vaak voorkomende oplossingsmethoden bij $64 - 37$ worden uitgebeeld. Het afhalen van de bovenkant leidt tot $64 - 37$, de contextgebonden oplossing van het overbruggen van de kloof tussen 37 en 64 (op twee manieren van onderen naar boven en omgekeerd) kan gerealiseerd worden door 37 van de onderkant van de 64-ketting af te halen. Beide voeren tot $64 - 37$, hoe dan ook berekend. En dat opent nieuwe perspectieven voor het berekenen van aftrekkingen. Zo kan $87 - 39$ dus berekend worden via bijtellen van 1 plus 39, oftewel 40, en dan nog 47 verder springen, dus totaal 48 vooruit. En die methode komt nog van pas bij $115 - 98$ en zo meer.

Kortom, de ordinale manier van rekenen-op-rij is van belang voor het gevarieerd rekenen, voor het kunnen maken van toepassingen, voor het begrip van de operaties, om de gelijkwaardigheid van de oplossingen te laten zien, om informele werkwijzen te honoreren en (zo nodig) te laten verkorten tot handige rekenmanieren.

Is dit alles voldoende verzorgd, dan ligt de weg naar de kardinale aanpak open. Dat 87 is 'acht tien en zeven eenheden' is bekend en kan nu nog eens gematerialiseerd worden met acht staven en zeven eenheden. En dat er vervolgens bij een opgave als $87 - 39$ gerekend wordt via bijvoorbeeld $57 - 9$ is ook niet mogelijk en gelijkwaardig met een bepaalde reken-op-rij-methode. Idem voor $87 - 39$ via $87 - 40 \rightarrow 47 \rightarrow 47 + 1 = 48$, ook dit kan ordinaal en kardinaal gedacht worden.

Het vervroegd rekenen met cijfers wordt zo bezworen (dit ten aanzien van de mechanisten en structuralisten) en het langdurig gebruik van ineffectieve (tel)methoden wordt zo tegengegaan (dat gericht tegen de empiristen).

Ook nu zien we weer de bekende aanpak van de vier stromingen in concrete gedaante. De realisten maken hun 'claim' waar. De overgang van niveau 1 naar niveau 3 via het tussenniveau waar modellen functioneren (in casu de lege getallenlijn en positiemodellen) kan op de aangegeven manier gerealiseerd worden met alle voordelen vandien voor het begrip van de operaties, voor vaardig leren (hoofd)rekenen en voor het kunnen maken van toepassingen.

Uitbreiding theoretisch kader'

In het voorafgaande zijn bepaalde elementen nog wat te zeer op de achtergrond gebleven. Het belangrijkste punt dat nog enigszins verborgen bleef, is het belang van het sociale element, de klas-cultuur, het onderwijsklimaat in de groep, mede in verband met de modelvorming en de niveauverhoging.

Neem het bladzijdenprobleem 64 – 37. Uit de nabespreking komen verschillende oplossingsmanieren naar voren. De gelijkwaardigheid van enkele daarvan brengt ons op het tweezijdig af-trekken. Op deze wijze wordt de diversiteit benut voor het leren van de hele groep. Algemeen kan zelfs worden gesteld dat de oplossingen van sommige leerlingen heel goed gebruikt kunnen worden om het leerproces te modelleren, omdat ze soms al anticiperen op wat verder in het leerproces wordt nagestreefd. Natuurlijke modellen en modelsituaties worden op die manier door de realisten opgespoord. Maar er is nog een andere methode, die als bron voor onderwijsontwikkeling dient en dat zijn de herinneringen van volwassenen aan hoe zij als kinderen informele oplossingen vonden en strategieën ontwikkelden, zin aan symbolen gaven en zo meer (daarover later meer bij breuken en verhoudingen).

Ook willen we hier nog eens de aandacht vestigen op het belang van de eigen produkties van de kinderen op specifieke plaatsen in het leerproces. Ze kunnen zich door middel daarvan bezinnen op wat ze al wel kunnen en wat ze nu nog moeilijk vinden of niet begrijpen (reflectie).

En zo hebben we al met al de vijf basiselementen van de onderwijsleerstructuur te pakken zoals ze in de *Proeve* (hfdst 1, blz. 20) worden geschetst. We noemen ze hier nog maar eens:

- L1 De opvatting van leren als construeren
- L2 Het niveauelement van het leren op lange termijn
- L3 Het reflectieve moment van het leren
- L4 Het leren als sociale activiteit
- L5 Het structuurkarakter van het leren.

Verdere uitbouw

In de middenbouw zijn inhoud en verhouding tussen hoofdrekken en cijferen belangwekkend voor verdere onderwijs-theoretische analyses. Vanuit het realisme bezien lijken de standpunten thans globaal als volgt te liggen:

- langdurige aandacht voor het hoofdrekken in groep 5 en groep 6, waar het vroeger wat stil viel vanwege de sterke nadruk op het cijferprogramma;

- terugdringen (in de tijd) van het cijferen naar het begin van groep 6 (optellen en aftrekken);
- verbinding leggen tussen hoofdrekenen en cijferen en daarmee tussen het informele en het formele rekenen.

Hoe het nu in de bovenbouw met verhoudingen en breuken gaat, vermelden we hier nog even niet. Maar in de allernieuwste aanpak van breuken is de eerder geschetste onderwijslijn ook heel goed te zien, lopend van het informele contextgebonden niveau naar het formele vakmatige niveau.

Kortom, realistische leergangen lopen, op lange termijn bezien, volgens hetzelfde stramien. Dit stramien is vanaf het aanvangsonderwijs zichtbaar, zelfs al in groep 1 en 2 bij het tellen (zie de *Proeve II* en *Telactiviteiten*) en wordt duidelijk herkenbaar indien we de structuur van deze realistische leergangen tegen de achtergrond van de andere stromingen, in casu het mechanisme, het structuralisme en het empirisme beschouwen. We lieten het in het voorafgaande zien met betrekking tot het optellen en aftrekken tot honderd.

Kijk, het kan ook anders

Een college om ná te doen. Hier volgt het ontwerp voor een (kort) college aan derdejaars Pabo-studenten. De bedoeling is de studenten op te wekken méér in de praktijk van het onderwijs te zien.

Instap

sheet 1 'Hoeken of kanten?'

Aan de ontbijttafel snijdt mijn dochter Jorinde (5;8) een hoekje van haar bruine boterham af. 'Kijk, papa een vierkantje.' Hierop reageer ik: 'Nee, kijk eens goed!' Waarop mijn dochter zegt: 'Het is een drieKANTje, kijk maar!' en ze telt netjes de HOEKEN van het stukje brood. Ik vraag haar wat ze nu heeft aangewezen: 'De hoeken', zegt ze. 'Dus, dit noemen we een driehoek', zeg ik haar. Dat 'begrijpt' ze, want ze zegt: 'Ja natuurlijk, want hij komt uit een hoekje' (van haar bruine boterham). 'Soms noemen JULLIE het een drieHOEK en soms een vierKANT, maar je kan het toch allebei zeggen?: drieKANT en vierHOEK!'

Driehoek en vierkant; driekant en vierhoek. Ja, het had ook anders gekund. Voor kinderen is de wereld veel minder vanzelfsprekend dan voor volwassenen. Als je daar oog voor hebt, valt er veel te genieten. Dit is straks de basis van plezier in je vak als onder-

wijsgevende en ook de basis van goed onderwijs. *Kijk, het kan ook anders* wil ik dit college noemen. En ik wil jullie laten zien hoe belangrijk het is om goed te kijken in het onderwijs.

Advance organizer

Kijk, het kan ook anders: kinderen leren op school een heleboel dingen die best anders hadden gekund. Als ik het verhaal nu toch maar inperk tot het vak rekenen-wiskunde & didactiek, dan denk ik bijvoorbeeld aan echte algebra op de basisschool, wat op een experimenteerschool in Moskou al vanaf groep 3 wordt gedaan, aan veel meer meetkunde, in de zin waarin we dat aan het eind van Pabo-2 gezien hebben. Andere leerstof, maar daar wil ik in dit college niet verder op ingaan.

Een andere didactische aanpak, zoals de didactiek van de progressieve schematisering bij het staartdelen, ook bekend uit Pabo-2. Ander materiaal, zoals het rekenrek. Kinderen toestaan om op hun vingers te rekenen en dat in groep 3 zelfs aanmoedigen ... Andere oplossingsprocedures van kinderen dan in de handleiding van de reken-wiskundemethode genoemd worden.

Ja, er kan veel anders. Maar kan het ook echt anders? Is het dan net zo goed, of beter? Kijken helpt je om een antwoord te vinden in alle situaties waarin je je zou moeten afvragen of het ook anders kan.

Kijk, het kan ook anders, daar gaat het dus om in dit college. Eerst de andere oplossingsprocedures van kinderen, daarna andere didactische aanpakken.

Andere oplossingsprocedures

sheet 2 'Marleen'

Op het bord staat een achttal appels getekend. Na enkele inleidende vragen draait de leerkracht het bord om en stelt de vraag: Ik eet vijf appels op, ... hoeveel zijn er nog over? Na enige tijd laat de leerkracht de kinderen hun antwoorden naar voren brengen. Deze variëren van één, drie, zes tot 'ik weet het niet'. Het lijkt er op dat de meeste kinderen al schattend te werk zijn gegaan. En dan is er nog een kind dat het op een andere manier heeft geprobeerd, namelijk met de vingers. Dat is Marleen. Ze mag nu demonstreren hoe ze te werk is gegaan. Aanvankelijk lukt dit haar echter niet zo: ze steekt van beide handen drie vingers op en probeert er dan vier van te maken door beide ringvingers ook op te steken. Vervolgens probeert ze één voor één vijf vingers weg te halen.

Dan ineens lijkt Marleen een licht op te gaan. Ze verandert het beeld van de opgestoken vingers en steekt van de ene hand alle

vingers op en van de andere nog drie. In één beweging haalt ze de volle hand nu weg en constateert triomfantelijk: drie over!

Twee momenten van: kijk, het kan ook anders. In de eerste plaats de verschillende oplossingsmanieren van kinderen. Er zijn vaak veel meer manieren dan je gedacht had. Ze komen hier naar boven omdat de leerkracht ernaar vraagt. 'Wie heeft het (nog) anders gedaan?', moet jullie voorkomen als een essentiële vraag in modern reken-wiskundeonderwijs. Essentieel ... waarom?

Mogelijke reacties van studenten

- Controleren of kinderen het begrepen hebben;
- verwoorden is bewust worden, dat is belangrijk;
- signaleren of er kinderen zijn die verkeerde oplossingsmethoden hanteren;
- aandacht voor verschillende goede oplossingsmethoden;
- misschien komt er een leerling met een hele handige oplossing;
- kinderen kunnen veel leren van elkaar.

Goed kijken, doorvragen naar verschillende oplossingen is dus heel belangrijk.

Bij Marleen zie je het tweede moment van: kijk, het kan ook anders. Zij doet het anders dan haar klasgenootjes: ze doet het op haar vingers. Maar in haar oplossingsproces zit ook echt zo'n moment van 'hé, het kan ook anders' (eventueel studenten laten reageren).

Marleen wilde eigenlijk eerst vier en vier vingers opzetten, maar krijgt ineens de ingeving om acht vingers op te zetten als een volle hand en nog drie. En dat is hier heel handig!

Als je daar nu naar kijkt, stellen we de vraag: Mag dat, rekenen op je vingers?

Nog een voorbeeld van andere oplossingsprocedures sheet 3 'Stijn'

Nadat Stijn enkele opgaven gemaakt had, hebben we ze samen doorgenomen. Bij enkele opdrachten heb ik geprobeerd te achterhalen hoe Stijn gedacht heeft. Het was voor mij verbazingwekkend hoe moeilijk het is om daar enig inzicht in te krijgen.

In het begin gaf Stijn alleen maar antwoorden als: 'Is 'ie dan fout?' 'Moet het dertien zijn ... twaalf ... veertien?'

Ik verzocht Stijn de nieuwe sommen hardop denkend op te lossen. Dat hardop denken ging niet, maar Stijn kon achteraf wel enigszins verklaren hoe hij aan de uitkomst gekomen was.

$6 + 8 = 14$	te veel, iets eraf, $6 + 10 = 16$, 2 eraf
$8 + 9 = 17$	eerst $10 + 9 = 19$, dan 2 eraf
$7 + 7 = 14$	eerst $6 + 6 = 12$, dan 2 erbij
$9 + 6 = 15$	eerst $9 + 10 = 19$, dan 4 eraf

Opvallend was dat hij wel aanvult tot tien, maar nog niet de meest handige methode kiest. Verrassend was ook de wijze waarop hij $7 + 7$ uitrekende.

Naar Zelfstandig Rekenen leert kinderen sommen als $8 + 6$ door 'eerst de tien volmaken', dus: $8 + 2 = 10$, en dan $+ 4 = 14$. Je zou als leerkracht verwachten, dat je leerlingen het dan ook zo doen. Maar kijk eens goed. Je ziet dat sommige kinderen het anders doen. Zoals Stijn dat hier doet, kan dat, is dat goed (eventueel studenten laten reageren)?

Zijn juf zegt dat hij deze sommen 'nog niet uit het hoofd' kan, en 'weinig inzicht' heeft. Maar als je goed kijkt ...

Mogelijke reacties van studenten

- correcte oplossingsprocedures;
- afsplitsen van $10 + . = .$, en van verdubbelingen;
- verschillende correcte oplossingsprocedures hanteren, wijst veeleer naar inzicht;
- lijkt de splitsingen van tien te kennen;
- kent nog niet alle 'dubbelsommen'.

Ja, en dan: wat heb je eraan om goed te kijken (eventueel studenten laten reageren)? Wel, het vormt de basis voor hulp en remediëring!

Als je goed kijkt, zie je andere oplossingsprocedures dan je gedacht had. Soms zulke mooie, zoals bij Marleen met haar vingers, dat je hoopt dat de andere kinderen er iets van oppikken. Soms onhandige, of onjuiste oplossingen die niet voor alle sommen (straks) gebruikt kunnen worden; in alle gevallen informatie waar een goede leerkracht iets mee doet.

Andere didactische aanpakken

Bijvoorbeeld andere rekenleermiddelen. Nieuw is momenteel het rekenrek (rekenrek laten zien).

Ja, wat moet je daar nou mee? Is het goed? Beter dan MAB-blokjes? Degene die het nieuwe materiaal aan je laat zien, vindt natuurlijk van wel. Ik zou zeggen: kijk vooral zelf ook (kritisch) of het op deze andere manier ook kan.

sheet 4 'Rik leert het rekenrek kennen'

Bij de eerste som die Rik niet zo goed weet, $6 + 6$, zet hij zes kralen op de bovenste rij en zes op de onderste rij. Omdat hij nog niet gewend is om met dit rekenrek te rekenen, gaat hij vervolgens het antwoord op zijn vingers uitrekenen en zegt dan: twaalf. Ik vraag hem of hij het ook zonder zijn vingers kan en wijs nog eens nadrukkelijk op het rekenrek. Rik ziet nu ook zelf dat hij het zo ook had kunnen zien. Het eerste rijtje sommen zet hij dan steeds op dezelfde manier op het rekenrek neer: het eerste getal boven en het tweede onder. De antwoorden komen nu vrij snel. Bij $9 + 9$ zie ik hem helemaal niet tellen. Hij zegt direct: achttien. Als ik verbaasd vraag hoe hij dat zo snel weet, zegt hij: Ik kijk naar die twee, dus achttien! Bij $9 + 8$ en $9 + 10$ gebeurt dit weer.

Bij alle andere opgaven volgt Rik het vaste patroon: eerst boven dan onder opzetten. Hoewel ik hem sommen geef die hij op school nog niet heeft gehad, lukt het hem om de antwoorden van het rekenrek 'af te lezen'.

Tot slot doen we $8 + 3$; $9 + 3$; $7 + 3$; $6 + 3$ en $10 + 3$.

Bij $8 + 3$ zet hij weer 8 op de bovenste en 3 op de onderste rij. Maar nu ziet hij het antwoord niet. Hij telt vervolgens de kralen en zegt: elf. Ik laat nu zien hoe je deze som ook kunt doen. Ik zet acht op en doe er op de bovenste twee bij en schuif er dan onder nog een bij.

Kennelijk vindt Rik dit idee wel handig, want hij doet de vier volgende sommen op dezelfde manier. Aanvullen tot 10 dus. En zegt daarbij vlot het antwoord.

De lerares vraagt aan Rik of hij het ook anders kan. Eerst, als hij het (uit gewoonte?) op zijn vingers doet, zet zij hem ertoe aan de som op het rekenrek uit te rekenen. Als hij dat vervolgens steeds op dezelfde manier gebruikt, eerste getal boven, tweede getal eronder, laat ze zien dat het ook anders kan. Want voor sommige opgaven is het ene handig, voor andere opgaven een andere manier.

En Rik? Die doet op een gegeven moment iets anders dan de lerares dacht. Hij 'ziet' de uitkomst van $9 + 9$ heel snel door naar die twee overgebleven kralen te kijken!

Het is een nieuw en ander leermiddel. Kan het (studenten kort laten reageren)?

Progressief schematiseren

Voor jullie iets minder nieuw, hoop ik, staartdelen volgens de didactiek van progressieve schematisering. Die heb ik bij jullie geïntroduceerd op de toon van: 'Kijk, het kan ook anders!' Vroeger leerde iedereen het zo, maar dat gaf bij veel leerlingen toch problemen. Er zijn dan altijd studenten die dat willen tegenspreken; ze hebben het zelf toch ook zo geleerd. Maar ga dan eens kij-

ken naar de problemen die kinderen hebben met de ouderwetse staartdeling.

sheet 5 'Houdt de vaart erin'

'Hallo Marjolein!' Ze zit in groep 6. 'Ik heb net met je meester gepraat over rekenen. Vind jij rekenen leuk?'

M: 'Soms wel.'

'Wat heb je bijvoorbeeld vanmorgen gedaan?'

M: 'Staartdelen. De meester heeft er een voorgedaan.'

'Hoe ziet zo'n som eruit?'

Marjolein laat zien: $6/960 \setminus$

'Kun je die ook voor mij maken? Vertel er maar bij wat je doet.'

M: $6 / 960 \setminus 16$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 36 \\ \underline{36} \\ 00 \end{array}$$

Eerst $9 : 6$, dat gaat een keer. Dan $9 - 6$ en dan moeten we stipeltjes zetten. $36 : 6$ gaat zes keer. $36 - 36 = 0$. Dan weer stipeltjes, maar dan weet ik niet meer of je die twee nullen nog achter die 6 moet schrijven of niet.

Dan heb ik het nog niet eens over het feit dat kinderen die op de traditionele manier leren staartdelen deze sommen niet of nauwelijks kunnen gebruiken in toepassingssituaties. 'Waarom moet je een staartdeling kunnen maken?', vroeg meester F. aan Jacob van elf jaar. 'Omdat juf dat wil', antwoordde hij, 'je hebt het later nodig.' 'Wanneer?', vroeg meester verder. 'Als je wiskundeleraar wordt.' Dat wil zeggen ... Jacob gebruikt zelf nooit een staartdeling in een toepassingssituatie.

sheet 6 'Staartdelen is als autorijden'

Marcel rekt wispelturig. De ene keer rekt hij alles snel uit. De volgende keer duurt het uren. De leerkracht denkt, dat hij het wel begrijpt, maar op andere manieren remmingen heeft. Bijvoorbeeld $94735 : 30$ rekt hij redelijk vlot uit tot hij halverwege is

$$\begin{array}{r} 30 / 94735 \setminus 31 \\ \underline{90} \\ 47 \\ \underline{30} \\ 173 \end{array}$$

Nu weet hij niet of hij naar de eerste twee cijfers moet kijken (17) of nog steeds naar de 7 zoals bij 94 en 47. Na wat heen en weer gepraat komt hij tot de goede oplossing.

Om nog even te kijken hoe het zit met het begrijpen van wat nu delen is, vraag ik hoeveel auto's er nodig zijn als de school met 68 kinderen op excursie gaat, terwijl er in iedere auto vijf kinderen kunnen. Na enig gepraat zijn we het er over eens, dat er gedeeld moet worden.

$$5 \text{ / } 68 \text{ \ } 13$$

$$\begin{array}{r} \underline{5} \\ 18 \\ \underline{15} \\ 3 \end{array}$$

Wat nu? Volgens Marcel zijn er dertien auto's nodig. Als ik dat zielig vind, weet hij de oplossing: Er zijn 133 auto's nodig.

En dan valt het nog mee dat hij een staartdeling gaat maken. Kijk naar een naamgenoot van hem in Sittard.

sheet 7 'Waar bussen al niet goed voor zijn'

Probleem: Nederland-Griekenland wordt door 1455 Sittardena-
ren bezocht en ze gaan er met de bus naar toe. In elke bus kun-
nen 52 personen. Hoeveel bussen gingen er?

Marcel (groep 8) deed het als volgt:

3 bussen		156	
52	52	52	
<u>15</u> ×	<u>29</u> ×	<u>28</u> ×	
260	468	410	28 bussen
<u>520</u>	<u>1040</u>	<u>1040</u>	
780	1508	1456	

Op de vraag of het ook anders kon, noemde hij in eerste instantie een nieuwe manier van meneer, die hij niet zo goed begreep:

$$\begin{array}{r} 1455 : 52 = 13 \\ 264 \\ \underline{520} \quad (...) \\ 784 \end{array}$$

In tweede instantie noemde hij de staartdeling. Dat ging prima:

$$\begin{array}{r} 52 \text{ / } 1455 \text{ \ } 28 \\ \underline{104} \\ 415 \\ \underline{416} \\ 1 \end{array}$$

Jullie hebben in de lessen geleerd dat staartdelen anders kan. En als je goed kijkt naar kinderen die het op de traditionele manier geleerd hebben, hoop ik dat jullie het met me eens zijn dat het

anders moet. (In geval van tijdnood hier afbreken, verder bij slot.)

Maar wat vinden leerkrachten ervan in de praktijk, want je moet blijven kijken!

sheet 8 'Juf Willy vertelt'

In groep 5 is het handelend verdelen aan de orde geweest. Bij de zwakke leerlingen ben ik er vanaf gestapt om ze de lange staart te laten maken. Die leerlingen maken heel veel fouten in de af-trekkingen, dus zo'n lange staart is ook niet alles. Mag ik je een voorbeeld geven?

Als je naar de drie voorbeelden kijkt, stuur ik ze direct richting voorbeeld 3. Ik laat ze een veelvoud van zes zoeken dat zo dicht mogelijk onder dertien ligt. Daarbij teken ik dan wel zes poppetjes op het bord en zet er steeds bij wat elk krijgt. Ze kennen de tafels, dus dat lukt best. We schrijven het wel op zoals de methode aangeeft.

voorbeeld 1		voorbeeld 2		voorbeeld 3	
$1338 : 6 =$		$1338 : 6 =$		$1338 : 6 =$	
1338		1338		1338	
<u>600</u>	100 ×	<u>600</u>	100 ×	<u>1200</u>	200 ×
738		738		138	
<u>600</u>	100 ×	<u>600</u>	100 ×	<u>120</u>	20 ×
138		138		18	
<u>60</u>	10 ×	<u>60</u>	10 ×	<u>18</u>	3 ×
78		78		0	
<u>60</u>	10 ×	<u>60</u>	10 ×		
18		18			
<u>6</u>	1 ×	<u>18</u>	3 ×		
12		0			
<u>6</u>	1 ×		1 ×		
6					
<u>6</u>	1 ×				
0					
	223 ×		223 ×		223 ×

Ik doe dit nu een paar jaar op deze manier. De eerste keer heb ik het niet verteld aan de leerkracht van groep 7. Het aardige was, dat hij uit zichzelf zei: 'Die staartdeling, die beheersen ze nu toch wel aardig.'

Ook meester Jan van groep 6 van een andere school, vindt de aanpak van *De wereld in getallen* wat omslachtig. En vooral: zwakke leerlingen komen niet voldoende aan hun trekken. Voor goede leerlingen werkt het prima; zwakke leerlingen haken soms af en dan leert meester Jan hun alsnog het oude algoritme 'want dat is veel gemakkelijker'. Zijn collega Kees van groep 7 vindt dat

veel leerlingen bij meester Jan niet goed leren staartdelen. Hij leert deze kinderen de oude staartdeling. 'De zwakke leerling heeft weinig begrip, maar kan wel automatiseren', vindt meester Kees.

Tja, en kijk dan eens wat er gebeurt.

sheet 9 'Suzanne'

Suzanne uit groep 7, een zwakke leerlinge, vraag ik de som $63 : 6$ op te lossen. Ze begint meteen met het maken van een staartdeling. Ze schrijft het volgende op:

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 63} \ 10 \text{ r } 3 \\ \underline{60} \\ 3 \end{array}$$

In eerste instantie heeft ze als antwoord $1 \text{ r } 3$. Nadat ik haar gevraagd heb dit hardop voor te lezen, corrigeert ze zichzelf. Zo komt de nul toch nog op z'n plaats terecht. Wat zou ze gedacht hebben? 'Nul is toch niks?' Vervolgens vraag ik $184 : 12$ uit te rekenen.

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 184} \ 1031 \text{ r } 4 \\ \underline{12} \\ 64 \\ \underline{48} \\ 16 \\ \underline{12} \\ 4 \end{array}$$

Steeds schrijft ze de resultaten van de denkstappen op: eerst doet ze tien keer, dan drie keer en daarna nog één keer. Het is duidelijk: Suzanne heeft nog heel wat (on?)bewuste herinneringen aan de lessen over het progressief schematiseren. Stapsgevijs komt ze tot de oplossing, maar zonder dat ze terugkoppelt in hoeverre het genoteerde relevant is voor het probleem.

Conclusie: kijk goed, voor je een nieuw idee overneemt. Samen met een leerling bij het rekenrek geeft je alvast een beetje 'gevoel'. Het kan een eye-opener zijn. Blijf kijken, als je de vernieuwing overneemt. Gaat het goed, kan het anders, beter?

Slot

Tot slot een observatie met twee opgaven. De oplossingen liggen niet zomaar voor de hand. Wat denk je dat leerlingen ervan vinden?

sheet 10 'Strikvraag, niet flauw'

René, twaalf jaar, moet de volgende opgave oplossen: Op de wegwijzer staat: Eerdal 5,6 km. Wijnden 13,4 km. Beide plaatsen in dezelfde richting.

Uit het hoofd rekt hij hardop: 'Nou, dan reken je eerst uit 13 min 5 en dat is 8 en dan 600 meter min 400 meter, dat gaat niet, wordt dus 7 kilometer en 800 meter.'

Ik daag hem uit: 'Het is goed, maar het kan best ook een ander antwoord zijn. Probeer daar nou eens achter te komen!' Het lukt niet. Hints als 'teken eens een kaartje' leveren niets op.

'Wat vind je nu van dit soort vragen?', vervolg ik. 'Strikvraag! Ik vind het niet flauw, maar toch wel moeilijk, zodat je er een beetje chagrijnig van wordt, als het niet lukt.' 'Wat voor soort vragen heb je liever?' 'Piet heeft zoveel gulden en Jan zoveel. En dan heeft Piet drie keer zoveel als Jan heeft. Dat soort dingen', zegt hij.

'Doen we er nog een: Willem van Oranje werd geboren in 1533 en doodgeschoten in 1584. Hoe oud werd hij?' 'Ik doe gewoon dat hij 51 jaar is geworden. Maar het hoeft niet, want je weet niet in welke maand hij geboren is.' <verrast en opgetogen> 'Heb je dit wel eens in de les gedaan?' 'Nee, wij trekken alleen maar af. Dat het iets anders kan zijn, hebben we nog niet gehad.'

Daar sta je dan. Zelfs al denk je als leraar dat er maar één oplossing is, dan weten de leerlingen het wel beter. En soms laten ze dat niet eens merken.

Neem maar van mij aan, dat er op school dingen gebeuren ...

De kijkdoos

Kijkdozen zijn voor kinderen geen onbekend fenomeen. Op school zullen kijkdozen echter niet dagelijks aan de orde komen. Het is dan ook de vraag waar we ze in de leerlijn kunnen plaatsen. Beperken we het kijkdozen maken tot groep 1 of 2, of gaan we hoger? Afhankelijk van de Servaesbrug en de perfectie die je na wilt streven kun je zelf een grens trekken.

Als we het over kijkdozen hebben, denken we niet alleen aan dozen met één kijkgat. Het is zelfs aan te bevelen om als verdiepingsopdracht ook kijkgaten in andere muren aan te brengen. Kijkdozen zijn vanuit het reken-wiskundestandpunt gezien een prachtig middel om onderwerpen als:

- meetkunde,
- meten,
- relaties zien,
- plaatsbepaling,
- verhoudingen,
- oefenen van ruimtelijk inzicht,
- hanteren van ruimtelijke begrippen,
- tegenstellingen als voor/achter, groot/klein, links/rechts, dichtbij/veraf, en
- zien en gebruik maken van perspectief

aan de orde te stellen. Niet alleen deze invalshoek is mogelijk. Ook de sociale vaardigheden kunnen uitstekend geoefend worden met behulp van de kijkdoos. We denken dan aan:

- het uitleggen waarom iets zo in de kijkdoos staat en niet anders;
- waarom iets deze afmetingen heeft;
- kunnen de kinderen voorspellen wat er zal gebeuren als ze iets die afmeting geven of daar plaatsen?
- laat bij voorkeur een aantal kinderen aan één kijkdoos werken.

Studenten

Voor studenten lijkt het een goede ervaring om ook kijkdozen te maken op hun eigen niveau. Bovengenoemde aandachtspunten gaan voor hen zeker ook op. Hier volgt een voorbeeld van een kijkdoosopdracht voor studenten.

Zo zag ik Maas en Tricht

Maak een kijkdoos die past bij het volgende verhaal.

Na de reünie

Het was een drietal weken na de reünie van de eindexamenklas, dat ze hadden afgesproken elkaar weer te treffen. Beiden hadden de wens uitgesproken, eens wat langer met elkaar te praten over al datgene wat na hun examen hun leven bepaald had. Ze zouden elkaar weer treffen in hun geboorteplaats Maastricht. Wat was er dan logischer weer daar af te spreken waar ze elkaar in hun jeugd zo vaak ontmoet hadden. Bij de brug!

Het was nu vrijdag 23 november. De klok liep tegen elf uur. Zij, José, rept zich vanaf de statie door de Stationsstraat en de Wijckerbrugstraat naar de Sint Servaesbrug. Hij, Sjfeske, was reeds eerder in de stad. Daar het vrijdag was, hadden zijn schreden zich gericht naar de markt. De drukte op de markt was in de loop der jaren nauwelijks veranderd, vond hij. De Belgische madammen schenen het net als jaren geleden heel normaal te vinden de koopwaren op deze Nederlandse markt slechts in francs geprijsd te zien. Sjfeske keek op de klok van het stadhuis. Hij had nog tijd. Maar desondanks begaf hij zich in de richting van de Wilhelminabrug. De brug waar hij vroeger zo vaak met José over gefietst had, als hij haar naar huis bracht, toen ze nog in Limmel woonde. Tussen het stadhuis en het gebouw waar vroeger het belastingkantoor zat, liep hij de brug op. Iets over het midden bleef hij staan en keek hij peinzend over het water. Links het Bat met de rondvaartboten van de firma Stiphout, waarmee je op zondag naar de markt in Luik kan gaan en rechts de oude Mavoschool en de brouwerij van De Ridder. Het was een vertrouwd beeld. Een beeld dat steeds in beweging was door de boten van de binnenscheepvaart. Dan bedacht hij zich hoe typisch hier de tweedeling van de Maas tussen de twee bruggen door en verbonden door de strekdam was. In zijn grootvaders tijd was dat anders. Waar nu de autoweg van de boulevard loopt, had je toen een kanaal. Hij weet dat alleen van oude prentbriefkaarten. Daarna viel zijn aandacht op het baken van de strekdam. Een gek ding was dat eigenlijk. Soms leek het een vierkant, dan weer een rechthoek en soms ook een zeshoek. Hij vroeg zich af waar dat ding zich precies bevond. Als je wiskunde gestudeerd hebt, moet je dat kunnen aangeven. Sjfeske bedacht dat als hij vanuit de linkerkant van de brug op het niveau van het water een assenstelsel zou uitzetten, het baken zou staan op (10,40,5). Maar met al dat gereken verloor hij uit het oog dat hij eigenlijk op de brug stond om op José te wachten. Plotseling schrok hij uit zijn gepeins op en keek verschrikt op zijn horloge. Twee over elf. Waar was José? Toen beseftte hij dat hij op de verkeerde brug stond. Met zijn hand boven zijn ogen keek hij in de richting van de Sint Servaesbrug. Hij meende haar te zien staan. Hij zwaaide uitbundig. Zag zij hem?

I
N
T
E
R
M
E
Z
Z
O

Inleiding: Meetpunten en peilingen

Wie de Pabo beschouwt als een leeromgeving voor aanstaande leraren basisonderwijs, zal ook het toetsen en tentamineren in de lerarenopleiding in dat verband kunnen zien. Op vele plaatsen in die leeromgeving en op vele momenten dat studenten daarin actief bezig zijn, kan nagegaan worden hoever een bepaalde student gevorderd is op de weg van gewoon scholier naar beginnend leraar. Schriftelijke toetsen en mondelinge tentamens vormen maar een onderdeel daarvan.

Het idee om Pabo-studenten te volgen in hun ontwikkelingsproces en daarbij af en toe na te gaan hoever zij het 'ideaal'-beeld van de beginnende leraar inmiddels al genaderd zijn, moet voor een professioneel beroepsopleider een aanlokkelijke gedachte zijn. Dat idee ligt ook ten grondslag aan de vorderingentoetsen van de opleidingen tot artsen en juristen bij de Rijksuniversiteit van Limburg. Daar werkt men probleemgestuurd, praktisch gericht en theoretisch bewaakt aan de ideale beroepsuitoefening. Als het goed gaat kunnen gemotiveerde studenten stap voor stap zelf ervaren dat ze zich in de gewenste richting ontwikkelen.

Ook zonder de probleemgestuurde onderwijsinrichting kan

men denken aan een dergelijke toetsing. Daarvoor is een duidelijk beroepsprofiel van een (beginnende) leraar basisonderwijs (in rekenen en wiskunde) nodig. Hoe komt een Pabo aan een dergelijk profiel? En op welke wijze zou dat gerepresenteerd moeten worden opdat men er voor het opleiden van leraren iets aan heeft?

Voorzover ons bekend is een dergelijke inspanning voor ons vakgebied nog niet gedaan. We hopen met de hierna volgende ideeën een eerste aanzet te geven.

Waar vinden we momenteel concrete aanwijzingen voor het beroepsprofiel van een leraar rekenen en wiskunde (als geïntegreerd deel van een groter geheel)? Het moet een ideaalbeeld zijn, niet ideaal omdat het onbereikbaar is, maar ideaal omdat het zoveel facetten van het beroep laat zien, dat studenten van velerlei kunnen en met verschillende belangstelling zich erdoor moeten kunnen laten inspireren.

Kijk eens in een reken-wiskundemethode van stand. Probeer na te gaan wat een leraar moet doen om volgens de aanwijzingen van de auteurs het gegeven materiaal optimaal aan zijn groep te kunnen presenteren. Wat er gedaan wordt bij het voorbereiden, tijdens de les en gedurende de nazorg en bij het reflecteren op hetgeen er allemaal gebeurd is.

We deden dat eens met de boekjes van *Pluspunt* voor de groepen 3 en 4. Een enorme lijst van handelingen kwam zomaar tot stand. Hieronder volgt een gedeelte daarvan:

- 1 het organiseren van zelfstandige werklessen
 - introductie van de les
 - uitleggen hoe de leerlingen aan het werk moeten gaan
 - mogelijke hulp tijdens het zelfstandig bedoelde werk
 - opvangen wie klaar is met het werk
 - afronden en nabespreken
- 2 het bezig zijn met toetsen
 - een toets geven
 - het leerlingenwerk nakijken
 - een toetsles voorbereiden
 - een toetsles geven
 - een toetsles evalueren
 - herhalings- en verrijkingsstof selecteren
 - herhalingsstof presenteren
 - verrijkingsstof presenteren
 - bijhouden van de individuele vorderingen van de leerlingen
- 3 onderzoekend onderwijzen
 - een probleem aanbieden

- vragen bedenken en op de goede momenten stellen
 - extra opgaven achter de hand houden
 - leerlingen zelfvertrouwen geven
 - leerlingen met elkaar laten discussiëren
 - niveauverhogingen herkennen
 - niveaus van een leerproces signaleren
 - de kinderen tot reflectie brengen
- 4 gevarieerd uitleggen
 - 5 rekensituaties presenteren
 - 6 contexten in verband brengen met rekenwerk
 - 7 een context als modelcontext laten fungeren
 - 8 kinderen het gevoel geven dat ze zelf iets hebben uitgevonden
 - 9 kinderen helpen een (reken)situatie te organiseren
 - 10 kinderen in staat stellen hun gedachten onder woorden te brengen
 - 11 bezig zijn met een weldoordacht opgebouwde leergang
 - 12 een spelletje met een duidelijke bedoeling laten spelen
 - 13 voorwerk doen met kopieerbladen
 - 14 introductie van een thema met een praatplaat
 - 15 (cognitieve) conflictsituaties benutten
 - 16 inspelen op een (onverwachte) reactie
 - 17 de telrij aanleren
 - 18 de cijfers leren herkennen
 - 19 cijfers in verband brengen met aantallen die je kunt tellen
 - 20 inzien hoe de auteurs een bepaalde opgave bedoeld hebben
 - 21 kinderen gevoelig maken voor het zien van structuur
 - 22 getalbeelden met vijfstructuur aanleren
 - 23 een serie flitskaartjes bedenken
 - 24 flitskaartjes in de groep presenteren
 - 25 de korte aanduiding van lesinhoud in de methode kunnen interpreteren
 - 26 korte suggesties voor lesactiviteiten, in het boek, omzetten in onderwijs
 - 27 spelregels uitleggen
 - 28 de bedoeling van een werkblad bespreken met de groep
 - 29 een concrete invulling geven aan ruimtelijke oriëntatie in de eigen omgeving
 - 30 een vervolgverhaal bedenken en vertellen
 - 31 betekenis geven aan het schatten van afstanden
 - 32 samen met de leerlingen iets meten
 - 33 met de kinderen hun verschillende aanpakken bespreken
 - 34 met kinderen de vorige opgave bespreken
 - 35 een toets nabespreken
 - 36 op fouten van kinderen ingaan
 - 37 onderscheid maken tussen verhaaltje, situatie, context en opgave
 - 38 gevarieerde manieren inzetten om kinderen bij de problemen te betrekken
 - 39 de moeilijkheidsgraad van een opgave (situatie) inschatten

- 40 oplossingen van kinderen inventariseren en zo nodig aanvullen uit eigen repertoire
- 41 het doen van de kinderen laten volgen door bewustmaking
- 42 een bezoek brengen aan een bakkerswinkel met de bedoeling daar iets bepaalds van te leren
- 43 een tentoonstelling inrichten
- 44 kinderen hulp bieden om aan de slag te gaan
- 45 kinderen attent maken op werkruimte
- 46 kernactiviteiten bedenken bij gegeven leerstofoverzicht
- 47 concrete situaties naar voren brengen om de getallenlijn als model betekenis te geven
- 48 winkeltje laten spelen
- 49 helpen bepaalde rekenfeiten te memoriseren
- 50 zich terughoudend opstellen bij het geven van de oplossing.

En zo kunnen we nog wel doorgaan, het aantal van vijftig was zomaar bereikt. Het vermoeden dat het er wel vijfhonderd kunnen worden is niet ongerechtvaardigd. De vraag is of op deze wijze een bruikbaar beroepsprofiel tot stand komt. Daarbij is natuurlijk een clustering van activiteiten nodig, zoals bij de eerste drie punten is gebeurd, hetgeen tot reductie en meer overzicht leidt. Daarnaast voorafgaand zou de lijst met ervaren leraren basisonderwijs – reflective practitioners als dat mogelijk is – doorgesproken moeten worden. Een check op de herkenbaarheid van genoemde activiteiten en een weging ervan naar geacht belang en gebruiksfrequentie, vergroot in elk geval de praktijkgetrouwheid van het profiel.¹

Hoe kijkt een opleider naar een dergelijk beroepsprofiel? Waarschijnlijk doet hij dat met de volgende vragen in het achterhoofd. Vragen die overigens ook structuur in het geheel brengen.

- Wat weet men?
- Over welk didactisch repertoire beschikt men?
- Over welk diagnostisch repertoire beschikt men?
- Welke theoretische inzichten helpen?
- Hoe komen persoonlijke opvattingen over?
- Hoe komt de eigen gecijferdheid van de leraar in het geding?
- Wat heeft men om de leerlingen te enthousiasmeren?
- Welke pedagogische kwaliteiten komen naar voren?
- Hoe organiseert men het werk van en met de groep?
- Hoe wordt aandacht besteed aan achterblijvers en bollebozen?
- Op welke wijze leert men zelf van het werk met de leerlingen?
- Welke educatieve ontwerpen brengt men tot stand?

Ziehier het begin van een checklist waarmee het beroepsprofiel van een leraar basisonderwijs op het gebied van rekenen-wis-

kunde kan worden samengesteld. Natuurlijk kan men met deze lijst ook een bepaalde leraar bevragen, en haar of zijn vakmanschap ermee in kaart brengen.

