

SaE nader bekeken

Harm Jan Smid en Agnes Verweij
Technische Hogeschool Delft
Onderafdeling der Wiskunde en Informatica

Summary

In 1973 and 1974 Van Dormolen published a model for the ordering of moves in learning mathematical subject-matter. This model, mainly based on ideas of R.R. Skemp, became very well known in the Netherlands, but was hardly discussed in Dutch literature. The main issue of the model is the teaching of concepts by means of examples and non-examples, until the student has arrived at abstraction. Then the concept can be made explicit, for example by means of a definition. This article starts by criticizing the ideas of Skemp that form the basis of this model. It is argued that the principles Skemp formulates in which he states when a concept can be learned only by means of examples and non-examples, are not well founded and cannot be used in practice.

Furthermore it is explained that the extension of the meaning of 'concept' by Van Dormolen and others to almost every sort of mathematical subject-matter is not acceptable and makes it impossible to apply the model properly.

Finally a plea is made for a renewal of the discussion on this subject.

Een model voor de ordening van leerstappen

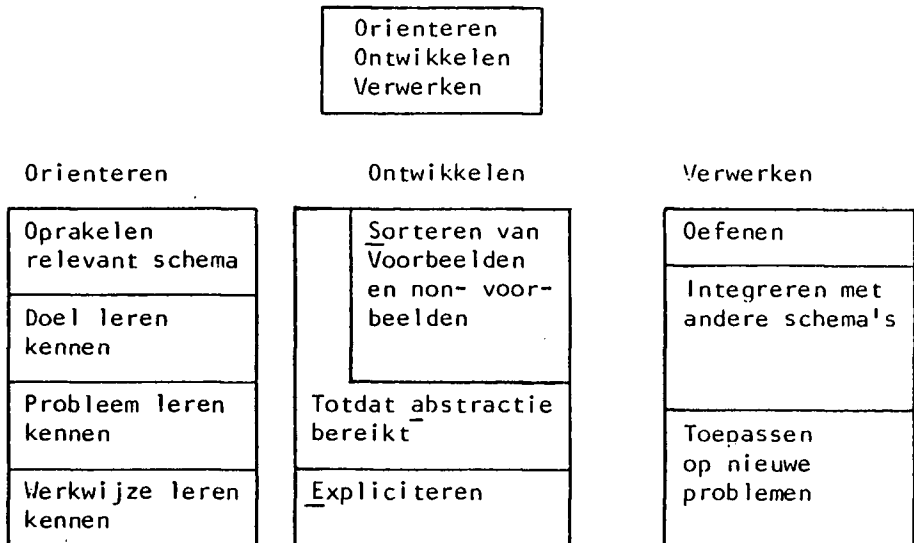
In dit artikel willen wij nader ingaan op een aantal aspecten van het model voor de ordening van leerstappen dat de afgelopen tien jaar binnen de Nederlandse wiskunde-didactiek ruime bekendheid heeft gekregen: het OSaEV-model. Dit model geeft een strategie voor de ordening van de leerstappen die de leerling moet maken om een bepaald leerstof-onderdeel - een begrip, een stelling of een werkmethode - te leren.

Het OSaEV model is afkomstig van Van Dormolen en werd voor het eerst gepubliceerd in jaargang 72/73 van Euclides. Spoedig daarna, in 1974, werd het opgenomen in de eerste druk van Van Dormolens boek 'Didactiek van de wiskunde' (Van Dormolen, 1974).

In een bespreking van dit boek door A. van Streun (1975) zegt deze: 'een discussie, in brede kring, over de aangedragen principes en werkwijzen, b.v. in Euclides, lijkt noodzakelijk'. Die discussie is er, althans in Euclides, nauwelijks gekomen. Dat is jammer. Immers, vermoedelijk heeft Van Dormolens' boek, en hiervan vooral het gedeelte dat handelt over het OSaEV-model, een belangrijke invloed gehad. Deze invloed zal niet alleen zijn uitgeoefend via de lerarenopleidingen, waar dit boek gebruikt werd en wordt, maar ook via publicaties en cursussen van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren uit de zeventiger jaren. Uit recentere publicaties op het gebied van de vakdidactiek blijkt dat aan het OSaEV-model nog steeds veel belang gehecht wordt (Van Dormolen 1975, Zwaneveld en Van Dormolen 1975, Lagerwerf 1982, PAO Inf. 1983). Wellicht kan dit artikel de aanzet tot zo'n discussie zijn.

