

Stereometrie in het VWO: Commentaar op 'lessen' ruimtemeetkunde 1

P.Vos
Bureau Onderzoek van Onderwijs
Rijksuniversiteit Leiden

Summary

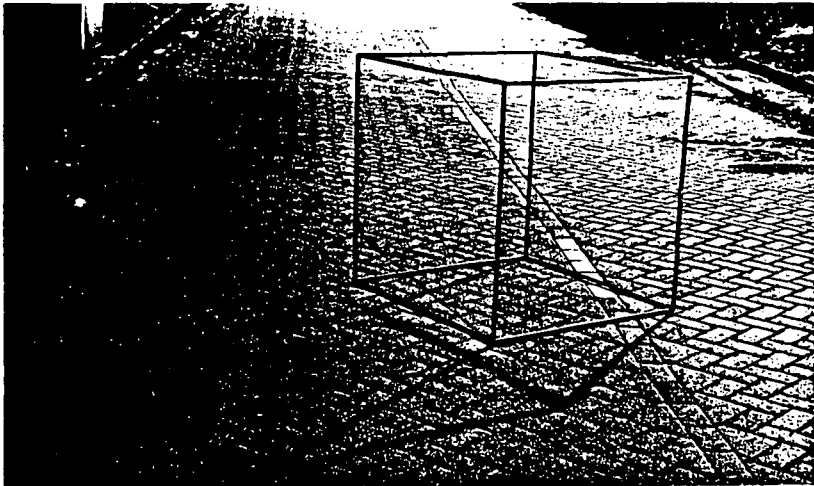
This article reviews an experimental course in stereometrics for science students in secondary education in the Netherlands: 'Lessen in ruimtemeetkunde 1'. Strong starting points are the linking up of the course with preexisting experience of the students and the treatment of projection techniques through historical development in art and science. The course also makes a clear distinction between polar and parallel projection types, necessary for a proper understanding of spatial relations as commonly depicted. Unfortunately, the course does not discriminate between students looking at objects and projected images of objects. As a consequence a number of illustrations and exercises show conflicting and therefore confusing characteristics. In these cases students lacking sufficient experience with projected objects will fail to reach accurate mental representations of the intended 3-dimensional forms. The authors should pay due attention to this psychological problem of picture interpretation, when preparing a final version of the course.

Dit artikel bevat een bespreking van de experimentele cursus 'Lessen in Ruimtemeetkunde 1', uitgebracht door de Vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijs en Onderwijs Computercentrum te Utrecht (Kindt & De Lange, 1982). Het commentaar is gebaseerd op onderzoekservaring betreffende dieptezien bij scheikundestudenten te Leiden (Vos & Zuur, 1983). In dat onderzoek is gebleken dat studenten twee fasen van interpretatie moeten doorlopen voordat zij projecties van ruimtelijke moleculaire vormen foutloos kunnen herkennen. De eerste voorfase betreft het herkennen van de afbeeldingstechniek. De kenmerken daarvan moeten worden onderscheiden van vormaspecten van het afgebeelde object. De tweede voorfase betreft het onderscheid tussen stand- en vormkenmerken van het object. Veel scheikundestudenten maken in deze voorfasen fouten en komen daardoor niet toe aan herkenning van de juiste vorm.

Gebrek aan specifieke oefening in nauwkeurig interpreteren van afbeeldingen van ruimtelijke vormen is waarschijnlijk een hoofdoorzaak van de problemen. Een deel van de opmerkingen in dit artikel heeft dan ook als achtergrond de vraag of de hier besproken cursus nut heeft als voorbereiding op de scheikundestudie. Natuurlijk gaan niet alle deelnemers aan de cursus scheikunde studeren. De mate waarin dit commentaar algemene geldigheid bezit voor een VWO-cursus, zou vanuit andere invalshoeken nader onderzocht moeten worden.