Als dat laatste mogelijk is, dan geven deze vragen – tegen de achtergrond van de vijftig eerder opgestelde punten – ook gelegenheid om de voortgang bij het verwerven van het vakmanschap, tijdens de opleiding op essentiële onderdelen te peilen. Eveneens wordt enigszins duidelijk waar meetpunten in de leeromgeving kunnen worden gevonden. We noemen er een paar, met de bedoeling het onderwerp van dit hoofdstuk, tentamineren, al bij voorbaat te relativeren.

Voorbeelden van meetpunten:

- het verhaal over het eigen rekenverleden;
- reflectieve oplossingen in de propaedeuse;
- rekenen op de rand van de krant na de propaedeuse;
- de inbreng in het mathematisch-didactisch practicum;
- de inhoud van het didactisch contract-met-zichzelf;
- de voortgang in het logboek van de praktijkervaringen;
- de invulling van het ontwerpboek;
- de presentatie van een uitleg;
- de hulp aan een jongerejaars medestudent;
- verhalen van de basisschool.

In dit hoofdstuk houden we ons verder bezig met tentamens, hoofdzakelijk de schriftelijke toetsing van bepaalde onderdelen van het vakmanschap in ontwikkeling. De voorgaande beschouwing geeft daar richting aan.

We bekijken eerst een aantal tentamenopgaven van gerenommeerde collega's en gaan op zoek naar goede en slechte vragen. Vervolgens wordt een (algemeen) onderscheid aangebracht in soorten vragen die in tentamens van het hoger onderwijs worden gesteld. De vraagtypen kunnen in verband gebracht worden met niveaus, waarop de verworven kennis functioneert. Dan is het moment aangebroken om de genoemde vraagtypen en bijbehorende kennisniveaus in verband te brengen met ons eigen vakgebied: rekenen-wiskunde & didactiek.

Het in deze inleiding grof aangezette beroepsprofiel van de leraar basisonderwijs (rekenen en wiskunde) kan herkend worden in de 'niveaus-zoals-bedoeld'. Met voorbeelden van tentamenvragen krijgen deze niveaus concrete betekenis. In de antwoorden zou men iets moeten kunnen zien van de vorderingen die een student maakt bij zijn inspanningen om de bekwaamheden van een (beginnend) leraar te verwerven. Tenslotte wordt een voorstel ge-

daan voor het doen van nieuwe peilingen in de leeromgeving van aanstaande leraren basisonderwijs.

Honderdtachtig puzzels

De Volkskrant kondigde de Cito-toets 1992 aan met bovenstaande kop. Een onderwijskundige van de Universiteit Utrecht vertelde dat haar zoon van twaalf de opgaven van 1991 met veel plezier zat te maken. 'Net een cryptogram', had hij gezegd.²

Hoe zit dat? Kunnen we erom lachen, moeten we ons bezinnen of behoeven we ons er niets van aan te trekken?

CITO-TOETS OP BASISCHOLEN



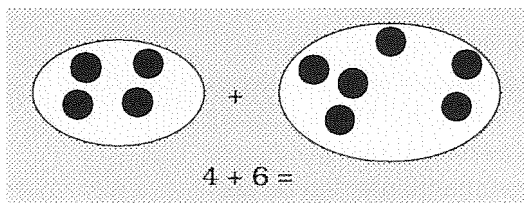
Deze week maken de leerlingen van vijfduizend Nederlandse basisscholen weer de Cito-toets. Hoewel de omgang met de 180 puzzels die erin opgenomen zijn, niet meer maatgevend is voor de toekomst van een leerling, kan de toets voor scholen toch een indicatie zijn voor het niveau van het onderwijs.

Foto Guus Dubbelman - de Volkskrant

Hoe het ook zij, stel je nu eens voor dat onze tentamens voor rekenen-wiskunde & didactiek net zo in de belangstelling stonden als de eindtoets basisonderwijs! Hoe denk je dat argeloze, argwa-

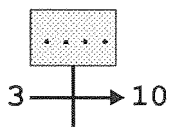
nende, aandachtige lezers van de landelijke dagbladen zouden reageren op bijvoorbeeld de volgende tentamenvragen van lerarenopleiders?

- 1 Bedenk een som en reken deze uit. Laat zien hoe je de commutatieve eigenschap gebruikt.
- 2a Voor welke hoofdbewerking wordt onderstaand model gebruikt? Kan dat model ook bij andere hoofdbewerkingen gebruikt worden? Zo ja, hoe dan?



- b Het model wordt in bovenstaand plaatje formeel onjuist gebruikt bij optellen. Motiveer dit.
- 3 In de miniatuurstad Madurodam is alles nagebouwd op schaal 1 : 25. Hoe hoog is daar de Dom? Die is in werkelijkheid 110 m hoog. Welk model kan dit probleem ondersteunen?
- 4 Een kernidee van het vernieuwde reken-wiskundeonderwijs is het idee van probleemgericht onderwijs.
 - a Wat wordt daarmee bedoeld?
 - b Hoe komt dat probleemgerichte aan de orde bij de probleemgerichte benadering?
- 5 $16 - \dots = 3$
Laat de oplossing van deze opgave zien met 'Wegdenken' (een geschikte context en tekening).

- 6



Schrijf twee sommen op die beide tot het goede antwoord leiden.

- 7 Hoofdrekenen in groep 8: 15×42 .
Een leerling lost dit als volgt op: $15 \times 42 = 15 \times 6 \times 7$.
Jij, als leerkracht, maakt met behulp van het rechthoek- of roostermodel duidelijk dat deze oplossing tot het goede antwoord leidt. Hoe doe je dat? Let wel: uit de modellen moet de juistheid van de oplossingsmethoden blijken, en niet uit de berekeningen.
- 8 Geef tien betekenissen van het $=$ -teken.

- 9 Elke dag leest Kees tien bladzijden uit zijn boek. Omdat Kees vaak vergeet waar het boek ook weer over ging, slaat hij de dag erop drie bladzijden terug en leest dan weer tien bladzijden verder. De dag daarna weer drie bladzijden terug en dan leest hij weer tien bladzijden, enzovoort. Het boek telt dertig pagina's.
- Maak een plaatje om deze opgave te verduidelijken.
 - Los met dit plaatje de vraag op na hoeveel dagen Kees het boek uit heeft.
 - Waarom doet Kees zoveel aan een slak denken?

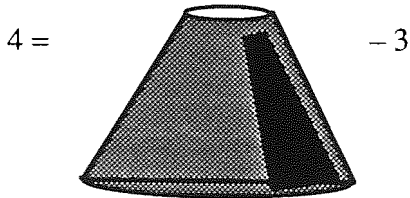
De vraag was hoe deze tentamenvragen er in de landelijke pers vanaf zouden komen. Wat zou een goede onderwijsjournalist in dat geval kunnen doen? Waarschijnlijk wacht hij bij de uitgang van een Pabo een paar studenten op om ze naar hun bevindingen en opmerkingen te vragen. Hoogstwaarschijnlijk worden de antwoorden in termen van moeilijk-gemakkelijk gegeven. En fundamentele kritiek op de inhoud hoeft hij niet te verwachten. Om die te krijgen gaat hij met de vragen een basisschool in en legt hij ze voor op de teamvergadering. Wat denkt u dat hij daar te horen krijgt?³ Bepaalde vermoedens zullen wel bevestigd worden:

- *zinloosheid* van gevraagde feitelijke kennis (tien betekenissen van = -teken);
- *onmogelijkheid* van een opgave (laat de oplossing zien met wegdenken);
- *ongeschikte formulering* (bedenk een som, reken deze uit en laat zien hoe je de commutatieve eigenschap hebt gebruikt);
- *onjuiste verstrengeling* van *didactische opvattingen* (de pijlentaalopdracht in opgave 6 gaat vooraf aan opgaven als $10 - 3 = 7$ of $3 + .. = 10$);
- *geen reflectieve oplossing* gevraagd bij rekenwerk op eigen niveau (de 'slak' bij Kees is slechts een hint om eventueel aan de oplossing te komen: het gevraagde plaatje is niet meer dan een instrument ter verduidelijking en de geschetste situatie nogal zot).

Goede vragen, slechte vragen

In een bepaalde tekst over hoofdbewerkingen wordt speciale aandacht besteed aan de functie van concretisering en denkmogelijkheden bij het verbinden van situaties in de werkelijkheid aan sommen in het rekenboek. De concretisering, zo wordt er gesteld, slaan een brug tussen realiteit en rekensom. Tenminste, als die concretisering goed gekozen zijn.

Over dit stukje tekst wordt vervolgens de volgende tentamen-vraag gesteld. Het is er een van het type 'aanvulvraag'.

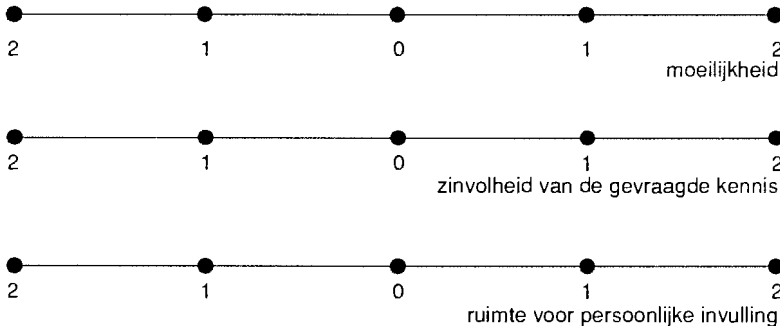


Hoeveel blokjes liggen er onder de beker?

Vul aan: Hoewel hier een concretisering bedoeld wordt, is het getal drie zeer abstract.⁴ ...

We gaan bovenstaande vraag nu even professioneel bekijken. Hoe doe je dat? Waarop bekijkt de professional tentamenvragen? Doet hij dat anders dan zijn studenten?

We beginnen voorlopig met drie invalshoeken en bedenken er meteen sterkteschalen (Van der Zee, 1983) bij. Daartoe geven we de 'moeilijkheid', 'zinnigheid' en 'ruimte voor persoonlijke invulling' van bovenstaande opdracht op de vijf puntsschalen aan.



Bij de laatste schaal moet een toelichting geplaatst worden. Die betreft de wijze waarop men wil dat studenten de stof verwerken. Beoogt men vooral het reproductieve leren (leren om op het tentamen niet meer te laten zien dan men uit het boek heeft opgestoken) of wordt productief leren gestimuleerd (dan gaat men er bijvoorbeeld vanuit dat de student bij deze passage in het boek zichzelf vragen heeft gesteld als: wat zit er achter deze concretisering? Welke didactische opvatting geeft aanleiding tot een dergelijk misverstand?).

Andere schalen kunnen bijvoorbeeld de volgende aspecten van een tentamenvraag betreffen:

- het niveau van het gevraagde inzicht;
- de waarschijnlijkheid dat een praktijkervaring op dit terrein heeft plaatsgevonden;
- de formulering;
- de eenduidigheid van het antwoord;
- duidelijkheid van de vraagstelling.

Tentamens in het Hoger Onderwijs

In 1980 verscheen bij uitgeverij Het Spectrum een Aula-pocket in de serie Onderwijskundige Informatie voor het Hoger Onderwijs: *Tentamineren*. Auteurs: T. Dousma en A. Horsten. Het boekje beoogt een handleiding te geven voor het construeren van vragen en het afnemen en analyseren van tentamens.⁵

Op blz. 64 van dat boekje vindt de lezer een aantal praktische constructietips voor het maken van aanvulvragen. Laten we zien of er aan de aanvulvraag van zojuist nog iets te verbeteren valt.

Tips

- 1 Formuleer bepaalde uitspraken, stellingen en dergelijke en laat hieruit een aantal sleutelwoorden of belangrijke zinsdelen weg.
- 2 Maak de vraag zo dat de open ruimte aan het eind of bijna aan het eind van de vraag komt.
- 3 Maak de vraag zo dat die één of twee open ruimten bevat (en er dus maximaal twee antwoorden verwacht worden).
- 4 Het is soms beter een aanvulvraag in de vorm van een volledige zin met een vraagteken aan het eind te stellen en een open ruimte erachter aan te bieden waar de student zijn antwoord kan geven.

In het boekje zijn ook minder triviale aanwijzingen te vinden. Hier volgen er een paar die mogelijk bruikbaar te maken zijn voor ons tentamenwerk in rekenen-wiskunde & didactiek. Voor het gemak denken we in eerste instantie even alleen aan onze toetsen op het terrein van de eigen rekenvaardigheid van studenten.

Het gebruik van toetsen

a *Predictief gebruik*

Een rekenvaardigheidstoets met voorspellende waarde, dat zou iets zijn voor de Pabo. Een toets waarmee je kon zien of een student de mogelijkheden bezit om tijdens de opleiding

het gewenste niveau van gecijferdheid te bereiken.

b *Selectief gebruik*

Dit soort rekenvaardigheidstoetsen zijn overvloedig voorhanden. Kijk maar op de eigen Hogeschool.

c *Diagnostisch gebruik*

Ook hierbij gaan de gedachten in de eerste plaats uit naar rekenvaardigheidstoetsen. Deficiënties opsporen om studenten te kunnen helpen ze nog tijdens de propaedeuse weg te werken.

Hoe komt dat toch dat we in de eerste plaats aan rekenvaardigheidstoetsen denken, we geven toch veel meer didactiek tentamens tijdens de opleiding? Is het mogelijk dat Dousma en Horsten bij deze driedeling niet het gebruik van toetsen, maar meer het gebruik van toetsresultaten voor ogen hadden?

Toetsen, om een voorbeeld te noemen, gebruik je ook uit didactische overwegingen: om de studiegang erin te houden, om bepaalde accenten in de leerstof te plaatsen, om mijlpalen in de opleiding aan te brengen, om tijd te creëren voor reflectie op het eigen leerproces, ...

Verschillende vraagtypen en niveaus

Wie tentamens serieus neemt en de vragen steeds weer zorgvuldig afweegt, kan zijn voordeel doen met de onderstaande informatie.

Eerst worden bepaalde soorten vragen onderscheiden, die vervolgens in verband gebracht worden met niveaus van de verworven kennis.

a *Kennisvragen*

De student moet weten wat er in het boek staat. Waar het om gaat is reproductie van kennis, het herkennen van begrippen, het kennen van relaties en definities, het kennen van de vocabulaire van een vakgebied, van notatiewijzen en methoden, enzovoort.

b *Begripsvragen*

De student moet in staat zijn met hetgeen in het boek staat ook nieuwe informatie (kennis) te construeren. Het gaat om het maken van gevolgtrekkingen, het aangeven van consequenties, met eigen woorden beschrijvingen geven, en dergelijke.

c *Toepassingsvragen*

De opgedane kennis moet door de student aan concrete situaties en problemen in zijn beroepsveld worden gekoppeld. Het

gaat om het toepassen van begrippen, principes, regels, methoden of technieken.

d Denkvrage

Wat studenten te weten zijn gekomen, de verworven inzichten en de toenemende kijk op de praktijk moeten produktief en creatief denken mogelijk maken. Hier gaat het erom dat begrippen, principes en regels, methoden en technieken door de student zelf ontwikkeld worden.

Heel aardig is de volgende formulering:

- a weetkennis;⁶
- b bewerkingen uitvoeren *op* de weetkennis (inzicht tonen);
- c bewerkingen uitvoeren *met* de weetkennis en het verworven inzicht (toepassen);
- d produktief denken *over en met* de weetkennis, het inzicht en de kennis van toepassingen.

Even toepassen: zoek de niveaus

Hieronder volgen enkele (essay)vragen over de stof op het gebied van de hoofdbewerkingen.

- a Welk model past goed bij een natuurlijke oplossing van het probleem betreffende het aantal bladzijden dat iemand in een bepaald boek nog moet lezen?
- b Wie is de uitvinder van het rekenrek?
- c Wat kunnen de gevolgen zijn van een te snel begin met cijferen in groep 4?
- d Hoe kun je de tafel van acht aanbieden volgens de reconstructiedidactiek?
- e Een leraar in groep 3 vraagt aan de kinderen: bedenk eens een verhaaltje bij het sommetje $7 - 2 =$. Eén van de kinderen zegt: ik heb zeven tulpen en twee hyacinten. Juf is ontzet. Daar ziet toch niemand een aftrekking in! Hoe sta jij daar tegenover?⁷

Niveaubepaling

Kun je bij elke tentamenvraag wel het niveau vaststellen? Dat is moeilijk, stellen Dousma en Horsten, maar zeker niet onmogelijk. Je moet in de eerste plaats de bovengenoemde werkdefinities goed kennen. Maar dat dat niet helemaal voldoende is, weet men ook. Je hebt namelijk te maken met studenten. En wat voor de ene student een kennisvraag is, is voor de andere een begrips-, toepassings- of zelfs denkvraag. Neem maar de student die al in de praktijk meemaakte wat op het tentamen als vraag naar de constructie van een creatieve toepassing is gesteld.

Lastiger wordt het nog als we gaan denken in fasen van het leerproces, die studenten in de opleiding doorlopen. Neem de vraag: hoe kunnen kinderen in groep 2 al leren dat bepaalde symbolen een eigen betekenis hebben? Eerstejaarsstudenten zullen waarschijnlijk genooddaakt zijn deze vraag als een (produktieve) denkvraag te behandelen. Derdejaarsstudenten hebben wellicht op dit terrein al gewerkt met kleuters, of ze hebben kennis genomen van het aardige boekje van Martin Hughes (1985): *Children and Number*. De vraag is daarmee dan wel gekelderd naar het niveau van een kennisvraag.

Het voorgaande doet natuurlijk niets af aan de waarde van de gevraagde kennis. In het geval van de derdejaarsstudent is er sprake van repertoire: ze weet hoe bepaalde zaken geleerd en onderwezen kunnen worden. De eerstejaarsstudent, die een goed antwoord kon geven, kon met het beschikbare repertoire aan inzichten blijkbaar een didactische constructie (eigen productie) tot stand brengen.

Hier komt een interessante vraag voor lerarenopleiders naar voren: is het de moeite waard om naast het denken aan te verwerven kennis, vaardigheid en attitude ook het te verwerven repertoire in beschouwing te nemen? Daarop moeten we zeker nog terugkomen!

Hoe analyseer je nu tentamenvragen naar niveau? De auteurs geven een waardevolle aanwijzing. Ze willen namelijk stimuleren dat de vragensteller elk van zijn eigen vragen voor een tentamen naar niveau analyseert. Je moet tenslotte wel weten wat je vraagt!

- Bedenk eerst welke stappen de student moet nemen om tot een goed antwoord op de vraag te komen.
- Ga vervolgens voor elke stap na aan welk kenmerk die voldoet: weetkennis-, begrips-, toepassings- of denkvraag? Geadviseerd wordt dit te doen volgens de methode van de eliminatie: zeg eerst welke soort het niet is.

Voor ons geval kunnen we er een gouden tip aan toevoegen:

- Maak eerst zelf een reflectieve oplossing van de bedachte tentamenvraag.

Tot welk niveau behoort de volgende tentamenvraag uit het gebied van de hoofdbewerkingen?

De meest effectieve methode om aftrekkingen onder de honderd te maken, is de rij(g)methode. In het bijzonder geldt dit voor zwakke leerlingen. Wat doe je met een (zwakke) leerling die niet in staat blijkt gebruik te maken van de lege getallenlijn?

Die vraag, die het karakter heeft van een toepassingsvraag (en die in dat geval dus bepaalde weetkennis en inzichten veronderstelt), zou een student op de volgende manier moeten aanpakken:

Stap 1: beschrijf de rijgmethode aan de hand van een concreet voorbeeld. Zoals 64 – 37 in het *Speerpunt rekenen*.

Stap 2: ga na wat het betekent dat geen gebruik kan worden gemaakt van de lege getallenlijn:

- a 64 – 37 niet zien als aanvullen;
- b het voorgaande wel inzien, maar geen gebruik kunnen maken van de tussenstappen via veertig en zestig;
- c de beide voorgaande inzichten wel bezitten, maar onderweg vergeten dat je $3 + 20 + 4$ moet optellen en onthouden.

Stap 3: voorstel(len) doen om in de gevallen (a), (b) en (c) hulp te bieden. Bijvoorbeeld door in geval (a) de context van het boek (of van geld teruggeven) samen te doordenken. En in geval (b) nog eens de getallenlijn te verkennen, met extra aandacht voor de tienvouden.

Wat zien we hier? De leraar-student die speciale zorg wil besteden aan het probleem van de gegeven leerling, moet in de eerste plaats kennis van zaken hebben om de vraagstelling te kunnen begrijpen. Vervolgens beschikt hij over diagnostische inzichten (zeg maar diagnostisch repertoire) waarmee vermoedelijke oorzaken van het falen naar voren gehaald kunnen worden. En tenslotte maakt hij gebruik van zijn didactisch repertoire om adequate hulp te kunnen bieden.

Het ideale antwoord

Op dit punt geven de auteurs een zeer waardevolle tip: leg het ideale antwoord op uw tentamenvraag van tevoren vast. In het boekje verbindt men deze tip aan essayvragen en korte-antwoordtoetsen. Voor het geval van rekenen-wiskunde & didactiek geldt naar onze mening de tip in het algemeen. Dus: wie tentamenvragen opstelt, moet ook de ideale antwoorden erbij maken. Dat is in het voorgaande aardig gedemonstreerd.

Er kan nog een vervolg op gemaakt worden, maar daarvoor moet de toetsenmaker zijn studenten goed kennen. Want in dat vervolg probeert hij zich in de positie van de student te verplaatsen, en bedenkt hij vanuit dat standpunt varianten op het ideale antwoord die ook nog gewaardeerd zullen worden. Ook kan vast bedacht worden wat men pertinent fout zal rekenen.

Tentamens voor rekenen-wiskunde & didactiek

In onderstaand schema is een (eerste) poging gedaan om een staalkaart te maken van niveaus op het gebied van rekenen-wiskunde & didactiek. De kennis-, begrips-, toepassings- en denkvragen zijn aangevuld met specifiek tot ons vakgebied behorende vraagtypen. Globaal gaat het dan om de vragen op het gebied van *eigen vaardigheid* en *attitude*. De eerste zijn pas interessant in het perspectief van onderwijzen, de tweede bepalen in hoge mate de atmosfeer en diepgang tijdens het onderwijzen van rekenen en wiskunde.

Weetvragen	Feiten, procedures, principes uit de theorie, ...	
	Persoonlijk repertoire voor didactisch handelen	
	Programma en leergangen van het reken-wiskundeonderwijs	
Theoretische reflecties	Sleutelbegrippen illustreren met materiaal uit basisschool	
	Materiaal uit de basisschool plaatsen in theoretisch kader	
	Analyseren van leerlingenwerk	
Eigenvaardigheidsvragen	Rekenvaardig zijn	
	Reflectieve oplossingen geven op niveau van eigen vaardigheid	
	Reflectieve oplossingen geven in didactisch perspectief	
Houding	Houding t.o.v. rekenen en wiskunde	
	Wiskundige attitude	
	Opvattingen van het vak rekenen en wiskunde	
Horizontaal didactiseren	Repertoire inzetten in de praktijk	verklaren inspelen helpen ontwerpen
	Repertoire verbinden met de theorie	
	Theorie toepassen op praktische situaties	
Verticaal didactiseren	Vergelijken van theorieën en opvattingen in de didactiek	
	Het plaatsen van uitspraken in een theoretisch kader	
	Leergangen bespreken vanuit een bepaalde theorie	

Ook in de nadere uitwerkingen van de zes vraagtypen (kunnen we nog steeds van niveaus spreken?) zijn vakspecifieke aanvullingen gemaakt. *Weten* betreft nu behalve de theorie ook de stof en spullen van het basisonderwijs. En wat meer is, ook de praktische know-how, het didactische repertoire vol met goede ideeën om reken-wiskundeonderwijs interessant, spannend en leerzaam te maken. Dit laatste betekent dat het weten de didactische receptologie, het instrumentele weten en zeker het reproductieve begrijpen overstijgt.

Inzicht beperkt zich niet tot het begrijpen van de theorie. Begrepen dient ook te worden hoe de relatie van de theorie met de praktijk is. De leergangen, werkbladen, opdrachten, discussies en wat de leerlingen ervan maken in het basisonderwijs dienen ook met die theorie begrepen te kunnen worden. In plaats van begripsvragen zouden we hier dan ook liever van *theoretische reflecties* willen spreken.

Toepassingsvragen zijn natuurlijk direct verbonden met de praktijk. Wat wordt toegepast? Kennis van de theorie, inzichten als zojuist benoemd en in de praktijk verworven theoretisch gereflecteerd repertoire. Hier zijn duidelijk niveaus te herkennen: verklaren van basisschoolverhalen, inspelen op hetgeen leerlingen naar voren brengen, hulp geven op maat en educatief ontwerpen voor een gegeven situatie. In navolging van Freudenthal (1991) kan men hier van *horizontaal didactiseren* spreken.

In het geval van *denkvragen* is het moeilijker om studenten ervan te overtuigen dat het hier gaat om theorie met praktisch nut. Eerder is het woord praktijktheorie (Corporaal, 1988) al gevallen. Wellicht moeten denkvragen aanvankelijk gesteld worden om de persoonlijke praktijktheorieën te confronteren met 'de' theorie. Dat zou dus om maatwerk op de Pabo vragen! In plaats van denkvragen spreken we liever van didactisch theoretiseren. Of zoals Freudenthal het noemt: *verticaal didactiseren*.

Tentamenstof op niveau

Het gebied van de hoofdbewerkingen (het rekenen, de schoolboekjes, de didactiek, de praktijk) vormt een ideaal oefengebied voor tentamenmakers. We gaan ervanuit dat de lezer het gebied voldoende goed kent om een poging te kunnen doen de onderstaande vragen naar hun niveau te duiden. Het schema van blz. 91 biedt daartoe een kader. Het is de bedoeling om met de volgende oefeningen dit kader beter te leren kennen en, als dit

nodig mocht blijken, te verbeteren. We stellen de volgende procedure voor:

- a Geef eerst een bevredigend antwoord op de gestelde vraag.
- b Noteer dan kort welke denkactiviteit tot het antwoord heeft geleid (maak dus een reflectieve oplossing).
- c Probeer vervolgens op basis van voorgaande doordinking en met behulp van het schema een niveauduiding te geven.
- d Pas het schema zo nodig aan.

1 Concrete materialen spelen in de realistische onderwijstheorie een minder dominante rol dan in onderwijstheorieën die zich louter baseren op de handelingspsychologie of de cognitieve psychologie. Kun je die uitspraak 'theoretisch' plaatsen?

2 Bedenk verschillende oplossingsaanpakken voor de opgave $15 \times 48 =$. Welke van die aanpakken worden eigenlijk al voorbereid bij het leren van de tafels volgens de reconstructiedidactiek? Illustreer je antwoord met de didactiek van de tafel van zeven.

3 Wat merkwaardig, die goede rekenaar kiest twee verschillende oplossingsaanpakken voor hetzelfde sommetje! Eerst was gevraagd:

Mijn straat is 64 meter lang, jouw straat is maar 37 meter.
Hoeveel is mijn straat langer?

Toen die besproken was, kwam de volgende som:

Een boek telt 64 bladzijden. Ik ben op bladzijde 37. Hoeveel bladzijden heb ik nog te lezen?

Vertel eens wat hier aan de hand is.

4 Zoek tenminste drie verschillende contexten bij de opgave $50 : 7 =$; los de opgave in die contexten op en noteer ook je manier van denken.

5 De meest effectieve methode om aftrekkingen onder de honderd te maken, is de rij(g)methode. In het bijzonder voor zwakke leerlingen! Wat doe je met een (zwakke) leerling die niet in staat blijkt gebruik te maken van de lege getallenlijn?

6 Van welke drie grondstructuren is sprake bij de hoofdbewerking delen? Ontwerp bij alle drie een opgave voor een realistische methode.

7 Ronnie (zes jaar) zegt in drie bewegingen: Dat zijn zeven gulden. Kijk maar: vijf, zes, zeven.

Is die aanpak van Ronnie te waarderen? Hoe en waarom? Welke som zou je Ronnie als antwoord op zijn vorige oplossing willen geven?

8 Welke zijn de vier hoofdfasen van de reconstructiedidactiek?

9 Er waren kinderen die voor het eerst met het rekenrek werkten en zonder enige moeite direct opgaven als $7 + 6 = 13$ zagen. De juf, die gewend was dit soort opgaven via het steunpunt tien te laten uitrekenen, kon haar verbazing niet verbergen. Kun je dit verklaren?

10 Kinderen uit groep 4 waren in de context van een ouderavond voor het probleem gesteld hoeveel kannen koffie (zes koppen per kan) er voor 81 ouders gereed gemaakt zouden moeten worden. De leraar van groep 4 had ze MAB-materiaal gegeven om het uitrekenen te vergemakkelijken. Maar dat werkte geheel verkeerd, ze kwamen er niet meer op eigen kracht uit. Verklaar dat maar eens.

Nieuwe peilingen in de leeromgeving van aanstaande leraren: een voorstel

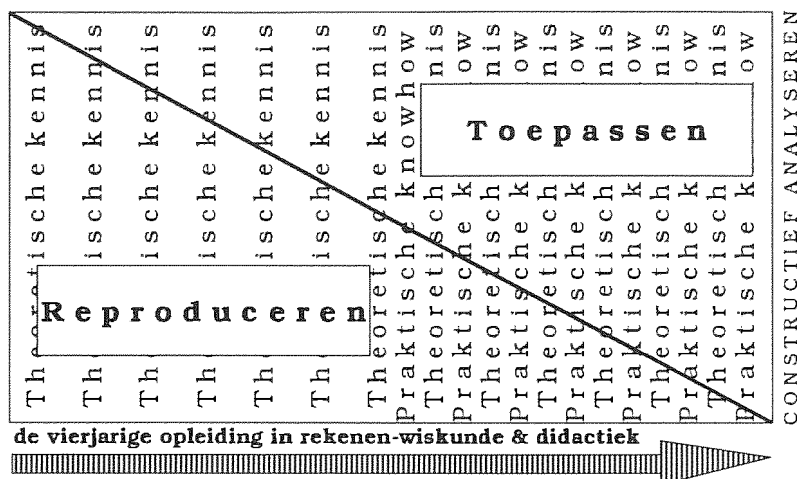
Wat is er overgebleven van het ideaalbeeld dat in het begin van dit hoofdstuk werd geschetst? Is in het schema iets te herkennen van de leraar, druk bezig voor, in en met haar of zijn groep? Hebben we met de vraagstellingen over hoofdbewerkingen, peilingen in de leeromgeving van aanstaande leraren basisonderwijs gedaan?

Oppervlakkig gezien wordt er slechts gemeten op een plek in het tentamenlokaal, en op een tijdstip dat bepaald is aan het eind van een hoofdstuk, blok of module. Die plek en dat tijdstip maken van alle praktijkbedeelde problemen ook nog eens 'als theoretisch ervaren' vragen. Zelfs observaties als die van Ronnie zijn niet in staat om theorie als praktijk te doen ervaren, zo menen we te kunnen stellen.

Het is daarom dat we enige varianten van tentamenvormen willen introduceren. Het zijn varianten die geïnspireerd zijn op ontwikkelingen buiten ons reken-wiskunde & didactiekonderwijs, behalve de eerstgenoemde variant. Die is ontstaan op de Hogeschool Domstad, in het brein van Sabine Lit. Alle andere komen in feite uit het ontwikkelwerk van Jan de Lange en Martin Kindt, in het kader van het HEWET-project (De Lange, 1987).

Vooraf nog een opmerking over fasen in het leerproces van studenten op de Pabo. We menen te kunnen stellen dat we de peilingen vanaf het begin tot en met de afsluiting kunnen plaatsen op een schaal waarop aan de ene kant sterk de nadruk ligt op het reproduceren van weetkennis van theoretische aard. In toenemende mate komt het toepassen van die kennis op de voorgrond, tot tenslotte aan de andere kant van de schaal een hoge graad van constructieve analyse is bereikt.

Hieronder dit idee in schema.



De plaats en het niveau van de tentamens voor rekenen-wiskunde & didactiek

Tenslotte de beloofde varianten. Beschouw ze als experimenteel materiaal, liefst als experimenteer-materiaal, om uit te proberen en over te publiceren in het *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*.

Het episodententamen volgens Sabine Lit

De studenten krijgen eerst de gelegenheid enkele problemen op eigen niveau op te lossen. Vervolgens komt er een reflectief moment als aanloop naar een meer didactisch deel van het tentamen. In de laatste episode wordt de studenten gevraagd een educatief ontwerp te maken.

We zien grote mogelijkheden voor deze variant, vooral als men in staat is de episodes zo in te richten dat studenten op elk moment kunnen instappen om tenslotte toch alle episodes door te maken.

Het tweetrapstentamen van Jan de Lange

De eerste trap bestaat uit een aantal tentamenvragen zoals we die al kennen. Dit deel van het tentamen wordt op school gemaakt, ingeleverd en beoordeeld. Met de wetenschap hoe het eerste deel gemaakt en beoordeeld is, gaat de student naar huis. Zij of hij heeft dan ook de tweede trap bij zich. Die vragen mogen thuis, met alle mogelijke hulp van anderen en boeken gemaakt worden. Het resultaat van dit tweetrapstentamen bestaat uit het (gewogen?) gemiddelde van de twee trappen.

Het mee-naar-de-stageschool-tentamen

In dit tentamen wordt een deel van de peiling op de stageschool gehouden. Theoretische inzichten kunnen nu getoetst worden aan de praktische toepasbaarheid op de werkvloer. Er kan natuurlijk nog veel meer. Houdings- en toepassingsvragen kunnen hier een creatieve invulling krijgen.

Het onderwijsverhaal-essay-tentamen

Dit is een combinatie van het mee-naar-de-stageschool-tentamen, het logboek van studenten en de *Basisschool in Verhalen*. Onderwijsverhalen zijn reflectieve notities over ervaringen in het onderwijs, of gedachtenexperimenten over te ontwerpen onderwijs. Beide vormen zijn als het ware essays met een theoretische lading. In de vraagstelling dient het te onderzoeken fenomeen duidelijk omschreven te zijn, tevens moet de student veel ruimte krijgen voor creatief en productief denken.

Examen anno 2002

Op het symposium Tien jaar NVORWO werd onder de titel *De Pabo bv anno 2002* (Goffree, Treffers, De Lange, 1992) door Fred Goffree onder meer vooruit gekeken naar hoe de eindexamens voor ons vakgebied er over tien jaar uit zouden kunnen zien. Hieronder de tekst waarmee de voordracht werd afgesloten.

- 1 In het eindgesprek over het afstudeerproject wordt voornamelijk gebruik gemaakt van 'kennisvragen' en 'begripsvragen'. Dit is niet anders dan in 1952 bedoeld werd en nu nog steeds op de mondelinge examens gebeurt. De verschuiving van rekenkundige theorie naar rekendidactische heeft plaatsgevonden en er wellicht toe geleid dat er momenteel meer vragen van het eerste type rekenen-wiskunde & didactiek worden gesteld. Op 'mijn' examen in 2002 richten de weetvragen zich voornamelijk op het didactisch repertoire, dat de student in zijn/haar afstudeerproject heeft laten zien.
- 2 Essentieel voor 'startbekwaamheid' is de vaardigheid om met de verworven bekwaamheden tijdens en door het praktische werk de eigen deskundigheid te vergroten. Ik ga ervan uit dat de beginnende leraar daarvoor iets moet hebben van de reflectie practitioner in de zin van Donald Schön (1983). Dat betekent dat hij of zij over het eigen handelen in de praktijk kan nadenken. Naast de reflectieve oplossingen bij het eigen rekenwerk, moeten er dus reflectieve notities komen over praktijkwerk. Het ligt voor de hand dat dergelijke notities (als cursiefjes?!) in het meesterstuk zijn opgenomen. Zo niet, dan

moeten er nog wat geproduceerd worden, in het eindgesprek mogen ze niet aan de aandacht ontsnappen.

- 3 Reflectie op de praktijk kan verbonden worden met de theorie. De beginnende leraar moet mijns inziens laten zien dat de bestudeerde didactiek op het niveau van toepasbaarheid beheerst wordt. Theoretische reflecties in het meesterstuk en staaltjes van horizontale didactisering dienen in het kader van toepasbaarheid te worden besproken. Geeft het werkstuk niet voldoende aanleiding om toepassingsvragen te stellen, dan zou er in het hieronder aangekondigde schriftelijk examen uitdrukkelijk aandacht aan besteed moeten worden.
- 4 Op het eindexamen van de lerarenopleiding dient ook een momentopname van de gecijferdheid te worden gemaakt. Daar gecijferdheid pas goed zichtbaar wordt in de aanpak van alledaagse reken-wiskunde problemen, en er bovendien gelegenheid moet zijn voor het noteren van reflectieve oplossingen, moeten de studenten dit onderdeel schriftelijk kunnen maken. En wel met de mogelijkheid er gedurende langere tijd, buiten school aan te werken. Dat er hulp kan worden ingeroepen van anderen, mag geen bezwaar zijn. Integendeel, al tijdens de opleiding moeten studenten aangemoedigd worden de eigen leeromgeving te verrijken met alle mogelijke deskundigen en inspirerende materialen. In een goede leeromgeving van studenten mogen mentoren en leerlingen van de basisschool niet ontbreken. Met hen op de achtergrond kan ook een didactisch perspectief aan de reflectieve oplossingen worden toegevoegd, zodat de peiling van gecijferdheid aan het eind van de opleiding een extra dimensie krijgt.

Noten

- 1 Iets dergelijks werd gedaan bij het voorwerk voor het artikel Leraar in groep 2 of groep 3. Dat verscheen in *Willem Bartjens* jrg. 12 nr. 1, 1992 (24-30). Als voorbereiding op het interview met Lia Delahaye (groep 2) en Jos Lensing (groep 3) was hun gevraagd uit een lijst van honderd aandachtspunten voor de leraar van het jongere kind er tien uit te kiezen die in het gesprek aan de orde moesten komen. Dat zouden dus de punten zijn waarmee men zich dagelijks het meest bezighield. En, in verband met de doelstelling van dit kleine onderzoek, de punten waarop het werk met groep 2 zich onderscheidt van dat van groep 3. Hier volgen die punten:

- | | |
|---|--|
| 1 De inrichting van het lokaal | 41 Wat een context oproept bij kinderen |
| 2 Valt er wat te leren? | 42 Niveauverschillen in één groep |
| 3 Onverwachte momenten | 43 Getalbegrip |
| 4 Individuele leerlingen | 44 Bouwen aan getalbegrip |
| 5 Individuele leerlingen | 45 Getallenlijn |
| 6 Wat de kinderen zoal te berde brengen | 46 Rekenachtige situaties |
| 7 Over fouten gesproken | 47 Ruimtelijke oriëntatie |
| 8 Rommel in de klas | 48 Kinderlogica |
| 9 In de kring | 49 Taal en rekenen |
| 10 Dat moeten ze echt weten | 50 Theorie en praktijk |
| 11 Mijn didactisch repertoire | 51 De orde bewaren |
| 12 Oefenen | 52 Het lesrooster |
| 13 Experimenteren en uitvinden | 53 De leerstof voor een jaar |
| 14 Prentenboeken | 54 Toetsen |
| 15 Werken of spelen? | 55 Concentratie |
| 16 Functie-ontwikkeling | 56 Ouders |
| 17 Ontwikkelingsmateriaal | 57 Door de stof komen |
| 18 Telactiviteiten | 58 Wereldverkenning |
| 19 Meetactiviteiten | 59 De televisie thuis en op school |
| 20 Verwoorden | 60 Een nieuwe leerling |
| 21 Uitleggen | 61 Allochtoon |
| 22 Om mee naar huis te nemen | 62 Samenwerken |
| 23 Hoogtepunten in het leven van de juf | 63 Patronen vinden |
| 24 Introduceer een thema | 64 Structuren |
| 25 Verbindingen met de wereld buiten | 65 Onthouden en vergeten |
| 26 Fantasie en werkelijkheid | 66 Tijd voor onzin |
| 27 Spontane kinderen | 67 De handleiding raadplegen |
| 28 Kinderen praten met elkaar | 68 Sommen behandelen |
| 29 Reflectieve momenten van de juf | 69 Leren |
| 30 Registreren | 70 Hulp bieden |
| 31 De lol van het observeren | 71 Verhalen vertellen |
| 32 Een bolleboos in de groep | 72 Leeromgeving |
| 33 Een achterblijver die ik me goed | 73 Tijdsbesef |
| 34 Daar wist ik echt geen raad mee! | 74 Verjaardagen vieren |
| 35 Abstract en concreet | 75 Juf bedenkt een probleem |
| 36 De methode | 76 Juf heeft iets meegemaakt |
| 37 Praktijkwerk | 77 Juf houdt zich van den domme |
| 38 Les voorbereiden | 78 Veel te moeilijk voor deze groep |
| 39 Een praatplaat behandelen | 79 Speelgoed |
| 40 Sommetjes | 80 Toen waren de kinderen juf te slim af |
| | 81 Een spelletje met de hele groep |

82 Favoriete spellen van kinderen	92 Afstand meten
83 Voorbereidingen op het echte rekenmen	93 Geld
84 Tellen tot honderd	94 Sesamstraat
85 Rekeningneeltje	95 Maak een verhaaltje bij die som
86 Met de bus	96 Een kijkdoos maken
87 De cijfers leren schrijven	97 Vrije produkties van kinderen
88 Raad mijn getal	98 Opruimen
89 Wegen	99 Opvoeden en onderwijzen
90 Schatten	100 Zicht op doorgaande lijnen in de stof
91 Oppervlakte	101 Ontwikkeling

- 2 Toetsen zetten blijktbaar niet alleen mensen aan het denken over de antwoorden, maar roepen ook een bepaald beeld op. Een beeld dat al dan niet strookt met de verwachtingen die men van een toets heeft. Diezelfde leerling merkte bij een van de vragen op: 'Stomme vraag.' Je hoeft niet te rekenen, alleen maar na te denken! De betreffende opgave luidde: Wat is de omtrek van een voetbal: zeven mm, cm, dm of m?
- 3 Nee, in deze noot vindt u niet hetgeen in de teamvergadering gezegd wordt. Dat weten we namelijk niet, omdat deze vragen nog nooit aan leraren basisonderwijs zijn voorgelegd. Deze noot is dan ook bedoeld om de vraag te stellen: zou het niet een goed idee zijn om bepaalde tentamenvragen door beroepsbeoefenaren te laten becommentariëren?
- 4 Het antwoord was letterlijk in de tekst te vinden en luidde: het gebruik van de blokjes correspondeert niet zonder meer met de situatie, die uitgetekend is. Het concrete correspondeert dus niet als brug van situatie naar volledige rekensom.
- 5 Inmiddels is een tweede druk van dit boek verschenen bij Wolters Noordhoff, Groningen 1989.
- 6 In het genoemde boekje kun je het woord weetkennis (het is een variatie op Guus Kuijers weetstof) niet vinden.
- 7 Wilt u de antwoorden weten van een ander? Hier komen ze:

Ik denk aan de lege getallenlijn waarop het rijgen-heen ($37 + 3 = 40$; $40 + 30 = 70$; $70 + 4 = 74$) het doorbladeren in het boek beschrijft (inzicht). Dat het hoofdrekken volkomen naar de achtergrond verschuift en dat daarmee een ongehoord groot deel van het getalbegrip verloren gaat (kennis).