Wij willen ons in dit artikel beperken tot het middendeel van het model: het gedeelte SaE, dat in de nieuwste uitgave van Van Dormolens boek de fase Ontwikkelen genoemd wordt.

Hieronder volgt eerst een schematische weergave van het model (op de manier van een structuurdiagram), overeenkomende met de versie uit de 3e druk van Van Dormolens boek. Vervolgens lichten wij toe waarom wij ons beperken tot het deel Ontwikkelen.



De naam waaronder het model bekend geworden is herinnert aan vorige versies van Van Dormolens boek. Daarin was steeds sprake van vijf fasen: Oriënteren (O), Sorteren (S), abstraheren (a), Expliciteren (E) en Verwerken (V). Door de nieuwe indeling in de drie fasen Oriënteren, Ontwikkelen en Verwerken en de verdere uitwerking van de eerste en de laatste fase heeft het model ons inziens aan waarde gewonnen. Vooral de serie leerstappen in de fase Oriënteren wordt door onze studenten in de lerarenopleiding als een bruikbare leidraad bij het voorbereiden en nabespreken van hun oefenlessen ervaren.

Dit laatste kan helaas niet gezegd worden van de trits Sorteren, abstraheren en Expliciteren in de middelste fase van het model. In eerste instantie spreekt wat hierover in Van Dormolens boek te vinden is de studenten altijd erg aan. Toch blijkt dit gedeelte al spoedig de nodige problemen op te leveren. Waarom sorteren beter voor expliciteren kan komen i.p.v. de bekende methode regel/definitie - voorbeelden, wordt naar het gevoel van nogal wat studenten toch niet zo overtuigend aangetoond. Ook de regel die Van Dormolen geeft wanneer wel met een definitie begonnen kan worden blijkt niet zo goed toepasbaar. Tenslotte blijkt in de praktijk, als men zich dan aan de volgorde SaE wil houden, de voorbereiding van de stap S vaak grote problemen op te leveren. Problemen die wij zelf meestal ook niet anders kunnen oplossen dan door het idee van het sorteren van voorbeelden en non-voorbeelden heel veel geweld aan te doen.

Deze ervaringen zijn voor ons de aanleiding geweest om, na jarenlang het OSaEV-model zonder meer als waardevol aanvaard te hebben, nog eens kritisch te kijken naar de theoretische achtergrond van het gedeelte SaE van het model en naar de voorbeelden van praktische toepassingen die in diverse publicaties te vinden zijn.

Skemp

Het gedeelte SaE van het OSaEV-model is voornamelijk gebaseerd op een aantal ideeën van Skemp, door hem beschreven in zijn boekje 'Wiskundig Denken' (Skemp, 1973). Wij bespreken daarom eerst deze ideeën.

In zijn boekje geeft Skemp eerst een opvatting over hoe in het natuurlijke leren het vormen van begrippen plaats vindt. Hoewel hij de term 'begrip' om principiële redenen niet definieert (zijns inziens is dat niet goed mogelijk), blijkt uit zijn voorbeelden dat hij hier met 'begrip' een klasse van objecten met bepaalde, gemeenschappelijke, kenmerken bedoelt. Skemp geeft dan een erg aansprekende beschrijving van de manier waarop bij kinderen, eerst zonder het hulpmiddel taal, door het classificeren van zintuigelijk waargenomen objecten - de voorbeelden en non-voorbeelden - begrippen gevormd worden. Vervolgens kunnen met behulp van de zo gevormde primaire begrippen via een zelfde

classificatieproces secundaire begrippen gevormd worden. De primaire begrippen fungeren dan als voorbeelden en non-voorbeelden van secundaire begrippen. Het gebruik van de taal en het geven van namen spelen hierbij een belangrijke rol.

