

Contexten en begripsontwikkeling bij wiskunde

12-16

R. Dekker, P. Herfs , J. Terwel
Vakgroep Onderwijskunde
Rijksuniversiteit Utrecht

Summary

In this article the authors present some results of research into new mathematical curricula in secondary education constructed by the Foundation for Curriculum Development (SLO). One of the main characteristics of the new curricula is that pupils are presented with real-life-problems.

The underlying concept for these curricula is 'mathematics for everybody'. After being tested however, the weakest pupils seem to profit less from working with real-life-problems than more able ones. However, this does not mean that the present authors, would plead for throwing overboard real-life-problems altogether.

Inleiding en vraagstelling

Het wiskundeonderwijs is in beweging. Steeds meer wiskundeleraren, leerplanontwikkelaars en wiskundeonderwijsonderzoekers werken aan een 'wiskunde voor iedereen'. Uitgaan van de leefwereld van de leerlingen als noodzaak voor inzichtelijk leren krijgt bij deze nieuwe wiskunde vorm door wiskundeopdrachten in een context te plaatsen die voor leerlingen herkenbaar is.

De vooronderstelling is dat zogenaamde, 'rijke' contexten belangrijke functies kunnen vervullen bij het leren van begrippen en het leren oplossen van problemen. De vraagstelling voor dit artikel is op deze functies gericht, namelijk:

Hoe functioneren contexten als middel bij het leren van wiskundige begrippen en het leren oplossen van problemen?

Onderzoeksopzet, -methoden en -technieken

Ons onderzoek, het project Interne Differentiatie Wiskundeonderwijs 12-16 (SVO 0647) is een ontwikkelingsonderzoek naar het functioneren van curricula, zoals ontwikkeld door het SLO-project 'Wiskunde 12-16' voor gedifferentieerd wiskundeonderwijs voor heterogene groepen in het voortgezet onderwijs. De ontwikkelingsgroep 'Wiskunde 12-16', gaat uit van een concept 'wiskunde voor iedereen'. Essentieel voor dit concept en het daarop gebaseerde curriculum is een reeks vernieuwende kenmerken. Ons onderzoek spitst zich toe op een aantal van deze kenmerken. Het uitgaan van contexten is daar een van. Het vaststellen van de mate waarin dit kenmerk is gerealiseerd is onder meer gebeurd door uitgebreide observaties in twee klassen op een middenschool en op een brede scholengemeenschap, tijdens het werken aan twee pakketten over grafieken: 'Grafiekentaal' en 'Grafieken en Verbanden'. Het gaat om pakketten die door de leerplanontwikkelaars van de SLO zijn ontwikkeld en door hen na een of meer try-outs in de klas zijn bijgesteld. Pas daarna zijn de pakketten door de onderzoekers onderzocht. Grafiekentaal is tweemaal in het onderzoek betrokken. In beide klassen hebben we ons bij de observaties op één subgroepje geconcentreerd.

Op beide scholen hebben we ook bij alle brugklasleerlingen (N=375) vragenlijsten afgenomen waarin wat betreft rijke contexten gevraagd werd hoe zij dit kenmerk waarnemen, hoe zij dit gerealiseerd willen zien en wat ze ervan geleerd hebben.

Bij alle leerlingen is een voortoets en een natoets afgenomen. Deze toetsresultaten bekijken we in relatie tot de resultaten op de vragenlijsten op het punt van contexten.

Het onderzoeksdesign is te typeren als een 'one group - pretest - posttest' design. We hanteren een combinatie van kwalitatief en kwantitatief onderzoek.

Theoretisch kader en definitie van contexten

In ons project zoeken wij aansluiting bij cognitivistische theorieën over leren en onderwijzen. Die aansluiting ligt voor de hand vanuit ons vertrekpunt bij de Van Hiele's en Freudenthal. Deze auteurs staan in cognitivistische tradities. Er zijn bijvoorbeeld lijnen te trekken naar de denkscholen (Selz), naar Piaget en naar Kohnstamm. Tevens zijn verbindingen te leggen naar recente theorieën, bijvoorbeeld de niveau-theorie van Klausmeier.

De theorie van Klausmeier kan als een voorlopige culminatie van een lang bezinningsproces op de cognitieve ontwikkeling van leerlingen worden beschouwd. Voor ons project is van belang dat deze theorie voor een groot deel verenigbaar is met de opvattingen van Van Hiele over de zogenaamde denkniveaus (Vastenhout & Jochems, 1984). Daarom gaan we kort in op de theorie van Klausmeier.