In de eerste plaats kan zeker gesteld worden dat deze cursus een belangrijke verbetering vormt ten opzichte van eerdere stereometrie-cursussen. Door uit te gaan van de eigen ervaring van leerlingen en van de historische ontwikkeling van afbeeldingstechnieken is op een elegante manier aansluiting verkregen met het voorstellingsvermogen van beginners in het vak: een goede start voor het leerproces.

Een tweede punt waarmee de cursus positief scoort, is het nadrukkelijke onderscheid tussen perspectivische en parallelle projecties. Terecht wordt de keuze tussen deze beide afbeeldingstechnieken gepresenteerd als een willekeurige beslissing, die gebaseerd is op het gebruik dat men wil maken van de figuren en die niets te maken heeft met de vorm van het afgebeelde voorwerp.



Figuur 1 Perspectivische projectie (foto van kubus) en vertekende parallelle projectie (foto van schaduw)..

Er zijn ook problematische kanten aan de cursus. Hoofdzaak daarbij is de wat terloopse manier waarop de positie van de waarnemer (leerling) ten opzichte van het afgebeelde object wordt behandeld. Dat gaan maken, foutloos leren hanteren van afbeeldingen in ruimtelijke redeneringen wordt daarmee bemoeilijkt. Dit probleem is zeker niet denkbeeldig: een belangrijke bron van interpretatiefouten bij scheikundestudenten ligt namelijk in het niet-onderscheiden van kijk- en projectierichting. Op verschillende manieren schiet de cursus Ruimte-metkunde hier tekort, zoals uit de volgende voorbeelden blijkt:

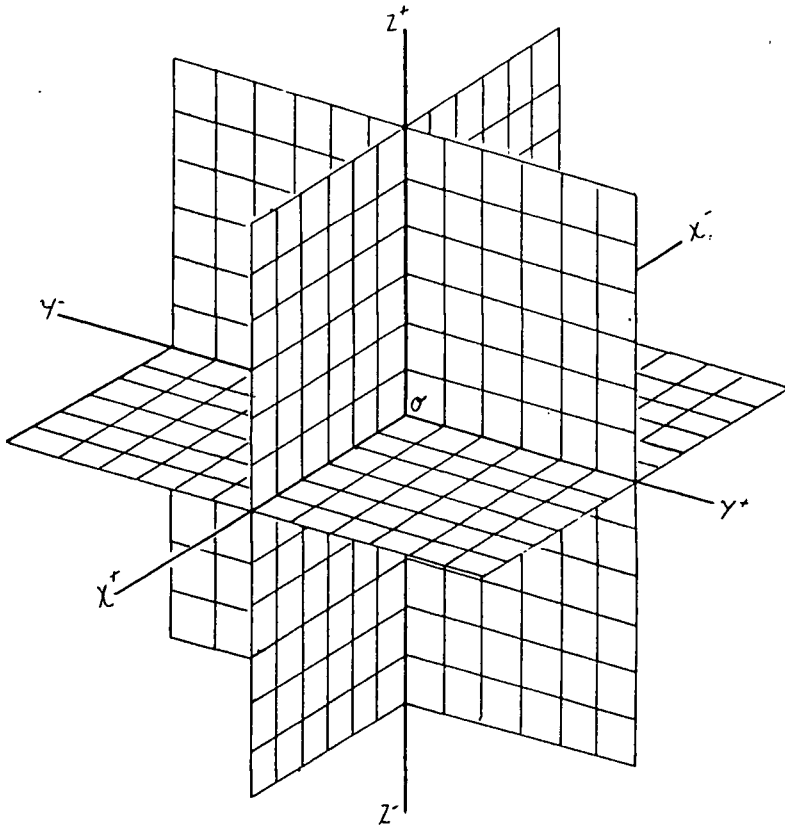
1. Het gebruik van parallelle projectie wordt, wanneer daarvoor gekozen is, niet consequent doorgevoerd. Zo begint hoofdstuk 5 met een foto (zie figuur 1) waarmee getracht wordt perspectivische en parallelle projectie op een elegante manier te combineren. Helaas is daarbij uit het oog verloren dat een foto altijd een perspectivische afbeelding oplevert. De parallelle projectie bevat daarom allerlei 'on nauwkeurigheden'.