Vervolgens stelt Skemp de belangrijke vraag aan de orde: is het nu niet mogelijk om met behulp van de taal bij het leren van begrippen dat hele ingewikkelde proces van het classificeren van voorbeelden en non-voorbeelden te omzeilen en begrippen te leren via definities? Hij geeft dan eerst een voorbeeld waarbij het duidelijk lijkt dat dat niet mogelijk is. Het gaat namelijk om iemand die blind geboren is en die door een operatie opeens kan zien. Zo iemand kun je het begrip 'rood' niet leren door een definitie als: 'rood is de kleur die wij gewaar worden door licht met een golflengte van 0,6 micron' (Skemp, 1973, blz. 21). Voorbeelden zijn in zo'n geval noodzakelijk.

Hierna construeert Skemp een soort partiele ordening van begrippen: 'Als begrip A een voorbeeld is van begrip B, zeggen we dat B van hogere orde is dan A' (Skemp, 1973, blz. 22). Daaraan koppelt Skemp tevens een ordening in minder-meer abstract: "'van hogere orde' wil zeggen 'geabstraheerd uit'..... 'Abstracter' wil dus zeggen 'verder verwijderd van ervaring van de buitenwereld'" (Skemp, 1973, blz. 22).

Vervolgens wordt de volgende stelling geponeerd: 'Over het algemeen kunnen begrippen van een hogere orde dan die welke iemand al bezit niet op hem worden overgedragen door middel van een definitie, maar alleen door geschikte voorbeelden te verzamelen en hem die voor te leggen' (Skemp, 1973, blz. 23). Skemp onderbouwt deze stelling door te verwijzen naar de definitie van het begrip 'rood' die eerder in verband met de ex-blinde genoemd is: 'Deze definitie veronderstelde de aanwezigheid van begrippen als kleur en licht, die alleen gevormd kunnen worden nadat begrippen als rood, blauw, groen al gevormd zijn' (Skemp, 1973, blz. 22).

Nadat enkele gevallen besproken zijn waarin een definitie later in het leerproces, als het begrip al gevormd is, nog een rol kan spelen, formuleert Skemp een tweede stelling: 'Het is ook mogelijk om door middel van een definitie nieuwe begrippen voor het eerst over te dragen, maar dan moeten het begrippen van een lagere orde zijn (Skemp, 1973, blz. 23). Ter illustratie van deze stelling wordt de ex-blinde weer ten tonele gevoerd, nu op een moment dat hij de primaire begrippen 'rood' en 'blauw' en het secundaire begrip 'kleur' al kent, terwijl hij het primaire begrip 'magenta' wil leren. Hij zou op weg geholpen kunnen worden door de uitspraak: "'Het is een kleur tussen blauw en rood in, wat dichterbij blauw dan bij rood'" (Skemp, 1973, blz. 23).

Bezwaren

De door Skemp geïntroduceerde ordening is ons inziens niet eenduidig, wat dan ook geldt voor toepassing van de twee stellingen, gebaseerd op zo'n ordening.

Bovendien vinden wij dat de voorbeelden, die Skemp voor het illustreren van zijn stellingen aanvoert, deze stellingen niet goed ondersteunen. Wij lichten dit toe.

Van de ordening wordt niet goed duidelijk of dit nu een logische of een psychologische ordening moet zijn. De zin waarmee de ordening gedefinieerd (') wordt duidt op een logische ordening.

Volgens deze definitie is het begrip 'vierhoek' van hogere orde dan het begrip 'rechthoek' en het begrip 'dier' van hogere orde dan het begrip 'reptiel'. Het hieraan gekoppelde psychologische aspect mindermeer abstract klopt in het eerste geval wel redelijk: 'vierhoek' als abstracter begrip dan 'rechthoek'.