Een begrip definieert Klausmeier als een geheel van eigenschappen dat

kenmerkend is voor dat begrip (object). Iemand die het wiskundige begrip 'functie' volledig beheerst moet voorbeelden en non-voorbeelden van functies kunnen onderscheiden aan de hand van definierende kenmerken. Men kan begrippen op verschillende niveaus beheersen: concreet, identiteit, classificatie en formeel. Begrippen kan men op drie manieren gebruiken: in principes, in taxonomieën en bij het oplossen van problemen. Klausmeier's hypothese is dat leerlingen de vier niveaus in beheersing van een begrip in een vaste volgorde doorlopen: van concreet naar formeel. Naarmate begrippen op een hoger niveau worden beheerst zal de leerling er een effectiever gebruik van kunnen maken (Vastenhouw & Jochems, 1984).

Nu we iets hebben gezegd over begrippen en niveaus gaan we in op de term context. We geven een definitie van het begrip context door het begrip vanuit verschillende gezichtspunten te benaderen en door het aangeven van de functies die contexten in het onderwijsleerproces kunnen vervullen.

Vanuit de leerling gezien zijn contexten verschijnselen die uiteraard in combinatie met de opgave uitnodigen tot beschrijven, ordenen of verklaren. Daarvoor zijn ordeningsmiddelen nodig (begrippen, principes, procedures).

De leerplanontwikkelaars (en de leraar) staan voor de opgave verschijnselen (contexten) te selecteren die een adequate representatie van het begrip mogelijk maken. Contexten zijn omgevingen waarbinnen wiskundige objecten geplaatst worden of beter: waaraan men wiskundige begrippen kan ontwikkelen en demonstreren. Contexten kan men ontleen aan het dagelijks leven. In dat geval gaat het meestal om contexten die buiten de wiskunde liggen. De SLO spreekt daarnaast ook van contexten binnen de wiskunde: als bepaalde wiskundige begrippen éénmaal betekenis hebben gekregen voor de leerlingen kan men deze vervolgens als context gebruiken voor het leren van nieuwe begrippen, inzichten enz. In dit artikel beperken we ons echter tot het contextbegrip in de eerste betekenis.

In een verhaaltje over bijvoorbeeld opa die naar de supermarkt gaat, is het object functie verwerkt. Daarmee is het wiskundige begrip functie op het concrete niveau aangeboden. Tegelijk is nu de relatie tussen context en niveau duidelijk. Met contexten bevinden we ons op het laagste niveau volgens de theorie van Klausmeier. Maar ook als de leerling het begrip op een hoger niveau beheerst kunnen contexten een belangrijke rol blijven vervullen, bijvoorbeeld bij de toepassing en/of bij de controle op een bepaald denkproces.

Men kan aan contexten de volgende functies toekennen:

- (a) middel om aan te sluiten bij kinderlijke noties van wiskundige begrippen;

- (b) controlemiddel bij het gebruiken van het begrip;
- (c) middel tot motivatie;
- (d) middel om de kenmerkende eigenschappen van een begrip op concrete wijze voor te kunnen stellen (representatie);
- (e) middel om wiskundige begrippen toe te passen in de leefwereld en daarmee het alledaagse leven inzichtelijker te maken.

Het is denkbaar (en wenselijk) dat het leerproces als volgt verloopt: vertrekkend vanuit contexten (het concrete, vertrouwde) durven leerlingen het aan om meer naar de kern van het begrip door te stoten. Dat wil zeggen ze zien af van bijkomstigheden, details, ruis enz. Maar steeds blijft wel de behoefte terug te keren tot de context. Dat geeft de mogelijkheid om na te denken over het eigen denkproces (ben ik nog op de goede weg? Geen essentiële dingen vergeten, heb ik ook rekenfouten gemaakt? enz.). Anders gezegd: contexten kunnen een rol spelen bij meta-cognitieve probleemoplossing (als begeleidende stroom naast de cognities zelf).

Diverse pedagogen, didactici en leertheoretici wijzen op het belang van aansluiten bij de leefwereld als middel om leerlingen te motiveren. Uitgaan van rijke contexten kan de motivatie verhogen. Die motivatie kan gepaard gaan met de bereidheid tijd te besteden aan de taak (time on task). En dat is een variabele die van grote betekenis is voor leerresultaat.

Zoals gezegd is het denkbaar dat het leerproces verloopt zoals hier boven geschetst. Het is echter geen vanzelfsprekendheid. Op elk niveau en bij elke niveauovergang is hulp van de leraar en/of medeleerlingen noodzakelijk.

Functies van contexten, een observatie

L., een leraar die aan ons onderzoek heeft meegedaan, heeft wiskundeopdrachten rond de context 'Uitvissen' in zijn klas ingeleid door middel van een klasgesprek.