Bij het gebruik - zoals hier - van een goed herkenbare foto zal het interpretatieprobleem niet zo groot zijn. De uitleg, dat de vertekening in de schaduw ontstaat door perspectief, gezien vanuit het fototoestel, ontbreekt echter. Voor beginners in het vak kan dit een valse start betekenen, die bij minder redundante figuren tot foute redeneringen leidt.

2. Een verwante redenerfout van de ontwerpers doet zich voor bij de tekening voorop het werkblok (ook als tekening in gebruik bij opgave 146). Ook hier wordt geen onderscheid gemaakt tussen het kijken naar het object en het kijken naar een projectie van dat object. De tekening, een XYZ-vlak (zie figuur 2), is duidelijk opgezet als parallelle projectie, want ieder vlak bestaat uit een veelvoud van ruiten. De vlakken zijn echter ondoorzichtig, hetgeen suggereert dat de toeschouwer naar het voorwerp kijkt.

Dit laatste zou echter een perspectivische afbeelding opleveren, terwijl een parallelle projectie van een ondoorzichtig voorwerp alleen de omtrek kan tonen op een scherm. Om bij een parallelle projectie een ruitjespatroon zichtbaar te maken, moeten de vlakken transparant zijn. Dan kan men ook de achterliggende vlakken zien, zoals door mij in figuur 3 is weergegeven. Het tekenen van al deze lijnen maakt de afbeelding nagenoeg onbruikbaar, maar in andere gevallen, zoals het XYZ-vlak in figuur 4 is er geen enkele reden, de aanvulling (gestreepte lijnstukken) weg te laten (tekening bij opgave 110).

Dit probleem beperkt zich niet tot de figuren alleen. Ook de opgaven geven blijk van dezelfde soort redenering. Als voorbeeld daar-



Figuur 2 Dubbelzinnige figuur: parallele projectie of vertekend voorwerp.

van volgt hier de opgave die hoort bij figuur 4 in zijn oorspronkelijke vorm (zonder gestreepte lijnstukken):

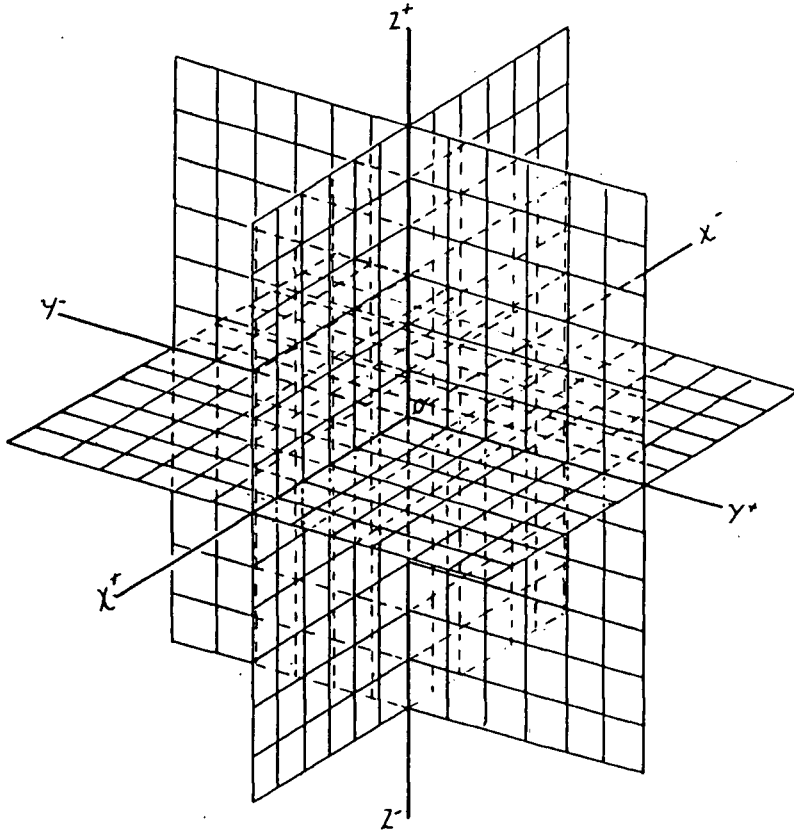
'110. De drie coördinatievlakken ($x = 0$, $y = 0$ en $z = 0$) verdelen de ruimte in acht delen, de zogenaamde octanten. Het vlak $x + 2z = 4$ gaat door zes van de acht octanten. Teken het vlak (voorzover zichtbaar) in die zes octanten.'