In het tweede geval is dit niet zo duidelijk: voor een schoolkind is 'dier' een veel minder abstract begrip dan 'reptiel'. Voor een bioloog kan dit wel weer heel anders liggen. Hoewel er bij een psychologische opvatting wel verband gelegd zal kunnen worden tussen ordening en leerproces, kan het een en ander per individu zo verschillen dat dit in de praktijk toch slecht bruikbaar is. Wij zullen daarom in het volgende van een logische ordening uitgaan.

Het begrip 'kleur' is in deze opvatting van hogere orde dan de begrippen 'rood' en 'magenta' die in de voorbeelden van Skemp een rol spelen; 'rood' en 'magenta' zijn immers beide voorbeeld van het begrip 'kleur'. Ons inziens bedoelt Skemp dit ook zo. Waarom 'rood' niet, en 'magenta' wel op de beschreven manier geleerd kan worden, kan dan ook niets te maken hebben met de door Skemp geïntroduceerde ordening in hoger-lager. Wij zullen laten zien waar dit verschil wel mee te maken heeft.

Natuurlijk is het zo dat, als het begrip 'kleur' dat in de door Skemp geformuleerde definitie van het begrip 'rood' genoemd wordt nog niet bekend is, deze definitie inderdaad niet bruikbaar is. Dat is zonder ordeningstheorie al duidelijk.

Maar laten we nu eens aannemen dat wij de ex-blinde het begrip 'kleur' geleerd hadden, bijvoorbeeld met behulp van voorbeelden zoals 'geel', 'blauw' en 'groen', zonder dat hij 'rood' is tegen gekomen. Dan moeten we hem het begrip 'rood', volgens de tweede stelling van Skemp, wel door middel van een definitie kunnen leren. Kunnen we in dit geval de door Skemp genoemde definitie gebruiken? Wij denken van niet, als je tenminste wilt dat de ex-blinde gaat zien, gaat herkennen, wat 'rood' is zoals klaarblijkelijk Skemp's bedoeling is. Daar is deze definitie niet geschikt voor.

Wij zijn het dus niet met Skemp eens als deze ter ondersteuning van zijn eerste stelling beweert: 'Door ... te weten dat er een rangorde bestaat tussen begrippen en dat begrippen deel uitmaken van afzonderlijke hiërarchieën, zien wij duidelijker waarom de definitie van rood een ontoereikende vorm van overdracht was voor de persoon die wij in gedachten hadden' (Skemp, 1973, blz. 22). De definitie is ons inziens in de door Skemp beschreven situatie zo duidelijk ontoereikend enerzijds omdat er een beroep gedaan wordt op ontbrekende voorkennis, waarbij het van geen belang is of die voorkennis uit begrippen van hogere of lagere orde of uit iets heel anders, bijvoorbeeld relaties tussen begrippen, bestaat, en anderzijds omdat er geen enkel verband is tussen de definitie en de eisen die aan beheersing van het nieuwe begrip gesteld worden.

In het voorbeeld over het leren van de kleur 'magenta' is aan beide bezwaren tegemoet gekomen. De ex-blinde beschikt nu blijkbaar over alle in de omschrijving van 'magenta' aangeduide voorkennis en deze omschrijving is helemaal gericht op wat waargenomen wordt als men iets van de nieuwe kleur ziet.

Daarom, en niet om redenen van enige ordening, lijkt de omschrijving van 'magenta' wel bruikbaar voor het leren herkennen van deze kleur. Echter, van een definitie in de gebruikelijke zin van het woord is in dit geval geen sprake. In feite worden hier toch voorbeelden en non-voorbeelden van het nieuwe begrip 'magenta' aangedragen, al zijn het niet erg goede: de lerende stelt zich iets blauws en iets roods voor en vervolgens iets er tussen in, zodat de blauwe en rode objecten in de verbeelding enerzijds als voorbeelden en anderzijds als non-voorbeelden functioneren.

Op de voorbeelden die Van Dormolen zelf geeft om de stellingen van Skemp te illustreren hebben we soortgelijke kritiek.