De leerlingen moeten in dat geval de tafelprodukten zelf maken. Wel, veel kennen ze al van de andere tafels, dus de verwisselbaarheid kan veelvuldig toegepast worden: $6 \times 8 = 8 \times 6 = 48$. En dan is er nog iets zeer onverwachts, want vermenigvuldigen met acht kun je doen door driemaal te verdubbelen. Zo bijvoorbeeld: $8 \times 7 =$ (begin bij 7), dan 14, dan 28 tenslotte 56. En je kunt controleren (en herhalen): 8×3 : (3), 6, 12, 24. 8×5 : 10, 20, 40. En natuurlijk 9×8 op twee manieren: 8×9 : 18, 36, 72. En $10 \times 8 - 8 = 80 - 8 = 72$ (toepassing).

Tja, ik snap die juf wel. Bij aftrekken denk je altijd het eerst aan wegnemen. Misschien heeft juf wel gezegd: zeven eraf twee! Maar $7 - 2$ staat ook voor een verschil waarbij niets wordt weggenomen. Bijvoorbeeld hoeveel is een stok van zeven dm langer dan een stok van twee dm? In het geval van de bloemen: hoeveel tulpen zijn er meer dan er hyacinten zijn (denkvraag)?

Het is dus oppassen met die niveauidingen. Wat voor de ene student een denkvraag is, kan voor de andere een weetkennisvraag zijn. Bijvoorbeeld als die student dezelfde vraag al eens eerder is tegengekomen

Pabo-student in beeld: Miranda

Miranda is een studente die het eerste leerjaar volgt. Haar cijfer voor rekenen op de basisschool is meestal een zeven geweest. Als vooropleiding heeft ze Havo met wiskunde met als eindcijfer een acht.

Ik ben naast haar rekenen-wiskunde & didactiekdocent ook haar stagebegeleider. Na een stageles besproken te hebben, vroeg ik haar of ze nog vragen had. Ja, antwoordde ze, die heb ik wel! Heeft u dat papiertje gevonden in uw postvak? Ik moest even nadenken en mij schoot te binnen dat Miranda de oplossing van een vraagstuk in het kader van hoofdstuk 2 van *Wiskunde & Didactiek* bij mij in het postvak had gedaan. Ik had mijn studenten gevraagd de volgende vraag eens op te lossen:

Bij welk getal ben je als je één miljard cijfers hebt opgeschreven?

Ik had duidelijk gemaakt dat ik het leuk zou vinden als de studenten erover na zouden denken en dan als ze dachten het gevonden te hebben, de oplossing bij mij in het postvak te deponeren. Ik had daar allang niet meer aan gedacht, tot ik op een morgen Miranda's oplossing in mijn postvak vond. Hå, dacht ik, Miranda heeft een poging gewaagd. Waarom zou ze dat opgelost hebben? Omdat ik haar stagebegeleider ben? Of zou er nog een andere reden zijn? Deze stagedag kwam ik dat te weten.

Ze vertelde mij dat het probleem haar intrigeerde en ze was er thuis gelijk aan begonnen. Ze had allerlei dingen uitgeprobeerd en was op een idee gekomen. Jammer genoeg was het nog niet af toen ze naar bed ging. In bed schoot de oplossing haar te binnen. Ik vroeg haar waarom ze het had opgelost. Ze vertelde mij dat ze gek was op rekenkundige probleempjes en veel zat te puzzelen. Haar medestudenten vonden het maar vreemd. Dat doe je toch niet hadden ze gezegd. Heb je niet genoeg te doen? Naar aanleiding van deze uitspraken heb ik haar gevraagd of ze wilde meewerken aan deze beschrijving. Dat wilde ze wel, zei ze.

Waarom ben je bij ons op de Pabo gekomen?

Ik ga graag met kinderen om en heb altijd al lerares willen worden in het basisonderwijs. Het aantrekkelijke leeftijdsverschil spreekt mij aan. Hele jonge kinderen die je nog van alles kunt leren en leerlingen uit groep 8. In het voortgezet onderwijs zie ik het niet zo zitten.

Andere opleidingen hadden haar ook geboeid, onder andere de Academie van Mens en Arbeid. Maar de Pabo was haar favoriet.

Wat zijn je tentamencijfers en welke verwachting had je van rekenen-wiskunde & didactiek op de Pabo?

Eerst had ze gedacht dat het heel gemakkelijk was. Ik heb toch Havo-wiskunde! Echter op een open dag was ze door tweede- en derdejaarsstudenten gewaarschuwd, dat het allemaal niet zo gemakkelijk is. Zeker eigenvaardigheid niet. Ze had niet gedacht dat er didactiek op de Pabo werd gegeven. Maar achteraf wel logisch dat je er les in krijgt! Voor eigenvaardigheid had ze een 7.0 en voor didactiek een 7.8! De lessen vallen mee. Niet moeilijk maar ook niet gemakkelijk. Je moet op een andere manier denken. *Het land van Okt* was haar in het begin niet meegevallen. Echter, toen ze na een tweetal lessen haar logboek invulde ging er bij haar een lichtje branden en was *Het land van Okt* geen probleem meer. De reflectieve logboeknotities waren voor haar van groot belang geweest. Haar vriendin had haar gevraagd het haar uit te leggen. Hierdoor was ze het zelf nog beter gaan begrijpen. Haar inzicht was nog verder vergroot door deze uitleg.

I
N
T
E
R
M
E
Z
Z
O

Invulling van de stage

Inleiding

Als we naar de geschiedenis van ons Nederlandse opleidingsonderwijs kijken valt het op, dat de aandacht voor de stage in de opleiding tot leerkracht aanvankelijk heel groot was; de 'gezel' moest het leren van de 'meester'. In die tijd was de aandacht voor de theorie echter minimaal. De gangbare visie was: kun je je handhaven in de praktijk, dan zal het theoretisch ook wel lukken. Het beroep van onderwijsonderzoeker was echter vast nog niet bedacht. Met andere woorden: men had niet nagedacht over vragen als: hoe leer ik de leerlingen op een efficiënte wijze de leerstof aan, die de leerstof en de leerlingen ook recht doet? hoe doe ik het zó, dat de leerlingen aangesproken worden op hun niveau?

In de loop van de tijd zag men blijkbaar wel het onbevredigende in van de situatie en men ging zich afvragen: hoe moet nu eigenlijk de verhouding tussen theorie en praktijk zijn? Een degelijke theoretische ondergrond is onontbeerlijk om bepaalde leerprocessen te kunnen begrijpen. Als reactie hierop sloeg men door naar de andere kant en was er weinig ruimte voor praktische vorming. De praktische vorming die er was, was ook nog weinig gestructureerd.

Waar het in dit hoofdstuk om gaat is: hoe kunnen we uit de geschiedenis een lijn ontdekken met betrekking tot de stage en wat kunnen we daaruit leren, zodat de huidige stage op de opleidingen zo optimaal mogelijk verloopt?

Het is misschien een open deur intrappen, maar de uitvoering van een goede stage-opdracht begint al bij de correcte formulering van die opdracht. Formuleringen als: 'Geef drie lessen in groep 5', zijn verre van ideaal. Uit de rest van dit hoofdstuk zal duidelijk worden, dat er een verdergaande complicering zal moeten plaatsvinden naar gelang de student langer op de opleiding zit. Hoe ziet zo'n stage-opdracht er dan uit? In de meest uitgebreide vorm kan de opdracht gelardeerd worden met voorbeelden hoe de lessen in elkaar kunnen zitten. Eigen ervaringen van de docent of de studenten kunnen anderen weer op ideeën brengen. Deze reflecties tonen dan ook de zwakke en sterke punten van de opdracht.

Een stagegids is niet de geschiktste plek om een zo uitgebreide formulering neer te schrijven. Daar is een formulering in 'gestrippte vorm' misschien een uitkomst. Elders in het programma kan dan worden ingegaan op de invulling van de opdracht.

We moeten er rekening mee houden dat stage-opdrachten in de basisschool niet altijd goed vallen. De filosofie die de opleiders erop na houden, strookt niet altijd met de praktijk. Mogelijke conflictsituaties ontstaan als er verschillen zijn:

- tussen realistisch rekenen op de opleiding en mechanistisch rekenen in de basisschool;
- een opdracht voor groepjes wordt opgegeven, terwijl de organisatie in de klas juist gericht is op puur individuele benadering;
- het programma van de opleiding en het programma van de basisschool niet met elkaar sporen;
- er een methodeles gevraagd wordt en de basisschool niet volgens een methode werkt.

Met een soepele opstelling van beide kanten moeten deze problemen op te lossen zijn. Elke opleider zal er vroeg of laat mee te maken krijgen. Veel problemen zijn al opgelost als de opdracht vooraf in de groep wordt besproken. Brainstormen over het onderwerp maakt het mogelijk elkaar op ideeën te brengen. Studenten zouden lessen eigenlijk verplicht met een medestudent moeten voorbereiden en nabespreken. Uitwisseling van ideeën vindt dan

gestructureerd plaats – sluit dit niet aan bij een eigenschap van het realistisch rekenen, waarbij de leerlingen hun oplossingen moeten verwoorden? Na afloop gelegenheid geven om ervaringen uit te wisselen lijkt ook niet onverdienstelijk.

Een ander aspect van de stage betreft de begeleiding. De laatste jaren worden de opleidingen geconfronteerd met enorme bezuinigingen. Hierdoor is de meest ideale begeleidingsvorm, namelijk begeleiding door de vakdocent, steeds meer naar de achtergrond geschoven. Tegenwoordig treffen we op de opleiding een grote variëteit aan begeleidingsvormen aan:

- één docent begeleidt de student voor alle vakken (totale begeleiding);
- vakgerichte begeleiding;
- de docent komt niet meer in de basisschool (supervisie);
- begeleiding door specialisten (een docent die de student in de onderbouw begeleidt en een docent die ze in het speciaal onderwijs begeleidt);
- telebegeleiding (de student vraagt via de computer met modem advies aan de begeleidend docent).

We moeten er in de formulering van de stage-opdrachten rekening mee houden dat de mentoren de meeste lessen bijwonen en beoordelen. Zij geven vaak vooraf hun fiat aan de te geven les en zullen daarom goed moeten weten wat de rekenen-wiskunde & didactiekdocent met de opdracht voor heeft. Met andere woorden: in de stagegids moet nadrukkelijk de bedoeling van de te geven les(sen) worden vermeld. Misschien is het tevens zinvol om aan te geven waar de mentor het beste op kan letten. Dit is trouwens niet alleen van belang voor de mentor. Ook de student weet dan waarop gelet wordt en de begeleidend docent, zeker als deze geen vakdocent is, heeft steun aan deze aanwijzingen.

Tussen praktijk en theorie

Inleiding

Wie als docent aan een beroepsopleiding werkt heeft er wel eens van gehoord: de kloof tussen de theorie op de opleiding en de praktijk, waarvoor wordt opgeleid. Of erger nog: de praktijkshock (meestal zegt men praktijkshock), die afgestudeerden ondergaan als ze 'er' echt voor komen te staan, is enorm. Vroeger was dat anders. Toen leerden jonge mensen het vak direct in de praktijk. De timmermansleerling werd van krullenjongen uiteindelijk door

te dóen timmermansmeester. Een onderwijzer uit de vorige eeuw leerde het vak ook eerst als oudste leerling bij de meester achter in de klas. Vaak gebeurde het dat die oudste leerling ook nog de zoon van de bovenmeester was. Pas na schooltijd en 's avonds kon de 'stof' gezamenlijk worden doorgenomen. De school als een soort familiebedrijfje dus. Toen evenwel de school meer maatschappelijke waardering kreeg en ook door andere omstandigheden het aantal scholen toenam, moest men ook het opleiden van de onderwijzers serieuzer gaan aanpakken.

De ontwikkeling, die hiermee is aangezet, is ook in andere beroepssectoren te zien.¹ Men kan zelfs bepaalde fasen onderscheiden: in de eerste fase leert men een beroep 'aan huis', na de industriële revolutie 'in het bedrijf'. Als er meer kennis beschikbaar komt voor de beroepen en de mensen op de werkvloer niet meer de mogelijkheid hebben om die ter plaatse over te dragen, worden er aparte beroepsopleidingen opgericht. In deze tweede fase komen er dus kweekscholen, onder meer voor de binnenvaart, voor machinisten en voor onderwijzers. We zijn dan inmiddels ruim in de tweede helft van de negentiende eeuw beland.

Natuurlijk kleven er bezwaren aan dit losmaken van de praktijk: er kan een soort 'ideale praktijk' gecreëerd worden, die niet overeenkomt met de werkelijke praktijk. Het kan behoorlijk 'schools' toegaan op die kweekscholen: meer aandacht voor leerstof dan voor hetgeen je ermee kunt doen op de werkvloer. Soms wordt de praktijk in de opleiding behoorlijk bekritiseerd, hetgeen ook al niet bevorderlijk is voor een goede samenhang. Zo komen we in fase drie, waarin de opleidingen moeite doen om aan die bezwaren tegemoet te komen.

De stage wordt uitgevonden, een deel van de opleiding vindt plaats op de werkvloer. Maar ook de stage lost niet alle problemen van de beroepsopleiding op. Het blijkt bijvoorbeeld dat de stage toch niet de hele werkelijkheid van het beroep kan doen ervaren. Het blijft een gesimuleerde werkelijkheid voor de student. Deze krijgt namelijk geen volwaardige plaats in het arbeidsproces. De stagiaire is vaak niet veel meer dan een bezoeker, een gast op de werkplek van anderen. Daar moet wat aan gedaan worden.

In de volgende fase van ontwikkeling, fase vier dus, worden praktijkbegeleiders opgeleid. Dat zijn mensen in de arbeidsorganisatie die als speciale taak hebben de stagiaires te begeleiden.

De ontwikkeling in de opleiding van leraren basisonderwijs is met dezelfde fasering aan te geven: in fase één zijn het eerst de

zonen van de schoolmeester en later de beste leerlingen van de klas die op de achterste bank en in de avonduren het vak van onderwijzer leren. Fase twee wordt ingeluid als de Maatschappij tot Nut van 't Algemeen omstreeks 1800 de eerste Kweekscholen opricht, later gevolgd door 'de staat' met een klein aantal Kweekscholen en een zeer groot aantal normaalscholen.

In 1902 is er op de normaalschool van de 'Broeders van Oudenbosch' één broeder-docent met hoofdakke, die alle normaallessen verzorgt. Het lesrooster voor de intern gehuisveste 'broederleerlingen' is eenvoudig gehouden. Voor klas I is er driemaal per week les van 16.30 - 18.00. Voor klas 2 is er ook drie maal per week les, van 14.00 - 15.30. De klassen 3 en 4 hebben elke dag les (zes maal per week) van 9.00 - 10.30. In de annalen van de Bisschoppelijke Kweekschool Oudenbosch (vanaf 1906 in de plaats gekomen van de normaallessen) kan men ook nog lezen, dat die eerste broeder-docent uit zijn functie moest worden ontheven, omdat hij er met de pet naar gooide: Soms moest men hem nog uit bed halen om les te komen geven! (De Frankrijker, 1988)

Na de Lageronderwijswet van 1920 zijn er alleen nog maar kweekscholen, hoewel de afbouw van de normaalscholen nog tot 1945 duurt.

Interessant is, dat al in 1913 voorstellen waren gedaan om tot verbetering van de opleiding te komen. De bezwaren tegen de vigerende opleiding destijds, betroffen de vooropleiding, de praktische vorming, de bekwaamheid van de opleiders en de examens. Met de wet van 1920 werden verbeteringen op deze punten aangekondigd, maar in 1923 verscheen de *Technische Herzieningsmaatregel ter beperkingen van de publieke uitgaven*. Het is niet moeilijk te raden aan welke van de vier bezwaren nog slechts gewerkt kon worden.

Op de eerder genoemde Bisschoppelijke Kweekschool Oudenbosch werd in alle vier de jaarklassen circa 35 uur per week onderwezen. Over vier jaar kreeg rekenen negentien uur per week, kennis der natuur zestien uur, Nederlands vijftien uur, lezen twaalf uur en opvoedkunde tien uur. In klas 3 was er een half uur stage opgenomen (de lessentabel van 1906).

De lerarenopleiding in die tweede fase was eigenlijk niet veel meer dan een 'slechte imitatie van het vmo', het middelbaar onderwijs van die tijd.

In 1952 dient zich met de nieuwe Kweekschoolwet de derde fase aan. Voordien was de opleiding van onderwijzers geregeld in de Lageronderwijswet. Kweekschool wordt in feite nu Pedagogische Academie, hoewel men met de nieuwe naamgeving nog tot

omstreeks 1968 moest wachten.² De stage is nu goed geregeld en er komt in de opleiding voor het eerst aandacht voor vakdidactiek. In de derde klas wordt een halve dag per week in de oefenschool doorgebracht. In de vierde klas een hele dag. Aan het eind van klas 4 kon men de onderwijzersakte halen. Aan het eind van klas 5 de volledige bevoegdheid, de oude hoofdakke. In die vijfde klas werd de helft van de tijd in de oefenschool doorgebracht. De vijfdejaarsstudenten wisten met hun tijd in de oefenschool geen raad. Soms trof je ze kaartend aan in het kamertje van het hoofd. In die periode kregen de onderwijzers aan de oefenscholen nog een vergoeding voor de aanwezigheid van PA-studenten in hun klas.

Er is nogal wat veranderd sinds 1952. De PA-docenten hebben veel geleerd van hun begeleiding in de praktijk van het lager (basis)onderwijs. Wellicht meer nog dan hun studenten. Soms werden er pogingen gedaan de mentoren nauwer bij het opleiden te betrekken. In 'de vierde fase' is de lerarenopleiding basisschool nooit gekomen. Bij de NLO's en ULO's was dat wel het geval: schoolpracticumdocenten kregen een aparte bijscholing op de opleidingen.

De stage heeft zo gezien een eigen ontwikkeling doorgemaakt. In beroepsopleidingen heeft men ingezien dat er evenwicht tussen 'binnenschools leren' (opleiding) en 'buitenschools leren' (stage) zou moeten zijn. In geen van de beroepsopleidingen heeft men er evenwel toe kunnen komen het theoretisch en het praktisch onderwijs beter op elkaar af te stemmen (De Vries en Van Wal-Berretty, 1986, blz. 77).

Dit laatste is de conclusie van een onderzoek in het kader van het 'leerplaatsenproject'. De onderzoekers zijn niet in details van de vakdidactiek getreden. Dat gebeurde ook niet bij een opmerkelijke gebeurtenis in 1983. Op 21 januari van dat jaar waren vele coryfeeën uit de lerarenopleiding op uitnodiging van de vakgroep Onderwijskunde in Utrecht bijeen. De onderzoeker Jan de Jong daagde daar deskundigen uit zich als getuigen op een rechtszitting te laten ondervragen over hun eerste reactie op de stelling:

'De traditionele schoolstage in de opleiding van onderwijsgeven-
den leidt niet tot de gewenste resultaten en dient derhalve, in de
huidige vorm, geheel te verdwijnen.'

In de publikatie van deze 'rechtszitting', *Schoolstage in het ge-
ding*, onder redactie van Jan de Jong en Hubert Coonen, leest

men veel ontevredenheid met de situatie en kan men enkele tips voor een andere aanpak vinden. Maar zoals gezegd, de details van de vakdidactiek komen niet in beeld. Wel de vakdidactici, gekritiseerd als beoordelaars in plaats van begeleiders van studenten.

Hoe zit dat eigenlijk met de vakdidactiek op de opleiding? Wat is de relatie met de praktische oefening? En neemt de wiskunde ook op dat gebied een vooruitgeschoven positie in? Om dit soort vragen te beantwoorden gaan we terug naar het jaar 1976.

In de rijke context van het basisonderwijs

Dit was het motto van de Wiskobasconferentie die, zoals gebruikelijk, vlak voor de herfstvakantie in Egmond aan Zee werd gehouden. De deelnemers waren PA-docenten wiskunde & didactiek. Enkelen hadden hun collega's van pedagogiek meegenomen. In een schrijven van 3 september 1976 was hen een aantal vragen over de praktische vorming gesteld. De organisatoren van de conferentie wilden hetgeen in Nederland op dit gebied plaatsvond eens netjes in kaart brengen. Kort gezegd werd gevraagd naar:

- hoe de studenten geïnformeerd worden;
- welke informatie de mentoren krijgen;
- hoe de praktische vorming is georganiseerd;
- op welke principes de praktische vorming is gebaseerd;
- welke relatie er bestaat tussen het wiskunde & didactiek-programma en de stage;
- idem voor de relatie tussen het programma pedagogiek en de stage.

De antwoorden werden uitvoerig verwerkt in *De praktische vorming, een situatieschets anno 1976*. Hoewel er vele varianten van organisatie zijn, blijken de principiële verschillen gering. De bemoeienis van de docent met de praktijk beweegt zich op de schaal 'bezoeken, beoordelen, begeleiden en samenwerken'. Op de meeste academies moeten de studenten lesschema's maken, veelal door een gegeven formulier in te vullen.³ Wat precies het onderscheid is tussen de bezoekende docent en de voortdurend aanwezige mentor, wordt nergens duidelijk. Men stelt algemeen en eensgezind: 'oefening baart kunst', maar weet niet wat er precies geoefend wordt. Op enkele academies heeft men nagedacht over een fasering van de stage, een opbouw van eenvoudig naar moeilijk. De meest simpele fasering wordt in Den Helder gemeld:

observeren, een les geven, een lessencyclus geven. In Groningen bedacht men:

- van eenvoudige naar moeilijke stof;
- van eenvoudige naar moeilijke werkvormen;
- van ongedifferentieerd naar gedifferentieerd onderwijs.

Op de Rijks PA te Emmen heeft men in die tijd al een pakket *Stagge-opdrachten voor eerstejaarsstudenten*. Een voorbeeld uit Emmen:

Rekenen: (klas 4/5): Blok jij of blok ik? Aantal leerlingen: vier.
Je hebt 32 blokjes nodig.

- a Ga met één van de leerlingen het volgende spel spelen: ... pak 16 blokjes. Om beurten mogen er 1, 2, of 3 blokjes worden weggepakt. Maar ... wie het laatste weggepakt, is winnaar. Leg dit spel goed uit.
- b Laat de kinderen daarna met z'n tweeën dit spel enkele malen spelen en bekijk de reacties van de kinderen goed.
- c Praat daarna samen nog eens over de beste manier.

In Hilversum is op de PA Ludgerus een draaiboek voor de lespraktijk gebruikt. Men heeft zich daar sterk laten leiden door het *model DA (Didactische Analyse)*. Niet alle creativiteit blijkt daardoor te zijn onderdrukt. Wat vinden we anno nu bijvoorbeeld nog van deze praktische suggestie?

Je kunt over de krant praten en beginnen met: Jongens, hier is een krant. Vandaag gaan we over de krant praten ... Je kunt à la Fred Kaps, terwijl het steeds stiller wordt, van een krant een hoed vouwen en deze opzetten, daarbij kijkend of je de Aga Kahn zelf bent, vervolgens een krant uit je tas tevoorschijn toveren en aan de leerlingen de vraag stellen: is deze krant gemaakt om hoedjes van te vouwen?

Maar in hetzelfde draaiboek krijgen beginnende studenten de volgende aanwijzing:

Elke les kent drie opeenvolgende fasen, ieder met een specifiek karakter:

- a de inleiding (5 - 10 min.)
- b de kern (20 - 30 min.)
- c de afronding (5 - 10 min.)

Nu, op veilige afstand van de PA van vijftien jaar geleden, kunnen we goed zien hoe 'binnenschools' op grond van onderwijskundige modelvorming en vanuit een schoolse opvatting over leren, een andere 'werkelijkheid' werd gecreëerd voor de studenten. Dat de studenten 'buitenschools' konden overleven, was te danken aan de flexibele opstelling van hun mentoren en de eigen wendbaarheid.

observeren, een les geven, een lessencyclus geven. In Groningen bedacht men:

- van eenvoudige naar moeilijke stof;
- van eenvoudige naar moeilijke werkvormen;
- van ongedifferentieerd naar gedifferentieerd onderwijs.

Op de Rijks PA te Emmen heeft men in die tijd al een pakket *Stage-opdrachten voor eerstejaarsstudenten*. Een voorbeeld uit Emmen:

Rekenen: (klas 4/5): Blok jij of blok ik? Aantal leerlingen: vier.
Je hebt 32 blokjes nodig.

- a Ga met één van de leerlingen het volgende spel spelen: ... pak 16 blokjes. Om beurten mogen er 1, 2, of 3 blokjes worden weggepakt. Maar ... wie het laatste wegpakt, is winnaar. Leg dit spel goed uit.
- b Laat de kinderen daarna met z'n tweeën dit spel enkele malen spelen en bekijk de reacties van de kinderen goed.
- c Praat daarna samen nog eens over de beste manier.

In Hilversum is op de PA Ludgerus een draaiboek voor de lespraktijk gebruikt. Men heeft zich daar sterk laten leiden door het *model DA (Didactische Analyse)*. Niet alle creativiteit blijkt daardoor te zijn onderdrukt. Wat vinden we anno nu bijvoorbeeld nog van deze praktische suggestie?

Je kunt over de krant praten en beginnen met: Jongens, hier is een krant. Vandaag gaan we over de krant praten ... Je kunt à la Fred Kaps, terwijl het steeds stiller wordt, van een krant een hoed vouwen en deze opzetten, daarbij kijkend of je de Aga Kahn zelf bent, vervolgens een krant uit je tas tevoorschijn toveren en aan de leerlingen de vraag stellen: is deze krant gemaakt om hoedjes van te vouwen?

Maar in hetzelfde draaiboek krijgen beginnende studenten de volgende aanwijzing:

Elke les kent drie opeenvolgende fasen, ieder met een specifiek karakter:

- a de inleiding (5 - 10 min.)
- b de kern (20 - 30 min.)
- c de afronding (5 - 10 min.)

Nu, op veilige afstand van de PA van vijftien jaar geleden, kunnen we goed zien hoe 'binnenschools' op grond van onderwijskundige modelvorming en vanuit een schoolse opvatting over leren, een andere 'werkelijkheid' werd gecreëerd voor de studenten. Dat de studenten 'buitenschools' konden overleven, was te danken aan de flexibele opstelling van hun mentoren en de eigen wendbaarheid.

De situatieschets eindigt met een constatering en een waarschuwing aan de collega's. Geconstateerd werd een soort tweeslachtigheid in de programma's. Enerzijds had men de kant gekozen van de realistische didactiek, destijds aangeduid met Wiskobas, anderzijds werden de studenten opgeleid in het geven van traditionele rekenlessen. Voor 1975 was er nauwelijks een andere mogelijkheid geweest. De ideeën van Wiskobas waren nog maar fragmentarisch uitgewerkt en het overgrote deel van de scholen gebruikte traditionele rekenmethoden: *Naar Zelfstandig Rekenen*, *Ik Reken*, *De Grondslag*, *Niveaucursus Rekenen van Vossen*, *Nieuw Rekenen*, *Boeiend Rekenen*, en dergelijke. Maar nu, zo vonden de auteurs van de schets, moest men een fundamentele beslissing nemen. Leid je onderwijzers op voor het rekenonderwijs van gisteren of voor dat van de toekomst? Gemakkelijk gezegd, maar er moet ook nog iets gedaan worden.

De stagespullen van Gorinchem

Wiskobas mocht vanaf 1976 het ontwikkelwerk van de onderwijzersopleiding op de Gorinchemse PA Juliana van Stolberg uitproberen. Al spoedig werden stage-opdrachten bedacht en samen met de studenten op de basisscholen uitgevoerd. Toen in 1977 het pakket wiskunde & didactiek voor het eerste jaar (*Het land van acht*, *Tellen*, *Metten*, *Kijken-doen-denken en zien*) uitkwam, was dat voorzien van een *Stagespullenboek*. De inleiding van dit boek was gericht aan 'mentor en student'. Dat kon, omdat in de voorgaande ontwikkelfase een nauwe samenwerking tussen studenten, mentoren en docenten tot stand was gekomen. De mentoren waren diverse malen bijeen geweest op de PA, om geïnformeerd te worden over het wiskunde & didactiekprogramma in ontwikkeling. De mentoren op hun beurt vroegen om Wiskobas-materiaal, dat gebruikt kon worden in de eigen scholen. De ontwikkelaars gingen op het verzoek in en ontwierpen leerlingmateriaal voor een project. Hierin waren natuurlijk ook voor de studenten herkenbare materialen opgenomen. In de inleiding wordt mentoren gevraagd om de studenten in eerste instantie wat eigen ruimte te geven. Niet direct de opdracht verstrekken om een volledige les te geven, of een moeilijke uitleg bedenken voor de hele klas. Maar gesprekken met kinderen voeren, werken met een klein groepje kinderen, spullen uitproberen, kinderen enthousiast krijgen, leren luisteren naar de leerlingen, enzovoort. Daar zou het de eerste maanden in de stage om moeten draaien. Dat

was in die tijd een ongebruikelijke vraag, want voordien kwamen kwekelingen alleen maar op de oefenschool om lesgeven te leren. Voorts werd de mentor uitgenodigd om zijn deskundigheid te tonen:

'Een goede mentor zegt niet tegen zijn studenten hoe het onderwijs moet. Wel laat hij zien hoe hij 'het' doet. Hoe hij erover nadenkt met de bedoeling om de kinderen verder te helpen. Hoe hij nadenkt over zijn onderwijs om dat naderhand nog beter te doen. Dit (zelf-)bewuste werken, dit kunnen nadenken over en het bespreken van het eigen gedrag in de klas, zowel tijdens de voorbereiding als ook achteraf naar aanleiding van de reacties van de leerlingen, onderscheidt naar onze mening de goede mentor van de gewone onderwijzer.' (blz.3)

Nu zouden we voor die goede mentor een term van Donald Schön (1983) willen gebruiken: *the reflective practitioner*. Dat is de reflectieve praktijkdeskundige. Iemand die de praktijk kan uitoefenen en tegelijk onder woorden kan brengen wat hij precies doet en daarbij denkt, en waarom hij dat op die manier doet. Zoals de schilderes in een Teleac-cursus, die bij de video-opname die gemaakt was toen ze een portret schilderde, achteraf precies vertelde wat ze aan het doen was en wat er toen in haar omging. Het is de expert in de leeromgeving van een 'novice', een beginnend of aanstaand collega. Zonder het ons bewust te zijn, waren we dicht bij fase één, met de krullenjongen in de timmermanswerkplaats, of de schildersleerling in het atelier van de meester, gekomen. Maar nu met leerlingen met een betere vooropleiding, minder tijd en verder gevorderd in het emancipatieproces. Nog een citaat:

Tenslotte ben je als mentor natuurlijk bereid tijd te besteden om zomaar eens te filosoferen over je klas, over bepaalde kinderen, over stukjes onderwijs, over een goed artikel, over het milieu van de leerlingen, over de ouderavond, over de personeelsvergadering en dergelijke. Daarvoor is af en toe wat meer tijd nodig dan het ogenblikje na de stage-ochtend.' (blz.8)

Er kwam ook een 'minitheorietje' over het stageproces van de eerstejaarsstudent naar voren. Een fasering die er als volgt uitzag:

- a kennismaken met de kinderen van de basisschool;
- b oriënteren op de kinderen;
- c oriënteren op de eigen inbreng;
- d verwerking in de klassesituatie.⁴

Bij het toelichten van de stage-opdrachten werd ruimschoots gebruik gemaakt van logboeknotities, gemaakt door studenten en hun mentoren. Deze waren geselecteerd op grond van de 'pieker-

varingen' waarvan studenten in die notities, meestal impliciet, blijk gaven. We noemen ze hieronder in de hoop dat ze ook de studenten in de jaren negentig nog mogen overkomen.

- De leerling lost onverwacht een moeilijk probleem op.
- Een leerling vertoont een plotseling inzicht.
- Een leerling ondergaat een zichtbare verandering.
- Kinderen gaan op een onverwachte manier aan het werk.
- Een leerling toont zich slimmer dan je zelf was.
- Leerlingen blijken het zojuist geleerde goed te kunnen toepassen.
- Leerlingen zitten geboeid te luisteren.
- Kinderen worden enthousiast.
- Een eigen didactische vondst blijkt te werken.
- Een leerling legt iets moeilijks, helder uit.
- Een leerling lijkt een fout te maken, maar dan blijkt ...
- Een leerling formuleert haarscherp ...

We zouden er nu aan toe kunnen voegen:

- Wat volgens de theorie moest gebeuren, gebeurt ook.
- Je ervaart de handicap die 'blijven tellen' oplevert.
- De krachtige werking van het rekenrek wordt zichtbaar.
- De leerling pakt de lege getallenlijn en lost het probleem op.
- De verschillende niveaus worden zichtbaar in de groep.

Vormgeving van stagespullen

Een nadere bestudering van alle stagespullen in dit stagespullenboek levert een aardig lijstje met kenmerken, die we ook nu nog van harte kunnen aanbevelen. Kijk zelf maar:

- de opleidings-didactische context van de opdracht (wat de student ervan kan leren);
- formulering (praat met, leg uit aan, onderzoek bij, maak samen met, oefen met, ...);
- aanzet om eerst op eigen niveau aan de slag te gaan;
- informatie over hoe het anderen verging (onderwijsverhalen van andere studenten, onderzoekers, jezelf ...);
- voorspellingen van reacties van kinderen (een sterk nummer!);
- verwijzing naar methoden;
- ontwerptips (begin eens zo, dit is een spannend instapprobleem. Verken die context op mogelijkheden. Probeer dit cognitieve conflict. Hier heb je een mooie visualisering. Leg ongemerkt eens ... in het zicht van de leerlingen);
- punten waarop speciaal gelet moet worden;

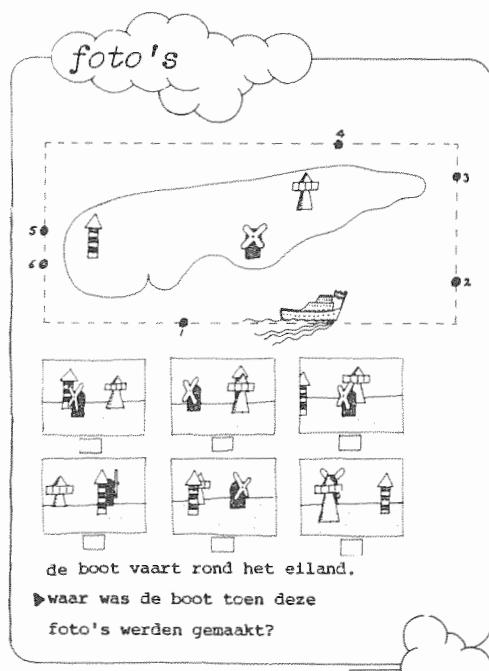
- de theorie achter de praktijk;
- aanwijzingen voor evaluatie en verslaglegging (de reflectieve notities samengevat).

Tot zover aandachtspunten voor stage-opdrachten 'in alle uitvoerigheid'. Anders is het gesteld met de formuleringen in de module *Naar Verhouding*. In deze module is op twee andere manieren gepoogd om de theorie aan de praktijk te koppelen:

- 1 De doelstellingen van de module zijn gekoppeld aan de eindtermen voor verhoudingen in het basisonderwijs.
- 2 De architectuur van de module is dezelfde als die van een leer-gang verhoudingen in het basisonderwijs.

De stage-opdrachten vormden het sluitstuk van deze koppeling. Het feit dat de module bestemd is voor vierdejaarsstudenten, leidde tot de verwachting, dat de studenten in dit geval aan 'een half woord' genoeg zouden hebben. Zo ontstonden de 'gestripte' formuleringen. In de inleiding waren ze toegelicht. Het ging om zes componenten die achtereenvolgens gespecificeerd worden:

- a Het reken-wiskundeonderwerp.
- b Het te gebruiken leerlingenmateriaal.
- c De omvang van de groep leerlingen waarmee gewerkt moest worden.
- d De aard van de leerlingenactiviteit.
- e Dat wat de student ervan zou kunnen opsteken.
- f De lokatie waar een en ander zou moeten plaatsvinden.



Wat kost dat?

Blokkenbouwsels op een plaatje, dat is nog wat anders dan echte.

Hele jonge kinderen zijn geneigd om niet de blokjes (driedimensionaal), maar de vlakjes (tweedimensionaal) te tellen. In een dergelijk geval *helpt* een echt bouwseltje het kind om tot een juiste interpretatie te komen.

Kunnen de kinderen de afbeeldingen wel op de juiste manier *lezen*, dan komt er toch een moeilijkheid naar voren.

Probeer de moeilijkheid te voorspellen en laat de kinderen discussiëren om te zien *wat* precies hun moeilijkheid is. Het is mogelijk, dat op bepaalde momenten een aanwijzing van je verwacht wordt. Beperk je evenwel en ga in elk geval niet over tot uitleggen. Het gaat er namelijk om, dat je de kinderen observeert in hun verschillende aanpakken en vooral aandacht schenkt aan de onderlinge gesprekken. Er moet ook gerekend worden. De kinderen van de tweede klas zullen de tafel van twee mogelijk toepassen. De eerste klassers hebben wellicht steun aan een getallenlijn.

Bezin dus voor je begint ...

Uit het logboek van een mentor:

Iedere groep heeft twee bouwwerkjes nagebouwd en geteld hoeveel blokjes erin zaten. Dat was voor sommigen nog een hele klus. Toen we dat in de bespreking allemaal hadden opgeschreven, was het uitrekenen van de prijs niet moeilijk meer. Op de getallenlijn steeds sprongen van twee maken.

De oefenschool als leeromgeving

In 1988 werd op de Hogeschool Domstad de eerste (proef)visitatie in de Pabo-wereld uitgevoerd. Er verscheen een rapport (Inspectie, 1989) waarin een heel hoofdstuk werd gewijd aan de relatie tussen theorie en praktijk. Omdat er maar weinigen zullen zijn die van deze rapportage hebben kennis genomen, citeren we het-geen op blz. 72 over de mogelijkheden van de stageschool naar voren wordt gebracht:

De stageschool kan voor de student een rijk geschakeerde leeromgeving betekenen als ze opgevat wordt als tenminste:

- oefenterrein, om te leren lesgeven;
- toekomstig beroepsveld, om te ervaren welke eisen aan de professie gesteld worden;
- onderzoeksgebied, om te leren hoe kinderen leren;
- proeftuin, om zelfgemaakte educatieve ontwerpen te toetsen en te verbeteren;
- ontmoetingspunt, met leerlingen, leraren, ouders;
- arsenaal van leermiddelen, om na te gaan wat er allemaal beschikbaar is;
- bron van problemen, om deze te signaleren en aan het oplossen ervan mee te werken.

Met deze mogelijkheden kan de vijfde component van de 'gestrip-te stage-opdracht' concrete invullingen krijgen.

Als je de oefenschool als leeromgeving voor studenten opvat, moet je meer doen dan alleen maar opdrachten meegeven.⁵

Het beeld van een natuurgebied biedt zich aan. Als je naar de Mitspeh Ramon, een grote krater van veertig bij negen kilometer in de Negev woestijn, gaat om iets te leren (van geografie, van bodemkunde, of van biologie), kom je eerst in een prachtig bezoekerscentrum.

