

Wiskundige activiteiten op een vrouwelijke manier

J.v.Dormolen

Pedagogisch Didactisch Instituut voor de Leraarsopleiding, R.U.-Utrecht

Dit artikel is een commentaar bij een lezing die Stephen I. Brown in 1983 in Canada heeft gehouden onder de titel 'The Logic of Problem Generation: from Morality and Solving, to De-Posing and Rebellion'. Hij is opgenomen in '*For the Learning of Mathematics*' 4, 1 (February 1984), FLM Publishing Association, Montreal, Quebec, Canada.

Brown's verhaal verdient veel aandacht, maar is te lang om in dit tijdschrift in extenso te worden opgenomen. Het tijdschrift waarin het is verschenen is in verschillende bibliotheken van leraarsopleiding in te zien.

Ik zal niet precies Brown's gedachtengang volgen, maar ook informatie uit andere bronnen geven (Sichel 1983).

In het verleden heeft Brown, samen met Marion Walter, enige malen geschreven over het onderwijzen van een onderzoekende houding bij wiskunde op het voortgezet onderwijs (Water en Brown 1969, Walter en Brown 1983). Het gaat daarbij om het aanleren van een vraaghouding, die door Brown en Walter gekenschetst wordt als 'What if not'. Zij pleiten ervoor leerlingen niet (alleen) te leren een opgave op te lossen, maar zich daarbij ook af te vragen of er veel verandert aan het probleem als de gegevens een klein beetje worden gewijzigd. Ik zal verderop een paar voorbeelden geven.

Brown zet deze ideeën ditmaal in een groter kader. Hij geeft eerst enige informatie over de theorie van Kohlberg (Kohlberg 1976) over de manier waarop zich bij mensen morele oordelen ontwikkelen. Daarna bespreekt hij een reactie daarop van Gilligan, die een en ander van een andere kant belicht (Gilligan 1982). Tenslotte probeert Brown zijn gedachten door te trekken naar het wiskunde-onderwijs.

Kohlberg heeft onderzocht hoe zich bij kinderen en volwassenen morele oordelen ontwikkelen. In zijn theorie onderscheidt Kohlberg drie niveau's die hiërarchisch op elkaar aansluiten: preconventioneel, conventioneel en postconventioneel. Elk

van deze bevat weer twee stadia. De zes stadia zijn als volgt te karakteriseren. In het eerste stadium berusten morele oordelen in belangrijke mate op én gehoorzaamheid én vrees voor straf, terwijl het tweede gekenmerkt wordt door een oordeelswijze die er op neer komt dat iemand een ander wil helpen, mits die ander eerst wat terugdoet: 'you scratch my back, then I'll scratch yours'. Op dit niveau is het morele oordeel egocentrisch en gericht op het eigen welzijn.

Op het conventionele niveau kijkt de persoon niet langer alleen naar zichzelf, maar accepteert wat anderen geloven. Iemand in het derde stadium wil vooral aardig gevonden worden; het vierde stadium wordt vooral gekenmerkt door zorg voor orde en recht ('law and order').

Op het postconventionele niveau is het individu autonoom en kiest zelf principes en posities voor morele oordelen. In het vijfde stadium zijn die oordelen gebaseerd op een sociaal contract en individuele rechten; stadium zes kenmerkt zich door zelfgekozen en universele beginselen van rechtvaardigheid, gelijkheid van menselijke rechten en respect voor andermans waardigheid.

Kohlberg heeft onderzoek gedaan in Taiwan, Israel, Turkije, Mexico en de Verenigde Staten. Hij confronteert daarbij de proefpersonen met een moreel probleem. Een ervan is bekend geworden onder de naam 'the Heinz case'. Het luidt zo: *Een vrouw in Europa is op sterven na dood als gevolg van een zeldzame vorm van kanker. De dokters denken dat er maar één medicijn is dat haar zou kunnen redden, een radiumpreparaat, dat een apotheker in dezelfde stad kort tevoren heeft ontdekt. De apotheker vraagt 2000 dollar, dat is tien maal zoveel als wat het hemzelf gekost heeft. Heinz, de echtgenoot van de zieke vrouw, loopt stad en land af om geld te lenen om het medicijn te kunnen kopen, maar hij kan slechts ongeveer de helft bij elkaar schrapen. Hij vertelt de apotheker dat zijn vrouw op sterven ligt en vraagt hem het medicijn voor minder te verkopen of het geld op afbetaling te innen. De apotheker weigert. Heinz wordt wanhopig en breekt bij de man in om het medicijn voor zijn vrouw te stelen.*

Had Heinz het medicijn mogen stelen? Kohlberg legde dit en dergelijke problemen voor aan zijn proefpersonen. Hij onderzocht daarbij hoever zich bij zijn proefpersonen morele oordelen hadden ontwikkeld. Een van de resultaten van zijn onderzoek was dat vrouwen in het algemeen op een lager stadium zitten dan mannen bij een vergelijkbare opvoeding en een vergelijkbare leefsituatie