De vanzelfsprekendheid waarmee de figuur als voorwerp wordt behandeld is een vorm van beroepsblindheid. Voor leerlingen is de uit de gegevens in de tekening af te leiden vorm allerm minst evident. Tot aan het moment waarop voldoende ervaring is opgedaan met het nauwkeurig herkennen van een ruimtelijke vorm in een projectie daarvan, is zorgvuldigheid met de tekeningen noodzakelijk, omdat leerlingen nog te sterk afhankelijk zijn van de - voor kenners redundante - informatie die de figuur biedt.

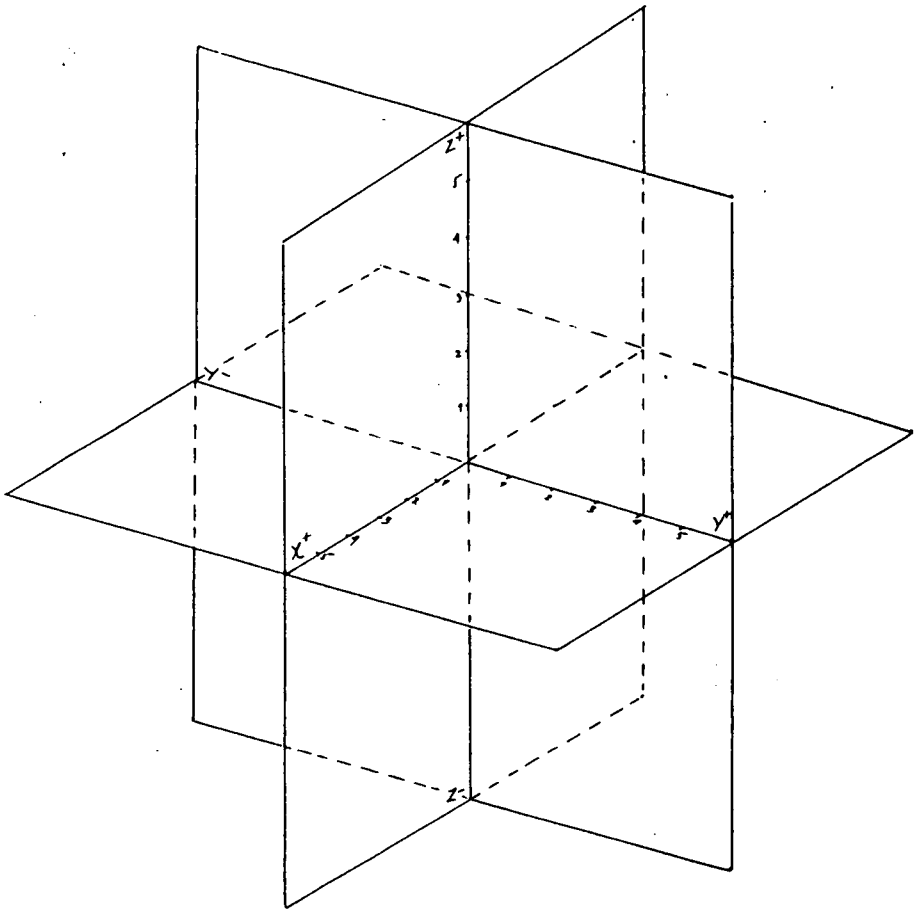
Misschien hebben leerlingen tegen de tijd dat hoofdstuk 5 is door- gewerkt voldoende ervaring met het interpreteren van projecties. Maar twijfel daaraan is zeker gerechtvaardigd. In ieder geval is het voor scheikundestudenten van tegenwoordig en voor tal van scheikundedocenten in het VWO een probleem, hun eigen kijkrichting naar een figuur te onderscheiden van de projectierichting t.o.v. een voorwerp. Het gevolg is dat bij voorkeur een centrale projectierichting gekozen wordt, waarbij de omtrek van de figuur geïnterpreteerd wordt als het voorvlak dat loodrecht staat op de projectierichting. Typische slachtoffers van zulke redeneringen worden tekeningen als figuur 5 (onderdeel van de tekening bij opgave 42), die als geïsoleerde figuur ten onrechte herkend wordt als een 'koker in perspectief' (figuur 5b) in plaats van als parallelle projectie van een geroteerde kubus. Sommige noodzakelijke kenmerken van perspectieftekeningen moeten daarbij genegeerd worden. Als dat onopgemerkt blijft - en hoe gemakkelijk gebeurt dat niet in het onderwijs - dan leert men slordig interpreteren. Scheikundestudenten lopen daarmee vast: zij moeten uit een gegeven projectie de symmetrie-aspecten van een moleculaire structuur kunnen afleiden. Dit laatste leidt tot nog een kritische kanttekening. In de scheikunde spelen symmetrie-aspecten van ruimtelijke vormen een belangrijke rol. In de voorliggende cursus wordt aan dit onderwerp geen aandacht besteed.