Daar word je voorbereid op hetgeen in werkelijkheid te zien is. Echte brokken steen uit de krater, gesorteerd naar diepgang, een maquette van het gebied, schema's en tabellen. Allemaal informatie die het mogelijk maakt straks een persoonlijk educatief pad door de werkelijkheid van de krater uit te stippelen. En dan, als men het eind van de informatiestroom nadert en inmiddels ook nog een prachtige video-opname heeft gezien, komt men voor een grote glazen wand. Daarachter ligt in volle glorie de Mitspeh Ramon zelf.

Bezoekerscentra heb je ook in Nederland. Daarvoor hoeft je niet naar Israël. Er is er een bij de weerribben in de kop van Overijssel. Ook is er een bij Lelystad, als entree voor het Nieuwe land. Maar ik heb nog niet eerder een Pabo gezien die 'binnenschools' de kenmerken van een bezoekerscentrum vertoonde met het doel om het 'buitenschoolse leren' via een persoonlijke leerweg van studenten mogelijk te maken. Of vergeet ik nu de prachtige werken die Erik Vos ontwierp ten behoeve van de verkorte opleiding aan de HMN? De studenten van het laatste, het tweede jaar dus, kregen een tweeweekse voorbereiding op een langdurige stageperiode, die er niet om loog. Aan het eind van de twee weken hadden ze zoveel materiaal ontworpen en ideeën opgedaan, dat ze hun voornemens om van de stage te leren aardig konden verwoorden. Deze goede voornemens legden ze zelf vast in 'een didactisch contract'.⁶

Wat nu?

De afstand tussen 'binnenschools' en 'buitenschools' is toegenomen. Pabo-docenten hebben niet veel gelegenheid meer om studenten in de stageschool te bezoeken, te beoordelen en te begeleiden. De begeleiding heeft het karakter van afstandsbediening gekregen. De bovengenoemde idee van leeromgeving en persoonlijke leerweg kan wellicht tot een bevredigende situatie voeren.

Maar dan moet er nog het een en ander ontwikkeld worden. Wat dat is, kan niet moeilijk zijn om te raden. Ik noem het maar even voor alle zekerheid:

- 1 het Stagespullenboek voor de jaren negentig, als reisgids;
- 2 een inleiding voor het gebruik door mentor en student, om het idee van een persoonlijke leerweg en de mentor als 'reflective practitioner' uit te leggen;
- 3 een reken-wiskunde & didactiekprogramma waarin het idee van een bezoekerscentrum (voor de rijk geschakeerde leeromgeving 'basisonderwijs') is gerealiseerd.

De invulling van de stage

Bij het filosoferen over de stage kan het volgende overzicht als handleiding dienen. Hiermee kan het gesprek gestuurd en de formulering van de opdracht genormaliseerd worden.

- a Een persoonlijke visie op de praktische vorming:
 - het basisonderwijs als rijk geschakeerde leeromgeving;
 - de expertise van de mentor;
 - de rol van de vakdidacticus.
- b Aandacht voor de samenhang tussen theorie en praktijk in het eigen reken-wiskunde & didactiekprogramma:
 - zicht geven op het reken-wiskundeonderwijs in de basisschool;
 - de theorie aanwenden om de praktijk te begrijpen;
 - de praktijk aanwenden om de theorie te begrijpen;
 - bakens uitzetten, zodat studenten zelf hun leerweg kunnen bepalen.
- c Het ontwerpen van stage-opdrachten met aandacht voor:
 - de opleidings-didactische context van de opdracht (wat de student ervan kan leren);
 - formulering (praat met, leg uit aan, onderzoek bij, maak samen met, oefen met, ...);
 - aanzet om eerst op eigen niveau aan de slag te gaan;
 - informatie over hoe het anderen ermee verging (onderwijsverhalen van andere studenten, onderzoekers, van jezelf, ...);
 - voorspellingen van reacties van kinderen (een sterk nummer!);
 - verwijzingen naar de methoden;
 - ontwerptips (begin eens zo, dit is een spannend instapprobleem, verken die context op mogelijkheden, probeer dit cognitieve conflict, hier heb je een mooie visualisering, leg ongemerkt eens ... in het zicht van de leerlingen);
 - punten waarop speciaal gelet moet worden;

- de theorie achter de praktijk;
 - aanwijzingen voor evaluatie en verslaglegging (de reflectieve notities samengevat).
- d Informatie aan student en mentor over het gebruik van de stage-opdrachten.
- e Inpassing van de stage-invulling voor rekenen-wiskunde & didactiek in de totale stage-opzet op de eigen academie.

Een didactisch contract

Een didactisch contract is beschreven als een middel om studenten te inspireren en te motiveren tot betere invulling van de stage. Dit didactisch contract, dat oorspronkelijk de ongeschreven verplichtingen van docent en student bevatte, kan in deze nieuwe interpretatie een mooie vorm worden waarin studenten hun rechten, plichten, maar vooral verwachtingen en voornemens kunnen noteren. Een intentieverklaring, een soort reflectie vooraf.

Hier een voorbeeld van Agnes:

Wat verwacht ik van mijn vijf weken stage en wat voor leraar wil ik worden?

- Aangezien ik mijn stageschool voor een groot deel ken, denk ik, dat mij alle mogelijkheden geboden worden om te leren een goede leraar te worden.
- Ik wil proberen veel variatie aan te brengen in mijn stageperiode. Ik stel me zo voor, dat ik bij Rob, een van mijn mentoren, enthousiasme zal ontmoeten voor het 'Landschap bekijken' in het kader van natuuronderwijs. Ik wil dit zeker uitvoeren.
- Ik wil bij Hans eens bekijken of ik voor muziekonderwijs de groep net zo enthousiast kan krijgen als hij.
- Bij Carolien wil ik proberen veel leesspelletjes voor groep 3 in te voeren, zodat de kinderen zich bewust of onbewust bezighouden met taal.
- In de groepen 6, 7 of 8 wil ik proberen geschiedenisonderwerpen tot leven te brengen en met aardrijkskunde een reis door de omgeving, Nederland of Europa te maken.
- Ik wil proberen het mogelijk te maken om, samen met Liesbeth (medestudente), een midweekviering te verzorgen, waar uit de verschillende groepen getoond wordt, waar we mee bezig zijn geweest.
- De gymlessen op mijn stageschool zijn na elkaar gepland. Ik wil proberen een ochtend of middag bewegingsonderwijs voor de verschillende groepen te verzorgen.
- In een van de bovenbouwgroepen wil ik proberen een reken-

verzamelen en selecteren van geschikte opgaven, het kiezen van enkele rekenaars (volwassenen en kinderen, experts en leken, zelfverzekerden en faalangstigen, ...), het inrichten van een geschikte onderzoekssetting en het maken van hardopdenkprotocollen. In de brochure zou naar voren gebracht moeten worden hoe de rekenvaardigheid beïnvloed wordt door de aanwezigheid van een zakrekenmachine.

- 3 Een begin-bij-jezelf onderzoek. Zoek rekensituaties op waarin je verwacht dat een geïntegreerd gebruik van hoofdrekenen, schattend rekenen en zakrekenmachine mogelijk wordt. Denk aan de markt, de doe-het-zelf winkel, thuisbankieren, ... Ga dan op pad met de welbewuste intentie het geïntegreerde gebruik optimaal tot stand te brengen. Zoek vooral naar positieve ervaringen, maar vergeet de knelpunten niet te noteren. Maak reflectieve notities en beschrijf elke gebeurtenis alsof het een critical incident is ten behoeve van onderwijs op de Pabo. Deze bijdrage aan de brochure moet de lezer ervan in staat stellen zich een voorstelling te maken van geïntegreerd gebruik in de eigen omgeving.
- 4 Houd interviews met gebruikers van rekenapparaten. Er zijn personen die zelf een hele ontwikkeling op dit terrein hebben meegemaakt: eerst behelpen met een tabellenboek, dan de rekenliniaal en vervolgens de zakrekenmachine in allerlei stadia van ontwikkeling. De computer laten we in dit onderzoek buiten beschouwing. Let wel, het gaat hier niet om didactisch materiaal, de lusabacus of het honderdveld zijn niet interessant. De interviews moeten goed voorbereid worden, een uitgekende vragenlijst is het minste waaraan de onderzoeker kan denken. Het interview zelf hoeft daardoor niet te gaan lijken op het invullen van een formulier. Beter van niet, je hebt dan meer kans ook onverwachte informatie te krijgen. Waar moet je zoeken naar proefpersonen? Een niet te jonge wiskundeleraar, een ingenieur, een chef van een Hubo of Gamma, een boekhouder, ... In de brochure beschrijf je hoe mensen het rekentuig gebruiken, hoe ze er tegenover staan, waar ze bij de verandering mee zaten, hoe ze daar nu niet meer mee zitten, wat er van hoofdrekenen en schattend rekenen terecht komt. Je beschrijft dus een maatschappelijk verschijnsel dat al dan niet aan het realistische reken-wiskundeonderwijs voorbij mag gaan.

Onderzoek doen in het HBO

In elk afstudeerproject zou aandacht moeten zijn voor alle volgende onderdelen:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1 literatuurstudie | 5 peiling |
| 2 educatief ontwerpen | 6 reflectieve notities |
| 3 onderzoek | 7 verbinding met de theorie |
| 4 onderzoekend onderwijzen | 8 presentatie |

Het onderdeel 'onderzoek' leidt, voor zover we kunnen zien, evenwel in afstudeerprojecten op Pabo's een onduidelijk bestaan.

De deelnemers aan de oriëntatiecursus rekenen-wiskunde & didactiek werden door middel van tien onderzoeksvragen uitgenodigd op onderzoek te gaan. Onderzoek dus op *docent-niveau*, maar gemakkelijk te formuleren op *student-niveau*. Met nadruk moet gezegd worden dat *ontwikkelingsonderzoek*, dat ten behoeve van het educatief ontwerpen gedaan kan worden en het *evaluatie-onderzoek* met betrekking tot bijna voltooid materiaal bij het formuleren van de onderzoeksvragen niet aan de orde zijn gekomen. Hier gaat het om onderzoek van een ander karakter, niet direct gericht op het ontwerpen, uitproberen en verbeteren van materiaal.

De centrale vraagstelling luidt: *Kan het gebruik van de zakrekenmachine geïntegreerd worden in het praktische rekenwerk op het niveau van elementaire gecijferdheid?* Doel is te komen tot een brochure waarin op basis van tien onderzoekjes (nieuw) licht op de plaats van de zakrekenmachine in het basisonderwijs wordt geworpen.

En nu dan vier van de tien gespecificeerde onderzoeksvragen:

- 1 Doe onderzoek om na te gaan of de centrale vraagstelling: Kan het gebruik van de zakrekenmachine geïntegreerd worden in het praktische rekenwerk op het niveau van elementaire gecijferdheid?, enige werkelijkheidswaarde heeft. Hiervoor wordt aanbevolen leerlingen uit een klas waar regelmatig met de zakrekenmachine gewerkt wordt te vergelijken met leerlingen uit een klas waar niet zoveel met de zakrekenmachine gedaan wordt.
- 2 Doe oriënterend onderzoek waarin wordt nagegaan hoe een zakrekenmachine bij het rekenen kan worden gebruikt onder de voorwaarde dat hoofdrekenen en schattend rekenen op onderdelen eveneens worden ingezet. Het gaat hier vooral om het

geschikte leerweg in de stageschool, past bij hetgeen hierboven gezegd wordt over leeromgeving en dergelijke.

- 6 Le contrat didactique is een idee van Guy Brousseau, een wiskunde-didacticus in Bordeaux. Het is oorspronkelijk bedoeld als de ongeschreven overeenkomst tussen leraar en leerling. De laatstgenoemde verwacht iets (soms veel) van de eerstgenoemde. Als aan de verwachting niet wordt beantwoord, is er sprake van een soort contractbreuk met alle gevolgen vandien. Dat ook in de andere richting contractbreuk kan optreden, behoeft geen betoog in een gezelschap van docenten. Wat heb je hieraan? Wel, het denken in deze termen werpt soms een verhelderend licht op gebeurtenissen in de klas, die voorheen oppervlakkig, eenzijdig en soms totaal onjuist werden geïnterpreteerd. In het hier bedoelde geval maakt de student een persoonlijk contract op. Jan de Jong (1988, blz. 227) spreekt in dit geval van een voornemenslijst. Hij/zij neemt zich voor in de komende periode bepaalde dingen in de stageschool te gaan ondernemen. 'Mooie spullen voor de leerlingen maken, werken met kinderen aan een bepaald onderwerp, een moeilijke uitleg proberen te geven, de actualiteit tenminste een keer benutten, een les aan die moeilijke groep geven, nog niet te veel risico nemen op dat bepaalde terrein, ...'
- 7 Tijdens de cursus werden, in het tweede jaar, de spullen die door de deelnemers werden ontworpen door een medecursist beoordeeld. Hier als afsluiting de beoordeling die bij deze stage-opdracht hoort.

kundig probleem aan de orde te stellen en dit in heldere be-
 woordingen en met gebruik van beschikbaar materiaal, be-
 staand of zelf gemaakt, de leerlingen eigen te maken.

- In de onderbouw wil ik de kinderen stimuleren ontdekkend bezig te zijn door een uitdagende hoek te maken die steeds verandert.
- Ik zal proberen mogelijkheden te krijgen om samen met Liesbeth in een groep bezig te zijn, zodat we van elkaar leren en elkaar kunnen aanvullen.
- Samengevat, ik wil trachten een leraar te worden die:
 - a de kinderen enthousiast kan krijgen, maar ook kan houden;
 - b de aandacht voor de wereld om hen heen kan wekken en levend houden;
 - c met verschillende werkvormen een zo groot mogelijke variatie aan onderwijs biedt;
 - d er steeds is wanneer kinderen mij nodig hebben;
 - e van half negen tot drie een groep nog weet te boeien of te motiveren;
 - f creativiteit naast 'ouderwetse degelijkheid' vorm kan geven;
 - g van kinderen houdt en hen centraal stelt.

Wanneer ik bovenstaande lijst bekijk, vind ik, dat ik ernstig moet proberen zover te komen dat ik straks kan zeggen: *het is me gelukt!* Aan mijn stageschool zal het niet liggen. Het is dus aan mij.

Over stagebegeleiding, een case study

Saskia

Saskia is een onopvallende studente: halflang haar, niet blond maar ook niet donker, spijkerbroek en sweater in gedekte kleuren, zegt weinig in de les, is stil en serieus. Uit het presentiestaatje in mijn agenda maak ik op dat ze er altijd is en het verbaast me dat ik dat zonder agenda niet goed wist. Altijd precies een voldoende voor een toets; dat wist ik wel zonder agenda.

Ik leer Saskia pas kennen als ik, in de eerste helft van Pabo-2, haar stagebegeleidster ben. Saskia loopt dan stage in groep 6 van een hele grote katholieke basisschool in Utrecht. Ik bezoek haar daar driemaal, observeer door haar zelf gekozen en uitgevoerde activiteiten en bespreek die met haar na.

De eerste keer zie ik een rekenles. Saskia begint de les met de vraag: 'Wie kan mij de lengte van zijn tafel aanwijzen?... en de breedte?... en de omtrek?' De kinderen die een beurt krijgen wijzen lengte, breedte en omtrek correct aan. Dan deelt Saskia een

werkblad uit. Ze behandelt opgave voor opgave klassikaal. Eerst drie rechthoeken, die de kinderen met rood potlood mogen omtrekken. En dan: $\text{omtrek} = 2 \times \text{lengte} + 2 \times \text{breedte} = \dots \text{ cm}$.

Ik zit met gekromde tenen achterin de klas. Ik had toch zo gezegd, dat die formule onnodig was en alleen maar verwarrend! En waarom besteedt ze helemaal geen aandacht aan dat omtrekken met potlood? Opgave 4 en 5 geven rechthoeken met ruitjesverdeling. 'Een makkie', hoor ik een leerling zeggen, 'want nu hoef je niet eens zelf te meten.' 'Maar de volgende is heel moeilijk', kondigt Saskia aan. 'We hebben nu niet twee keer de lengte en twee keer de breedte; wie weet hoe we dat kunnen doen?'

De rechthoek met zijvleugel is voor de meeste leerlingen geen probleem: 'Eerst de lengte en dan de breedte, dan weer de lengte en weer de breedte...', zegt een leerling, terwijl hij met zijn vinger langs de omtrek gaat. Saskia kapt hem af: 'Dus jij wilt eerst deze doen, dat is niet de lengte maar de breedte ... en dan naar beneden en dan naar rechts ...' De kinderen zijn al hokjes aan het tellen. De woorden 'omtrek' en 'centimeter' vallen vanaf dit moment niet meer.

Voorzichtig vraag ik na afloop, hoe ze het zelf vond gaan. 'Het viel mee, want ik was zo zenuwachtig.' Dat had ik inderdaad aan haar stem gehoord. Zenuwachtig is Saskia eigenlijk altijd. Ze heeft er haar vorige opleiding voor afgebroken. De opleiders daar zagen dat ze onder het lesgeven leed en adviseerden haar ermee te stoppen. Toen werd het Pabo, want dat had Saskia eigenlijk altijd leuk geleken. Ze gaat graag met kinderen om, 'van huis meegekregen'. In het eerste Pabo-jaar liep de stage niet fantastisch; Saskia werd door haar mentor 'de grond ingeboord'. Nu gaat het beter, want deze mentor toont duidelijk vertrouwen in haar.

Ik vind dat ze het over het algemeen goed doet: ze stelt goede vragen, luistert goed naar kinderen en er wordt goed gewerkt. 'En', voeg ik er voor haar aan toe, 'als je je lessen altijd zo grondig voorbereidt, als jij doet, kan er ook weinig misgaan.' 'Daarom bereid ik ze ook zo goed voor', zucht ze.

Dan inhoudelijk: 'Waarom heb je dit werkblad gekozen?' vraag ik haar. Gelukkig heeft ze het niet zelf uitgekozen; haar mentor heeft het aangereikt. 'Wat ze er zelf van vindt', vraag ik hoopvol. 'Ach, ze had al wel gedacht, dat ik het er niet zo mee eens zou zijn, maar ja, de mentor wilde dit graag zo ...'

Stagespullen

Inleiding

De volgende praktijkverkenning is een voorbeeld hoe een stage-opdracht kan worden geformuleerd. Eerst komt de uitgebreide vorm aan de orde, daarna de 'gestripte' vorm. Een uitgebreide vorm is met name geschikt voor studenten die nog niet zo goed op eigen benen kunnen staan. Ze moeten nog veel voorbeelden zien, hoe je een les kunt opzetten. De gedachte achter de les komt er bij deze vorm wat nadrukkelijker uit. Bij de gestripte vorm wordt alleen de grote lijn aangegeven. Voor de invulling heeft de student een grote mate van vrijheid. Deze vorm lijkt het meest geschikt voor de derde- en vierdejaarsstudenten. Je moet hier wel rekening houden met het feit dat er soms wat anders door de studenten wordt gedaan dan je zelf zou willen, maar je geeft ze die vrijheid dan ook.

Reflectie

Ik ben begonnen met een speurtocht op zoek naar meetinstrumenten in mijn eigen huis. Je komt dan bij de bekende zaken terecht zoals brievenweger, maatbekers, de Blueband-lepeltjes, enzovoort. Maar ook onverwachte ervaringen: op het bekertje in de doos All-waspoeder zag ik drie strepen bij 25 ml, 50 ml en 75 ml. Dat was me nog niet eerder opgevallen. Op de Hogeschool heb ik in het reken-wiskundelokaal een meethoek ingericht. Een paar spullen die ik thuis had, heb ik er ook neergelegd.

Die meethoek is op twee manieren gebruikt:

- 1 Door derdejaarsstudenten bij het Graankorrelprobleem. De graankorrels hadden we vervangen door rijstkorrels. Er werd bij dit probleem gebruik gemaakt van verschillende meetinstrumenten.
- 2 Door tweedejaarsstudenten tijdens het instituutspracticum waarbij voor de groepen 5 en 6 een les meten werd voorbereid. Bij de sectie natuuronderwijs heb ik geïnformeerd naar een aantal zaken:
 - wat doen studenten bij jullie op het gebied van meten?
 - wat doen de studenten in de stage op het gebied van meten?
 - zijn er catalogi met leermiddelen voor meten en welke meetinstrumenten hebben jullie zoal?

Langzamerhand kreeg ik een beeld van de opbouw die er volgens mij in de uitvoerige beschrijving van de stage-opdracht zou moeten zitten:

- 1 Studenten eerst zelf in huis op zoek laten gaan naar spullen.
- 2 Studenten laten uitzoeken welke spullen er op school voor deze groep zijn en welke ervaringen de leerlingen van deze groep op school opgedaan hebben (ervaringen kunnen ook thuis opgedaan zijn).
- 3 Met een paar voorbeelden duidelijk maken met welk soort werkbladen je kinderen kunt inspireren om thuis op zoek te gaan naar meespullen.
- 4 De leerlingen komen met spullen op school en dan ... Wat doe je er mee?

Ik besluit om een vervolg te schrijven dat aansluit op een van de stage-opdrachten op ons instituut. Dat wordt opdracht (B). Ik maak ook een opdracht (A) waarbij studenten met een klein groepje leerlingen aan de slag gaan.

Ik schrijf eerst de opdracht in alle uitvoerigheid uit en verkort deze daarna tot een gestripte vorm. Ik denk dat ik ook probeer om het materiaal nog in een instituutspracticum uit te proberen.



Met een waterpas voltooit een wegwerker de plaatsing van een sier-Amsterdammertje op het Damrak. De belangrijke Amsterdamse verkeersader is opnieuw ingedeeld. Vanaf het Centraal Station voert een brede boulevard de voetgangers richting Dam; de rest van de straat blijft bestemd voor het verkeer.

Inleiding

In het dagelijks leven vinden er binnens- en buitenshuis heel wat meetactiviteiten plaats. Kijk eens naar de foto op de voorgaande bladzijde. Weet je wat hier gemeten wordt? Geen idee? Lees dan het onderschrift dat bij deze foto hoort.

Ook bij jou in huis zal een aantal meetinstrumenten aanwezig zijn, bijvoorbeeld in de keuken, de woonkamer, de garage of een schuurtje. Soms zijn ze goed verstopt.

Toen ik het maatkertje uit de doos met waspoeder haalde, bekeek ik het nog eens extra goed. Opeens zag ik dat bij die lijntjes de volgende gegevens stonden: 25 ml, 50 ml en 75 ml.

Maak eens een korte speurtocht door het huis op zoek naar meetspullen. Maak een overzicht van die meetinstrumenten. Noteer bij elk instrument wat je ermee kunt meten (de grootheid), hoe je de gemeten hoeveelheden uitdrukt (de eenheid) en hoe nauwkeurig je ermee kunt meten. Ga er zelf eens mee aan de slag.

Op je stageschool zal ook een aantal meetinstrumenten aanwezig zijn. Die zijn dan vaak speciaal ontworpen voor het onderwijs, leermiddelen dus. Vraag je mentor welke leermiddelen in zijn/haar klaslokaal aanwezig zijn. Maak een overzicht van wat er is. Noteer om welke grootheid het gaat en welke standaardmaat bij deze grootheid hoort. Welke verfijningen van de standaardmaat kunnen bij dit instrument afgelezen worden?

Wanneer je straks een meetactiviteit gaat doen met de leerlingen moet je natuurlijk weten wat hun beginsituatie is. Welke meetinstrumenten kunnen ze al hanteren? Welke standaardmaten kennen ze daarbij? Welke verfijningen van de standaardmaten kunnen ze al gebruiken? Informeer bij je mentor.

Ga ook na welke meetactiviteiten in de methode aan deze groep worden aangeboden. Welke activiteiten hebben ze al gedaan? Kun je die activiteiten plaatsen in de didactische lijn voor meten (zie hoofdstuk 1 van *Wiskunde & Didactiek deel 2*)?

Het onderwerp meten bestond in de jaren vijftig en zestig voornamelijk uit herleidingsopgaven zoals:

$$23 \text{ ca} = \dots \text{ dm}^2, 1 \text{ liter} = \dots \text{ cm}^3$$

Kinderen kregen in die tijd nauwelijks de kans om binnen het onderwijs meetervaringen op te doen. Gelukkig is dat nu anders. In realistische methoden is meten een wiskundige activiteit met het doel om kinderen meer greep te laten krijgen op de werkelijkheid.

Het opdoen van meetervaringen staat centraal. Dat blijkt ook uit de concrete leerdoelen voor meten zoals ze beschreven zijn in

het overzicht van einddoelen voor de basisschool (zie de *Proeve* deel 1). Hier volgt een overzicht van die concrete leerdoelen met betrekking tot meten:

- 1 Leerlingen hebben inzicht in de manier waarop tijd wordt gestructureerd. Zij kunnen klokkijken, tijdsintervallen berekenen, kennen de samenhang tussen tijdeenheden die bij het klok- en kalenderrekenen een rol spelen en hebben weet van langere perioden.
- 2 Leerlingen kunnen rekenen met geld in alledaagse situaties.
- 3 Leerlingen hebben begrip van de relatie tussen grootte en maateenheid bij de grootheden: lengte, oppervlakte, inhoud, tijd, gewicht, temperatuur en bij de samengestelde grootte snelheid.
- 4 Leerlingen brengen gangbare maten van het metriek stelsel in verband met voor hen herkenbare situaties en referentiepunten.
- 5 Leerlingen kunnen ordenen, direct en indirect meten en schattend meten met behulp van referentiepunten.
- 6 Leerlingen meten lengte, tijd, gewicht en temperatuur. Zij kunnen de daarvoor benodigde instrumenten hanteren en aflezen.
- 7 Leerlingen kunnen met meetgetallen werken. Zij realiseren zich dat er tijdens het meten meetfouten kunnen optreden en dat zij afgeronde getallen gebruiken.
- 8 Leerlingen lezen en interpreteren tabellen en grafieken en kunnen deze op grond van zelf verkregen meetgegevens samenstellen.
- 9 Leerlingen kunnen het gemiddelde van meetresultaten bepalen en interpreteren.

Bij veel grootheden moet het maatbegrip geleidelijk ontwikkeld worden en het liefst nauw verbonden met de voorstellings- en ervaringswereld van kinderen. Sommige kinderen experimenteren al heel vroeg met allerlei meetinstrumenten.

Daan (drie jaar) komt op bezoek. Nadat hij een tijdje met blokken gespeeld heeft, gaat hij in de speelgoedla op zoek naar iets anders. Hij komt terug met een rolcentimeter. De voeten van enkele familieleden worden door Daan 'opgemeten'. 'Hoeveel is het?', wordt hem gevraagd. Zonder aarzeling zegt hij de ene keer: 'Groot!' en een andere keer: 'Klein!'

Werkblad ontwerpen

Het werkblad dat je nu zelf gaat maken is bedoeld om leerlingen thuis op zoek te laten gaan naar meetinstrumenten. Net zoals jij

zelf ook op zoek geweest bent. Het werkblad moet bij leerlingen vragen oproepen: Hebben wij daar thuis iets voor? Hoe werkt dat meetinstrument? Waar gebruiken ze het thuis voor? Hier volgen twee voorbeeld-werkbladen:

**Proberen ze bij jullie thuis wel eens een nieuw kookrecept uit?
Hieronder zie je zo'n recept.**

Samen met een frisse salade en knapperig gebakken aardappeltjes is zo'n gevulde omelet een lekkere, complete maaltijd. En u kunt natuurlijk eindeloos variëren, want kaas, spinazie, champignons, ham: in een omelet maakt het allemaal even goed!



GEVULDE OMELET

1/2 bakje champignons
1 rode paprika
50 g margarine
2 tomaten
6 eieren
1 dl melk
zout, peper
1/2 theelepel
paprikapoeder
50 g geraspte kaas

De in plakjes en reepjes gesneden champignons en paprika in wat margarine fruiten. De tomaten onderdopen in kokend water, pellen, in stukjes snijden en even meebakken met de champignons. Op laag vuur nog ± 10 minuten laten sudderen totdat het een zachte massa is. Ondertussen de eieren, met de melk, zout, peper, paprikapoeder en kaas flink loskloppen en er achtereenvolgens 4 dikke omeletten in de rest van de margarine bakken. Op elke omelet een schep van de groentemassa leggen en de omeletten dubbelklappen.

Hoeveel kaas moet ik nu raspen? En hoeveel is 1 dl melk? Hebben jullie thuis spullen om dat precies af te meten? Ga eens op zoek. Als je iets gevonden hebt, vraag dan of je het mee naar school mag nemen voor in de meethoek.

In hobbybladen vind je vaak beschreven hoe je iets zelf kunt maken. Wordt er bij jullie thuis wel eens geknutseld?

Hoe maak je alles goed op maat?

Hoe meet je dat een boor een doorsnee heeft van 1 cm?

Ga thuis eens op zoek naar spullen om te meten. Als je iets gevonden hebt, vraag dan of je het mee naar school mag nemen.

146 BUREAUBAK

Materiaal: stuk meubelplaat van 31 x 21 x 1,5 cm, schijf (van 2½ cm) PVC-buis met een doorsnee van 11 cm, 3 grote houten kralen, hobbyverf, lak, boor van 1 cm doorsnee, lijm, schuurpapier.

Werkwijze: zaag de meubelplaat schuin door. Lijm de PVC-buis op een uitgezaagde driehoek. Boor naast het PVC-bakje een rij gaatjes, voor pottoden, van 1 cm breed en 1,2 cm diep. Schuur het geheel glad en lijm onder elke hoek een kraal als pootje. Verf eerst de gaten met een goed afgestreken penseeltje, dan het PVC-bakje van binnen en van buiten en dan het plankje. Laat goed drogen en lak het geheel af.

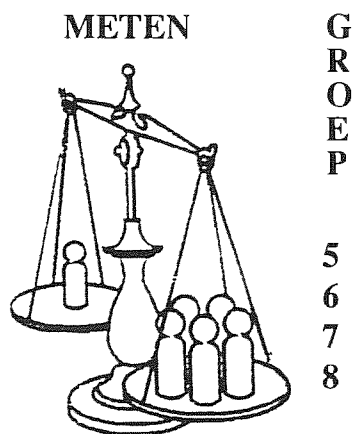
Opdracht A

Ontwerp zelf zo'n werkblad en geef het aan drie à vier kinderen uit je groep. Plan dit in een stageweek, zodat de kinderen de volgende dag spullen mee kunnen nemen. Richt een meethoek in. Zet er zelf alvast een aantal spullen in, die in het lokaal aanwezig zijn, of die je zelf thuis hebt. Laat de spullen die ze meebrengen ook in de meethoek zetten. Ga met deze kinderen in de meethoek aan de slag: bespreek de spullen. Laat de kinderen zelf bedenken wat ze gaan meten. Zorg dat je zelf ook voorwerpen en/of ideeën hebt voor meetopdrachten. Laat de kinderen ook eerst schatten. Houd rekening met de beginsituatie zoals je die beschreven hebt.

Opdracht B

Ontwerp zelf zo'n werkblad en geef het aan alle kinderen van de groep. Plan dit in een stageweek, zodat de kinderen de volgende dag spullen mee kunnen nemen. Ontwerp nu een circuitles waarbij alle meegebrachte spullen zoveel mogelijk gebruikt worden. Betrek de volgende aanwijzingen in de voorbereiding.

- 1 Bedenk meetopdrachten bij de spullen, probeer alles eerst zelf uit. Zorg dat alle meetopdrachten ongeveer evenveel tijd kosten. Beschrijf eventueel een extra vraag per meetopdracht voor snelle leerlingen.
- 2 Bedenk bij welke opdrachten je de kinderen eerst laat schatten.
- 3 Probeer eerst alles zelf uit.
- 4 Laat de opdrachten aan de mentor zien. Heb je de beginsituatie goed ingeschat?
- 5 Waarschijnlijk zijn er materialen dubbel. Dat zou heel handig zijn. Dan kun je bijvoorbeeld zes verschillende opdrachten maken, waarbij elke opdracht op twee plekken in het lokaal uit te voeren is. Pas het aantal opdrachten en opstellingen aan het aantal leerlingen in je klas aan.
- 6 Bedenk van tevoren hoe je de groepjes (van twee leerlingen) gaat samenstellen en hoe je ze laat rouleren.
- 7 Maak eventueel een werkblad waarop de leerlingen hun meetgegevens kunnen invullen.
- 8 Bedenk wanneer je de spullen klaar gaat zetten. Is er een pauze waarin je dat kunt doen?
- 9 Bedenk bij welke opdrachten er eventueel wat geknoeid gaat worden. Heb je daar rekening mee gehouden bij de opstelling?
- 10 Leg de opdrachten bij je inleiding kort uit en bedenk hoe je het geheel kort kunt nabespreken.
- 11 Bedenk hoe je het opruimen zult organiseren.

De gestripte vorm**Opdracht A**

Onderwerp: meten

Omvang groep: drie à vier kinderen

Materiaal: meetinstrumenten die in school zijn en die door de kinderen van huis zijn meegenomen.

Maak een werkblad waarmee je kinderen inspireert om thuis op zoek te gaan naar allerlei meetinstrumenten die in en rond het huis gebruikt worden.

Geef dit werkblad aan drie à vier kinderen. Zet de spullen die de kinderen meegebracht hebben in een meethoek waar je zelf al een paar meetinstrumenten hebt ingezet. Ga samen met deze kinderen aan de slag in de meethoek. Laat ze ook eens schatten voordat ze iets meten.

Opdracht B

Onderwerp: meten

Omvang groep: hele klas

Materiaal: meetinstrumenten die in school zijn en die door de kinderen van huis zijn meegenomen.

Maak een werkblad waarmee je kinderen inspireert om thuis op zoek te gaan naar allerlei meetinstrumenten die in en rond het huis gebruikt worden.

Geef alle kinderen het werkblad. Ontwerp nu een circuitles waarbij alle meegebrachte spullen zoveel mogelijk gebruikt worden. Beperk het aantal opdrachten, maar zet bijvoorbeeld alle opdrachten *dubbel* in het circuit, anders wordt de les te lang.

Plan deze opdrachten in een stageweek.

Noten

- 1 Jan de Jong refereert in zijn dissertatie van 1988 *Je wordt aan het denken gezet. Ontwikkeling en evaluatie van een model voor de schoolstage van de PABO* aan een studie van Bert de Vries uit 1976: *Enkele opmerkingen over de historische achtergrond van de stage*, TH Twente. De genoemde fascinerende is daaruit overgenomen.
- 2 Feitelijk was het zo dat al een jaar voor het in werking treden van de Mammoetwet in 1968 (waarin onder meer de eerste leerkring werd afgeschaft en vervangen door een Havo-vooropleiding), enkele Kweekscholen op eigen gezag de naam Pedagogische Academie gingen voeren. Er werden zelfs vragen in de Eerste Kamer over gesteld. Maar niet lang daarna werd door onderwijsminister Veringa de naam officieel erkend (De Frankrijker, 1988, blz. 30).
- 3 Ook tegenwoordig maakt men op sommige Pabo's nog gebruik van formulieren of modellen als stramien voor verslaglegging. Praktijkverkenningen van het eerste jaar hebben aangetoond, dat een vrije vormgeving meer mogelijkheden biedt voor persoonlijke reflectie.
- 4 Hoewel in de Pabo minder dan in NLO of ULO, maakt men zich nog wel eens zorgen over het probleem van het orde houden. Soms spreekt men zelfs in termen van 'overleven'. Oplossingen zoekt men meestal les overstijgend, in het optreden voor de klas en in het omgaan met de leerlingen. Pas wie de fase van het overleven goed is doorgekomen, kan aandacht besteden aan vakdidactische zaken. Onder meer aan goed doordachte lesontwerpen en leerprocessen. Wij menen dat dit onderscheid op de Pabo een onjuist beroepsbeeld van een basisschoolleraar tot stand brengt.
- 5 Men zou hier kunnen denken aan een andere vorm van begeleiden. In 1980 promoveerde de Neerlandicus en universitaire lerarenopleider Jan Griffioen op *Supervisie van beginnende leraren*, (Wolters-Noordhoff, Groningen). Deze methode van begeleiden, waarbij de docent-begeleider niet in de stageschool aanwezig hoeft te zijn, heeft later ook in de PA en nu ook weer in de Pabo, belangstelling gekregen. De student presenteert in een supervisiegesprek zijn werkervaring. De docent-supervisor tracht in het gesprek reflectie op die ervaring tot stand te brengen, belangrijke eigenschappen van de student door middel van een voorbeeld zichtbaar te maken, de theorie met de praktijk van de student te verbinden en zodoende van de werkervaring een leerervaring voor de student te maken. Ook Jan de Jong noemt in zijn dissertatie van 1988 de supervisie. Op blz. 173 verduidelijkt hij de term supervisie aldus: 'De term supervisie duidt op een organisatievorm van de begeleiding, waarbij een docent-begeleider (supervisor) praat met en supervisant (student) over het leerproces naar aanleiding van verslagen van de supervisor (de zgn. voortgangsverslagen).' In zo'n supervisiegesprek gaat het om een aantal zaken. In de eerste plaats gaat het erom de voortgang in de gaten te houden: hoe verlopen de verkenning en het schoolpracticum? In de tweede plaats gaat het om het leerproces: wat zijn de belangrijkste leerervaringen geweest voor de student. Waarom waren deze belangrijk. Wat heeft de student geleerd? Ten derde gaat het erom de student te helpen bij het plannen van de komende weken: wat gaat de student doen en waarom? Het uiteindelijke doel is dat de student zelf leert richting te geven aan zijn/haar leerproces. Vooral dat laatste idee, het zoeken naar een

geschikte leerweg in de stageschool, past bij hetgeen hierboven gezegd wordt over leeromgeving en dergelijke.

- 6 Le contrat didactique is een idee van Guy Brousseau, een wiskundendidacticus in Bordeaux. Het is oorspronkelijk bedoeld als de ongeschreven overeenkomst tussen leraar en leerling. De laatstgenoemde verwacht iets (soms veel) van de eerstgenoemde. Als aan de verwachting niet wordt beantwoord, is er sprake van een soort contractbreuk met alle gevolgen van dien. Dat ook in de andere richting contractbreuk kan optreden, behoeft geen betoog in een gezelschap van docenten. Wat heb je hieraan? Wel, het denken in deze termen werpt soms een verhelderend licht op gebeurtenissen in de klas, die voorheen oppervlakkig, eenzijdig en soms totaal onjuist werden geïnterpreteerd. In het hier bedoelde geval maakt de student een persoonlijk contract op. Jan de Jong (1988, blz. 227) spreekt in dit geval van een voornemenslijst. Hij/zij neemt zich voor in de komende periode bepaalde dingen in de stageschool te gaan ondernemen. 'Mooie spullen voor de leerlingen maken, werken met kinderen aan een bepaald onderwerp, een moeilijke uitleg proberen te geven, de actualiteit tenminste een keer benutten, een les aan die moeilijke groep geven, nog niet te veel risico nemen op dat bepaalde terrein, ...'
- 7 Tijdens de cursus werden, in het tweede jaar, de spullen die door de deelnemers werden ontworpen door een medecursist beoordeeld. Hier als afsluiting de beoordeling die bij deze stage-opdracht hoort.

Onderzoek doen in het HBO

In elk afstudeerproject zou aandacht moeten zijn voor alle volgende onderdelen:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1 literatuurstudie | 5 peiling |
| 2 educatief ontwerpen | 6 reflectieve notities |
| 3 onderzoek | 7 verbinding met de theorie |
| 4 onderzoekend onderwijzen | 8 presentatie |

Het onderdeel 'onderzoek' leidt, voor zover we kunnen zien, evenwel in afstudeerprojecten op Pabo's een onduidelijk bestaan.

De deelnemers aan de oriëntatiecursus rekenen-wiskunde & didactiek werden door middel van tien onderzoeksvragen uitgenodigd op onderzoek te gaan. Onderzoek dus op *docent-niveau*, maar gemakkelijk te formuleren op *student-niveau*. Met nadruk moet gezegd worden dat *ontwikkelingsonderzoek*, dat ten behoeve van het educatief ontwerpen gedaan kan worden en het *evaluatie-onderzoek* met betrekking tot bijna voltooid materiaal bij het formuleren van de onderzoeksvragen niet aan de orde zijn gekomen. Hier gaat het om onderzoek van een ander karakter, niet direct gericht op het ontwerpen, uitproberen en verbeteren van materiaal.

De centrale vraagstelling luidt: *Kan het gebruik van de zakrekenmachine geïntegreerd worden in het praktische rekenwerk op het niveau van elementaire gecijferdheid?* Doel is te komen tot een brochure waarin op basis van tien onderzoekjes (nieuw) licht op de plaats van de zakrekenmachine in het basisonderwijs wordt geworpen.

En nu dan vier van de tien gespecificeerde onderzoeksvragen:

- 1 Doe onderzoek om na te gaan of de centrale vraagstelling: Kan het gebruik van de zakrekenmachine geïntegreerd worden in het praktische rekenwerk op het niveau van elementaire gecijferdheid?, enige werkelijkheidswaarde heeft. Hiervoor wordt aanbevolen leerlingen uit een klas waar regelmatig met de zakrekenmachine gewerkt wordt te vergelijken met leerlingen uit een klas waar niet zoveel met de zakrekenmachine gedaan wordt.
- 2 Doe oriënterend onderzoek waarin wordt nagegaan hoe een zakrekenmachine bij het rekenen kan worden gebruikt onder de voorwaarde dat hoofdrekenen en schattend rekenen op onderdelen eveneens worden ingezet. Het gaat hier vooral om het

verzamenen en selecteren van geschikte opgaven, het kiezen van enkele rekenaars (volwassenen en kinderen, experts en leken, zelfverzekerden en faalangstigen, ...), het inrichten van een geschikte onderzoekssetting en het maken van hardopdenkprotocollen. In de brochure zou naar voren gebracht moeten worden hoe de rekenvaardigheid beïnvloed wordt door de aanwezigheid van een zakrekenmachine.