Van Dormolen stelt om te beginnen dat het begrip 'rechthoek' niet geleerd kan worden door de definitie: 'een rechthoek is een vierhoek met twee symmetrie-assen, die niet door een hoekpunt gaan' (Van Dormolen, 1982, blz. 86). Dat deze definitie niet geschikt geacht wordt is te begrijpen als we even verderop lezen dat het de bedoeling is dat de leerling uiteindelijk in een oogopslag een rechthoek kan herkennen (Van Dormolen, 1981, blz. 89). Van Dormolen besteedt hier echter niet expliciet aandacht aan de relatie tussen de bruikbaarheid van een bepaalde definitie en de eisen die aan het beheersen van het te definiëren begrip gesteld worden. Het is in dit geval overigens niet zo moeilijk om een definitie te bedenken die meer gericht is op het visueel gaan herkennen van voorbeelden van het nieuwe begrip: een rechthoek is een vierhoek met vier rechte hoeken.

Het voorbeeld wordt door Van Dormolen echter gebruikt om duidelijk te maken dat in zo'n geval het sorteren van voorbeelden en non-voor-

beelden noodzakelijk is. Deze conclusie zou getrokken kunnen worden uit de eerste stelling van Skemp als hier sprake was van het leren van een begrip dat van hogere orde is dan de begrippen die de leerling al kent. Wij zien niet in dat aan deze voorwaarde voldaan is.

Uit de beschrijving van de situatie blijkt wél dat voldaan is aan de voorwaarden voor toepassing van de tweede stelling van Skemp: de leerling kent het begrip 'vierhoek', en het te leren begrip 'recht-hoek' is in de logische opvatting van lagere orde. Volgens deze stelling zou in dit geval sorteren van voorbeelden en non-voorbeelden achterwege kunnen blijven en zou met het geven van een definitie volstaan kunnen worden.

Het voorbeeld van de rechthoek is logisch gezien volkomen analoog aan een voorbeeld dat Van Dormolen gebruikt om de tweede stelling van Skemp te illustreren: 'Wie bijvoorbeeld weet wat een cirkel is, kan gemakkelijk begrijpen ... wat zijn leraar bedoelt als deze zegt, dat een eenheidscirkel een cirkel is met straal 1' (Van Dormolen, 1981, blz. 94). Dat Van Dormolen in deze twee gevallen toch tot verschillende conclusies komt, kan dus niet uitsluitend door de ideeën van Skemp over ordening van begrippen verklaard worden.

Door te laten zien dat de door Skemp en Van Dormolen aangevoerde voorbeelden de stellingen van Skemp onvoldoende onderbouwen, is uiteraard niet aangetoond dat deze stellingen onjuist zijn. Dat hoeft ook niet, de 'bewijslast' ligt in zo'n geval andersom.

Wij ontkennen ook niet dat het soms heel moeilijk, of zelfs onmogelijk, is om begrippen door middel van definities over te dragen en evenmin dat dit soms wél kan. Wij geloven alleen, gezien onze ervaring met het begeleiden van studenten, in het geheel niet dat de door Skemp geformuleerde stellingen bruikbare hulpmiddelen zijn om te beslissen wanneer dit wel kan en wanneer dit niet kan.

Sorteren bij stellingen en werkmethodes

Met name het middendeel van het OSaEV-model, de trits Sorteren - abstractie bereikt? - Expliciteren, kan gezien worden als een operationalisering van Skemp's ideeën over het leren van begrippen. Skemp zegt hier zelf over dat hij zich daarbij beperkt heeft tot de vorming van op zichzelf staande begrippen (Skemp, 1973, blz. 36). In een volgend hoofdstuk bespreekt hij hoe die begrippen georganiseerd zijn in schema's en beschrijft hij hoe deze schema's via een proces van assimilatie en accommodatie uitgebreid kunnen worden.

Aspecten van dit schematisch leren zijn door Van Dormolen verwerkt in de fasen Oriënteren (o.a. oprakelen van relevant schema) en Verwerken (o.a. integreren met andere schema's). Het is niettemin van belang te bedenken dat het gedeelte SaE van het model berust op ideeën die betrekking hebben op het leren van op zichzelf staande begrippen,

waarbij met een begrip bedoeld wordt: een klasse van objecten met bepaalde gemeenschappelijke kenmerken.