Dat is jammer, temeer omdat met behulp van eenvoudige symmetrieoperaties belangrijke hulp bij ruimtelijk inzicht kan worden geboden. Natuurlijk kunnen niet alle behoeften van elke belanghebbende worden bevredigd in een lessenspakket van 50 uur. Wat de scheikundeop- leiding betreft, zou het echter mooi zijn, wanneer op zijn minst in

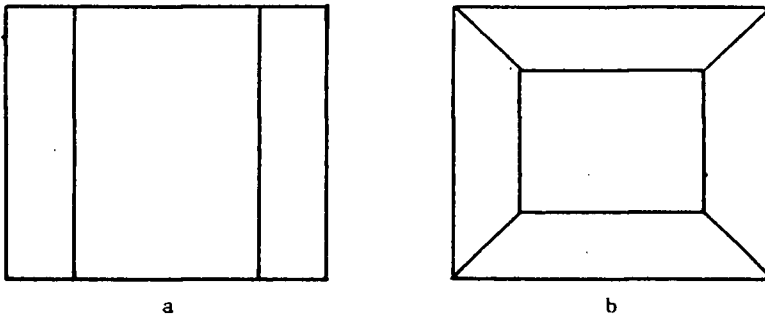
het vervolg op dit eerste deel van de cursus tijd zou worden besteed aan het werken met bijvoorbeeld rotatie- en translatieassen. Goede aansluitingsmogelijkheden doen zich voor bij de roterende kubus aan het eind van hoofdstuk 5.



Figuur 3 Parallele projectie van een doorzichtige XYZ-vlak met ruitjespatronen.



Figuur 4 XYZ-vlak, aangevuld (gestreepte lijnstukken) tot een parallele projectie.



Figuur 5 Parallele projectie van een groteerde kubus (a) en perspectivische projectie van een koker (b).

Literatuur

- KIndt, M & De Lange, J. Lessen in Ruimte meetkunde 1, Utrecht: vakgroep OW & OC, 1982.
- Vos, P. & Zuur, A.P. Over ruimtelijke interpretatie van plat afgebeelde moleculaire structuren. Tijdschrift voor Onderwijsresearch, 8/4, 172-188, 1983.