- 3 Een begin-bij-jezelf onderzoek. Zoek rekensituaties op waarin je verwacht dat een geïntegreerd gebruik van hoofdrekenen, schattend rekenen en zakrekenmachine mogelijk wordt. Denk aan de markt, de doe-het-zelf winkel, thuisbankieren, ... Ga dan op pad met de welbewuste intentie het geïntegreerde gebruik optimaal tot stand te brengen. Zoek vooral naar positieve ervaringen, maar vergeet de knelpunten niet te noteren. Maak reflectieve notities en beschrijf elke gebeurtenis alsof het een critical incident is ten behoeve van onderwijs op de Pabo. Deze bijdrage aan de brochure moet de lezer ervan in staat stellen zich een voorstelling te maken van geïntegreerd gebruik in de eigen omgeving.
- 4 Houd interviews met gebruikers van rekenapparaten. Er zijn personen die zelf een hele ontwikkeling op dit terrein hebben meegemaakt: eerst behelpen met een tabellenboek, dan de rekenliniaal en vervolgens de zakrekenmachine in allerlei stadia van ontwikkeling. De computer laten we in dit onderzoek buiten beschouwing. Let wel, het gaat hier niet om didactisch materiaal, de lusabacus of het honderdveld zijn niet interessant. De interviews moeten goed voorbereid worden, een uitgekiende vragenlijst is het minste waaraan de onderzoeker kan denken. Het interview zelf hoeft daardoor niet te gaan lijken op het invullen van een formulier. Beter van niet, je hebt dan meer kans ook onverwachte informatie te krijgen. Waar moet je zoeken naar proefpersonen? Een niet te jonge wiskundeleraar, een ingenieur, een chef van een Hubo of Gamma, een boekhouder, ... In de brochure beschrijf je hoe mensen het rekentuij gebruiken, hoe ze er tegenover staan, waar ze bij de verandering mee zaten, hoe ze daar nu niet meer mee zitten, wat er van hoofdrekenen en schattend rekenen terecht komt. Je beschrijft dus een maatschappelijk verschijnsel dat al dan niet aan het realistische reken-wiskundeonderwijs voorbij mag gaan.

I
N
T
E
R
M
E
Z
Z
O

Theorie en praktijk

Lange tijd beschouwde men de inhoud van de lerarenopleiding opgebouwd uit twee redelijk autonome delen: de theorie en de praktijk. Tussen beide delen leek een spanning te zitten. De theorie werd dan vaak beschouwd als alles dat op de opleiding werd verteld en de praktijk als de ervaringen uit de klas. Wie deze spanning positief wil benaderen spreekt over het onderscheid tussen theorie en praktijk als het verschil tussen weten en handelen. Maar dit onderscheid kan ook benaderd worden met de overgang van 'oeverloos gezwam' tot 'met beide benen in de klas staan'.

Al zeer lang wordt in dit kader over de kloof tussen theorie en praktijk gesproken. Een kloof die onoverbrugbaar lijkt omdat de opleiding er niet in slaagt de theorie op de opleiding en de praktijk op de stageschool met elkaar te verbinden. Op de Pabo spreekt de student vanuit een theoretisch kader over gebruiken en aanpakken op de stageschool, en op de stageschool bekritiseert hij die theoretische en 'ver van de dagelijkse praktijk staande' opleiders.

Historisch gezien is deze spanning van deze eeuw. De onderwijswetten van 1801 en 1803 bevatten geen bepalingen over de

opleiding van onderwijzers. De derde onderwijswet van 1806, die tot 1857 van kracht blijft, bevat toelatingseisen op het gebied van kennis en vaardigheden die aan een onderwijzer gesteld en door een examencommissie getoetst kunnen worden. Ook in deze wet zijn echter geen bepalingen opgenomen over de opleiding tot onderwijzer. De onderwijzer-in-spe moest de noodzakelijke vaardigheid blijkbaar in de praktijk verkrijgen. De kennis die een onderwijzer moest bezitten, diende vooral praktisch te zijn. Wetenschappelijke kennis werd niet nodig geacht.

In het midden van de negentiende eeuw kwamen er landelijk diverse opleidingen tot onderwijzer. Getuige de herinneringen van onderwijzers die in het begin van deze eeuw de opleiding volgden, bestond toen al een kloof tussen theorie en praktijk. Zo zegt een onderwijzeres, mejuffrouw Maas (geboren in 1906) in een interview over haar opleiding:

'Knudde opleiding is het eigenlijk. Je werd klaargestoomd voor het examen, maar meer ook niet.

... Allemaal theorie, theorie en maar eens in de week, pas in de vierde klas, moest je een ochtend praktijk doen. Dat betekende eigenlijk een ochtend met je armen over elkaar zitten. Daar had je niets aan.' (Du Bois-Reymond, 1981)

De kloof tussen theorie en praktijk is inherent aan de professionalisering van het leraarsberoep. Men spreekt immers pas van een echte professie als deze op een theoretische ondergrond wordt gefundeerd. Bij een professie moet er met andere woorden sprake zijn van professionele kennis, theorie met een wetenschappelijke achtergrond, waarnaar men zich richt. Bij bestaande, erkende opleidingen moet deze theorie dan ook functioneel zijn.

Met de verwetenschappelijking van de opleidingsvakken en de professionalisering van het leraarsberoep wordt de kloof tussen theorie en praktijk dus al maar groter. Van een professional wordt evenwel verwacht dat hij voortdurend tussen theorie en praktijk schakelt en daarmee de kloof probeert te overbruggen.

Het complementaire karakter van theorie en praktijk

De theorie heeft een ondersteunende rol bij het analyseren en structureren van de praktijk. De praktijkervaring speelt weer een rol bij het begrijpen en plaatsen van de theorie. In plaats van de spanning in de relatie theorie-praktijk te benadrukken, lijkt het zinvoller het complementaire karakter van deze relatie te benadrukken.

De relatie theorie–praktijk wordt tegenwoordig uitgebreid tot een drieluik: theorie – informele redeneringen – praktijk. Waarbij onder de informele redeneringen de ideeën, theorieën en gedachten worden verstaan, die de onderwijsgevende over onderwijs heeft. Deze informele redeneringen zijn vaak gevormd uit de ervaringen als leerling, student, leraar-in-spe, maar ook via alle verhalen uit familiekring, boeken en televisie. Ze bestaan uit een geheel van vaardigheden, behoeften, normen, deels fragmentarische kennis, beelden, enzovoort. De informele redeneringen zijn vaak zeer persoonlijk, niet altijd intern consistent en soms strijdig met de opgebouwde wetenschappelijke theorieën. Bij meer ervaren leraren bestaan de informele redeneringen in belangrijke mate uit 'practical wisdom', kennis opgedaan tijdens het uitoefenen van het vak.

De informele redeneringen zijn zowel bij de theorie als de praktijk van belang omdat ze als een filter werken bij de opname en verwerking van onderwijstheorieën en bij het opnemen en verwerken van de praktijkervaring. Studenten kunnen natuurlijk door de opleider uitgedaagd worden via praktijkervaring en de theoretische kennis hun informele redeneringen te analyseren en bij te stellen.

In dit hoofdstuk beperken we ons tot de theorie op de opleiding. Aan de hand van een opbouw in colleges wordt een aanpak geschetst om de theorie van de opleiding aan de orde te laten komen. Die opbouw, die we A-, B-, en C-colleges zullen noemen, wordt aan de hand van een voorbeeld geschetst.

Theorie op de Pabo

De theorie, die tijdens de opleiding aan de orde komt, hoort voor de studenten in dienst te staan van de praktijk. Theorie vervult daarbij verschillende rollen, die we hierna, met een voorbeeld, opsommen:

- ze vormt een basis voor reflectie op de praktijk;
- ze levert vragen op waarmee de praktijk benaderd kan worden;

Een element van de realistische reken-wiskundendidactiek betreft het aansluiten bij de informele aanpakken van kinderen. Dit aspect van de theorie roept ogenblikkelijk de vraag op hoe die informele aanpakken van kinderen er dan precies uitzien. Gewapend met deze vraag kan de leraar voordat hij bijvoorbeeld aan de procenten begint met kinderen bespreken waar procenten

voorkomen en in praktijksituaties nagaan hoe kinderen hun informele kennis bij procentsommen inzetten.¹

- ze levert gezichtspunten op voor het onderzoeken en ordenen van de praktijkervaring;

Een bekende ervaring voor leerkrachten is dat het werken met fiches in groep 3, zoals in enkele handleidingen bij methoden wordt gesuggereerd, geen zichtbaar resultaat oplevert. Het werken met de fiches lijkt de kinderen geen steun te bieden bij de overgang van 'alles tellen' naar 'verder tellen' en helpt niet bij het overschrijden van het tiental. In de middenbouw helpt het werken met de abacus wel bij het rekenen tot honderd.

Noties over gestructureerd en ongestructureerd materiaal kunnen een leerkracht helpen deze twee – schijnbaar strijdige – ervaringen nader te onderzoeken.

- ze levert kapstokken waarmee verschillende ervaringen uit de praktijk verbonden kunnen worden;

Kim, Sennay en Dennis (allen vijf jaar) tellen om de beurt hoeveel dropjes in een blikje zitten. Kim telt de dropjes één voor één en herhaalt het laatste telwoord: '..., zes, zeven, acht, acht'.

Sennay telt hardop en zegt uiteindelijk 'het zijn er acht'. Dennis telt ook hardop: '..., zes, zeven, acht'.

Na het tellen worden de dropjes in het blikje gedaan en wordt het blikje gesloten. Pas dan wordt de kinderen voor een tweede keer gevraagd hoeveel dropjes in het blikje zitten. Zowel Kim als Sennay weten direct, zonder tellen, het antwoord. Dennis begint op het afgesloten blikje opnieuw dropjes te tellen.

De theorie over het leren resultatief tellen vormt een kapstok bovenstaande drie situaties met elkaar te verbinden.

- ze fungeert als ideeënbron voor het ontwikkelen en beoordelen van alternatieven.

Goffree (1993) haalt in *Kleuterwiskunde* zes brongebieden van de wiskunde aan die Alan Bishop onderscheidt: tellen, meten, oriëntatie in ruimte en tijd, (technisch) construeren, spellen en spelletjes doen en redeneren en uitleg geven. Deze brongebieden leveren inspiratie om activiteiten in een kleutergroep beter te doorzien en te veranderen.

Een opleidingstheorie is nu dat 'theorie' en de 'informele redeneringen' op elkaar betrokken moeten worden. Wie 'theorie' presenteert en de informele redeneringen van de student negeert, boekt slechts succes bij het eerstvolgende tentamen. 'Theorie' en informele redeneringen kunnen op elkaar betrokken worden, door de theorie aldus te zien:

- ze levert noties op waarmee iedere student zijn eigen informele

voorkomen en in praktijksituaties nagaan hoe kinderen hun informele kennis bij procentsommen inzetten.¹

- ze levert gezichtspunten op voor het onderzoeken en ordenen van de praktijkervaring;

Een bekende ervaring voor leerkrachten is dat het werken met fiches in groep 3, zoals in enkele handleidingen bij methoden wordt gesuggereerd, geen zichtbaar resultaat oplevert. Het werken met de fiches lijkt de kinderen geen steun te bieden bij de overgang van 'alles tellen' naar 'verder tellen' en helpt niet bij het overschrijden van het tiental. In de middenbouw helpt het werken met de abacus wel bij het rekenen tot honderd.

Noties over gestructureerd en ongestructureerd materiaal kunnen een leerkracht helpen deze twee – schijnbaar strijdige – ervaringen nader te onderzoeken.

- ze levert kapstokken waarmee verschillende ervaringen uit de praktijk verbonden kunnen worden;

Kim, Sennay en Dennis (allen vijf jaar) tellen om de beurt hoeveel dropjes in een blikje zitten. Kim telt de dropjes één voor één en herhaalt het laatste telwoord: '..., zes, zeven, acht, acht'.

Sennay telt hardop en zegt uiteindelijk 'het zijn er acht'. Dennis telt ook hardop: '..., zes, zeven, acht'.

Na het tellen worden de dropjes in het blikje gedaan en wordt het blikje gesloten. Pas dan wordt de kinderen voor een tweede keer gevraagd hoeveel dropjes in het blikje zitten. Zowel Kim als Sennay weten direct, zonder tellen, het antwoord. Dennis begint op het afgesloten blikje opnieuw dropjes te tellen.

De theorie over het leren resultaatief tellen vormt een kapstok bovenstaande drie situaties met elkaar te verbinden.

- ze fungeert als ideeënbron voor het ontwikkelen en beoordelen van alternatieven.

Goffree (1993) haalt in *Kleuterwiskunde* zes brongebieden van de wiskunde aan die Alan Bishop onderscheidt: tellen, meten, oriëntatie in ruimte en tijd, (technisch) construeren, spellen en spelletjes doen en redeneren en uitleg geven. Deze brongebieden leveren inspiratie om activiteiten in een kleutergroep beter te voorzien en te veranderen.

Een opleidingstheorie is nu dat 'theorie' en de 'informele redeneringen' op elkaar betrokken moeten worden. Wie 'theorie' presenteert en de informele redeneringen van de student negeert, boekt slechts succes bij het eerstvolgende tentamen. 'Theorie' en informele redeneringen kunnen op elkaar betrokken worden, door de theorie aldus te zien:

- ze levert noties op waarmee iedere student zijn eigen informele

- redeneringen kan onderzoeken;
- ze wijst op fricties tussen de theorie en de informele redeneringen van een student, die de student kan uitdagen in de praktijk op onderzoek te gaan;
- ze levert gegevens op waarmee een student delen van zijn informele redeneringen kan ondermijnen.

Wetenschappelijke theorie en opleidingstheorie

Op het gebied van leren en onderwijzen bestaat een uitgebreide wetenschappelijke theorie, die onder andere de theorieën van Piaget en Gal'perin omvat. Op het gebied van de didactiek van het rekenen-wiskunde bestaan de vijf fundamentele leerprincipes van de reconstructiedidactiek en de constructivisme-theorie. Bij de kleuterwiskunde worden verschillende theoretische stromingen onderscheiden²: ervaringsgericht onderwijs (Laevers), situatie georiënteerd onderwijs, handelings-theoretisch gericht onderwijs en onderwijs gericht op de basisontwikkeling (Janssen-Vos). Veel van deze theorie is door een aantal publikaties goed toegankelijk gemaakt en voor studenten via paradigmatische voorbeelden en verhalen begrijpelijk en toepasbaar geworden.

De resultaten van wetenschappelijk onderzoek hebben over het geheel genomen een minder breed bereik. Binnen verschillende onderzoeksstromingen worden diverse minutieuze onderzoeken uitgevoerd, die ieder op zich bijdragen aan het wetenschappelijke kennisbezit. Deze kennis is in het algemeen niet op handelingsniveau geschreven noch ontwikkeld, zodat er niet op eenvoudige wijze handelingsideeën uit af te leiden zijn. Daarom zijn die onderzoeksgegevens en de daarbij ontwikkelde theorie voor leraren-in-opleiding vooralsnog niet toegankelijk of ondersteunend.

Theorie op de opleiding is niet gelijk aan de theorie die door wetenschappelijk onderzoek gestaafd wordt. Studenten zullen het moeten hebben van theorie op toepassingsniveau; theorieën die de potentie in zich hebben studenten uit te lokken handelingsideeën te ontwikkelen. Opleiders zullen eventueel wetenschappelijke theorie moeten vertalen naar theorie op toepassingsniveau. Bij theorie uit ontwikkelingsonderzoek is deze vertaalslag nog aanwezig of door de opleider gemakkelijk zelf te maken, bij theorie uit minutieus empirisch onderzoek kan de vertaling problemen opleveren.

Daarnaast zullen opleiders de student moeten helpen langzaam inzicht in de theorie te ontwikkelen, de toepassingen in de

theorie te herkennen en tegelijk het verband tussen de theorie, zijn informele redeneringen en de praktijk te blijven leggen. Daarvoor moet de opleider de theorie goed programmeren, de theoretische ontwikkeling van de student uitlijnen en daarbij ontwikkeling bevorderende werkvormen hanteren.

A-, B- en C-colleges

Een manier om dit te bereiken wordt hier beschreven. Wij noemen dit de zogenaamde A-, B- en C-colleges. De opbouw van deze colleges is gebaseerd op de overgang van populair-wetenschappelijke boeken naar meer wetenschappelijke literatuur.

Een leek kan na het lezen van een populair-wetenschappelijk boek³ het gevoel hebben de ontvouwde theorie in grote lijnen te begrijpen. Tegelijkertijd weet zo'n lezer dat hij in discussie met een vakwetenschapper direct door de mand zal vallen. De details van de theorie, de nuances, de argumentatie ontgaat hem nog grotendeels. Toch zal hij met een zeker gemak de theorie op zijn niveau aan een ander kunnen overdragen en er zelfs ideeën aan kunnen ontleen om op zijn dagelijks handelen te reflecteren.

De kunst van het populariseren van de wetenschap is gelegen in het bespreken van hoofdlijnen, in het schetsen van heldere beelden zonder teveel nadruk te leggen op bijzonderheden. Details en allerlei kleine verbanden worden vergeten om het grote verband te benadrukken, waarbij voorkomen moet worden dat een popularisering door oversimplificatie misleidend wordt.

Op basis van dit idee is de opzet van A-, B- en C-colleges ontwikkeld⁴:

- bespreek een deel van de theorie op populair-wetenschappelijke wijze in het A-college. Schets een beeld dat voldoende houvast geeft om in grote lijnen de essentie van de theorie te bevatten;
- gebruik het B-college om de verbanden die in het A-college enigszins geschetst zijn verder uit te werken, breng structuur aan tussen de vele voorbeelden, laat de student enige diepgang ervaren;
- laat de theorie in een breed theoretische kader in het C-college aan de orde komen.

Een voorbeeld

In het opleidingsonderwijs komt het onderscheid aan de orde tussen twee stromingen in het reken-wiskundeonderwijs: de me-

chanistische en de realistische richting. De opleider kent verschillende voorbeelden van mechanistische en realistische methoden, kent de kenmerken van beide richtingen en weet de verbanden van iedere richting met het horizontaal en verticaal mathematiseren. De studenten hebben impliciet enige noties over verschillen tussen methoden, aan de hand van enkele bladzijden zijn deze impliciete noties te expliciteren.

In een drietal meewerkcolleges, verspreid over het tweede, derde en vierde opleidingsjaar, worden de verschillen tussen de richtingen verhelderd en in een theoretisch kader gezet. Achtereenvolgens laat de opleider de studenten eerst een beeld van een mechanistische en een realistische methode ontwikkelen, vervolgens laat hij de studenten dit beeld schematiseren en uiteindelijk komt de theorie aan de orde. In het hierna volgende beschrijven we in grove pennestreken de opzet en inhoud van deze A-, B- en C-colleges.

Het A-college

Afbeelding 1 (blz. 140) toont twee bladzijden uit deel 5 van de 1978 versie van *Naar Zelfstandig Rekenen* (NZR).

Twee enigszins overeenkomstige bladzijden uit deel 5a van de 1992 versie van *De wereld in getallen* (WIG) worden in afbeelding 2 (blz. 140) getoond. Allicht zijn er verschillen tussen de twee methoden, die ongeveer vijftien jaar na elkaar zijn verschenen.

Maar er zijn ook overeenkomsten te zien. Het meest in het oog springende is de inhoud: de opgaven op beide bladzijden handelen over roosters. Beide opgaven zijn ook aan de belevingswereld van de kinderen gekoppeld.

Opvallend verschilpunt is bijvoorbeeld het voorschrijvende karakter van NZR tegenover de meer open geformuleerde vraagstukken in WIG. Vergelijk daarvoor de tekst uit NZR blz. 3 met opdracht 2 van WIG.

In NZR wordt precies verteld wat de notatie 3,2 betekent en wordt dat nog een keer herhaald met: 'denk erom, het eerste cijfer is het pad van beneden naar boven, het tweede cijfer is het pad links-rechts.'

In WIG wordt een route-notatie geïntroduceerd zonder precies uit te leggen hoe die notatie exact werkt.

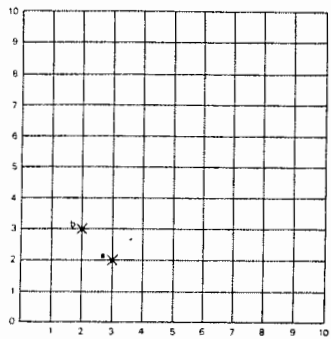
Er zijn meer overeenkomsten en verschillen. In het meewerkcollege zullen studenten aan de hand van deze twee werkbladen eerst nog enkele overeenkomsten en verschillen benoemen.

Blok 1

2

Opstapje bij
Taak 1-6

Tijdens een schoolreisje ging de vierde klas een speurtocht houden in een stuk bos.
Door een bos lopen meestal brandgangen. Dat zijn rechte paden om stukken bos heen. Een groot bos wordt door die brandgangen in allerlei vakken verdeeld. Op verschillende kruispunten van die paden had meneer schatten verstopt. De kinderen moesten met behulp van een kaart de schatten proberen te vinden.



Blok 1

3

Opstapje bij
Taak 1-6

Op deze kaart in de vorm van een 100-veld staat van 2 schatten de plaats aangegeven.
Schat a ligt op de kruising van het pad van beneden naar boven 3 met het pad van links naar rechts 2. De schat ligt dus bij kruispunt 3,2.
Schat b ligt op de kruising van het beneden naar boven pad 2 met het links-rechts pad 3. Deze schat ligt dus bij kruispunt 2,3.



1 Teken of stempel een 100-veld en geef hierop met een letter op de kruispunten de plaats van de schatten aan.
Denk erom het eerste cijfer is het pad van beneden naar boven, het tweede cijfer is het pad links-rechts.

a ligt op 3,2 f ligt op 7,8
b ligt op 2,3 g ligt op 8,7
c ligt op 2,5 h ligt op 8,5
d ligt op 3,7 i ligt op 8,3
e ligt op 3,8 j ligt op 7,2

2 Teken nu met een lijn de kortste weg van a langs alle schatten weer terug naar a. Je mag niet van de paden af.
Je kunt op 2 verschillende manieren die weg tekenen.
Teken de ene weg zo, dat je in het gebied binnen deze weg zoveel mogelijk bosvakken krijgt.

3 Teken de andere zo, dat je zo weinig mogelijk bosvakken krijgt.

4 Welke weg is het langst, de eerste of de tweede?



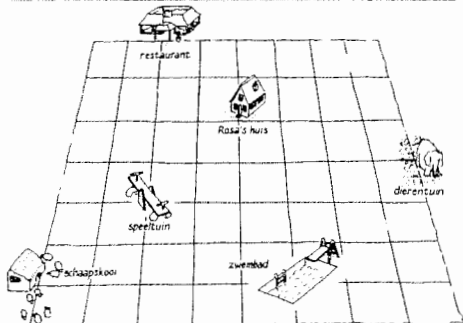
5 Meet beide wegen eens. Wat zie je dan?

Nu moet je Taak 1-6 maken.

Taak 2

Taak 2

1 Waar kunnen ze allemaal heen?



Werkblad 1, opgave 1a.

Zet in de rooster stappen waar de bestemmingen zijn.

naar	Rosa's huis	dierentuin	zwembad	speeltuin	schapekooi	restaurant
van						
Rosa's huis		5	5	4		
dierentuin						

Werkblad 1, opgave 1b.
Vul de afstandstabel in.

6

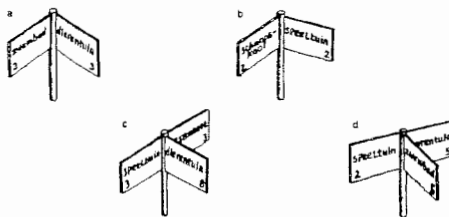
De fietstocht

2 Twee routes vanaf Rosa's huis.



Tekent met twee kleuren de routes in de rooster van werkblad 1.

3 Waar staan de wegwijzers?



Zet kruisjes in de rooster van werkblad 1

7

Hierbij kan onder andere naar boven komen dat in opdracht 2 van NZR de leerlingen al heel wat onderzoekwerk uit handen is genomen. Er wordt al gesteld dat er twee wegen zijn en de leerling wordt gevraagd precies één van die wegen te tekenen.

In WIG wordt een afstandentabel ingevuld, zonder dat de kinderen aanwijzingen krijgen wat de kortste afstand is en hoe die op het rooster te vinden is. Daarna worden de handleidingen erbij genomen. Uit NZR citeren we:

Binnen het kader van het moderne reken- en wiskundeonderwijs voor de basisschool neemt het onderwerp coördinaten een belangrijke plaats in. Rekenen is meer dan cijferen; het is ook structureren en ordenen van gegevens. De toepassingen van de coördinaten zijn onder andere te vinden bij de aardrijkskunde, de meetkunde, de statistiek en het schaken en dammen. De doelstelling van dit opstapje is het kind kennis te laten maken met de coördinaten.

Verwerking

Gebruik het woord coördinaten niet in uw bespreking. Laat de leerlingen eerst zelf individueel de tekst goed lezen (studerend lezen) en laat hen een aantal opgaven zelfstandig uitwerken. Bespreek deze opgaven achteraf. Stel inzichtvragen om te controleren of de leerlingen de tekst hebben begrepen. Zorg dat bij de bespreking de leerlingen zelf veel aan het woord komen.

Uit WIG halen we ook een passage:

Samen met de kinderen verkennen we de verschillende mogelijkheden. Zo kunnen we bijvoorbeeld vragen: 'Wat ligt verder van Rosa's huis: de schaapskooi of het zwembad?' 'Hoe weet je dat?' We hoeven de kinderen alleen even in herinnering te brengen hoe de afstanden worden gemeten: langs de getekende streepjes. Tenslotte hebben de kinderen al vaker met roosters gewerkt.

...

De kinderen weten al dat je een route kunt beschrijven met behulp van pijlen (elke pijl betekent 'één stukje', terwijl de richting van de pijl aangeeft welke kant).

Nadat we de kinderen hebben geattendeerd op het vertrekpunt van de twee fietstochtjes (Rosa's huis), laten we ze zelfstandig (eventueel in tweetallen) aan de gang gaan om met twee kleuren route a en b op het werkblad aan te geven. Daarbij is het tekenen van route a vooral bedoeld om de kinderen weer even vertrouwd te maken met de pijlnotatie.

Er komen nu enkele andere aspecten naar boven. In NZR wordt vooral verwezen naar het nut van het onderwerp in allerlei andere vakken, terwijl in WIG de context zelf (het maken van fietstochtjes met alle bijkomende zaken) het nut uitmaakt.

Blok 1

Toelichting
Taak 1

- 4
- 1 3 getallenlijnen onder elkaar. Sprongen van 1.
van 0 - 20
van 100 - 120
van 120 - 140
- 2 Getallenlijn van 90-100.
Getallenlijn van 190-200.
- 3 honderd twee = $100 + 2 = 102$
honderd twintig = $100 + 20 = 120$
honderd achtenveertig = $100 + 48 = 148$
- 4 Speel je wel eens met tafelfkwaarten?
Of een ander tafelspel?
- 5 1 stuiver = 5 c. 10 stuivers = . . c.
1 dubbeltje = 10 c. 8 dubbeltjes = . . c.
1 kwartje = 25 c. 4 kwartjes = . . c.



Blok 1

Opgaven
Taak 1

5

- 1 Tellen (schriftelijk):
101 - 102 - 103 - 104 . . 120
121 - 122 - 123 - 124 . . 140
181 - 182 - 183 - 184 . . 200
- 2 Terugtellen (schriftelijk):
100 - 99 - 98 . . tot 90
200 - 199 - 198 . . tot 190
- 3 Schrijf in cijfers:
honderd twee = honderd drieënvijftig =
honderd twaalf = honderd negenenzestig =
honderd twintig = honderd zesenzeventig =
honderd achtenveertig = honderd zessenegentig =
honderd drieëndertig = honderd achtentachtig =
- 4* Schrijf de tafels van 6 en 7 op
- 5 Hoeveel centen is:
- | | | | | | | | |
|--------|---------|-------|--------|-------|---------|-------|-------|
| 10 st. | 8 dubb. | 4 kw. | 15 st. | 3 kw. | 9 dubb. | 7 st. | 2 kw. |
|--------|---------|-------|--------|-------|---------|-------|-------|
- 6* Wim koopt een rolletje drop voor 30 cent. Hij betaalt met 2 kwartjes.
Hij krijgt . . dubbeltjes terug.

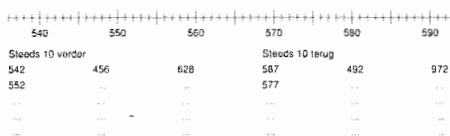
Taak 3

Taak 3

1 Handig rekenen.

$3 + 5 + 7 + 5 =$	$18 - 5 + 6 =$	$2 + 28 =$	$45 - 5 =$
$4 + 2 + 8 + 3 =$	$15 + 6 - 5 =$	$3 + 28 =$	$45 - 6 =$
$7 + 6 + 4 + 3 =$	$17 - 8 + 6 =$	$4 + 28 =$	$54 - 4 =$
$3 + 2 + 8 + 5 =$	$19 + 6 - 7 =$	$5 + 37 =$	$54 - 6 =$
$6 + 9 + 4 + 2 =$	$12 + 8 - 5 =$	$6 + 40 =$	$54 - 9 =$

2 Tellen.



3 Hoeveel krijg je terug van 57 gulden?

57 - 20 = 37
57 - 30 = 27
57 - 32 = 25
57 - 37 = 20
57 - 39 = 18

64 - 60 = 4
64 - 30 = 34
64 - 32 = 32
64 - 34 = 30
64 - 37 = 27

35 + 20 = 55
35 + 40 = 75
35 + 44 = 79
35 + 45 = 80
35 + 46 = 81

23 + 10 = 33
23 + 50 = 73
23 + 54 = 77
23 + 57 = 80
23 + 59 = 82

Rekenen

4 Vlug en goed!

$7 \times 3 =$	$10 \times 7 =$	$7 \times 5 =$	$4 \times 3 =$
$3 \times 7 =$	$9 \times 7 =$	$5 \times 7 =$	$4 \times 6 =$
$7 \times 4 =$	$6 \times 7 =$	$7 \times 2 =$	$8 \times 6 =$
$4 \times 7 =$	$7 \times 6 =$	$2 \times 7 =$	$9 \times 6 =$
$7 \times 7 =$	$6 \times 7 =$	$6 \times 6 =$	$9 \times 5 =$

5 Maak minstens twintig getallen.



6 Verder tellen en terugtellen.

388	597	699	853	402	901
389	598	700	852	401	899
390	599	701	851	400	898
391	600	702	850	399	897
392	601	703	849	398	896
393	602	704	848	397	895
394	603	705	847	396	894
395	604	706	846	395	893
396	605	707	845	394	892
397	606	708	844	393	891
398	607	709	843	392	890
399	608	710	842	391	889
400	609	711	841	390	888
401	610	712	840	389	887
402	611	713	839	388	886
403	612	714	838	387	885
404	613	715	837	386	884
405	614	716	836	385	883
406	615	717	835	384	882
407	616	718	834	383	881
408	617	719	833	382	880
409	618	720	832	381	879
410	619	721	831	380	878
411	620	722	830	379	877
412	621	723	829	378	876
413	622	724	828	377	875
414	623	725	827	376	874
415	624	726	826	375	873
416	625	727	825	374	872
417	626	728	824	373	871
418	627	729	823	372	870
419	628	730	822	371	869
420	629	731	821	370	868
421	630	732	820	369	867
422	631	733	819	368	866
423	632	734	818	367	865
424	633	735	817	366	864
425	634	736	816	365	863
426	635	737	815	364	862
427	636	738	814	363	861
428	637	739	813	362	860
429	638	740	812	361	859
430	639	741	811	360	858
431	640	742	810	359	857
432	641	743	809	358	856
433	642	744	808	357	855
434	643	745	807	356	854
435	644	746	806	355	853
436	645	747	805	354	852
437	646	748	804	353	851
438	647	749	803	352	850
439	648	750	802	351	849
440	649	751	801	350	848
441	650	752	800	349	847
442	651	753	799	348	846
443	652	754	798	347	845
444	653	755	797	346	844
445	654	756	796	345	843
446	655	757	795	344	842
447	656	758	794	343	841
448	657	759	793	342	840
449	658	760	792	341	839
450	659	761	791	340	838
451	660	762	790	339	837
452	661	763	789	338	836
453	662	764	788	337	835
454	663	765	787	336	834
455	664	766	786	335	833
456	665	767	785	334	832
457	666	768	784	333	831
458	667	769	783	332	830
459	668	770	782	331	829
460	669	771	781	330	828
461	670	772	780	329	827
462	671	773	779	328	826
463	672	774	778	327	825
464	673	775	777	326	824
465	674	776	776	325	823
466	675	777	775	324	822
467	676	778	774	323	821
468	677	779	773	322	820
469	678	780	772	321	819
470	679	781	771	320	818
471	680	782	770	319	817
472	681	783	769	318	816
473	682	784	768	317	815
474	683	785	767	316	814
475	684	786	766	315	813
476	685	787	765	314	812
477	686	788	764	313	811
478	687	789	763	312	810
479	688	790	762	311	809
480	689	791	761	310	808
481	690	792	760	309	807
482	691	793	759	308	806
483	692	794	758	307	805
484	693	795	757	306	804
485	694	796	756	305	803
486	695	797	755	304	802
487	696	798	754	303	801
488	697	799	753	302	800
489	698	800	752	301	799
490	699	801	751	300	798
491	700	802	750	299	797
492	701	803	749	298	796
493	702	804	748	297	795
494	703	805	747	296	794
495	704	806	746	295	793
496	705	807	745	294	792
497	706	808	744	293	791
498	707	809	743	292	790
499	708	810	742	291	789
500	709	811	741	290	788
501	710	812	740	289	787
502	711	813	739	288	786
503	712	814	738	287	785
504	713	815	737	286	784
505	714	816	736	285	783
506	715	817	735	284	782
507	716	818	734	283	781
508	717	819	733	282	780
509	718	820	732	281	779
510	719	821	731	280	778
511	720	822	730	279	777
512	721	823	729	278	776
513	722	824	728	277	775
514	723	825	727	276	774
515	724	826	726	275	773
516	725	827	725	274	772
517	726	828	724	273	771
518	727	829	723	272	770
519	728	830	722	271	769
520	729	831	721	270	768
521	730	832	720	269	767
522	731	833	719	268	766
523	732	834	718	267	765
524	733	835	717	266	764
525	734	836	716	265	763
526	735	837	715	264	762
527	736	838	714	263	761
528	737	839	713	262	760
529	738	840	712	261	759
530	739	841	711	260	758
531	740	842	710	259	757
532	741	843	709	258	756
533	742	844	708	257	755
534	743	845	707	256	754
535	744	846	706	255	753
536	745	847	705	254	752
537	746	848	704	253	751
538	747	849	703	252	750
539	748	850	702	251	749
540	749	851	701	250	748
541	750	852	700	249	747
542	751	853	699	248	746
543	752	854	698	247	745
544	753	855	697	246	744
545	754	856	696	245	743
546	755	857	695	244	742
547	756	858	694	243	741
548	757	859	693	242	740
549	758	860	692	241	739
550	759	861	691	240	738
551	760	862	690	239	737
552	761	863	689	238	736
553	762	864	688	237	735
554	763	865	687	236	734
555	764	866	686	235	733
556	765	867	685	234	732
557	766	868	684	233	731
558	767	869	683	232	730
559	768	870	682	231	729
560	769	871	681	230	728
561	770	872	680	229	727
562	771	873	679	228	726
563	772	874	678	227	725
564	773	875	67		

Blok 1

Toelichting
Taak 1

4

1 3 getallenlijnen onder elkaar. Sprongen van 1.
van 0 - 20
van 100 - 120
van 120 - 140

2 Getallenlijn van 90-100.

Getallenlijn van 190-200.

3 honderd twee = $100 + 2 = 102$
honderd twintig = $100 + 20 = 120$
honderd achtenveertig = $100 + 48 = 148$

4 Speel je wel eens met tafelvartetten?
Of een ander tafelspel?

5 1 stuiver = 5 c. 10 stuivers = ... c.
1 dubbeltje = 10 c. 8 dubbeltjes = ... c.
1 kwartje = 25 c. 4 kwartjes = ... c.

6

Blok 1

Opgaven
Taak 1

5

1 Tellen (schriftelijk):
101 - 102 - 103 - 104 ... 120
121 - 122 - 123 - 124 ... 140
181 - 182 - 183 - 184 ... 200

2 Terug tellen (schriftelijk):
100 - 99 - 98 ... tot 50
200 - 199 - 198 ... tot 190

3 Schrijf in cijfers:
honderd twee = honderd drieënvijftig =
honderd twaalf = honderd negenenzeventig =
honderd twintig = honderd zevenzeventig =
honderd achtenveertig = honderd zevennegentig =
honderd drieëndertig = honderd achtentachtig =

4* Schrijf de tafels van 6 en 7 op.

5 Hoeveel centen is:

10 st.	8 dubb.	4 kw.	15 st.	3 kw.	9 dubb.	7 st.	2 kw.
--------	---------	-------	--------	-------	---------	-------	-------

6* Wim koopt een rolletje drop voor 30 cent. Hij betaalt met 2 kwartjes.
Hij krijgt ... dubbeltjes terug.

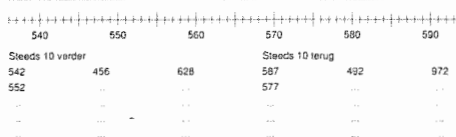
Taak 3

Taak 3

1 Handig rekenen.

$3 + 5 + 7 + 5 =$	$18 - 5 + 6 =$	$2 + 28 =$	$45 - 5 =$
$4 + 2 + 8 + 6 =$	$15 + 6 - 5 =$	$3 + 28 =$	$45 - 6 =$
$7 + 6 + 4 + 3 =$	$17 - 8 + 6 =$	$4 + 28 =$	$54 - 4 =$
$3 + 2 + 8 + 5 =$	$19 + 6 - 7 =$	$5 + 37 =$	$54 - 6 =$
$6 + 9 + 4 + 2 =$	$12 + 8 - 5 =$	$6 + 48 =$	$54 - 9 =$

2 Tellen.



3 Hoeveel krijg je terug van 57 gulden?

57 - 20 = 37
57 - 30 = 27
57 - 32 = 25
57 - 37 = 20
57 - 39 = 18

54 - 60 = -6
64 - 30 = 34
64 - 32 = 32
64 - 34 = 30
64 - 37 = 27

35 + 20 = 55
35 + 40 = 75
35 + 44 = 79
35 + 45 = 80
35 + 48 = 83

23 + 10 = 33
23 + 50 = 73
23 + 54 = 77
23 + 57 = 80
23 + 59 = 82

Rekenen

4 Vlug en goed!

$7 \times 3 =$	$10 \times 7 =$	$7 \times 5 =$	$4 \times 3 =$
$3 \times 7 =$	$9 \times 7 =$	$5 \times 7 =$	$4 \times 6 =$
$7 \times 4 =$	$8 \times 7 =$	$7 \times 2 =$	$8 \times 6 =$
$4 \times 7 =$	$7 \times 6 =$	$2 \times 7 =$	$9 \times 6 =$
$7 \times 7 =$	$6 \times 7 =$	$6 \times 6 =$	$9 \times 5 =$

5 Maak minstens twintig getallen.



6 Verder tellen en terugtellen.

308	597	699	853	402	901
389			852		

7 Zet de getallen in volgorde van klein naar groot.

120	180	110				562	264	367			
240	420	360				148	289	298			
320	280	230				652	256	462			
140	410	160				300	502	199			
280	350	530				251	215	290			

* Maak zoveel mogelijk getallen met de cijfers 1, 2, en 3. Bijvoorbeeld: 312.
Zet die getallen in volgorde van klein naar groot.

Bij WIG wordt een notatie gebruikt die het korter beschrijven van routes mogelijk maakt.

WIG legt nadruk op het bespreken van verschillende mogelijkheden; die zijn daar ook aanwezig. Bij NZR lijken die minder voor de hand te liggen, maar waarschijnlijk wel mogelijk. Leerlingen zullen andere manieren kunnen gebruiken om uit te leggen dat de twee wegen even lang zijn.

Op blz. 142 staan twee bladzijden uit NZR, respectievelijk WIG. Hoewel deze bladzijden qua onderwerp verschillen kunnen we ook hier de overeenkomsten en verschillen bespreken. Een overeenkomst tussen beide methoden is dat ze de getallenlijn als steun bij het verder en terugtellen aanbieden.

NZR geeft in de toelichting steeds hulp, maar het is niet direct duidelijk hoe die toelichting de leerlingen zal helpen. Kijk alleen al naar de tekening van het rolletje drop bij opdracht 6. De opdrachten in NZR lijken vrij gesloten. Door de formulering zal waarschijnlijk de nadruk bij de antwoorden liggen en niet bij de aanpak. Er zullen naar verwachting wel verschillende aanpakken gebruikt worden.