Door de aandacht die Skemp hieraan besteedt, en de conclusies die hij uit zijn stellingen voor het onderwijzen van wiskunde trekt, wekt hij sterk de suggestie dat dit soort begrippen en het leren daarvan het belangrijkste bij wiskunde en wiskundeonderwijs zijn. Het is de moeite waard om hiermee de opvatting van Freudenthal te vergelijken, zoals beschreven in 'Weeding and Sowing' (Freudenthal, 1978, blz. 104): '... are inclined to consider mathematics as a catalogue of concepts. This is an entirely wrong view Learning mathematics is viewed by them as the attainment of concepts which is a wrong view Freudenthal trouwens ook weinig heel van het idee dat begrippen gevormd worden door classificatie op basis van attributen, in feite de kern van de ideeën van Skemp. (Freudenthal moet overigens niets hebben van het leren door middel van definities).

Nu vat Van Dormolen het leren van wiskunde ook veel ruimer op dan louter begripsleren. Hij spreekt over een strategie voor de ordening van leerstappen bij het leren van een concept, waarmee 'een begrip (of een stelling, of een werkmethode)' bedoeld wordt (Van Dormolen, 1981, blz. 86). Door deze uitbreiding wordt het echter wel problematisch wat we onder 'Sorteren' moeten verstaan.

Van Dormolen geeft een voorbeeld van de leerstap 'Sorteren' in het verslag van een les, waarin de stelling 'Een macht is negatief als het grondtal negatief en de exponent oneven is' geleerd wordt (Van Dormolen, 1981, blz. 100 en 101). Het 'Sorteren' bestaat hier uit het herleiden tot enkelvoudige getallen en vervolgens sorteren in positieve en negatieve getallen van machten zoals $(-2)^1$, $(-2)^2$..., $(-2)^{10}$ en $(+2)^1$, $(+2)^2$,, $(+2)^{10}$.

Omdat hier gesproken wordt over 'machten ... sorteren in positieve en negatieve getallen', lijkt het te gaan om het classificeren van voorbeelden en non-voorbeelden van het begrip 'negatieve macht', waarvan de definitie zou kunnen luiden: een negatieve macht is een macht die te herleiden is tot een negatief getal. Maar dan zijn we bezig met het leren van een begrip en niet van een stelling. Bovendien zou $(-2)^2$ dan ook een non-voorbeeld zijn, terwijl Van Dormolen alleen de serie $(+2)^1$, $(+2)^2$,, $(+2)^{10}$ als non-voorbeeld aanduidt.

Een andere bedoeling spreekt uit de opmerking die Van Dormolen eerder, bij de fase Oriënteren, maakt: 'Nu weten de leerlingen dat het zal gaan over machten met een negatief grondtal' (Van Dormolen, 1981, blz. 101). Als het daarom gaat is het wel consequent om $(-2)^1$, $(-2)^2$,, $(-2)^{10}$ voorbeelden en $(+2)^1$, $(+2)^2$,, $(+2)^{10}$ non-voorbeelden te noemen. Maar ook dan hebben we het over het leren van een begrip, 'macht met negatief grondtal', in plaats van over het leren

van een stelling. Verder is dan niet duidelijk waarom van het begrip 'macht met oneven exponent', dat in de stelling een even belangrijke rol speelt, geen voorbeelden en non-voorbeelden worden onderscheiden.

Wat we vooral missen in Van Dormolens bespreking van het 'Sorteren' in deze les is, dat duidelijk gemaakt wordt wat precies bedoeld wordt met voorbeelden en non-voorbeelden van een stelling of werkwijze.

Nog meer sorteren ?

In de publicatie 'Handelen om te begrijpen' (Zwaneveld en Van Dormolen, 1977), een uitgave van de didaktiekcommissie van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, wordt het toepassingsgebied van de leerstap 'Sorteren' nog meer uitgebreid.