Zoiets is natuurlijk voer voor mensen die de gelijkwaardigheid van vrouwen en mannen voorstaan en alleen al daarom is Kohlberg scherp bekritiseerd. Een boeiende kritiek, die ook alternatieven aangeeft komt van Carol Gilligan (1982) in een essay *In a different voice*. Zij verwijst daarbij naar de reacties van de jongen Jake en het meisje Amy, beide 11 jaar oud. (Het is me niet duidelijk of

Jake en Amy door Kohlberg worden vermeld, of dat Gilligan het onderzoek herhaalde). Jake geeft een typisch rationeel antwoord, waarin hij het stelen goedpraat. Amy weigert het probleem op de gevraagde manier te beantwoorden. Ze vindt stelen ook verwerpelijk, maar leven is belangrijker dan geld en daarom moeten Heinz en de apotheker nog maar eens met elkaar praten. Er is vast nog wel een andere oplossing te bedenken.

Volgens Gilligan maakt Kohlberg een fundamentele fout door zijn theorie te baseren op typisch mannelijke eigenschappen. Volgens haar berusten morele oordelen bij mannen vooral op opvattingen over *recht en orde* ('law and order') en gaat Kohlberg's theorie daar ook van uit. Vrouwen oordelen volgens haar veel meer op basis van *zorg en verantwoordelijkheid*. Daardoor is het niet verbazingwekkend dat hij in zijn onderzoek vindt dat de morele ontwikkeling van vrouwen in het algemeen lager in zijn hiërarchie wordt geplaatst dan die van mannen in vergelijkbare omstandigheden. Gilligan bepleit een zienswijze waarin niet orde en recht de grondslagen voor morele oordelen zijn, maar zorg en verantwoordelijkheid.

Ik heb hier heel summier met eigen woorden de situatie geschetst van waaruit Brown nieuwe argumenten meent te vinden voor zijn ideeën over wiskunde-onderwijs. De verleiding is groot om dieper op deze manier in te gaan, maar ik zou de lezing van Brown bespreken.

Brown gebruikt uit de opvattingen van Kohlberg, resp. Gilligan met name de overgang in denken van het oplossen van problemen (zoals Jake dat doet) naar het opnieuw stellen van problemen (zoals Amy). In de titel van zijn verhaal komt dit tot uiting in de woordspeling 'De-Posing'. Hij is van mening dat er twee dingen ontbreken aan de manier waarop nog steeds het meeste wiskunde-onderwijs plaats vindt.

Ten eerste is er het ontbreken van het ontwikkelen van morele oordelen aan de hand van adequate wiskundige problemen. Als wiskunde-onderwijs inderdaad, zoals dikwijls wordt gesteld, leerlingen wil helpen zich voor te bereiden op 'de maatschappij' en als we zien dat de manier waarop mensen in de maatschappij functioneren heel vaak met morele oordelen en beslissingen te maken heeft, kan men zich erover verbazen dat er bijna uitsluitend aandacht besteed wordt aan het oplossen van problemen waarbij morele oordelen geen rol spelen. Dat wiskunde kan helpen bij het ontwikkelen van morele oordelen, daar is Brown wel van overtuigd, al geeft hij toe dat er dan nog erg veel curriculumontwikkeling moet gebeuren. Brown haalt McGinty en Meyerson (1980) aan met het volgende voorbeeld:
Nem aan dat met een zak graszaad 400 vierkante voet kan worden bezaaid. Hoeveel zakken heeft iemand nodig voor een gelijkmatige bezaaiing van 1850 vierkante voet ? Een weinig inspirerend probleem, maar het kan uitgebreid worden:

Moet de persoon 5 zakken kopen en het overschot bewaren tot volgend jaar - daarbij bedenkend dat volgend jaar de prijzen hoger zullen zijn? Moeten er 5 zakken gekocht worden en het land dikker bezaaid worden? Of 4 zakken met een dunnere uitzaaïing?

Een tweede vorm van 'de-posing' van problemen is het veranderen van de gegevens van een probleem. Bijvoorbeeld kan men na het bewijs van de stelling van Pythagoras ook gaan nadenken of het mogelijk is de vierkanten op de zijden van de rechthoekige driehoek te vervangen door andere figuren. Of wellicht kunnen de kwadraten vervangen worden door derde machten. Of mogelijk is het de moeite waard om te onderzoeken wat er aan de hand is als de som van de kwadraten vervangen wordt door een product. Een andere vraag komt voort uit de ontdekking dat bij geheeltallige oplossingen van $a^2 + b^2 = c^2$ een van de getallen a , b , c deelbaar is door 3, een ander door 4 en het derde door 5; is dat altijd zo? Zo kan men blijven fantaseren. Soms komt er niets uit zulke speculaties, maar er kunnen ook verrassende resultaten zijn (zie ook Van Dormolen 1982, 40-41).

In beide soorten problemen zien we een houding waarbij niet zonder meer de originele vraagstelling wordt geaccepteerd. Men kan het ook anders stellen. Er wordt niet alleen naar het probleem gekeken, maar ook naar de situatie waarin het probleem wordt gesteld. Brown pleit er dan ook voor om leerlingen ook te leren zichzelf vragen te stellen als:

- wat bereik ik met het oplossen van dit probleem?
- waarom wordt mij gevraagd me met dit probleem bezig te houden?
- wat ontdek ik bij mezelf en bij anderen als gevolg van het werken aan deze taak?