De tien stuivers uit opdracht 5 zijn via 'twee stuivers is één dubbeltje' om te zetten naar vijf dubbeltjes dus vijftig cent. Maar een leerling kan dit ook berekenen met tien stuivers is tien keer vijf cent.

Opdracht 1 uit WIG dwingt een leerling als het ware om over verschillende aanpakken na te denken. Leerlingen kunnen hier dus eigen aanpakken ontwikkelen.

Aan de hand van de afbeeldingen 3 en 4 komen aandachtspunten naar boven waarmee verder naar de beide methoden gekeken kan worden. Door in een mathematisch-didactisch practicum (zie hfdst. 2) aan de hand van deze punten de beide methoden nader te bekijken ontwikkelen de studenten een invulling van het beeld.

Zij zijn na zo'n meewerkcollege en enkele mathematisch-didactische practica in staat op eenvoudige wijze aan kennissen uit te leggen dat er grote verschillen zijn tussen methoden en daar voorbeelden bij te geven. Zij kunnen hun informele redeneringen, hun eigen (jeugd)ervaringen en opvattingen in het beeld passen. Ook kunnen de studenten enige gevolgen bij leerlingen noemen van het leren uit een methode die in een van beide richtingen past.

Het B-college

In het tweede college worden de overeenkomsten en verschillen nader onderzocht. Nu gaat het erom een structuur aan te brengen tussen de kenmerken van een methode.

Dit kan onder andere bereikt worden door aandacht te besteden aan de manier waarop een leraar met beide methoden kan omgaan. Een realistische methode impliceert geen realistische lessen en een mechanistische methode impliceert geen mechanistische lessen.

Met de studenten kan besproken worden hoe op verschillende manieren met een bladzijde uit beide methoden onderwijs te geven. Hierbij zullen in ieder geval het nut van de context, de interactievorm, de eigen activiteiten van de leerlingen en het gebruik van schema's en modellen aan de orde komen.

Contexten kunnen een cadeauverpakking zijn, die het beste zo snel mogelijk weggegooid kan worden. Bijvoorbeeld de rolletjes drop uit opdracht 6 in afbeelding 3. Bij de bespreking wordt de context dan ook maar weggelaten.

Contexten kunnen ook probleemsituaties voor leerlingen herkenbaar maken en allerlei nietschoolse aanpakken oproepen. Bij het lesgeven kan de leraar het gebruik van deze buitenschoolse aanpakken versterken door er expliciet bij de leerlingen naar te vragen.

De context 'kopen en betalen' die in WIG opdracht 3 uit afbeelding 4 wordt gebruikt, kan het 'kassarekenen' bij de leerlingen oproepen ($57 - 20 =$ wordt uitgerekend via 20, 30, 40, 50, 57 dus 37), maar bijvoorbeeld ook het uitgeven van de biljetten en de losse guldens oproepen. Een context kan dus ook rekenmodellen oproepen.

De interactie tussen leerlingen kan ook sterk verschillen. Bij beide methoden zijn besprekingen van eigen aanpakken mogelijk. Daarbij moet wel opgemerkt worden dat de opdrachten in WIG vaak meer eigen aanpakken toelaten. Studenten kunnen verschillende interactievormen bespreken en de voor- en nadelen van beide manieren op een rijtje zetten.

Het gebruik van schema's en modellen ligt iets ingewikkelder. Beide methoden benadrukken het gebruik van schematiseringen. NZR vanuit de gedachte dat de overgang van de concrete handeling naar de mentale handeling overbrugd dient te worden. WIG gebruikt schema's en modellen als brug tussen werkelijkheid en wiskunde of anders gezegd tussen de context en de formule.

Om de structuur bespreekbaar te maken, kunnen op dit moment de begrippen horizontaal en verticaal mathematiseren worden geïntroduceerd. Daarbij komt ook aan de orde hoe leerlingen het horizontaal en verticaal mathematiseren ervaren en hoe dat in hun werken en leren tot uiting komt. Zo'n college bevat daarmee veel korte verhalen uit de basisschool, verhalen met een paradigmatisch karakter.

Het C-college

In het derde college komen de stromingen in het reken-wiskundeonderwijs als theorie aan de orde. Studenten die de realistische en mechanistische methoden aan de hand van horizontaal en verticaal mathematiseren hebben kunnen plaatsen, zijn in staat om onderstaand schema af te maken.

	horizontaal	verticaal
mechanistisch	–	–
realistisch	+	+
??	–	+
??	+	–

Voer met de studenten een gedachtenexperiment uit waarin de twee nog lege vakken worden bekeken. In dit gedachtenexperiment beschrijven de studenten onder meer hoe het onderwijs eruit ziet als er wel horizontaal en niet verticaal gemathematiseerd wordt.

Verzin enkele onderwijsmomenten, beschrijf deze, kijk of ze inderdaad aan de karakterisering voldoen, bespreek de voor- en nadelen van deze vorm van onderwijs. Beschrijf wat de leerlingen en wat de leraar in dat onderwijs precies zullen doen.

Via deze karakterisering en de gedachteninvulling komen kenmerken van structuralistische en empiristische methoden aan de orde, waarbij de kenmerken worden verbonden met leerervaringen van kinderen en vervolgens met onderwijsgedrag van de leraar.

Na afloop kent de student de vier stromingen en kan hij/zij ook aan de hand van de kenmerken van deze vier stromingen over zijn/haar eigen onderwijsgedrag nadenken.

De theorie is een basis voor verdere reflectie geworden. De student kan zijn eigen informele redeneringen nader beschou-

wen aan de hand van de theorie en aan de hand van de invloed van methoden uit de verschillende stromingen op de leereffecten bij leerlingen.

Welke theorie in collegevorm op de Pabo?

A-, B- en C-colleges kunnen met een Italiaanse toren in beeld gebracht worden.



Met het toenemen van het niveau wordt de omvang compacter, terwijl ieder bovenliggend niveau op het goede fundament en de pijlers van iedere lager niveau steunt. Het hoogste punt is bescheiden van omvang en heeft zonder ondergrond en opbouw geen betekenis. Bij het bestijgen van de toren passeert men ieder niveau alvorens de top te bereiken.

C-colleges over theorie behoren ons inziens op de opleiding schaars en goed te zijn. Het is niet moeilijk op een opleiding met

veel theorieën te strooien, maar menig student verliest daarin ieder overzicht. Theorie zal uitgebalanceerd verdeeld worden over enkele colleges tussen de vele mathematisch-didactische werkcolleges waardoor een student uitgedaagd wordt zijn kennisbestand verder te ontwikkelen en te koppelen aan zijn praktijkervaring.

Voor zulke dun gezaaide colleges is het zaak de juiste leerstof te kiezen. Veel opleiders zullen belangrijke principes of onderscheidingen als onderwerp van zo'n college kiezen. Bijvoorbeeld de vijf fundamentele leerprincipes van de reconstructiedidactiek zoals Treffers deze geformuleerd heeft of de vier stromingen die binnen het reken-wiskundeonderwijs onderscheiden worden. Deze onderwerpen zullen voor de student aangrijpingspunten vormen voor reflectie op het eigen onderwijsgedrag, voor nadere bestudering van een gebruikte reken-wiskundemethode en in het bijzonder van de aanwijzingen in de handleiding bij die methode.

De opbouw van de theorie in de vorm van A-, B- en C-colleges is gebaseerd op een proces van voortdurende en geleidelijke niveauverhoging.

In het A-college wordt door de studenten een beeld van de theorie ontwikkeld. De opleider levert daartoe voldoende materiaal, laat de studenten enige opdrachten uitvoeren en let erop de studenten niet te veel in details te laten verdrinken.

In het B-college krijgen studenten opdrachten naar aanleiding waarvan zij het ontwikkelde beeld kunnen structureren. De studenten verhelderen en generaliseren hun beeld, vergelijken onderling hun structuur en de implicaties daarvan. De opleider richt de aandacht van de studenten op speciale aspecten en introduceert elementen van de theorie zodat de studenten hun ervaringen beter kunnen stroomlijnen. De studenten vergelijken de ontwikkelde structuur met hun informele redeneringen en zullen bij discrepantie uitgedaagd moeten worden hierover te reflecteren.

In het C-college wordt de theorie verder ontwikkeld en in detail bestudeerd. De opleider zal de theorie in alle details uiteenzetten. De implicaties worden preciezer besproken en almaar vergeleken met de praktijkervaringen van de studenten. Dit kan leiden tot een herziening van de theorie maar waarschijnlijk vaker tot een heroverweging van die praktijkervaringen.

Noten

- 1 Op de Panama najaarsconferentie van 1992 toonde Willem Uittenbogaard een video met informele aanpakken van kinderen bij procenten. De opgaven die hij gebruikte waren door Marja van den Heuvel-Panhuizen en Leen Streefland opgesteld.
- 2 Zie onder andere Goffree, F. (1993). *Kleuterwiskunde*. Groningen: Wolters Noordhoff, en Janssen-Vos, F. (1990). *Basisonwikkeling. Kleuters in de Basisschool*. Assen: Van Gorcum.
- 3 Nederland kent verscheidene auteurs die wetenschap populariseren. Wetenschappers die op heldere wijze hun vakgebied ontsluiten, bijvoorbeeld de wiskundigen Jan van de Craats (1991), Hans Lauwerier (1987, 1989) en Hans Freudenthal (1954). Een andere groep auteurs zijn journalisten die op onderzoek uitgaan en daar verslag van uitbrengen of die in opdracht een deel van het wetenschappelijk onderzoek populariseren, zoals Felix Eigenraam (1990) en Hans van Maanen (1991).
- 4 Deze opzet van A-, B- en C-colleges vertoont overeenkomst met de ideeën van Bram Lagerwerf over beeldvorming, schematiseren en theorievorming zoals hij deze onder andere in *Euclides* publiceerde. Hij hanteert de termen beeldvorming, schematiseren en theorievorming om het leren van leerlingen bij wiskunde te karakteriseren en het helpen van de docent te beschrijven.

Pabo-student in beeld: Petra

Het beeld dat Petra van de wiskunde heeft, is niet erg rooskleurig. Petra is een eerstejaarsstudente aan de Pabo, zeventien jaar oud, en heeft als vooropleiding Havo (zonder wiskunde).

Wat was ik blij dat ik dat vak kon laten vallen na de derde. Ik begreep er echt niets van. Ik haalde ook alleen maar onvoldoendes.

Nu zit ze dus weer met wiskunde en daar ziet ze als een berg tegenop. Mijn opmerkingen aan het begin van het studiejaar hebben weinig aan die berg kunnen doen. Ik begin het jaar met een inleidend praatje en tevens laat ik studenten vertellen over hun kijk op de wiskunde. Ik houd dan een verhaal over 'andere wiskunde' en 'wiskundige houding'. Dit alles rijk geïllustreerd met voorbeelden.

Toen je het had over die andere wiskunde brak het zweet me uit. Die ene heb ik al nooit begrepen, wat zal dat met die andere worden. Je had het ook over 'wiskunde is leuk'. Mijn moeder zei vroeger: 'Spruitjes zijn echt lekker'. Het gaf mij het gevoel, dat ik abnormaal was, want ik vond ze dus niet lekker. Je maakte me dus met die opmerking, dat wiskunde leuk is, eerder onzekerder dan enthousiaster.

Daar gaan je goede bedoelingen. Een praatje, opbeurend (wiskunde ligt toch al zo gevoelig), stimulerend (er is een hoop te doen) heeft dus tamelijk averechts uitgepakt. De aversie en het gebrek aan zelfvertrouwen zitten diep. De opmerking dat wiskunde leuk zou zijn verdiende een belachelijkheidsprijs. Aan het eind van mijn introductie heb ik de studenten laten werken aan opgave 48 van de *Proeve* deel 1 '... deze wasmachine gaat 5000 wasbeurten mee ...'

Naar mijn idee een fraaie afsluiting van de introductie en een duidelijke illustratie van een van de andere aspecten van die leukere wiskunde. Edoch ...

Die opgave van die wasmachine vond ik ook al zo raar. Al die opmerkingen over waterverbruik, prijs, inhoud, ... hoeveel keer was je in de week? ... begreep ik wel, maar wat heeft dat allemaal met wiskunde te maken? En wat kwam er nou eigenlijk uit?

Het is duidelijk dat het reken-wiskundeonderwijs niet ongemerkt aan Petra voorbij is gegaan. Er zijn diepe sporen achtergelaten. Wat moet dat worden? De eerste kennismaking met *Wiskunde & Didactiek* deel 0 (Rekenvaardigheden) verliep dan ook weinig soepel. Dat je op verschillende manieren sommetjes kunt uitrekenen, wil Petra best aannemen, maar de uitwerkingen geven haar weer dat gevoel van onzekerheid dat onlosmakelijk vastgekoekt zit aan het vak.

Die uitwerkingen, moet je die nu allemaal leren? $72 + 19 = ?$ Daar komt gewoon 91 uit. Daar gaat het toch om. Hoe je het berekent, is dan toch niet belangrijk?

Ik houd een verhaal over dat het zo belangrijk is te weten op wat voor verschillende manieren je zo'n opgave kunt aanpakken. Je kunt dan beter begrijpen hoe kinderen rekenen en adequaat hulp bieden als er iets misgaat. Trouwens de wiskunde zit niet in opgave en antwoord, maar juist in de weg daartussen, de aanpak. Petra wil dat allemaal best van mij aannemen en ik heb zelfs de indruk dat ze de redelijkheid van een en ander inziet. Haar reactie is echter treffend.

Toch, als je er geen 91 uitkrijgt, is die som wel fout.

Haar enige, in ieder geval haar grootste zorg geldt het antwoord. Heldere, liefst korte opgaven genieten haar voorkeur. Sommetjes die je kunt nakijken en kunt voorzien van een goed- of foutstempel. Er is al zoveel onzekerheid in de wereld, laat nu alsjeblieft de wiskunde een bolwerk van duidelijkheid blijven.

Hoe 'slechter' de leerling hoe groter haar behoefte aan opgaven met een duidelijk antwoord. Zelfs al heb je de meeste antwoorden fout en ziet je werk 'zwart' van de rode strepen, dan is dat nog verre te verkiezen boven de onzekerheid van die '5000 wasbeurten-opgaven'.

Petra heeft het maar moeilijk in deze beginperiode. Vermoedelijk zullen die moeilijkheden zich niet tot die periode beperken. En min of meer terloops merkte ik op: 'Het is vanzelfsprekend dat je geen regeltjes gebruikt die je niet kunt uitleggen, die je alleen maar toe kunt passen omdat je ze zo geleerd hebt. Vraag je altijd af: waarom doe ik het zo, waarom moet het zo?' Ik zag Petra iets denken in de trant van: daar gaat mijn houvast. Hoe moet ik dan aan het antwoord komen? Min of meer ter ondersteuning, misschien ook wel gedeeltelijk uit verontschuldiging, heb ik haar voorgehouden dat het niet ongebruikelijk is, dat ze zich in verwarring gebracht voelde, dat meer studenten het gevoel hebben dat de poten onder hun wiskundestoel waren weggezaagd, dat het heel belangrijk is om het gewoon te blijven proberen, en ... Berustend knikte ze met in haar houding iets van: het zal allemaal wel. Die houding met dat knikje was haar antwoord en het antwoord daar gaat het toch eigenlijk om.

I
N
T
E
R
M
E
Z
Z
O

De kwaliteit van afstudeerprojecten

Inleiding

Het afstuderen op de Pabo staat nog in de kinderschoenen. Dat is niet zo vreemd, want de Pabo zelf is nog niet ouder dan een kleuter. Het verschil met een echte kleuter is evenwel dat de kleuter-Pabo een honderdjarige voorgeschiedenis heeft. Van meet af aan studeerden er kwekelingen, later KLOS- en PA-studenten af. Al sprak men destijds in termen van eindexamen doen. Sinds mensenheugenis nemen de examenkandidaten ook werkstukken mee. In het verre verleden van de Kweekschool waren dat lesverslagen, op de PA evolueerden die tot lessencycli en in het geval van specialisaties werd er rondom de lessen nog wel eens iets van een theoretische verantwoording geschreven. In zekere zin zit de Pabo anno 1992 nog met die erfenis.

De inmiddels verworven Hogeschoolstatus verlangt evenwel meer dan opgeklopte lesverslagen. De inrichting van het Hogeschool-curriculum biedt studenten van nu bovendien de gelegenheid om aan het eind van de studie een behoorlijke periode zelfstandig aan het werk te gaan. Om te tonen wat ze geleerd¹ hebben, om te bewijzen dat ze zelfstandig een klus kunnen aanpakken, om duidelijk te maken dat ze in staat zijn er nog iets bij te leren en

om te laten zien hoe ze over het vak van leraar, de vakken van de basisschool en zichzelf zijn gaan denken.

Met de laatste punten (toepassen, zelfstandig werken, verder leren en een visie hebben) hebben we de veelgenoemde startbekwaamheid naar onze mening aardig geoperationaliseerd.

In dit hoofdstuk stellen we voor om te spreken van afstudeerprojecten, tenminste ten behoeve van studenten die in ons vak rekenen-wiskunde & didactiek willen afstuderen.² Ook ten behoeve van hun docenten, die terwijl zij op bijna alle terreinen van het afstuderen weinig meer dan amateurs zijn, worden aangesproken als professionele begeleiders. Hier kan met recht gesproken worden over een ontwikkelingsgebied, waarbij in dit hoofdstuk een start van een ontwikkelingsproject voor Pabo-docenten gemaakt wordt.³

Wat komen we tegen in het ontwikkelingsgebied tussen het eindexamen doen van voorheen en afstuderen-nieuwe-stijl? Hoe wordt een transformatie van lessencyclus maken naar afstudeerproject tot stand gebracht? Het gebied overziend komen we tot de volgende verschuivingen:

- 1 van lesverslagen naar meesterstuk;
- 2 van toevallige aanleiding naar opzettelijk ingebouwde snuffelfase;
- 3 van aanrommelen naar projectplan;
- 4 van lesvoorbereiding naar educatief ontwerpen;
- 5 van even wat opzoeken in de bibliotheek naar literatuuronderzoek;
- 6 van refereren en kopiëren naar eigen onderzoek en verantwoording;
- 7 van lesgeven naar onderzoekend onderwijzen;
- 8 van uittreksel naar theoretische reflecties.⁴

De neerslag van de studie (van lesverslagen naar meesterstuk)

Eigenlijk zou dit punt op de laatste plaats behandeld moeten worden. In het verleden kreeg het maken van het werkstuk nogal eens meer aandacht dan het studeren dat eraan ten grondslag moet liggen. Kopiëren en plaatjes plakken, een soort fröbelen voor jong volwassenen, nam soms een groot deel van de tijd in beslag. Nadruk op het werkstuk zelf, het produkt dus, kan leiden tot veronachtzaming van het proces. Het gaat natuurlijk om het

afstuderen, de samenhangende activiteiten die uiteindelijk leiden tot een neerslag in de vorm van een werkstuk.

Over de vorm van die neerslag kan wel het een en ander gezegd worden, evenals over de presentatie ervan. Ook mag men bedenken hoe neerslag en presentatie ten goede kunnen komen aan het collectief van de eigen Pabo en hoe ze bijdragen aan de persoonlijke afronding van de studie op het examen.

Hopelijk wordt er in de zeer nabije toekomst nog aan toegevoegd wat het betekent als het werkstuk wordt opgenomen in het NVORWO-bestand of zelfs in de serie Hogeschoolstudies rekenen-wiskunde & didactiek. Voor die doeleinden dient in elk geval een samenvatting geschreven te worden die ook als signalement of flaptekst dienst kan doen. Een trefwoordenlijst en een aantal sleutelwoorden zullen dan ook niet mogen ontbreken.

In bepaalde gevallen kan het de moeite waard zijn een presentatie aan te kondigen door middel van een affiche of folder. In al deze gevallen wordt van de student gevraagd de essentie van zijn afstudeerproject kernachtig samen te vatten. Wie dat kan, scoort op een belangrijk onderdeel van de studie.

In de opzet voor het boek *Educatief ontwerpen voor een meesterstuk. Werk- en studieboek voor vierdejaars Pabo-studenten*⁵ is een aantal suggesties gedaan voor de presentatie van werkstukken. Dit gebeurt in hoofdstuk 1: Het meesterstuk is al! Ook, net als deze paragraaf, om didactische redenen aan het begin geplaatst. De studenten krijgen zo namelijk de gelegenheid kennis te nemen van kant en klare werkstukken, of onderdelen daarvan, enerzijds om inspiratie op te doen voor het eigen werk en anderzijds om vast te zien waar het in succesvolle educatieve ontwerpen om gaat. We nemen uit dit hoofdstuk een stukje over. Het komt na een aantal aanwijzingen voor het houden van een voordracht.

(...) Een lijst als hierboven kan er gemakkelijk toe leiden dat er een saaie voordracht uit de bus komt. Dat mag natuurlijk niet gebeuren. Dat is ook helemaal niet nodig, vele presentaties van meesterstukken hebben dat bewezen. Neem *Taaldrukken* van twee Domstad academie-studenten. Zij presenteerden het meesterstuk in de door hen zelf opgezette taaldrukwerkplaats, ter gelegenheid van de plechtige opening. En dan de student die educatieve activiteiten ontwierp voor kinderen op vakantie. Zij organiseerde een heuse vakantiebeurs in Eemnes. Alle grote reisbureaus hadden daar een eigen stand. Je hoeft natuurlijk niet altijd voor je presentatie op lokatie te gaan. Hoewel je moet weten dat stagescholen vaak graag een gastvrij onthaal geven. Hoe het ook zij, je kunt de zaak versieren. Mogelijkheden te over.

Hieronder een paar tips, voor het geval dat je eigen meesterstuk je niet op een idee zou brengen.

- een diaklankproductie om te laten zien hoe kinderen met je technische ontdekdozen hebben gewerkt;
- een video-verslag over de gang van zaken bij je thema Reizen in groep 6;
- een reeks interviews met groepen kinderen die hebben meege-daan met je programma Taallaboratorium;
- een tentoonstelling over je onderwerp Jeugdtijdschriften;
- een try-out (met kinderen erbij) van het door jou ontworpen orthotheekmateriaal;
- een Kort Geding naar aanleiding van de uitkomsten van je onderzoek over de rekenvaardigheid van kinderen in de middenbouw;
- een educatieve excursie in de binnenstad langs de historische punten die je hebt beschreven;
- een verkorte cursus van je computerprogramma, zodat je gasten zelf kunnen ervaren hoe kinderen teksten verbeteren.

Van toevallige aanleiding naar opzettelijk ingebouwde snuffelfase

Er zijn nogal wat toevallige aanleidingen die voorheen tot fraaie werkstukken hebben geleid. Neem de student die 'toevallig' een leerling met rekenproblemen tegen het lijf liep terwijl op de Pabo juist het hoofdstuk 'Help' aan de orde was. De intensieve hulpactie voor die leerling leverde een prachtig afstudeerproject op. Of de al wat oudere studente die 'toevallig' vroeger veel plezier had gehad bij het oplossen van redactiesommen en nu met contexten en de realistische didactiek werd geconfronteerd. En die andere student die 'toevallig' goed kan tekenen en met prentenboeken in aanraking kwam, of ... Om dergelijke 'toevallige' aanleidingen minder toevallig tot stand te laten komen, kunnen we het een en ander ondernemen:

- 1 Bouw een snuffelfase in. Na het betreffende college voor derdejaars neemt die fase meteen een aanvang. Men gaat op zoek naar een onderwerp voor het afstudeerproject, tracht er een probleem in te ontdekken dat het aanpakken waard is en bepaalt de plaats ervan vanuit een praktische en theoretische invalshoek.
- 2 Schep een inspirerende ontwerpomgeving. De toevalligheden van zojuist leveren evenzovele tips op voor het vinden van een geschikte aanleiding. Maar er is meer. Naast een verzameling voorbeeldige werkstukken (of alleen de samenvattingen, flapteksten, signalementen, affiches, folders) kan er ook een apar-

te hoek met oriëntaties worden ingericht. Bijvoorbeeld een prikbord met vragen van stagescholen, een breed uitgemeten onderzoeksopdracht van het Freudenthal instituut, een aantal te verbeteren rekenhulpmiddelen, een didactische vondst van bijvoorbeeld Frans Moerlands, een aantal artikelen uit *Willem Bartjens* over getalbeelden, een educatieve recensie over het rekenrek, een videoband van het Nieuwe Media Project, *Mijn Zakrekenmachine Werkboek*, een speelgoedje, een half-afgemaakt educatief spel, een stukje van het televisieprogramma *O, zit dat zo!*, een heel oud rekenboek, een rapport van SVO, ...

Van aanrømmelen naar projectplan

De snuffelfase heeft een onderwerp, probleem en plaatsing opgeleverd. Het probleem, waaraan gewerkt gaat worden, leidt tenminste tot de drie volgende activiteiten:

- 1 materiaalontwerp;
- 2 onderzoek op de werkvloer;
- 3 uitvoering in de school.

Op een zeker moment zijn student en docent zover dat zij het gekozen onderwerp en de bijbehorende probleemstelling wel zien zitten. Het afstudeerproject kan beginnen. Om de aandacht tijdens de afstudeerfase goed te verdelen tussen inlezen, ontwerpen, uitproberen, onderzoeken, onderwijzen, schrijven en werkstuk maken, is het nuttig een globale planning te maken. Voor de docent is dat ook nuttig. Het maakt de begeleiding en kwaliteitsbewaking beter beheersbaar. Vandaar dat het aanbeveling verdient om de snuffelfase officieel af te sluiten met het maken van een projectplan.

Projectplannen worden in allerlei (verzorgings)instellingen (voor het onderwijs) geschreven. Vaak ligt er de behoefte aan beheersing en de noodzaak van budgettering aan ten grondslag. In het geval van afstudeerprojecten gaat het (gelukkig) om kwaliteit. Wellicht kunnen we toch iets leren van het plannen van leerplanontwikkelingsprojecten. Onder de medewerkers van de SLO is *Aanwijzingen voor de structuur en de inhoud van het projectplan in de SLO-organisatie* verspreid (Enschede, 1992). Daarin wordt een projectplan kort samengevat volgens een gegeven Project-Informatie-Formulier. Dan volgt een inleiding waarin iets van de voorgeschiedenis van het project wordt verteld. (Wat precies de vraag is, waar de vraag vandaan komt, wie de aanvragers zijn, hoe het eerste overleg met hen is gevoerd, wie welke adviezen

heeft gegeven en bij welk leerplanwerk dit project aansluiting kan vinden.) In het eerste hoofdstuk wordt het doel van het project onder woorden gebracht, dit in het verlengde van wat in de inleiding geschreven is. Er wordt verwezen naar de doelgroepen (leraren, schooladviesdiensten, toetsontwikkelaars) en naar hetgeen het project zal opleveren (leerplan-voorstel, advies, lesvoorbeelden). In hoofdstuk 2 komt de begroting, in hoofdstuk 3 gaat het over de inhoud van het project, hoofdzakelijk als onderbouwing voor in het project te nemen beslissingen. Eerst komen de inhoudelijke ontwikkelingen op het terrein van het onderwerp in beeld. Men spreekt van contextanalyse. In de tweede paragraaf gaat het om de context waarin de (aan)vraag is opgekomen (gedaan) en de achtergrond van de aanvrager. Vervolgens moet beschreven worden hoe dit project in het geheel (beleid) van de SLO past. Het laatste hoofdstuk heet planning en organisatie. Naar voren moeten komen uitlijning van projectactiviteiten, vaststellen van een tijdpad, aangeven van meetmomenten en dergelijke. Het projectplan wordt zo mogelijk besloten met een literatuurlijst. Door de ervaring wijs geworden dringt men er bij de leerplanontwikkelaars op aan het projectplan kort en zakelijk te houden. Met zo'n vijf A-viertjes moet het gebeurd zijn!

Projectplan

Toegepast op projectplannen voor de afstudeerfase, krijg je het volgende.

Inleiding

Hierin wordt kort verslag gedaan van de snuffelfase. Het onderwerp, gesignaleerde problemen en plaatsing komen in een groter verband naar voren. Er wordt zo mogelijk al een verbinding gelegd met hetgeen op dit terrein in de opleiding aan de orde is geweest en wat daarvan wellicht hier bruikbaar kan zijn.

Waaraan gewerkt zal worden

In dit hoofdstuk worden verplichte onderdelen in het licht van het voorgenomen project nader in ogenschouw genomen:

- educatief ontwerpen;
- onderzoeken;
- onderwijzen;
- literatuuronderzoek;
- theorie
- reflectie;
- verslaglegging;
- werkstuk;
- presentatie.

heeft gegeven en bij welk leerplanwerk dit project aansluiting kan vinden.) In het eerste hoofdstuk wordt het doel van het project onder woorden gebracht, dit in het verlengde van wat in de inleiding geschreven is. Er wordt verwezen naar de doelgroepen (leraren, schooladviesdiensten, toetsontwikkelaars) en naar hetgeen het project zal opleveren (leerplan-voorstel, advies, lesvoorbeelden). In hoofdstuk 2 komt de begroting, in hoofdstuk 3 gaat het over de inhoud van het project, hoofdzakelijk als onderbouwing voor in het project te nemen beslissingen. Eerst komen de inhoudelijke ontwikkelingen op het terrein van het onderwerp in beeld. Men spreekt van contextanalyse. In de tweede paragraaf gaat het om de context waarin de (aan)vraag is opgekomen (gedaan) en de achtergrond van de aanvrager. Vervolgens moet beschreven worden hoe dit project in het geheel (beleid) van de SLO past. Het laatste hoofdstuk heet planning en organisatie. Naar voren moeten komen uitlijning van projectactiviteiten, vaststellen van een tijdpad, aangeven van meetmomenten en dergelijke. Het projectplan wordt zo mogelijk besloten met een literatuurlijst. Door de ervaring wijs geworden dringt men er bij de leerplanontwikkelaars op aan het projectplan kort en zakelijk te houden. Met zo'n vijf A-viertjes moet het gebeurd zijn!

Projectplan

Toegepast op projectplannen voor de afstudeerfase, krijg je het volgende.

Inleiding

Hierin wordt kort verslag gedaan van de snuffelfase. Het onderwerp, gesignaleerde problemen en plaatsing komen in een groter verband naar voren. Er wordt zo mogelijk al een verbinding gelegd met hetgeen op dit terrein in de opleiding aan de orde is geweest en wat daarvan wellicht hier bruikbaar kan zijn.

Waaraan gewerkt zal worden

In dit hoofdstuk worden verplichte onderdelen in het licht van het voorgenomen project nader in ogenschouw genomen:

- educatief ontwerpen;
- onderzoeken;
- onderwijzen;
- literatuuronderzoek;
- theorie
- reflectie;
- verslaglegging;
- werkstuk;
- presentatie.

Wat het project voor de student oplevert

Hierin worden de drie hoofdmomenten van het afstuderen (reflectie op en gebruik maken van de opleiding tot nu toe, zelfstandig een klus kunnen aanpakken en er iets kunnen bijleren) door-dacht naar aanleiding van de voorgenomen activiteiten.

Wat het project mogelijk oplevert voor derden

Medestudenten en basisschoolleerlingen behoren tenminste tot de doelgroep. Als de aanleiding van het project een vraag van buiten de Pabo is, kan de gewenste opbrengst nader omschreven worden.

Het tijdpad

De beschikbare tijd wordt ingeschat en ingedeeld. Er worden meetpunten (eventueel in samenwerking met de docent) langs het pad geplaatst. Afhankelijk van de leerstijl van de student komt een min of meer strakke planning van de verschillende activiteiten tot stand. Het is aan te bevelen rekening te houden met de tijd die nodig is om op goede ideeën te komen, tijd voor voorbereiding van onderwijs, tijd voor het maken van reflectieve notities, tijd voor het schrijven van het werkstuk. En misschien (veel) tijd voor typewerk, desktop publishing, dia's maken, foto's laten rasteren.

Van lesvoorbereiding naar educatief ontwerpen

De verschuiving die in de titel van deze paragraaf is neergelegd, plaatst het onderwijsdeel van het afstudeerproject in een breder kader. Bij educatief ontwerpen gaat het om een eigen didactische produktie van de student (een didactische eigen produktie?). Dit betekent onder meer: onderwijs-maken van het betere soort, een initiatief dat bij de student ligt, een context waarin ook ontwikkelings- en evaluatieonderzoek een plaats hebben, een ontwerp-omgeving die niet bij de schoolmuren ophoudt te bestaan en een reflectieve en studieuze opstelling van de vierdejaarsstudent.

In de eerdergenoemde opzet voor het boek *Educatief ontwerpen voor een meesterstuk* worden stap voor stap belangrijke onderdelen van educatief ontwerpen behandeld en aan de hand van concrete voorbeelden (uit het reken-wiskunde- en moedertaalonderwijs) beoefend.

De inhoudsopgave is als volgt:

Proloog

1 Het Meesterstuk is af!

Stel je voor, je hebt als afstudeeropdracht een educatief ontwerp gemaakt. En nu is het af. Wat je nu alleen nog te doen staat is het resultaat te presenteren aan een geïnteresseerd en mogelijk kritisch publiek. Doe dit, met name denkend aan het gebruik ervan in de educatieve praktijk.

2 Verantwoorden.

Gegeven is een kant-en-klaar educatief ontwerp met informatie over de wijze waarop dit tot stand is gekomen. Schrijf een verantwoording, waarin tot uitdrukking komt dat inhoud, opbouw, en vormgeving in samenhang en weloverwogen, met het oog op de doelgroep zijn gekozen.

3 Zoeken naar kwaliteit.

Gegeven zijn dit keer een kant-en-klaar educatief ontwerp en wat informatie over het gebruik ervan. Hoe kun je iets zeggen over de kwaliteit van dit ontwerp? Ontwikkel daartoe eerst een aantal kwaliteitscriteria en geef op basis daarvan een beoordeling.

4 Op onderzoek met een prototype.

Gegeven zijn een prototype van educatief materiaal en enige informatie over de achterliggende (vak)didactische principes en leerdoelen. Bedenk eerst een passend onderwijsverhaal, beproef het materiaal met een kleine groep leerlingen en noteer aanwijzingen voor verbetering van het prototype.

5 Werkbladen maken, een leeromgeving bedenken.

Gegeven zijn een niet onbekende leeromgeving, hier en daar een paar concrete voorstellen voor materiaal en voorbeelden van interactieve werkbladen. Gevraagd wordt om werkbladen te ontwerpen als onderdeel van een bepaalde cursus. Met die werkbladen moet het voor leerlingen mogelijk worden van hun eigen omgeving een leeromgeving te maken.

6 Zet het ontwerp in de steigers.

De ontwerpopdracht heeft geleid tot het noteren van een aantal onderwerpen die zeker aan de orde moeten komen, enkele ideeën zijn al wat nader uitgewerkt. Nu is het moment gekomen om het beschikbare didactisch repertoire aan te spreken. De taak is nu op basis van dit materiaal een ontwerp in de steigers te zetten. Dit betekent dat er een redelijk ver uitgewerkt voorstel komt voor een ontwerp-opzet. In grote lijnen wordt nu het ontwerp tot stand gebracht. Het behoeft nog slechts op onderdelen een nadere invulling voordat het dienst kan doen als prototype. Het verdient aanbeveling op dit station, terwijl op essentiële punten in het ontwerp onderdelen van het didactisch repertoire worden ingezet, de grote lijn te bewaken.

7 Brainstormend lijnen uitzetten.

Er is niet veel meer dan een ontwerpopdracht, een heldere kijk op het betreffende vakgebied, kennis van zaken en een gevoel voor architectuur. Door middel van een brainstorm met een of meer collega-ontwerpers, die vrijelijk hun gedachten laten gaan over mogelijkheden voor invullingen van het gevraagde ontwerp, kunnen de eerste lijnen worden uitgezet. Ze betreffen voornamelijk de mogelijkheden van het onderwerp, toekomstige leerlingen komen pas in tweede instantie aan de beurt. Dan is ook het moment aangebroken om zaak te maken van 'architectuur'.

8 Het begin.

In dit laatste hoofdstuk zijn we tenslotte op het eerste station aangekomen. Nu staat de ontwerper aan de ene kant voor het probleem om met een leeg vel papier aan een concrete ontwerpvrage te beginnen, aan de andere kant heeft hij in het voorafgaande kennis gemaakt met een veelheid aan expertise, waar hopelijk nu zijn hoofd vol van is. Voor het maken van een Meesterstuk is nu ook alle benodigde kennis in huis. Hoogstwaarschijnlijk is er inmiddels eveneens een goed ontwerpperspectief ontstaan. De ontwerper kan aan de slag.

Het hangt ervan af hoeveel aandacht men in bepaalde afstudeerprojecten aan dit onderdeel wil besteden. Hoe het ook zij, het is aan te bevelen een onderwijswerkplaats op de Hogeschool in te richten. Daarin kunnen studenten tenminste de mooie voorbeelden vinden om zich te laten inspireren en geschikt repertoire op te doen. Als een groep vierdejaars het begintraject van hun project in onderlinge samenwerking wil afwerken, kan de docent zijn medewerking geven bij het organiseren van workshops in de onderwijswerkplaats.⁶

Heel mooi zou het zijn als een groep docenten gezamenlijk tijd zou steken in een cursus 'educatief ontwerpen voor het Meesterstuk', voorafgaand aan de afstudeerfase.⁷

Van even wat opzoeken in de bibliotheek naar literatuuronderzoek

Het doen van een literatuuronderzoek behoort inmiddels ook tot de mogelijkheden van de lerarenopleiding. On-line kan men informatie zoeken bij universiteitsbibliotheken. Maar het is ook mogelijk voor studenten bij de grote bibliotheken zelf op bezoek te gaan. Zo hebben bijvoorbeeld studenten uit Twente twee goede mogelijkheden: de bibliotheek van de Universiteit Twente en die van de SLO.

De Pabo zelf moet de beschikbare databases voor de eigen studenten toegankelijk maken, onder meer door het bijhouden van relevante literatuur en deze voorzien van korte annotaties. Het geven van een korte cursus literatuuronderzoek kan in het opleidingsaanbod worden opgenomen. Informatie op dit gebied is te krijgen bij de NBLC (Nederlands Bibliotheek- en Lektuur Centrum), Den Haag. Maar ook alle grote bibliotheken hebben informatiefolders over het gebruik van de beschikbare bestanden.

Voor het vak rekenen-wiskunde & didactiek is het bijhouden en registreren van de literatuur niet moeilijk te organiseren. Tien jaargangen *Willem Bartjens* en *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs* leveren een aardig exercitieterrein om artikelen samen te vatten, sleutelwoorden te bepalen, classificeringen te bedenken en over geschikte coderingen na te denken.

Via de artikelen in de beide genoemde tijdschriften kan men ook op andere interessante publikaties komen. *The Arithmetic Teacher* (VS), *Mathematics Teaching* (GB), *Mathematik Lernen* (D) en *For the Learning of Mathematics* (Can) zouden eigenlijk niet aan de aandacht van studenten mogen ontsnappen.

Als het idee van een NVORWO-bestand, hier al eerder genoemd, kiem mocht vatten, is een uitbreiding naar een gezamenlijk literatuurbestand voor ons vakgebied, nog maar een fluitje van een cent.

Van refereren en kopiëren naar eigen onderzoek en verantwoording

Wat is de zin van een aantal samengevatte artikelen die iets te maken hebben met een bepaald afstudeeronderwerp? De zin is te vinden in de activiteit van het samenvatten, die (kwalitatief) meer oplevert dan louter (kwantitatief) kopieerwerk. Maar gebeurt het samenvatten zonder meer, met als enig doel het theoretische deel van het werkstuk te vullen, dan ontbreekt ook daar de zin. Een artikel moet gelezen worden in de context van het afstudeerproject. Het gaat om de informatie die misschien bruikbaar is om bij het ontwerpen, bij het opstellen van onderzoeksvragen of bij het bezinnen op de theoretische achtergronden een stapje verder te komen. Artikelen worden in de beginfase van het afstuderen dan ook anders gelezen dan verderop in het project.

Maar men moet zich ook niet beperken tot resultaten van het ontwikkel-, denk- en onderzoekswerk van anderen. Studenten

kunnen onder eigen verantwoordelijkheid zelf op onderzoek gaan. Eerst al tijdens het ontwerpen van leerlingenmateriaal. Ontwikkelingsonderzoek⁸ om van meet af aan de leerlingen erbij te betrekken en formatief evaluatieonderzoek⁹ om de kwaliteit van het gemaakte materiaal 'in the picture' te houden.

Er is ook andersoortig onderzoek mogelijk. Denk aan:

- 1 vergelijkend onderzoek;
- 2 oriënterend onderzoek met gebruik van hardop-denkprotocollen;
- 3 een begin-bij-jezelf onderzoek met speciale aandacht voor critical incidents ten behoeve van onderwijs op de Pabo;
- 4 interviews met gebruikers;
- 5 een telefonische enquête om een mening te peilen;
- 6 diepteonderzoekingen, waarbij leerlingen tijdens het rekenen worden geobserveerd;
- 7 een kwalitatief en beschrijvend onderzoek op de werkvloer;
- 8 eerst een kleine pilotstudie om geschikte opgaven te hebben voor het latere hoofdonderzoek.

Het ligt voor de hand dat het onderzoek als onderdeel van afstudeerprojecten een kwalitatief karakter heeft. Het is verwant met het type sociologisch veldonderzoek¹⁰, met participerende observaties in onderwijssituaties en gaat uit van een vakinhoudelijke of vakdidactische probleemstelling.