Hierin is 'Sorteren' opeens een 'doelgerichte activiteit, gericht op het ontdekken van een begrip, regel, stelling, algoritme, werkwijze', waarover gezegd wordt: 'We noemen dit voortaan: materieel handelen' (Zwaneveld en Van Dormolen, 1977, blz. 12).

In het paragraafje 'Sorteren op begrippen, regels, stellingen, kortom op theorie' komen we dan o.a. tegen dat 'naar de stelling van Pythagoras gesorteerd' wordt door met kartonnen vierkanten driehoeken in te sluiten, bij 'Sorteren naar algoritmes' wordt besproken hoe met behulp van papieren rechthoeken of tekeningen van rechthoeken het toepassen van de distributieve eigenschap geleerd wordt, en tenslotte wordt onder het kopje 'Sorteren naar andere zaken' o.a. het verknippen van een cirkel om de oppervlakte te bepalen en het verdelen van allerlei figuren in twee congruente delen door één kromme behandeld (Zwaneveld en Van Dormolen, 1977: blz. 12, 13, 14). Dit alles wordt besproken in het kader van het OSaEV-model.

Nog afgezien van het eigenaardige gebruik van het werkwoord 'sorteren' en de voorzetsels 'op' en 'naar' zijn we zo wel heel ver verwijderd geraakt van het oorspronkelijke idee van Skemp: het classificeren op basis van gemeenschappelijke kenmerken. Wie - als leraar - bij het voorbereiden van zijn lessen van dit idee uitgaat, komt nooit tot leerprocessen zoals beschreven in 'Handelen om te begrijpen'. Deze leerprocessen zijn ons inziens gestructureerd vanuit ideeën die verwant zijn met de ideeën van Gal'perin over het leren op basis van materiële handelingen. Vervolgens is hier het OSaEV stempel op gedrukt, waarbij eenvoudig alles waarin voorbeelden of concrete situaties voorkomen 'Sorteren' is genoemd. Op die manier is een model natuurlijk bijna overal voor te gebruiken, maar erg zinvol is dat niet.

Slot

De ideeën van Skemp, waarop het middendeel van Van Dormolens OSaEV-model gebaseerd is, hebben alleen betrekking op het leren van op zichzelf staande begrippen. Toepassing van het model op situaties

waarop de ideeën van Skemp geen betrekking hebben, is ons inziens niet zinnig. De voorbeelden in 'Didactiek van de Wiskunde' en 'Handelen om te begrijpen' maken in elk geval niet duidelijk hoe dat zou kunnen zonder het wezen van deze ideeën aan te tasten.

Het is natuurlijk een bekend dilemma, hoe maak je aan de ene kant een model concreet en makkelijk toepasbaar, en hoe houd je dan aan de andere kant het model zo ruim mogelijk toepasbaar?

Het is wel interessant om in dit verband Van Dormolens model te vergelijken met een verwant model van Van Hiele. Van Hiele acht de volgende fasering van het leerproces gewenst: een fase van informatie, een fase van gebonden oriëntering of exploratie, een fase van explicitering en een fase van vrije oriëntatie (Van Hiele, 1973). Zonder nu op de theoretische achtergronden en merites van dit model in te gaan, vermelden wij hier alleen dat uit de voorbeelden die Van Hiele geeft van de fase van de gebonden oriëntatie blijkt dat daarbij nog voor allerlei leeractiviteiten gekozen kan worden. Het 'Sorteren' dat Van Dormolen beschrijft is hierbij slechts één van de mogelijkheden. Van Hiele's model blijft hierdoor wel ruimer toepasbaar, maar mist de - naar het lijkt - directe toepasbaarheid van Van Dormolens model. Wat is immers, wat Van Hiele noemt 'het aanbieden van geschikt materiaal en het doen uitvoeren van geschikte opdrachten'? (Van Hiele, 1973, blz. 180). Met het gebruiken van de term 'geschikt' wordt de leraar weer geconfronteerd met het probleem dat Van Dormolen voor hem lijkt te hebben opgelost.