Bernard Shaw schijnt eens in een van zijn romans (*Back to Methuselah*) geschreven te hebben: 'You see things; and you say: 'Why?', but I dream things that never were and I say 'Why not?'. Hiermee wordt wellicht op een wat dramatische manier de bedoeling van Brown weergegeven.

Tot zover de summiere bespreking van Brown's artikel.

Men kan zich afvragen of de inleiding over Kohlberg en Gilligan echt nodig is geweest. Ik krijg de indruk dat Brown de verbinding met zijn eigen opvattingen over wiskunde-onderwijs wel aanvoelde, maar nog niet duidelijk kon leggen. De implicatie schijnt te zijn dat wiskunde tot nu toe op een mannelijke manier (Jake's manier: orde en recht) wordt onderwezen en dat het hard nodig is er ook vrouwelijke elementen (Amy's manier: zorg en verantwoordelijkheid) in te brengen en daar kan men het wel mee eens zijn.

Te opdelen naar de twee zojuist beschreven uitbreidingen van het traditionele

onderwijs moeten we die vrouwelijke elementen op twee manieren interpreteren: Enerzijds, doordat we meer problemen moeten stellen waarbij een moreel oordeel een rol speelt. Overigens kan ik me vraagstellingen voorstellen waarbij de morele kant minder gemakkelijk is te ontwijken dan het zojuist aangehaalde probleem over graanzaad.

Daarnaast zijn er probleemstellingen in de trant van het Pythagorasvoorbeeld, waarbij morele waarden geen rol spelen, maar waarbij het meer gaat om een houding die, en dat schijnt Brown impliciet te willen zeggen, voortkomt uit een gevoel voor zorg en verantwoordelijkheid.

Er komt in Nederland meer en meer aandacht voor wat genoemd wordt de achterstelling van meisjes in het wiskunde-onderwijs. Wat daarvan tot nog toe naar buiten komt is vooral een beschrijving van de situatie. Zulke beschrijvingen zijn wel overtuigend (men hoeft alleen al het statistische materiaal te bekijken), maar over het algemeen liggen de oplossingen die aangedragen worden naar mijn smaak te veel in de sfeer van symptoombestrijding. Men komt er niet mee de voorbeelden in de leerlingenteksten netjes te verdelen over jongensvoorbeelden en meisjesvoorbeelden, of door wiskunde op het eindexamen verplicht te stellen voor allen. Er moeten diepere oorzaken worden opgespoord, oorzaken die te vertalen zijn in concreet onderwijsgedrag en leermateriaal. Ik geloof dat ik zelf door Brown's artikel op het spoor gekomen ben van mogelijkheden daartoe. Gilligan's kritiek op Kohlberg geeft een richting aan: Amy-achtige problemen.

Wie in Nederland rondkijkt ziet op diverse plaatsen bewegingen die met de ideeën van Brown op één lijn liggen. Volgens mij zijn en worden er in ons land leerlingenteksten ontwikkeld die betere voorbeelden geven dan Brown zelf in zijn artikel doet. Ik ben echter nog nergens zo expliciet de onderliggende principes tegengekomen als Brown ze beschrijft. Ik meen dat er in Nederlandse vernieuwingsprojecten grote aandacht wordt gegeven aan de situatie waarin leerlingen verkeren en dat er, in het verlangen onderwijs te geven dat terdege aansluit bij de leerlingen, een neiging bestaat doelstellingsvragen te verwaarlozen en zich te concentreren op de beginsituatie. Leraren en ontwikkelaars in Nederland wiens ideeën stroken met die van Brown, kunnen in diens artikel inspiratie vinden hun eigen doelstellingen te verduidelijken.

Literatuur

(ik heb een keuze gemaakt uit literatuur die door Brown is opgegeven; daarnaast vermeld ik de titels die in bovenstaande aangehaald worden, maar niet door Brown. Ze zijn aangeduid door *)

Brown, S.I. and Walter, M.I. What if not ?, *Mathematics Teaching*, Summer, 51, 1970.

Brown, S.I. and Walter, M.I. *The art of problem posing*, The Franklin Institute Press, 1983.

Dormolen, J.v.* *Aandachtspunten*, Utrecht: Bohn, Scheltema en Holkema, 1982.

Gilligan, C. *In a different voice*, Cambridge: Harvard University Press, 1982.

Kohlberg, L. Moral stages and motivation: the cognitive development approach. In: Lickona, T. (ed.): *Moral development and behaviour: theory, research and social issues*, Holt, Rinehart and Winston, 1976.

Sichel, B.A.* Moral Development and Education: Men's Language of Rights and Women's Language of Responsibility, *Contemporary Education Review*, Spring, 2, 1, 1983.

Walter, M.I. and Brown, S.I. What if not ?. *Mathematics Teaching*, Spring, 46, 1969.

Walter, M.I. and Brown, S.I.* Problem posing and problem solving: an illustration of their interdependence, *Mathematics Teacher*, Fall, 70, 1, 1977.