Hardop denken, learner reports en klinische interviews leveren geschikt analysemateriaal. Betrouwbaarheid, validiteit en objectiviteit krijgen daar een eigen karakter.¹¹ Statistische methoden en technisch lastige onderzoeksdesigns moeten vermeden worden, ze dragen trouwens niets bij aan de professionalisering van leraren.

Wie zich op het inspirerende pad van veranderingsgericht en praktijknaabij onderzoek wil gaan begeven, kan zich wegwijs maken door middel van het boekje van H. van der Zee: *Tussen vraag en antwoord. Beginselen van sociaal-wetenschappelijk onderzoek* (Boom 1983).¹²

Van lesgeven naar onderzoekend onderwijzen

Onderzoekend onderwijzen kan in het kader van afstudeerprojecten verschillende betekenissen krijgen:

- 1 Toetslessen, zoals beschreven in publikaties over progressief schematiseren in cijferleergangen.¹³ Het onderzoek richt zich

op de leerlingen, in het bijzonder op hun niveaus in het leerproces. Het begrip peiling dient zich aan en er zijn inmiddels diverse publikaties op dit gebied voorhanden.¹⁴ Zowel in het *Pluspunt*-materiaal (NOT) als dat van de PPON is een element van voorspelling aanwezig. Men vraagt in dat geval: hoe denk je dat je leerlingen deze opgave zullen maken? kunnen ze het? waar schat je dat de moeilijkheid zit? Dergelijke peilingen zouden in een afstudeerproject eigenlijk niet mogen ontbreken, het geven van toetslessen voegt daar nog een extra dimensie aan toe.

- 2 Try-outs van nieuwe materialen, zoals beschreven in ontwikkelingsonderzoek. Het onderzoek richt zich in dit geval op de bruikbaarheid van het materiaal. In een try-out wordt het materiaal beschouwd als experimenteel materiaal, de lesvoorbereiding op basis ervan heeft sterk het karakter van een constructieve analyse. Dit betekent dat ook de experimenterende leraar(student) persoonlijk in beeld komt. Het maakt een belangrijke ervaring in een afstudeerproject mogelijk. De student kan laten zien in hoeverre de verworven startbekwaamheid ruimte laat voor vernieuwingen.
- 3 Persoonlijke uitdagingen in het kader van een didactisch contract voor de stage. In dit geval is er sprake van een zelftoets. De student heeft zichzelf een lastige onderwijstaak gesteld en neemt zich nu voor daarvan het beste te maken. Na afloop wordt de tijd genomen om het gebeurde te overzien en in een reflectieve notitie vast te leggen. In een afstudeerproject zouden dit soort uitdagingen en reflecties niet mogen ontbreken. De reflectieve notities kunnen bovendien, als cursiefjes bijvoorbeeld, het zout in de pap van het werkstuk vormen.

Van uittreksel naar theoretische reflecties

Wat betekent theorie voor een leraar basisonderwijs? Is theorie wat op de opleiding werd gedaan omdat de praktijk daar ontbrak? Of werd er theorie gegeven om te kunnen tentamineren? Is theorie datgene wat je onmiddellijk na het afstuderen weer mag vergeten? Is het (verplichte) theoretische deel van het werkstuk het laatste stukje theorie, dat een leraar basisonderwijs onder ogen krijgt? Of is theorie ervoor om het een en ander op een rijtje te zetten? Geeft theorie de mogelijkheid om intelligent over de praktijk te praten? Is theorie de taal van de grote denkers over onderwijs? Maakt theorie het misschien mogelijk om toegang te

krijgen tot dat denken? Of hoort theorie bij een goede praktijk? Is dat misschien wat bedoeld wordt met praktijktheorie? Nee dus als antwoord op de laatste vraag, maar wellicht hoort er een ja bij de voorlaatste (zie ook hoofdstuk 6).

Het zou met de theorie van het reken-wiskundeonderwijs net zo moeten zijn als met rekenen en wiskunde zelf. Freudenthal heeft het zo mooi verwoord: wiskunde als gezond verstand. Door verstandig met de wiskunde om te gaan, komt het gezond verstand op een hoger niveau. Wiskunde in het dagelijks leven is niet een vak van dat zoeken we even op, maar een vaardigheid en instelling om verbanden op een bepaalde manier te zien, dingen op een rijtje te zetten, orde op zaken te stellen en problemen zelf een beetje handig aan te pakken. Zo zou het ook met de reken-wiskundedidactiek moeten zijn. De theorie moet iets persoonlijks zijn, een bezit waarmee je:

- gebeurtenissen in de groep beter begrijpt;
- op reacties van kinderen kunt anticiperen;
- de goede vragen kunt stellen;
- geschikte rekensituaties kunt bedenken;
- een gegeven leermiddel zoals-bedoeld kunt inzetten;
- achterblijvers kunt signaleren;
- niveaus in het leerproces kunt herkennen, enzovoort.

Theorie zo opgevat, verhoudt zich tot praktijktheorie als wiskunde tot gezond verstand. De didactische theorie van een leraar basisonderwijs is praktijktheorie op een hoger niveau. Een vierdejaarsstudent moet in de opleiding veel gelegenheid gehad hebben om op een hoger niveau van praktijktheorie te komen. Maar er is in de opleiding niet meer dan een begin gemaakt, in de praktijk na de opleiding zullen er ook niveauverhogingen moeten plaatsvinden.

Er zijn aanleidingen, omdat theorie het bijvoorbeeld mogelijk maakt met collega's op dezelfde golflengte over fundamentele problemen van reken-wiskundeonderwijs van gedachten te wisselen. En ook het feit dat er een *Proeve* is, toegankelijk beschreven voor leraren basisonderwijs, die aanleiding kan zijn voor niveauverhoging.

Wie theorie zo ziet, kan in afstudeerprojecten geen genoegen nemen met uittreksels van artikelen of boeken. In afstudeerprojecten moet daarentegen getoond worden hoe de theorie verwerkt is, wat ermee gedaan kan worden en op welk niveau de praktijktheorie-in-ontwikkeling inmiddels is aangeland. Studenten kun-

nen hun vorderingen op dit punt zichtbaar maken in reflectieve notities, waarin de praktijk vanuit de theoretische inzichten persoonlijk belicht wordt.

Tenslotte

We zeiden het al, het onderwerp afstudeerprojecten levert voldoende stof voor een project van Pabo-docenten. Of dat er komt, hangt af van de Pabo-docenten zelf. Dat geldt ook het voorstel voor het inrichten van een NVORWO-bestand (zie ook hoofdstuk 8).

Ondertussen gaan we door, vierdejaars maken werkstukken in het kader van hun afstudeerproject. Of dat inderdaad *meesterstukken* zullen worden, weten we niet. De in dit college genoemde verschuivingen hebben hopelijk het een en ander losgemaakt.

Wat ons rest is nog slechts een waarschuwing. Afstudeerprojecten mogen niet gedomineerd worden door oneigenlijke activiteiten. Dat zijn activiteiten die niets met het vak van leraar basisonderwijs van doen hebben. Het volgen van een cursus reclame en marketing, om een goede promotietekst of een marktgerichte affiche te ontwerpen, is oneigenlijk. Een cursus statistiek voor onderwijskundigen ook, evenals een cursus publieksgericht schrijven.

Noten

- 1 Geleerd slaat natuurlijk op alles wat het beroep van basisschoolleraar betreft, en dus niet louter op hetgeen in boeken is te lezen.
- 2 In dit hoofdstuk wordt niet de vigerende situatie op Pabo's geschetst, maar er wordt een toekomstbeeld ontworpen. Laat je dus niet ontmoedigen door omstandigheden op de eigen Pabo, maar put inspiratie uit het geschetste perspectief.
- 3 Opgemerkt mag worden dat er niet veel collega's in den lande zijn die zelf wel eens een mathematisch-didactisch werkstuk hebben gemaakt. Maar er zijn er in elk geval 38 die wel eens een klein mathematisch-didactisch werkstuk tot stand hebben gebracht. Zij zijn in het voordeel!
- 4 Deze acht punten zijn op te vatten als onderdelen van een derdejaarscollege waarin de studenten geïnformeerd worden over het afstuderen in ons vakgebied. Ze betreffen namelijk alle acht de afstudeerwerkzaamheden van studenten. Wat de docent doet aan begeleiding en hoe de ondersteuning verder is geregeld, mag natuurlijk in dat college niet ontbreken. Tevens wordt gewezen op het bestaan van rekenspecialisten in basisscholen en de kring van rekenspecialisten in het kader van de NVORWO. Afstuderen in rekenen-wiskunde & didactiek, zo moet de boodschap luiden, stelt weliswaar behoorlijke eisen maar biedt dan ook grotere mogelijkheden voor je toekomst.
- 5 Op dit moment is niet bekend of de opzet verder wordt uitgewerkt.
- 6 Zie ook de publikaties van Henk Hansma (APS), onder meer in het projectbulletin van het Middellandproject *PABO-NET*. Op de HMN (Utrecht) is

nen hun vorderingen op dit punt zichtbaar maken in reflectieve notities, waarin de praktijk vanuit de theoretische inzichten persoonlijk belicht wordt.

Tenslotte

We zeiden het al, het onderwerp afstudeerprojecten levert voldoende stof voor een project van Pabo-docenten. Of dat er komt, hangt af van de Pabo-docenten zelf. Dat geldt ook het voorstel voor het inrichten van een NVORWO-bestand (zie ook hoofdstuk 8).

Ondertussen gaan we door, vierdejaars maken werkstukken in het kader van hun afstudeerproject. Of dat inderdaad *meesterstukken* zullen worden, weten we niet. De in dit college genoemde verschuivingen hebben hopelijk het een en ander losgemaakt.

Wat ons rest is nog slechts een waarschuwing. Afstudeerprojecten mogen niet gedomineerd worden door oneigenlijke activiteiten. Dat zijn activiteiten die niets met het vak van leraar basisonderwijs van doen hebben. Het volgen van een cursus reclame en marketing, om een goede promotietekst of een marktgerichte affiche te ontwerpen, is oneigenlijk. Een cursus statistiek voor onderwijskundigen ook, evenals een cursus publieksgericht schrijven.

Noten

- 1 Geleerd slaat natuurlijk op alles wat het beroep van basisschoolleraar betreft, en dus niet louter op hetgeen in boeken is te lezen.
- 2 In dit hoofdstuk wordt niet de vigerende situatie op Pabo's geschetst, maar er wordt een toekomstbeeld ontworpen. Laat je dus niet ontmoedigen door omstandigheden op de eigen Pabo, maar put inspiratie uit het geschetste perspectief.
- 3 Opgemerkt mag worden dat er niet veel collega's in den lande zijn die zelf wel eens een mathematisch-didactisch werkstuk hebben gemaakt. Maar er zijn er in elk geval 38 die wel eens een klein mathematisch-didactisch werkstuk tot stand hebben gebracht. Zij zijn in het voordeel!
- 4 Deze acht punten zijn op te vatten als onderdelen van een derdejaarscollege waarin de studenten geïnformeerd worden over het afstuderen in ons vakgebied. Ze betreffen namelijk alle acht de afstudeerwerkzaamheden van studenten. Wat de docent doet aan begeleiding en hoe de ondersteuning verder is geregeld, mag natuurlijk in dat college niet ontbreken. Tevens wordt gewezen op het bestaan van rekenspecialisten in basisscholen en de kring van rekenspecialisten in het kader van de NVORWO. Afstuderen in rekenen-wiskunde & didactiek, zo moet de boodschap luiden, stelt weliswaar behoorlijke eisen maar biedt dan ook grotere mogelijkheden voor je toekomst.
- 5 Op dit moment is niet bekend of de opzet verder wordt uitgewerkt.
- 6 Zie ook de publikaties van Henk Hansma (APS), onder meer in het projectbulletin van het Middellandproject *PABO-NET*. Op de HMN (Utrecht) is

- een dergelijke werkplaats in ontwikkeling.
- 7 Wie dat op zijn Hogeschool wil realiseren, zou eens steun kunnen zoeken bij het Centraal Bureau voor Educatief Ontwerpen van Erik Vos (01820-23871) en Ad Bok (04192-12872).
 - 8 Zoals voorbeeldig beschreven door Leen Streefland, in zijn dissertatie *Realistisch Breukenonderwijs*. In de Engelse versie is er de volgende onder-titel aan toegevoegd: *A Paradigm of Developmental Research* (Kluwer Academic Publishers: Dordrecht 1991). Ook niet te versmaden in dit verband is de doctoraalscriptie van Hans ter Heege: *Een goed product*, SLO: Enschede 1987. Hij doet daarin verslag van zijn ontwikkelwerk ten behoeve van een realistische leergang vermenigvuldigen. In een dorpsschool in Est ontdekt hij informele strategieën om tafelprodukten te reconstrueren.
 - 9 Bij de SLO is een map met informatie en aanwijzingen voor formatieve evaluatie samengesteld: *Evaluatiewijzer voor SLO-medewerkers. Handreikingen voor het plannen en uitvoeren van (formatieve) evaluaties*. Hengelo: 1991. De auteurs Anca Nies en Paul Keursten, zijn medewerkers van het onderwijskundig adviesbureau Profound.
 - 10 Zie bijvoorbeeld Have, P. ten (1976). *Sociologisch Veldonderzoek*, Meppel.
 - 11 Zie bijvoorbeeld de onderzoeken van Jan van den Brink in zijn dissertatie *Realistisch rekenonderwijs voor jonge kinderen* (Utrecht, 1989) en de daarin aangehaalde opvatting van A. Smaling. (Zie A. Smaling in het *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, jrg. 8, nr. 3: een kwalitatief onderzoeker is zijn eigen instrument.)
 - 12 We citeren uit dit boekje, om de sfeer te proeven:
 - De wet van het instrument. De wereld van het sociaal-wetenschappelijk onderzoek wordt door deze wet geteist: niet het probleem, maar het instrument maakt de dienst uit (blz. 12).
 - De machteloze onderzoeker. Hoe is de doorsnee onderzoeker uitgerust? Matig tot beroerd voor het doen van praktijkgericht onderzoek. Helaas (blz. 13).
 - Participerende observatie is een veel vrijere stijl van onderzoeken. Er ligt niet, zoals bij systematische observatie een bril klaar, met het verzoek alleen daar doorheen te kijken. De onderzoeker is daarentegen in voor alles wat zich voordoet (blz. 40).

Op blz. 233, in het hoofdstuk *Hoe word je onderzoeker?* treft de lezer een oefening aan: De scriptievrater. 'Probleem. Beoordelen van scripties of onderzoeksverslagen blijkt een hachelijke zaak. Hoe de taak te objectiveren?' Daartoe is een antwoord op het vraagstuk van kwaliteit vereist. Van de betrekkelijkheid van dit antwoord moeten we ons bewust zijn:

- a een werkstuk kan voortreffelijk zijn op sommige punten en abominabel op andere punten;
- b de waarde hangt af van de vraag voor wie de tekst bestemd is en wat het oogmerk is; en
- c een beoordeling zegt zowel iets over de beoordelaar als over het te beoordelen produkt. Behalve dat het begrip kwaliteit aandacht vergt, is ook de procedure van beoordeling voor verbetering vatbaar. Doorgaans wordt nogal impressionistisch gewerkt: na de tekst gelezen te hebben velt men een globaal oordeel. Wellicht is een checklist of een batterij sterkteschalen een nuttig hulpmiddel.
- 13 Zie ook: *Wiskunde & Didactiek* deel 2, blz. 66 en deel 3 blz. 128.
- 14 Zie bijvoorbeeld: NOT-serie *Pluspunt* (Piet Scholten, Hans ter Heege, Ed de Moor en Marja van den Heuvel-Panhuizen), *PPON* (Joop Bokhove en Jan Janssen in *Willem Bartjens* en *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*) en *MORE* (Koeno Gravemeijer en Marja van den Heuvel-Panhuizen).

Afstudeeronderwerpen

- Afstudeeronderwerpen
- wiskunde bij kleuters
- op avontuur in het speellokaal
- ... in prentenboeken
- speelhoeken bij kleuters
- tellen met kleuters
- getalbegrip; hoe komt de kleuter tot getalbegrip?
- geïntegreerd omgaan met hoeveelheden
- tellen in prentenboeken
- ruimtelijke oriëntatie bij jonge kinderen
- de kijkdoos
- de ontwikkeling van tijdsbesef bij kleuters
- tijd in de onderbouw
- rekenen-wiskunde in de onderbouw
- het rekenmannetje
- rekenen over het tiental
- rekenen tot twintig
- een alternatief rekenrek
- het honderdveld
- hoofdrekenen
- cijferen
- de abacus
- meetkunde en beeldende vorming
- meetkunde op de basisschool
- meetkunde in de buurt
- meetkunde tussen hemel en aarde
- meetkunde in groep ...
- de ontwikkeling van het ruimtelijk inzicht
- meetkunde bij moeilijk lerende kinderen
- meten in concrete situaties
- het metrieke stelsel
- de tafels van vermenigvuldiging
- een oefenspel voor de tafels
- rekenproblemen toegespitst op problemen bij het automatiseren van de tafels van vermenigvuldiging
- verhoudingen
- verhoudingen op een ouderavond
- procenten
- breuken

- het breukenbord
- het x -tallig stelsel
- redactie-opgaven
- statistiek in de basisschool
- grafieken in de basisschool
- rekenen-wiskunde in de krant
- de zakrekenmachine in de basisschool
- computers en rekenen-wiskunde in de basisschool
- Kwantiwijzer
- diagnostisch toetsen in de methode ...
- zorgverbredingsprogramma's omtrent tijd, tijdsbesef en klok-kijken
- rekenen en zorgverbreding
- remediëring in het bijzonder bij rekenen-wiskunde
- differentiatie in de methode ...
- Kwantiwijzer versus Gouds Rekenpakket
- de methode ... in beeld
- de methode ... verrijkt
- realistisch versus mechanistisch met betrekking tot het onderwerp ...
- realistisch rekenen-wiskunde
- eigen produkties bij rekenen-wiskunde
- rekenen-wiskunde en de identiteit van de school
- het PPON-onderzoek
- wiskundewerkhoeken
- ontwikkelingsmaterialen inzetten in het (Z)MLK-onderwijs
- psychologie in het reken- en wiskundeonderwijs
- inspiratie uit de cultuurhistorische theorie
- project 'Pretpark'
- een rekenkrant voor ouders
- restauratie van de rekenstrippen van Luc de Koning in het Praxisbulletin
- een rijke context voor rekenen-wiskunde uit het natuuronderwijs
- Legotechnics om te rekenen
- inspiratie uit een observatie

I
N
T
E
R
M
E
Z
Z
O

Openingen die de aandacht trekken, en andere ideeën

Inleiding

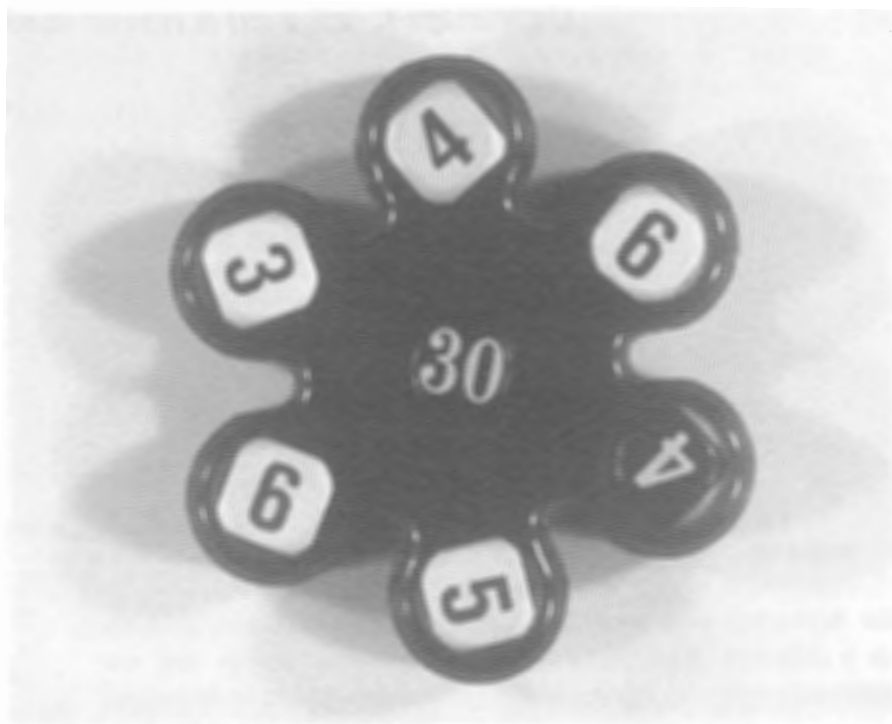
De bijeenkomsten van de oriëntatiecursus rekenen-wiskunde & didactiek voor Pabo-docenten begonnen steeds met een pakkende opening, die een onderdeel vormde van de architectuur van iedere cursusdag. Een idee dat ook op de opleiding effect kan sorteren.

Een Pabo-docent die over een rijk geschakeerd openingsrepertoire, ideeën, vondsten, 'geheimen' en beproefde methoden waarmee lessen begonnen kunnen worden beschikt, kan het onderwijs aantrekkelijk, waardevol en interessant maken voor studenten. Een goede opening trekt de aandacht van de studenten en maakt ze warm voor het onderwijs dat gaat komen. Zeker openingen die kort en krachtig zijn, en zo mogelijk ludiek en gevarieerd gepresenteerd worden.

Gebruikers van dit handboek worden uitgenodigd hun eigen openingsrepertoire te inventariseren en zo nodig te verrijken. Een theoretisch kader is in *De Educatieve Ontwerper* van Fred Goffree en Harry Stroomberg te vinden.¹ Hier volgt een aantal openingen die tijdens de cursus aan de deelnemers gepresenteerd werden. Beschouw ze als inspiratie tot een verrijking van het eigen openingsrepertoire.

Zes ideeën voor een opening

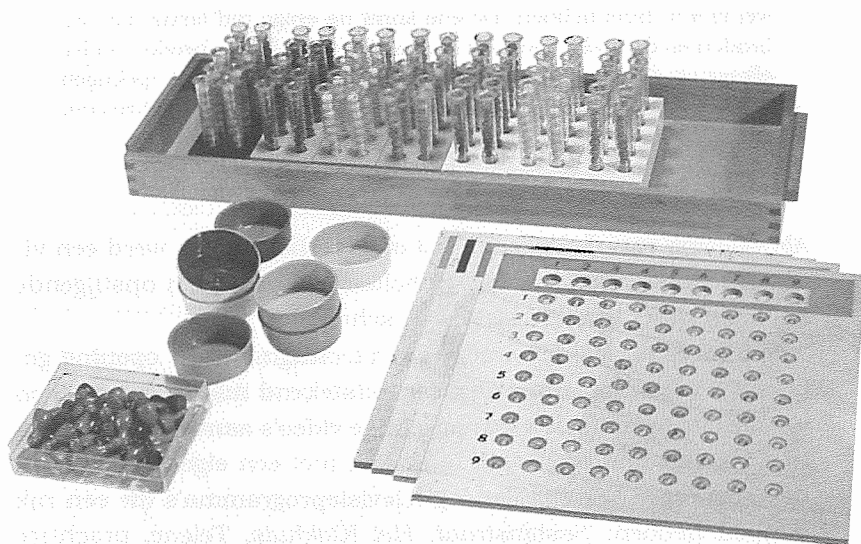
De Magimixer



De magimixer bevat vijf witte en twee zwarte dobbelstenen. Met alle witte dobbelstenen moet het streefgetal gevormd door de zwarte stenen gemaakt worden. Er mag opgeteld, afgetrokken, vermenigvuldigd en gedeeld worden of een combinatie daarvan. Op de foto is het de bedoeling om met 3, 4, 5, 6 en 6 het getal 34 te vormen of er zo dicht mogelijk in de buurt te komen.

Een bijeenkomst over basisvaardigheden werd geopend met de Magimixer, een in de handel verkrijgbaar apparaatje, waarmee Snabbelen gespeeld kan worden. De Magimixer biedt gelegenheid snel een aantal elementaire sommen te maken, waarbij iedere leerling zijn eigen sommen creëert.

De deelbak van Montessori



In een bijeenkomst over het leren van de algoritmen werd begonnen met een demonstratie van de deelbak van Montessori.² Een van de cursisten schrijft na afloop:

De visueel aantrekkelijke presentatie lijkt beurtelings op die van een goochelaar of een chemicus. Ik ken dit materiaal niet, maar vind het fraai. Op de eerstvolgende sectievergadering zal ik de aanschaf aan de orde stellen. Of dit materiaal geschikt is voor de basisschool, weet ik niet. Voor onze tweedejaarsstudenten is het in ieder geval attractief.

De opening vervult in zeker opzicht de rol van de tegelzetter uit *Wiskunde & Didactiek*, deel 2: de ervaring van het op eigen niveau verwerven van een algoritme. Bovendien wordt op pakkende wijze het contrast duidelijk gemaakt tussen mechanistisch en realistisch reken-wiskundeonderwijs, tussen reproduceren en reconstrueren.

Goudstukken

Dat een goed probleem tot nadenken over onderwijs kan leiden, blijkt uit de zeer uiteenlopende reflecties die na afloop door de cursisten werden genoteerd. Ze betroffen het onderwijs op de basisschool en op de Pabo; ze belichtten allerlei aspecten van wiskundige activiteiten die in het probleem verankerd liggen.

Het probleem luidt als volgt:

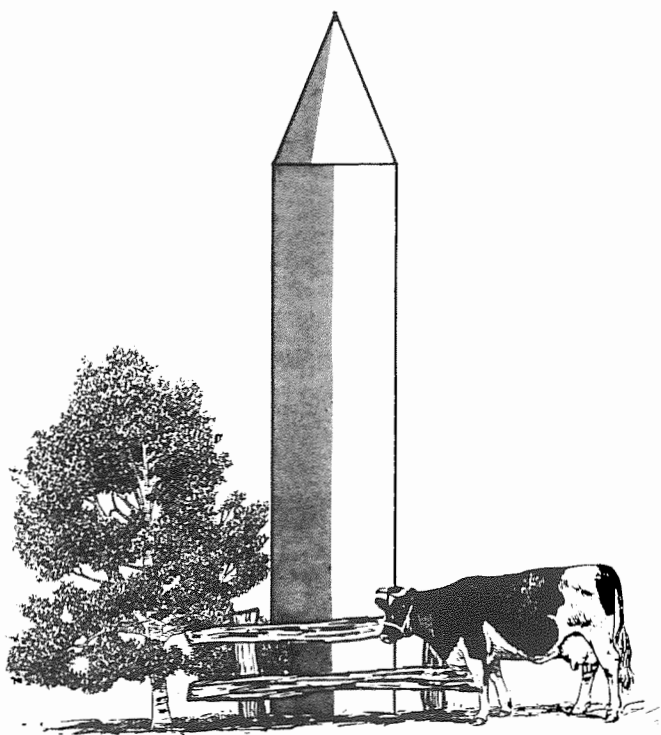
Een reiziger ontmoet twee dorpingen en vraagt waar hij ergens iets te eten kan krijgen. De dorpingen geven te kennen dat zij nog wel iets in huis hebben. De ene komt na enige tijd terug met vijf broden en de ander met drie broden. Ze verdelen de broden onder elkaar en genieten van de maaltijd. De reiziger wil de dorpingen graag betalen voor het aandeel van de dorpingen. Hij geeft ze acht goudstukken. De dorpingen gaan die onder elkaar verdelen ...

Open Kaart

Als opening van de bijeenkomst over verhoudingen werd een video uit *Open kaart* van Piet Scholten gedraaid: een opstijgende helikopter met in beeld steeds de schaal.³

Op meer momenten werd een videofragment als opening gebruikt. Videofragmenten zijn een uitstekend middel om de toon van de dag te zetten. Er zijn prachtige video's aanwezig. Het moet niet moeilijk zijn een begin te maken met een eigen collectie video-openingen. Er zijn genoeg televisieprogramma's die een rijk aanbod hebben: *Sesamstraat*, *Het Klokhuis*, *Teleac*, prachtige programma's op de BBC, enzovoort.

De watertoren bij Nieuwkoop



Voor de bijeenkomst over meetkunde werd gekozen voor het probleem van de schaduw op de watertoren bij Nieuwkoop.⁴

Het is zeer geschikt omdat het probleem een conflict in zich draagt, heel moeilijk zonder concreet materiaal oplosbaar is en een verrassende oplossing heeft. Aspecten van goed meetkunde-onderwijs kunnen later in een reflectief moment benadrukt worden.

Mijn persoonlijke referentiemaat

Voorafgaand aan de bijeenkomst over meten werd iedere cursist gevraagd iets op te schrijven over zijn of haar persoonlijke referentiemaat. De opening van die bijeenkomst bestond uit de referentiematenshow: iedere cursist vertelde zijn of haar verhaal. Door vooraf een opdracht te geven en die aan het begin van de bijeenkomst te gebruiken ontstaat een opening die door de cursisten is gemaakt. Aldus ontstaat een natuurlijke betrokkenheid bij het onderwerp. Bovendien is er door deze opzet een zekere mate van verrassing. Een van de cursisten las voor:

Mijn persoonlijke referentiemaat is een witte, porseleinen mok. 's Ochtends, na het wakker worden, loop ik naar de keuken en begin met het zetten van twee mokken koffie. Bij mijn vorige koffiezetapparaat vulde ik het reservoir altijd tot het zesde streepje. Ik wist dat ik zo genoeg water had voor twee mokken lekkere koffie. Vervolgens nog twee en een half schepje koffie in het filter en het apparaat aanzetten: klaar is Kees!

Helaas, vorig jaar ging er iets stuk en moest ik een nieuw apparaat aanschaffen. Het ritueel van het koffiezetten veranderde door de nieuwe aanwinst, omdat de bijbehorende koffiekkan zo log was, dat de streepjes erop in mijn ogen een onverantwoordelijk grote onnauwkeurigheid veroorzaakten.

Nu zet ik de koffie als volgt: ik bepaal eerst de hoeveelheid water door twee mokken te vullen, giet die in het reservoir en doe vervolgens twee en een half schepje koffie in het filter. Als ik eters heb en na het nagerecht een lekker kopje koffie wil serveren, gebruik ik in plaats van de mokken kopjes. Ik ben dan wat van slag, omdat ik niet meer goed weet hoe ik de koffie op de goede sterkte moet krijgen. Ik ga dan als volgt te werk: eerst kijk ik hoeveel kopjes er in één mok gaan en 'bereken' vervolgens de hoeveelheid water in mokken. En zo weet ik dan meteen hoeveel schepjes koffie ik nodig heb.

Laatst kreeg ik voor mijn verjaardag een éénpersoons koffiezetapparaat met zo'n doordrukfilter. Toen ik het voor het eerst ging gebruiken, pakte ik de vertrouwde mok en begon af te passen om de benodigde koffie te weten te komen ...

En als ik op één van mijn wandelweekends met vrienden een thermoskan koffie wil meenemen, vul ik de kan eerst met mok-

ken water om zo te weten te komen hoe ik de koffie op de juiste sterkte kan krijgen.

Tenslotte gebruik ik de mok ook nog, als ik rijst moet koken: driekwart mok rijst is genoeg voor één eter en driekwart mok rijst betekent twee mokken water om mooie droge rijst te krijgen.

Andere ideeën voor het opleidingsonderwijs

Een nieuwsbrief maken

Tussen ieder tweetal bijeenkomsten van de cursus verscheen een nieuwsbrief onder de naam *Tussen x en y*. De nieuwsbrief kreeg van de cursisten al snel de naam 'de krant' en later zelfs 'het clubblad'. In het eerste jaar van de cursus was de verzorging ervan in handen van de cursusleiding, in het tweede jaar werd de krant geheel door cursisten samengesteld.

In de krant was plaats voor evaluaties van de bijeenkomsten, reflectieve notities over uiteenlopende onderwerpen, columns, mededelingen of gewoon ervaringen die men op de 'werkvloer' had opgedaan. Om een idee te geven van de aard van de inhoud zijn enkele fragmenten uit *Tussen 4 en 5* afgebeeld (zie blz. 175).

De krant vervulde een grote rol tijdens de twee jaar durende cursus. Hij functioneerde als uitlaatklep, als plaats waar cursisten hun eigen mening over de actualiteit konden ventileren en als mededelingenblad.

In een nieuwsbrief voor Pabo-docenten kunnen bovenstaande aspecten eveneens een plaats krijgen. Een krant waarin men die zaken aan de orde kan laten komen waartoe elders – denk aan de tijdschriften *Willem Bartjens* en *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken- wiskundeonderwijs* – geen gelegenheid is. Een nieuwsbrief dus om elkaar op de hoogte te brengen en te houden, om anderen deelgenoot te maken van mooie momenten van Pabo-onderwijs, om twijfels te uiten, om advies te vragen, enzovoort.

Ook kan gedacht worden aan een Pabo-krant 'Studenten leren van elkaar', een voorbeeld van een nieuwsbrief gevuld met opmerkingen en verslagen uit de stage- en logboek aantekeningen van lessen rekenen-wiskunde & didactiek op de Pabo, niet alleen bestemd voor Pabo-docenten in den lande, maar ook voor de studenten zelf. Zo kan laatstgenoemde groep zicht krijgen op de bedoelingen van de stage, op manieren om een verslag te maken, op stage-ervaringen van medestudenten. Beide groepen verkrijgen aldus bijvoorbeeld een overzicht van manieren waarop Pabo's met de stage omgaan en hoe de stage beoordeeld wordt.

Duizendhonderd

Tijdens onze terugreis vanaf het tuincentrum zitten we weer met elkaar in de auto. Plotseling komt het gesprek op iemand die oud is. Job zegt: 'Dan is hij zeker wel negentig.' 'Dat denk ik ook wel', zeg ik tegen hem. Nu komt het onverwachte, wie er begon weet ik niet, maar een van de drie gaat tellen: '91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99', nu verwacht ik dat het misgaat, maar nee, '100'. Er wordt even gewacht. Eenenhonderd, tweenenhonderd, drieën-honderd, viere-nhonderd, vijf-honderd, (...), zeshonderd, zevenhonderd, achthonderd, negenhonderd, duizendhonderd.'

Bouwsteen 1 en 7 komen hier wel heel mooi uit. Wat sta je elke keer weer verbaasd over de inventiviteit van kinderen. Dit vind ik 'gouden momenten.'

Logboeknotities

Het leven is problematisch. Na de vakantie begonnen met een oud probleempje waar ik de reikwijdte niet van overzag.

Een sigaar weegt drie gram plus een halve sigaar. Hoeveel weegt anderhalve sigaar?

Wat zou dit losmaken? Pure nieuwsgierigheid. Je kunt altijd nog een opbouwend verhaal houden over (on)-duidelijk taalgebruik of refereren aan sinistere ervaringen uit het studieverle-

den der studenten. Ieder kent van die opgaven die je wel had gekund als je de vraag maar begrepen had.

Het maakte dus veel los. 'Ik kan dit soort dingen nooit' ... 'Dat zie je gelijk $3 + 1,5 = 4,5$ gram. Een sigaar kan nooit meer wegen dan zichzelf.'

Opvallend was dat enkele studenten die vrijwel direct zaggen dat de halve sigaar drie gram en anderhalve sigaar dus negen gram moest wegen, zich tot andere gedachten lieten brengen door nadrukkelijk gepresenteerde foutieve oplossingen. Enkele studenten konden ook na de uitleg door medeslachtoffers de gedachtengang niet vatten. Een daarvan deelde de volgende les, enkele dagen later, mee het probleem nu echt te snappen. 'Het bleef maar door mijn hoofd spoken.'

Rekenen-wiskunde bestaat uit meer dan in een methode aangeboden stof. Puzzels, raadsels, spellen met wiskundige achtergrond of raakvlakken komen niet of nauwelijks aan de orde. Veel Pabo-studenten hebben van nature niet de neiging daar aandacht aan te besteden. Het gevolg is dat hun latere leerlingen op de basisschool ook veelal verstoken zullen blijven van deze zaken. Ik besluit om te proberen tijd vrij te maken om door middel van enkele practica aandacht te vestigen op de waarde van (en

het plezier in) spellen, puzzels en raadsels.

Epiloog

Naar aanleiding van het verslag: 'met een kleuter op stap'.

Wat heb ik geleerd van deze opdracht?

De verwarring, zowel door studenten als door leerlingen rondom de begrippen dik/dun, groot/klein is terug te voeren tot het feit dat er geen link gelegd wordt naar een referentiekader. Ze vergelijken hetgeen ze zien niet met iets anders:

- het is vreselijk moeilijk om kinderen hun gang te laten gaan, ze geheel zelfstandig een probleem te laten oplossen, zonder je erin te mengen;
- de kinderen waren duidelijk niet gewend dat ze zelf boodschappen mochten doen. Toch was hun inventiviteit groot om de problemen die opdoemden op te lossen;
- het lijkt me heel nuttig dat de klasseleerkracht regelmatig met enkele kinderen op stap gaat. Dit geeft uiteraard problemen, maar studenten kunnen ook worden ingezet. Gesprekken hierover op een ouderavond spoort de ouders misschien aan om het zelf ter hand te nemen.

Uit: Tussen 4 + 5

Het samenstellen van de krant geschiedde volgens een vastgelegd patroon, dat de drie eindredacteuren houvast gaf bij hun taak.

Redacteur I:

- schrijft een hoofdartikel;
- schrijft een redactioneel naar aanleiding van een actuele reken-zaak;
- spoort anderen aan tot het leveren van een bijdrage voor de krant en zorgt er dus voor dat de krant voldoende gevuld wordt.

Redacteur II:

- schrijft een kritisch constructieve leeswijzer (de inleiding);
- verzamelt alle artikelen;
- voert de technische werkzaamheden uit; brengt, indien nodig, verkortingen in artikelen aan; voorziet artikelen van pakkende koppen en tussenkoppen; zoekt zo mogelijk naar illustraties; verzorgt de algehele lay-out;
- bekijkt de artikelen op het vereiste niveau;
- verzorgt het drukwerk en de verspreiding van de krant.

Redacteur III:

- schrijft een column voor de krant, waarin hij/zij eventueel aansluit op de reflectieve notities van andere deelnemers op de opening.

Zoals de opdracht was geformuleerd:

Uit de Volkskrant (1990):

'Jaarlijks is er twaalf hectare stortplaats nodig om ruim zes miljoen versleten autobanden kwijt te raken.'

Stel dat in de buurt van Edam zo'n stortplaats komt en de bewoners van een wijk of boerderij dichtbij de geplande stortplaats vrezen dat ze nauwelijks meer zonlicht zullen krijgen als die berg er eenmaal is. In de Edammer Courant komt dan een ingezonden brief ... Of een journalist schrijft naar aanleiding van een bezwaarschrift dat bij de gemeente is binnengekomen een artikel.

Zoals het door de cursisten tot een krante-artikel werd bewerkt:

Aan de redactie van de Edammer Courant
Gisteren las ik in uw blad dat de overheid voornemens is om een nieuwe autobandenstortplaats te creëren aan de Groeneweg. Deze stortplaats, 12 hectare groot, zou moeten dienen om de ruim 6 miljoen versleten autobanden die jaarlijks vrijkomen, op te slaan.

Deze stortplaats komt op ongeveer 50 meter van mijn boerderij te liggen. Het is toch triest dat op deze wijze mij het zicht op de toren van Edam wordt ontnomen.

Ik protesteer dan ook met klem tegen dit plan.

Hoogachtend,
K. Bakker
agrariër

Naschrift van de redactie

Het feit dat U ongeveer 3 km van het centrum van Edam woont, geeft naar onze mening weinig reden om ongerust te zijn.

Het samenstellen van de krant geschiedde volgens een vastgelegd patroon, dat de drie eindredacteuren houvast gaf bij hun taak.

Redacteur I:

- schrijft een hoofdartikel;
- schrijft een redactioneel naar aanleiding van een actuele reenzaak;
- spoort anderen aan tot het leveren van een bijdrage voor de krant en zorgt er dus voor dat de krant voldoende gevuld wordt.

Redacteur II:

- schrijft een kritisch constructieve leeswijzer (de inleiding);
- verzamelt alle artikelen;
- voert de technische werkzaamheden uit; brengt, indien nodig, verkortingen in artikelen aan; voorziet artikelen van pakkende koppen en tussenkoppen; zoekt zo mogelijk naar illustraties; verzorgt de algehele lay-out;
- bekijkt de artikelen op het vereiste niveau;
- verzorgt het drukwerk en de verspreiding van de krant.

Redacteur III:

- schrijft een column voor de krant, waarin hij/zij eventueel aansluit op de reflectieve notities van andere deelnemers op de opening.

Zoals de opdracht was geformuleerd:

Uit de Volkskrant (1990):

'Jaarlijks is er twaalf hectare stortplaats nodig om ruim zes miljoen versleten autobanden kwijt te raken.'

Stel dat in de buurt van Edam zo'n stortplaats komt en de bewoners van een wijk of boerderij dichtbij de geplande stortplaats vrezen dat ze nauwelijks meer zonlicht zullen krijgen als die berg er eenmaal is. In de Edammer Courant komt dan een ingezonden brief ... Of een journalist schrijft naar aanleiding van een bezwaarschrift dat bij de gemeente is binnengekomen een artikel.