Beperken wij ons tot toepassing van het OSaEV-model op het leren van begrippen, dan is ook dat niet zonder problemen. De door Skemp ingevoerde ordening van begrippen is niet eenduidig vastgelegd. Daardoor zijn zijn stellingen, waarin deze ordening een belangrijke rol speelt, niet gemakkelijk te gebruiken. Met behulp van deze stellingen zou beslist kunnen worden hoe het leren van een begrip in de fase Ontwikkelen gebeuren moet: volgens SaE òf, in bepaalde gevallen, mogelijk met E alleen. De stellingen van Skemp worden echter nòch door zijn eigen voorbeelden nòch door die van Van Dormolen erg ondersteund.

Dit alles neemt niet weg dat het heel goed mogelijk is dat het leren van op zichzelf staande begrippen in een aantal gevallen goed via de OSaEV-strategie voorbereid kan worden.

Van Bruggen zegt in zijn, zeer lezenswaardige, studie 'Leerpsychologische Vergelijkingen' (Van Bruggen, 1976) bijvoorbeeld te denken dat het OSaEV-model vooral van belang is bij 'leerprocessen die zich binnen een vrij korte tijdsduur afspelen - zeg drie à vier lessen maximaal' en '.... die betrekking hebben op begrippen, die direkt aan de aanschouwing gebonden zijn (vierkant, kruisende lijnen) of begrippen, die nauw aan bepaalde uiterlijke of mentale operaties

gebonden zijn ... (bijvoorbeeld 'kwadraat', 'de helft', 'de kans op ...') (Van Bruggen, 1976, blz. 16). Dergelijke beperkingen van het toepassingsgebied van met name het gedeelte SaE lijken ons nodig voor een zinvol gebruik van het OSaEV-model. Het zou de moeite waard zijn om het idee van Van Bruggen over de precieze aard van deze beperkingen nader uit te werken en te onderzoeken.

Uit het voorgaande zou misschien de indruk kunnen ontstaan, dat wij niet zoveel waardering hebben voor het OSaEV-model. Die indruk is niet juist. Wij zijn ervan overtuigd dat dit model, juist door zijn eenvoud en aansprekendheid, veel leraren (waaronder onszelf) de ogen heeft geopend voor het feit dat wiskunde ook op een andere manier onderwezen kan worden dan op de traditionele manier. Daardoor heeft dit model een veel groter publiek bereikt en beïnvloed dan bijvoorbeeld de veel moeilijker toegankelijke ideeën van Van Hiele.

Waar wij echter voor pleiten is dat nu, ruim 10 jaar later, de discussie weer wordt opgepakt. Een open oog voor de zwakheden en beperkingen van het model is daarbij nodig. Niet om - achteraf - iets gemakkelijk te bekritisieren, maar wel om verder te komen in het moeilijke terrein van de ordening van leerstappen.

Literatuur

- Bruggen, J.C. van. *Leerpsychologische vergelijkingen*, Utrecht: I.O.W.O., 1976.
- Dormolen, J.van. *Didactiek van de Wiskunde*, Utrecht: Oosthoek, 1974. Bohn, Scheltema en Holkema, 1976, 1981.
- Dormolen, J.van e.a. *Vaardigheden*, Utrecht: N.V.W.L., 1975.
- Freudenthal, H. *Weeding en Sowing*, Dordrecht: Reidel, 1978.
- Hiele, P.M.van. *Begrip en Inzicht*, Purmerend: Muusses, 1973.
- Lagerwerf, B. *Wiskunde onderwijs nu*, Groningen: Wolters Noordhoff, 1982.
- P.A.O. Informatica. *Structuurplan Nascholing V.O.*, Amsterdam: 1983.
- Skemp, R.R. *Wiskundig denken*, Utrecht: Spectrum (Aula), 1973.
- Streun, A.van. Boekbespreking 'Didactiek van de wiskunde', *Euclides*, p.339, 1975.
- Tennyson, R.D., Park, O.C. Review of Educational Research, *The teaching of concepts, a Review of instructional design research literature*, Vol.50, Nr.1, 1980.
- Zwaneveld, B., Dormolen, J.van. *Handelen om te begrijpen*, Utrecht: N.V.W.L., 1977.