Zoals het door de cursisten tot een kranteartikel werd bewerkt:

Aan de redactie van de Edammer Courant
Gisteren las ik in uw blad dat de overheid voornemens is om een nieuwe autobandenstortplaats te creëren aan de Groeneweg. Deze stortplaats, 12 hectare groot, zou moeten dienen om de ruim 6 miljoen versleten autobanden die jaarlijks vrijkomen, op te slaan.

Deze stortplaats komt op ongeveer 50 meter van mijn boerderij te liggen. Het is toch triest dat op deze wijze mij het zicht op de toren van Edam wordt ontnomen.

Ik protesteer dan ook met klem tegen dit plan.

Hoogachtend,
K. Bakker
agrariër

Naschrift van de redactie

Het feit dat U ongeveer 3 km van het centrum van Edam woont, geeft naar onze mening weinig reden om ongerust te zijn.

Een rekenkrant maken

Stel u voor: twintig cursisten en de voltallige cursusleiding, voldoende computers binnen handbereik. De leiding deelt aan de cursisten de opdracht uit:

Iedere krant bevat met grote regelmaat artikelen, die bij nauwkeurig lezen aanleiding kunnen geven tot rekenen in de kantlijn. Voor studenten zijn deze artikelen vaak moeilijk te vinden en ligt het rekenen lang niet altijd voor de hand. Studenten zijn gebaat bij artikelen waarbij het rekenen op de rand van de krant op de stip ligt zonder dat de vraagstelling met al zijn veronderstellingen direct in het artikel zijn opgenomen. Er moet in zo'n krant voor de student zoek- en denkwerk overblijven.

Onze krant wordt een verzameling van zulke artikelen. Voorzover ze niet direct uit de krant komen, zijn het herschreven berichten die waar gebeurd zijn of waar gebeurd hadden kunnen zijn. Ieder artikel bevat op zijn minst een rekenkwestie, mogelijk zelfs een aantal, waarbij de student de vraagstelling nog zelf moet formuleren.

Iedereen ontvangt een krantartikel, sommige met, andere zonder aanwijzing. Herschrijf het tot een voor studenten behapbaar artikel. Geen gerichte vragen, geen problemen, maar zichtbare (on)juistheden die toch om een controle vragen, die uitlokken tot rekenen op de rand van de krant.

Een krant biedt hiervoor allerlei mogelijkheden, bijvoorbeeld in de vorm van een artikel met een gekke kop, een artikel met een verkeerde grafiek, een foto met een verkeerd bijschrift, een artikel met een ingezonden brief, een hoofdredactioneel commentaar op een onderzoek of een uitspraak van iemand, een reactie op een televisie- of radiuitzending, een spotprent, een strip, een advertentie,

Een rekenkrant laten maken door studenten op de Pabo voor studenten op de Pabo, voor de stagegroep in de basisschool, voor ouders van kinderen op de basisschool, samen met de docent rekenen-wiskunde & didactiek of samen met een Neerlandicus of deskundige op het terrein van informatica, ... De lezer zal vast zelf nog wel een aantal andere creatieve varianten weten te ontdekken!

Het didactische contract

In hoofdstuk 5 van dit handboek werd reeds melding gemaakt van 'het didactische contract'. Daar betrof het een didactisch contract dat de student met zichzelf sluit en dus persoonlijk van aard is: de student maakt een voornemenslijst. Hij of zij neemt zich voor in de komende periode bepaalde dingen in de stage-school te ondernemen. Mooie spullen voor de leerlingen maken,

werken met kinderen aan een bepaald onderwerp, een moeilijke uitleg proberen te geven, de actualiteit tenminste één keer benutten, een les aan een moeilijke groep geven, nog niet te veel risico's nemen op dat bepaalde terrein, ...

In deze gedaante is het didactische contract voor studenten een middel tot inspireren en motiveren tot een betere invulling van de stage. Een voorbeeld van zo'n didactisch contract is opgenomen in hoofdstuk 5.

Het didactische contract kan ook op andere plaatsen een rol spelen. Zo werd in hoofdstuk 7 van dit boek ook al naar het didactische contract verwezen. Daar werd het als middel gebruikt om de door de student in het contract geformuleerde onderwistask te evalueren via reflectieve notities. In dat hoofdstuk zijn deze notities in de omgeving van het afstudeerproject geplaatst.

Het spreekt voor zich dat ook op andere plaatsen binnen de opleiding en vorming tot leerkracht basisonderwijs het didactische contract een zinvolle plaats kan krijgen.

Collegiale advisering

Tijdens de cursus werd regelmatig gebruik gemaakt van collegiale adviseringen. Deze betroffen in dit geval het praktijkwerk van de cursisten. De ontwerper verstuurt het resultaat van het praktijkwerk naar een medecursist. Deze geeft hierop commentaar: de collegiale advisering.

In de collegiale advisering wordt een korte, inhoudelijke typing van het bestudeerde werk gegeven, wordt aangegeven wat goed is en waarom dan wel en worden suggesties gegeven voor verbeteringen. De collegiale advisering heeft de vorm van een reflectieve notitie en beperkt zich tot de grote lijnen. De collegiale advisering kan in een betrekkelijk korte tijd geschreven worden.

Ook in de alledaagse praktijk van de Pabo-docent kan de collegiale advisering een plaats krijgen. Ideeën voor lessen rekenen-wiskunde & didactiek worden voorgelegd aan collega's die daarop vervolgens hun reactie geven. Collegiale advisering verhoogt de kwaliteit van de ontwerpen en is een middel deze een grotere bekendheid te geven.

In hoofdstuk 5 van dit handboek zijn voorbeelden gepresenteerd van praktijkverkenningen betreffende een stagespullenboek voor de jaren negentig. Daar is ook een voorbeeld van een collegiale advisering te vinden.

On line met het NVORWO-documentatiecentrum

Er werd in deze publikatie al eerder over geschreven: beschouw de Pabo van de jaren negentig als rijke leeromgeving. In de inleiding wordt een aantal kenmerken van deze leeromgeving genoemd.

Vaak geschiedt het proces van educatief ontwerpen door zowel de opleider als de studenten in de studeerruimte thuis, met de hulp van spullen aanwezig op of uitgereikt door de Pabo of de basisschool. Toch verlaat je als ontwerper deze ruimte ook wel eens, omdat er behoefte is aan meer informatie. Dan ga je naar het postkantoor of het NS-loket (het foldermateriaal bevat een rijke schat aan wiskundige problemen) of, als je gewoon wat wilt naslaan, naar de bibliotheek bij je in de buurt.

In deze huidige tijd is er veel ontwikkeld op het gebied van gegevensbeheer. Ieder herkent het eindeloos zoeken naar een artikel dat ooit eens in een of ander tijdschrift heeft gestaan. Ieder herkent de student die literatuur zoekt voor een onderwerp voor zijn of haar afstudeerproject. Is het niet hoog tijd voor het ontwikkelen van een documentatiecentrum? Hoort een dergelijk documentatiecentrum niet als vanzelfsprekend bij de Pabo als rijke leeromgeving?

Ieder jaar is er een grote produktie van educatieve ontwerpen en ander onderzoek. Denk in dit verband aan de vele werkstukken die door studenten aan het eind van hun opleiding geproduceerd worden. Denk ook aan de vele ontwerpen voor lessen rekenen-wiskunde & didactiek die (gelukkig) steeds weer door opleiders worden gemaakt. Denk aan de vele publikaties in regelmatig verschijnende tijdschriften.

Voegen we hier het op blz. 161 gelanceerde idee van on line literatuuronderzoek aan toe, dan kunnen we aan de slag. Een NVORWO-documentatiecentrum, toegankelijk voor Pabo-docenten en studenten, voor schoolboekauteurs en schrijvers van artikelen, voor schoolbegeleiders en anderen.

De vraag is alleen nog: wie neemt de handschoen op?

Meedoen aan de NVORWO-werkstuk-van-het-jaar prijsvraag

Het idee is eenvoudig: organiseer jaarlijks een prijsvraag voor studenten die hun studie door middel van een afstudeerwerkstuk hebben afgesloten. Zo'n prijsvraag kan ertoe bijdragen dat meer bekend wordt over produkties van studenten op andere Pabo's, dat studen-

ten zich kunnen spiegelen in het werk van anderen, dat ze naar aanleiding van reeds bestaande werkstukken een onderwerp als vervolg op reeds aanwezige publikaties nader en diepgaander kunnen gaan onderzoeken en niet in de laatste plaats dat ze worden uitgedaagd tot mooie eigen produkties. Of zo'n prijsvraag er komt, zal afhangen van het enthousiasme van de Pabo-docenten. Verder is het tot stand brengen van een NVORWO-documentatiecentrum een noodzakelijke voorwaarde voor het slagen van dit idee voor de toekomst.

Noten

- 1 Goffree, F. en H. Stroomberg (1992). *De Educatieve ontwerper*. Amsterdam: Thesis Publishers.
- 2 Boots, M.C. en J.G.Heijenk (1981). *Het Montessori-materiaal deel II*. Nederlandse Montessorivereniging.
- 3 Stichting Nederlandse Onderwijstelevisie, Muusses: Purmerend, 1978.
- 4 Zie: *Nieuwe Wiskrant*, jrg. 2 nr. 4 en jrg. 3 n.r 1.

Klein mathematisch-didactisch werkstuk

Inleiding

Bij de afsluiting van de eerste cursus werd de cursisten gevraagd een mathematisch-didactisch werkstuk te maken. Een opdracht die qua ervaring gelijkenis vertoont met een afstudeeropdracht voor studenten. De tekst hieronder omschrijft wat met een *klein* mathematisch-didactisch werkstuk bedoeld wordt.

Inhoud

In een klein mathematisch-didactisch werkstuk kan men tot uitdrukking laten komen over welke deskundigheid men inmiddels beschikt als leraar rekenen-wiskunde & didactiek op een Pabo. Deze deskundigheid is het afgelopen cursusjaar ongetwijfeld groter geworden. Aangezien met dit *kleine werkstuk* niet alleen de individuele deskundigheid, maar ook het eerste jaar van de cursus geëvalueerd wordt, zou het aardig zijn als men leereffecten van de cursus niet onvermeld laat. Het werkstuk dient te bestaan uit vier onderdelen:

Een eigen ontwerp

Het mooiste is natuurlijk een eigen didactische vondst. Maar vanzelfsprekend kan niet iedereen op elk moment didactische vondsten doen. Daarom vinden we de aanpassing van een bestaand ontwerp bijvoorbeeld een werkblad, een uitleg, een practicum, een college, een instaprobleem, een oude leergang, een leermiddel, een prentenboek, een stukje jeugdjournaal, een opening, een stage-opdracht, een diaserie, een promotiefolder van een reken-wiskundemethode, een toets, ... ook heel geschikt.

Een kwalitatief onderzoek

Met het resultaat van het ontwerpwerk, dat waarschijnlijk aan het bureau gebeurd is, gaat men 'het veld in' om te kijken of het 'werkt' en welke verbeteringen er kunnen worden aangebracht. Een soort formatieve evaluatie dus. Of met een groot woord: ontwikkelingsonderzoek. Natuurlijk stelt de onderzoeker van tevoren een plannetje op waarin iedereen kan lezen wat de onderzoeker hoopt te vinden en hoe hij/zij denkt aan de informatie te komen. Gelukkig hoeft men zich hier geen zorgen te maken over

dingen waar 'echte' onderwijsonderzoekers zich zorgen om maken: betrouwbaarheid, objectiviteit, generaliseerbaarheid. Een 'beetje' validiteit kan evenwel geen kwaad.

Een reflectieve notitie

Denk maar aan een logboeknotitie in combinatie met een 'onderwijsverhaal' uit het boek *De Basisschool in Verhalen*. Ontwerp en onderzoek leveren het verhaal op. Wat je er zelf in ziet komt in deze notitie te staan. Enige diepgang is gewenst. Hoe krijg je die? Onder andere door verband te leggen met andere ervaringen en ervaringen van anderen. Onder andere ook door de waarneming en interpretatie ervan in een wijder verband te zien of in een theoretisch kader te plaatsen. Als dit laatste lukt komt er een mooie overgang met het laatste onderdeel tot stand.

Een theoretische beschouwing

Over welke theorie gaat het? Voor de hand ligt de theorie van het reken-wiskundeonderwijs. In dat geval ligt het accent op de basisschool. Maar waarschijnlijk is het niet zo lastig om een theoretische beschouwing op dit terrein in de context van de Pabo te plaatsen. In dat geval kunnen gemakkelijker de *verschillende* 'theorieën' in beeld gebracht worden. Maar men kan zich natuurlijk ook richten op andere theorievorming. (Om de gedachten te bepalen kan men denken aan Piaget, Gal'perin, Montessori, Lighthart, ...). En een andere dimensie geeft men aan het werkstuk als de opleiding van leraren in een theoretisch kader kan worden geplaatst. Hoe het ook zij, in dit vierde onderdeel zou men enige bronnen (precies) moeten vermelden. Bronnen waaruit men meent persoonlijk iets waardevols geput te hebben.

Vorm

Het werkstuk dient een omvang te hebben van niet minder dan vier en niet meer dan vijftien getypte A-viertjes. Elk werkstuk moet voorzien zijn van een pakkende titel en een verklarende ondertitel. In het voorwoord wordt een verband gelegd tussen de werkzaamheden voor dit werkstuk en de cursus.

Bij elk werkstuk wordt tevens een flaptekst (van precies één A-vier) geleverd. Hierin wordt korte informatie over de inhoud gegeven, met het doel andere over te halen nader kennis te nemen van de inhoud. Alle flapteksten worden gebundeld en vormen de laatste bijdrage aan *De Basisschool in Verhalen*.

I
N
T
E
R
M
E
Z
Z
O

De leestafel van de docent

Boeken die je binnen handbereik hebt, heten op de leestafel te liggen. We denken hierbij vooral aan boeken die dagelijks gebruikt kunnen worden, waarin een opleider (regelmatig) leest om inspiratie op te doen of die hij gebruikt om enkele feiten op een rijtje te zetten. De bibliotheek van de opleider of de bibliotheek van het instituut bevat een omvangrijkere collectie. Daar tref je onder andere oude en nieuwe rekenmethoden, oude en nieuwe reken-didactiekboeken, ideeënboeken, tijdschriften over rekenen-wiskunde & didactiek, oude afstudeerwerkstukken. Natuurlijk bevat die bibliotheek in ieder geval al het materiaal dat op de leestafel van de student ligt. Het behoort immers tot de goede gebruiken alleen naar een boek te verwijzen dat je zelf kent.

In onderstaande staalkaart beperken we ons tot de docent rekenen-wiskunde & didactiek. Door ons te limiteren tot boeken die over het eigen vakgebied handelen, valt een groot assortiment aan algemeen onderwijskundige lectuur buiten de keuze. Maar zelfs dan is het nog interessant genoeg uit de aanwezige literatuur een geschikte selectie te maken.

Overigens bestaat er natuurlijk de mogelijkheid deze staal-

kaart uit te breiden en up to date te houden. Er verschijnen nog voortdurend goede boeken en andere publikaties.

Een andere mogelijkheid is de staalkaart en bijgaande literatuurlijst aan te passen aan de behoeften van studenten. Het merendeel van de hier genoemde literatuur is niet voor alle studenten geschikt. Daarnaast zijn met deze lijst geen pogingen ondernomen de vele artikelen uit *Willem Bartjens* toegankelijk te maken. Juist dat tijdschrift en de Engelstalige equivalenten bevatten veel, ook voor studenten, interessante en vooral inspirerende artikelen.

De leestafel van de student

De schooltas en de leestafel van de student zijn niet zo overladen als die van de docent. Bij alle studenten zitten de studieboeken, waarschijnlijk enkele door opleiders ontworpen modules en enkele delen van *Wiskunde & Didactiek*, in de schooltas. Op de leestafel liggen enkele deeltjes van een methode, de delen van de *Proeve, het Ei van Columbus, Willem Bartjens*, afstudeerwerkstukken van medestudenten en enige boeken ter inspiratie, bijvoorbeeld *10 over 10*.

De student leent boeken uit de bibliotheek als hij deze nodig heeft voor een opdracht, bij het ontwerpen van een lessenserie of bij een afstudeerwerkstuk.

Vooraf het toegankelijk maken van alle artikelen uit *Willem Bartjens*, goede passages uit handleidingen bij methoden en diverse afstudeerwerkstukken kunnen de student helpen gemakkelijk aan zinvolle literatuur te komen.

Een begin van een staalkaart

Onderstaand overzicht vormt een begin van een staalkaart. De totale literatuurlijst is te omvangrijk om ieder boek te annoteren. Onderstaande selectie bevat informatie die een beginnend opleider rekenen-wiskunde & didactiek nodig heeft om zich te kunnen oriënteren op het vak en enkele kleine zijstappen naar minder bekende, maar wel belangrijke gebieden.

Abels, M. e.a. (1992). *Achtergronden van het nieuwe leerplan Wiskunde 12-16, band i en band ii*. Utrecht: Freudenthal instituut.

Een beschrijving van het nieuwe leerplan voor de basisvorming zoals dit door het team W12-16 is vormgegeven. In deze publika-

tie wordt beschreven welke keuzen zijn gemaakt, welke uitgangspunten en welke argumenten daarbij hebben meegespeeld. Het boek is interessant omdat het een overzicht geeft van het programma dat de leerlingen na de basisschool gaan volgen. Terwijl het ook een overzicht geeft van het rekenen-wiskunde dat de toekomstige studenten in ieder geval hebben meegemaakt. Deze publicatie maakt duidelijk dat rekenen-wiskunde niet meer stopt bij het verlaten van de basisschool.

Faes, W., J. van den Bergh en K. Olofsen (1992). *Gecijferdheid. Docentenhandleiding & studentenmateriaal. Verzameling toetsvragen*. Den Haag: HBO-raad.

De bundel gecijferdheid bevat tweehonderd opgaven ten behoeve van het eigenvaardigheidstentamen aan het eind van het eerste jaar. De bundel, opgesteld door drie opleiders, bevat ook een korte beschrijving van het onderwijs dat aan het eigenvaardigheidstentamen vooraf kan gaan en plaatst de eigenvaardigheid in het kader van gecijferdheid.

Goffree, F., A. A. Hiddink en J.M. Dijkshoorn (1966). *Rekenen en Didactiek*. Groningen: Wolters Noordhoff.

Woostenenk, P. (1965). *Rekendidactiek*. Zwolle: Tjeenk Willink.

Een goede manier om kennis te nemen van de ontwikkelingen in het vak rekenen-wiskunde & didactiek is een didactiekboek van dertig jaar geleden ter hand te nemen. Deze boeken werken als een constrasterende achtergrond om de huidige stand van zaken op waarde te kunnen schatten. Ongeacht de beperking tot bovenstaande twee titels, vallen veranderingen in accent en de ontwikkeling direct op. Onder andere dat de nadruk van rekenen naar de didactiek voor het vak is verschoven en dat er de laatste jaren veel modellen en schema's zijn ontwikkeld.

Daarnaast zijn diverse veranderingen in de didactiek voor het Pabo-onderwijs zichtbaar. Zo ontbreekt de tegenwoordige nadruk op verhalen en paradigmatische voorbeelden in de genoemde boeken.

Gravemeijer, K. en J. M. Kraemer (1984). *Met het oog op ruimte*. Tilburg: Zwijsen.

Gravemeijer en Kraemer – beiden waren destijds auteur van de methode *Rekenen & Wiskunde* – hebben een van de weinige inleidingen geschreven gericht op meetkunde voor het basisonderwijs. Het boek bevat zowel een theoretische inleiding als een praktisch deel. In de theoretische inleiding worden meetkundige aspecten van de werkelijkheid besproken en vergeleken met de meetkunde uit mechanistische methoden.

In het praktische deel komen verschillende meetkundige activiteiten aan de orde die ook in de methode *Rekenen & Wiskunde* een plaats hebben gekregen.

Ifrah, George (1988). *De wereld van het getal*. Katwijk: Servire.

Ifrah geeft het boek de ondertitel mee 'de geschiedenis van een grote uitvinding'. Hij benadert de ontstaansgeschiedenis van het tellen, de cijfers, schrijfwijzen van cijfers en het begin van het moderne rekenen. Het boek is een inspiratiebron waarmee de ontwikkeling van het getalbegrip bij jonge kinderen beter begrepen kan worden.

Klooster, Theo van het en Piet Mooren (1991). *Reken op de prentenboeken*. Invoeringsprogramma bij realistisch reken-wiskundeonderwijs in de onderbouw van het basisonderwijs. 's Hertogenbosch: KPC.

Deze bundel bevat een beschrijving van ongeveer tweehonderd prentenboeken. De auteurs – beiden zijn duidelijk gegrepen door deze boeken – beschrijven ieder boek apart en plaatsen de boeken ook ten aanzien van aspecten van rekenen-wiskunde. De bundel vormt een goede inleiding op het fenomeen prentenboeken en biedt enige aangrijpingspunten voor een practicum op de Pabo.

In dit kader is ook het artikel *In bed is één beer meer dan genoeg* van Ger Jansen (Willem Bartjens jrg. 11 nr 3) van belang.

Treffers, A., E. de Moor en E. Feijs (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel I. Overzicht einddoelen*. Tilburg: Zwijssen.

Treffers, A. en E. de Moor (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel II. Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijssen.

De *Proeve* is een blauwdruk voor het reken-wiskundeonderwijs in Nederland. Deel 1 vormt een uitwerking van de eindtermen voor het reken-wiskundeonderwijs. Dit deel bevat honderd opgaven die een impressie geven van het niveau aan het eind van de basisschool zoals dat met de eindtermen beoogd wordt. Deel 2 en de volgende nog te verschijnen delen bevatten concrete uitwerkingen voor diverse deelgebieden.

Wijnstra, J. (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool*. Arnhem: Cito.

Een verslag van het PPON-onderzoek naar de rekenprestaties van leerlingen medio basisschool en groep 8. Het onderzoek geeft goed zicht op het niveau van problemen en de mogelijkheden van leerlingen. Aanpakken van leerlingen komen niet in dit verslag aan de orde, maar zijn te vinden in artikelen van Bokhove en Jansen die verschenen in *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs* (jrg. 6 nr. 1 en volgende)

en in *Willem Bartjens* (jrg. 8 nr. 3 en volgende). Hoe vreemd het misschien ook klinkt, de genoemde tijdschriftartikelen vormen een betere bron dan dit genoemde verslag.

Literatuur voor de opleider

Onderstaande literatuurlijst geeft een overzicht van de literatuur zoals deze voor opleiders van belang kan zijn. Er is naar gestreefd deze lijst volledig te maken, maar bij voorbaat kunnen we stellen dat dit niet is gelukt. De pretentie van volledigheid willen we niet op ons conto nemen. Iedere nieuwe lezer en iedere nieuwe leesronde leveren weer een of enkele aanvullingen. Daarnaast worden er regelmatig nieuwe publikaties uitgebracht, zodat zo'n lijst altijd verouderd is. Desalniettemin lijkt de lijst ons interessant genoeg om te publiceren. Wij blijven geïnteresseerd in aanvullingen, het liefst voorzien van een korte annotatie en een beschrijving van waarom die publikatie interessant is voor opleiders.

In dit overzicht beperken we ons tot tijdschriften en boeken. We verwachten dat men bekend is met de verschillende oude en nieuwe methoden voor het basisonderwijs, met de diverse invoeringsprogramma's en met het nascholingsmateriaal zoals dat in het kader van het Nieuwe Media-project en het PPON-speerpunt is ontwikkeld.

Tijdschriften

In Nederland verschijnen momenteel enkele tijdschriften die vooral gericht zijn op het reken-wiskundeonderwijs voor basis- of voortgezet onderwijs. Daarnaast zijn er tal van buitenlandse tijdschriften gericht op het reken-wiskundeonderwijs of op het opleiden van leraren. Hier vermelden we alleen de Nederlandse tijdschriften.

- *Wiskobas-Bulletin*
- *Willem Bartjens*
- *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*
- *Ei van Columbus*
- *Nieuwe Wiskrant*.

Boeken

Abels, M. e.a (1992). *Achtergronden van het nieuwe leerplan Wiskunde 12-16 band i en band ii*. Utrecht: Freudenthal instituut.
 Achter, V. van (1970). *De modernisering van het rekenonderwijs*

- op de basisschool. 's Hertogenbosch: Malmberg.
- Bishop, A. (1988). *Mathematics Enculturation. A Cultural Perspective on Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.
- Blij, F. van der, e.a. (1980). *De achterkant van de Möbiusband*. Utrecht: IOWO.
- Blocksma, Mary (Ned. bewerking H. van Maanen) (1990). *De schaal van Richter en andere getallen*. Amsterdam: Bert Bakker.
- Botermans, J. en J. Slocum (1992). *Puzzels. Klassiek en modern*. Ede: Zomer & Keuning.
- Brink, J. van den (1989). *Realistisch rekenonderwijs aan jonge kinderen*. Utrecht: OW&OC (diss.).
- Buys, K. (1991). *Telactiviteiten voor kleuters*. Baarn: Bekadidact.
- Craats, J. van der (1991). *Pasjes en pincodes. Over de cryptologie van plastic geld*. Bloemendaal: Aramith.
- Eerde, D. van en A.C. Vuurmans (1987). *Psychologie in het reken/wiskundeonderwijs*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Eigenraam, F. (1990). *In dienst van de verwondering*. Bloemendaal: Aramith.
- Ernst, B. (1985). *Avonturen met onmogelijke figuren*. Amsterdam: Aramith.
- Ernst, B., e.a. (1985). *Bomen van Pythagoras. Variaties van Jos de Mey*. Amsterdam: Aramith.
- Ernst, B. (1988). *25 eeuwen tijdmeting*. Amsterdam: Aramith.
- Erp, J. van (1991). *Rekenproblemen voorkomen. Een nieuwe grondslag voor de rekendidactiek*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Faes, W., J. van den Bergh en K. Olofsen. (1992). *Gecijferdheid. Docentenhandleiding & studentenmateriaal. Verzameling toetsvragen*. Den Haag: HBO-raad.
- Feijs, E. e.a. (1987). *Almanak rekenwiskundemethoden 1987*. Utrecht: OW&OC.
- Freudenthal, H. (1954). *Van sterren tot inlegzolen*. Arnhem: Van Loghum Slaterus.
- Freudenthal, H. (1984). *Appels en Peren / Wiskunde en psychologie*. Gebundelde opstellen. Apeldoorn: Van Walraven.
- Freudenthal, H. (1984). *Didactische fenomenologie van wiskundige structuren (deel 1)*. Utrecht: OW&OC.
- Freudenthal, H. (1987). *Schrijf dat op Hans. Knipsels uit een leven*. Amsterdam: Meulenhoff.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.

- Galen, F. van, M. Dolk, E. Feijs, V. Jonker, N. Ruesink en W. Uitenbogaard (1991). *Interactieve video in de nascholing rekenen-wiskunde*. Utrecht: CD- β press.
- Goffree, F. (1979). *Leren onderwijzen met wiskobas*. Utrecht: IOWO.
- Goffree, F. (1982). *Wiskunde & Didactiek deel 1*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Goffree, F. (1984). *Benny, een zaak voor de Pabo*. Enschede: SLO.
- Goffree, F. (1985). *Ik was een wiskundeleraar*. Enschede: SLO.
- Goffree, F. (1985). *Wiskunde & Didactiek deel 3*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Goffree, F. (1986). *Rekenen, realiteit en rationaliteit. Een terreinverkenning en plaatsbepaling*. Enschede: SLO.
- Goffree, F. (1992). *Module verhoudingen (exp.)*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Goffree, F. (1992). *Wiskunde & Didactiek deel 2*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Goffree, F. (1993). *Kleuterwiskunde*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Goffree, F. en K. Buys (red.) (1989). *Tegengesteld. Wiskundendidactiek op de grens van basis- en voortgezet onderwijs, toegepast op negatieve getallen*. Baarn: Bekadidact.
- Goffree, F., M. Dolk, H. Drayer, N. Olofsen en W. Faes (red.) (1993). *Drieluik. Handboek voor opleiders rekenen-wiskunde & didactiek*. Utrecht: Freudenthal instituut.
- Goffree, F., W. Faes en W. Oonk (1989). *Wiskunde & Didactiek deel 0*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Goffree, F., A. A. Hiddink en J. M. Dijkshoorn (1966). *Rekenen en Didactiek*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Goffree, F. en H. Stroomberg (1992). *De educatieve ontwerper*. Amsterdam: Thesis Publishers.
- Goffree, F., A. Treffers en J. de Lange (1992). *Rekenen Anno 2002*. Utrecht: NVORWO.
- Gravemeijer, K., M. van den Heuvel-Panhuizen, G. van Donseelaar, N. Ruesink, L. Streefland, W. Vermeulen, E. te Woerd, D. van der Ploeg (1993). *Methoden in het reken-wiskundeonderwijs, een rijke context voor vergelijkend onderzoek*. Utrecht: CD- β press.
- Gravemeijer, K. en J. M. Kraemer (1984). *Met het oog op ruimte*. Tilburg: Zwijsen.
- Harskamp, E.G. (1988). *Rekenmethoden op de proefgesteld*. Groningen: RION.

- Heege, H. ter (1985). *De zakrekenmachine in de bovenbouw van de basisschool*. Enschede: SLO.
- Heege, H. ter (1989). *Praktisch/nieuw: leren vermenigvuldigen en delen*. 's Hertogenbosch: Malmberg.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den en F. Goffree (1986). *Zo rekt Nederland*. Enschede: SLO.
- Hiele, P.M. van (1973). *Begrip en inzicht. Werkboek van de wiskundedidactiek*. Purmerend: Muusses.
- Hiele, P.M. van (1981). *Structuur*. Purmerend: Muusses.
- Ifrah, G. (1988). *De wereld van het getal*. Katwijk: Servire.
- Janssen-Vos, F. (1990). *Kleuters in de basisschool. Basisontwikkeling*. Assen: Van Gorcum.
- Janssen-Vos, F., B. Pompert en H. Vink (1991). *Naar lezen, schrijven en rekenen*. Assen: Van Gorcum.
- Jong, R. de (1986). *Wiskobas in methoden*. Utrecht: OW&OC.
- Klooster, T. van 't en P. Mooren (1991). *Rekenen op de prentenboeken. Invoeringsprogramma bij realistisch reken-wiskunde-onderwijs in de onderbouw van het basisonderwijs*. 's Hertogenbosch: KPC.
- Kok, D. e.a. (1992). *Wiskunde 12-16 een boek voor docenten*. Utrecht: Freudenthal instituut.
- Lauwerier, H. (1987). *Fractals. Meetkundige figuren in eindeloze herhaling*. Bloemendaal: Aramith.
- Lauwerier, H. (1989). *Oneindigheid. Een onbereikbaar ideaal*. Bloemendaal: Aramith.
- Maanen, H. van (1991). *Het kerkhof van de wetenschap*. Meppel: Boom.
- Meijer, J.H. (1972). *Rekenen en moderne wiskunde voor de pedagogische akademie*. Zutphen: Thieme.
- Moor, E. de en G. Schoemaker (1979). *Rekenkalender. 77 problemen voor rekenachtige dagen*. Utrecht: IOWO.
- Nelissen, J.M.C. (1987). *Kinderen leren wiskunde. Een studie over constructie en reflectie in het basisonderwijs*. Gorinchem: De Ruiter.
- Nelissen, J. en B. van Oers (1990). *Rekenen als realiteit*. Tilburg: Zwijzen.
- Ontwikkelgroep ZRM (1988). *Taal van de rekenmachine*. Tilburg: Zwijzen.
- Paulos, J. P. (1989). *Ongecijferdheid*. Amsterdam: Bert Bakker.
- PUIK (1992). *Verhalen van de lerarenopleiding. Op zoek naar kwaliteit van opleidingsonderwijs*. Noordwijkerhout: SLO/NVORWO.

- Scholten, P. (1978). *Open kaart*. Purmerend: Muusses/Stichting Nederlandse Onderwijs Televisie.
- Sime, M. (1976). *Zoals een kind het ziet. Wegwijzer in de theorie van Piaget*. Purmerend: Muusses.
- Steward, I. (1991). *Speelt God een spelletje? Structuur van de chaos*. Utrecht: Het Spectrum.
- Streefland, L. (1987). *Realistisch breukenonderwijs*. Utrecht: OW&OC (diss.).
- Streefland, L. (1991). *Verhoudingen en procenten*. Tilburg: Zwijssen.
- Struik, D.J. (1990). *Geschiedenis van de wiskunde*. Utrecht: Het Spectrum.
- Sweers, W. (1982). *Rekenen ter overbrugging*. Tilburg: Zwijsen.
- Treffers, A. (1978). *Wiskobas doelgericht*. Utrecht: IOWO.
- Treffers, A. (1989). *Het voorkomen van ongecijferdheid op de basisschool*. Utrecht: OW&OC (oratie).
- Treffers, A., E. de Moor en E. Feijs (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel I. Overzicht einddoelen*. Tilburg: Zwijsen.
- Treffers, A. en E. de Moor (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel II. Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijsen.
- Treffers, A., E. de Moor en L. Streefland (1993). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel IIIa. Breuken en kommagetallen*. Tilburg: Zwijsen (in press).
- Wells, David (1987). *Woordenboek van eigenaardige en merkwaardige getallen*. Amsterdam: Bert Bakker.
- Wijnstra, J. (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool*. Arnhem: Cito.
- Woostenenk, P. (1965). *Rekendidactiek*. Zwolle: Tjeenk Willink.

Leerplanpublikaties

- Treffers, A. (1975). *De kiekkas van wiskobas. Beschouwingen over uitgangspunten en doelstellingen van het aanvangs- en vervolgonderwijs in de wiskunde*. Leerplanpublikatie 1. Utrecht: IOWO.
- Jong, R. de, A. Treffers en E. Wijdeveld (red.). *Overzicht van wiskundeonderwijs op de basisschool. Model voor een schoolwerkplan*. Leerplanpublikatie 2. Utrecht: IOWO.
- Jong, R. de (red.) (1976). *Bussen en blokken. Werkbladen voor wiskundeonderwijs in de basisschool*. Leerplanpublikatie 3.

Utrecht: IOWO .

Jong, R. de (red.) (1976). *Inter-lokaal. Werkmateriaal voor wiskundeonderwijs in de basisschool*. Leerplanpublikatie 4. Utrecht: IOWO.

Wijdeveld, E. (1977). *Vierkubers*. Leerplanpublikatie 5. Utrecht: IOWO.

Jong, R. de (1977). *De abacus*. Leerplanpublikatie 6. Utrecht: IOWO.

Heege, H. ter en E. de Moor (1977). *Oppervlakke. Een werkblok voor het basisonderwijs*. Leerplanpublikatie 7. Utrecht: IOWO.

Brink, J. van den en E. Wijdeveld (1978). *De kamping*. Leerplanpublikatie 8. Utrecht: IOWO.

Jong, R. de (ed.) (1978). *Oppervlakke (2). Handleiding en werkblok voor het basisonderwijs*. Leerplanpublikatie 9. Utrecht: IOWO.

Treffers, A. (ed.) (1979). *Cijferend vermenigvuldigen en delen. (Overzicht en achtergronden)*. Leerplanpublikatie 10. Utrecht: IOWO.

Moor, E. de (1980). *Gevarieerd rekenen. Varia*. Leerplanpublikatie 11. Utrecht: IOWO.

Moor, E. de (1980). *Gevarieerd rekenen. Inleiding en commentaren*. Leerplanpublikatie 11. Utrecht: IOWO.

Moor, E. de (1980). *Gevarieerd rekenen. Werkboek*. Leerplanpublikatie 11. Utrecht: IOWO.

Verslagen van de Panama najaarsconferenties

Moor, E. de (ed.) (1983). *Reken/wiskundeonderwijs voor het jonge kind (4-8 jaar)*. Panama Cursusboek 1. Utrecht: SOL/OW&OC.

Moor, E. de (ed.) (1984). *Methoden en reken/wiskundeonderwijs*. Panama Cursusboek 2. Utrecht: SOL/OW&OC.

Moor, E. de (ed.) (1985). *Reken/wiskundeonderwijs anno 1984*. Panama Cursusboek 3. Utrecht: SOL/OW&OC.

Feijs, E. en E. de Moor (eds.) (1986). *Reken/wiskundeonderwijs: nascholing een noodzaak*. Panama Cursusboek 4. Utrecht: SOL/OW&OC.

Feijs, E. en E. de Moor (eds.) (1987). *Innovatief realistisch reken-wiskundeonderwijs*. Panama Cursusboek 5. Utrecht: SOL/OW&OC.

Feijs, E. en E. de Moor (eds.) (1988). *Eindniveau reken-wiskundeonderwijs op de basisschool*. Panama Cursusboek 6. Utrecht: HMN-SOL/OW&OC.

Moor, E. de (ed.) (1989). *Rekenen-wiskunde: Periodieke peiling*

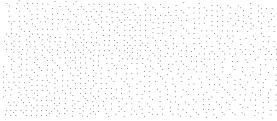
onderwijs niveau, beredeneerde eindtermen, proeve van een nationaal programma. Panama Cursusboek 7. Utrecht: HMN-SOL/OW&OC.

Dolk, M. en E. Feijs (eds.) (1990). *Rekenen en zorgverbreiding.* Panama Cursusboek 8. Utrecht: HMN-FEO/OW&OC.

Dolk, M. en E. Feijs (eds.) (1991). *Deskundigheid.* Panama Cursusboek 9. Utrecht: HMN-FEO/OW&OC.

Dolk, M. (ed.) (1992). *Rekenen onder en boven de tien.* Panama Cursusboek 10. Utrecht: HMN-FEO/Freudenthal instituut.

Dolk, M. en W. Uittenbogaard (red.) (1993). *Procenten op de grens van basisschool en basisvorming.* Utrecht: Panama-HMN/Freudenthal instituut.



Literatuur

Hoofdstuk 1

- Inspectie (1989). *Overwegingen. Rapport van een proefvisitatie*. De Meern.
- PUIK (1992). *Verhalen van de lerarenopleiding. Op zoek naar kwaliteit van opleidingsonderwijs*. Noordwijkerhout: NVOR-WO/SLO.
- Goffree, F. (1982). *Wiskunde & Didactiek deel 1*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Goffree, F. (1985). *Wiskunde & Didactiek deel 3*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Goffree, F. (1992). *Wiskunde & Didactiek deel 2*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Goffree, F. (1993). *Kleuterwiskunde*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den en F. Goffree (1986). *Zo rekent Nederland*. Enschede: SLO.
- Jansen, H. en H. ter Heege. (1991/1992). *Interviews met leraren*. In: Willem Bartjens, jrg. 11 nr 1, 2 en 5.

Hoofdstuk 2

- Dekker, P. en H. Licht (red.) (1983). *Didactische werkvormen in de opleiding van leerkrachten. Verslag VULON-congres*. Streefland, L. (1987). *Realistisch breukenonderwijs*. Utrecht: OW&OC (diss.).
- Treffers, A. (1991). *Breuken op de dubbelel getallenlijn*. In: Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, jrg 9 nr 4, blz. 3-14.
- Lek, A. (1992). *Met repen begrepen*. In: Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, jrg 11 nr 2, blz. 9-18.
- Faes, W., J. van den Bergh en K. Olofsen. (1992). *Gecijferdheid. Docentenhandleiding & studentermateriaal. Verzameling toetsvragen*. Den Haag: HBO-raad.

Hoofdstuk 3

- Treffers, A. (1989). *Het voorkomen van ongecijferdheid op de basisschool*. Utrecht: OW&OC (oratie).

Hoofdstuk 4

- Corporaal, A.H. (1988). *Bouwstenen voor een opleidingsdidactiek*. De Lier: Academisch boekencentrum.
- Dousma, T. en A. Horsten (1989). *Tentamineren*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Lange, J. de (1987). *Mathematics, Insight and Meaning. Teaching, Learning and Teaching of Mathematics for the Life and Social Sciences*. Utrecht: OW&OC (diss.).
- Treffers, A., F. Goffree en J. de Lange (1992). *Rekenen anno 2002*. Utrecht: NVORWO.
- Schön, Donald (1983). *The Reflective Practitioner*. New York: Basic Books.
- Zee, Hendrik van der (1983). *Tussen vraag en antwoord*. Meppel: Boom.
- Hughes, Martin (1985). *Children and number. Difficulties in Learning Mathematics*. Oxford: Basil Blackwell.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematical Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hoofdstuk 5

- Jong, J.A. de en H. Coonen (red.) (1983). *Schoolstage in het gedrag*. 's Hertogenbosch/Utrecht: KPC/RUU VOU.
- Inspectie (1989). *Overwegingen. Rapport van een proefvisitatie*. De Meern.
- Schön, Donald (1983). *The Reflective Practitioner*. New York: Basic Books.
- Frankrijker, Hans de, (1988). *'De Katholieke Onderwijzersopleiding. Organisatie en ideologie 1889-1984'*. Leiden
- Vries, B. de en J. van Wal-Berretty (1986). *Tien Jaar Buitenschools Leren*. Nijmegen: ITS.

Hoofdstuk 6

- Bois-Reymond, M. du e.a. (1981). *Onderwijzersleven*. Nijmegen: SUN.
- Treffers, A., E. de Moor en E. Feijs (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel I. Overzicht einddoelen*. Tilburg: Zwijsen.
- Goffree, F. (1993). *Kleuterwiskunde*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Janssen-Vos, F. (1990). *Basisontwikkeling. Kleuters in de Basisschool*. Assen: Van Gorcum.