Het klasgesprek verliep als volgt:

L.: "Vertel eens even, 40 kilo hoeveel is dat?"

Rob: "80 pond".

L.: "Nee, in ponden praten we niet."

Meisje: "Heel zwaar."

Berdiën: "40 kilo, dat is net zo zwaar als mij."

L.: "Aha, 40 kilo, zegt Berdiën. Dat is net zo zwaar als zij is.

Wie weegt hier rond de 40 kilo?"

Het merendeel van de leerlingen schommelt rond dit gewicht.

Tasja: "Ohh, ikke weeg meer."

L.: "Dus dat was niet een visje, waar het (verhaal) over gaat. Maar dat was een behoorlijke vis van 40 kilo. En het snoertje was 1 mm dik."

De context en de opgave is weergegeven in figuur 1.

UITVISSEN (1)

"Ik heb iemand een vis zien vangen van wel 40 kilo" roept Gemma als ze thuis komt.

"Dat kan toch niet joh, daar heb je een paal met een dikke kabel voor nodig om die vis uit het water te hijsen" antwoordt vader ongelovig. "Nee hoor" zegt Gemma, "wat voor hengel het was weet ik niet, maar het was een snoertje van maar 1 mm dikte. Dat riepen ze tenminste."

Vader gelooft er niets van. "Volgens mij kan dat niet. Dan zal die vis wel heel wat minder dan 40 kilo hebben gewogen. Dat overdrijven ze natuurlijk. Ik denk dat dat bij de afdeling sterke verhalen thuis hoort."

Gemma begint wel een beetje te twijfelen. Zou het dan toch niet waar zijn? Maar zij had zelf gezien dat het een heel dun draadje was geweest waar die vis aan hing. En ze waren met z'n tweeën in de weer geweest om die grote vis uit het water te trekken. "40 kilo" hadden ze geroepen, "aan een draadje van 1 millimeter". Misschien had zij dat laatste toch niet goed verstaan.

Wat denken jullie, zou Gemma gelijk hebben of niet?

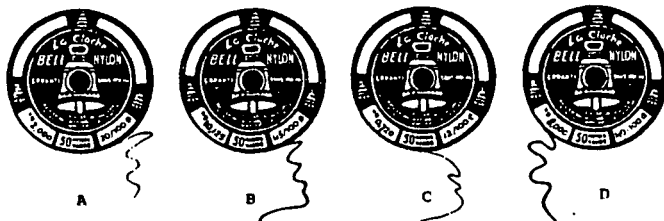
Gemma laat het er (nog) niet bij zitten.

We zullen eens volgen wat Gemma gaat doen. En, van zelf, doen jullie ook mee.

"Wat voor soorten vissnoeren zijn er zoal? Hoe dik zijn die en hoeveel kan daar aanhangen?" vraagt Gemma zich af.

Zij stapt de AVNU, een grootwinkelbedrijf, binnen, want daar verkopen ze allerlei visartikelen.

Ze hebben vier soorten vissnoeren. Dit zijn de etiketjes.



Kijk eens naar het etiketje op klosje B. Daar staan een paar gegevens op over het soort snoer dat op dat klosje zit.

"kg 10,125" betekent dat dit snoer breekt als je er iets aan hangt dat meer dan 10 kg plus 125 gram weegt.

"45/100φ" betekent dat de dikte van het snoer $\frac{45}{100}$ mm is. Het teken 'φ' wordt bij technische zaken vaak gebruikt als afkorting voor het begrip 'diameter'.

Berdien: "Uhh. Dat kan helemaal niet."

L.: "De vraag is dus: kan je een vis van 40 kilo vangen met een snoer van 1 millimeter dikte ..."

"Nee, dat kan niet", onderbreekt een aantal leerlingen de docent.

L.: "... zonder dat het snoer breekt?"

Een paar jongens denken dat dat inderdaad kan.

Marcel: "Je kunt hem wel vangen, maar je kunt hem er niet uittrekken."

L.: "Hij wil wat zeggen?"

Marcel: "Je kunt hem wel vangen. Dat heb je bij heel veel sportvisserd die vissen. Die halen hem niet direct uit het water, maar die halen hem eerst door het water heen naar de kant en dan met zo'n schepnetje halen ze hem omhoog."

Meisje: "Eerst uit laten zwemmen."

L.: "Maar die vis van 40 kilo, die blijft dus 40 kilo en die zal er dus ook wel met 40 kilo aan trekken. Die laat zich hangen. Nou, wat denk je? Zou het kunnen?"

De meesten denken dat het niet kan.

Het jongensgroepje rechtsachter in de klas begint te twijfelen.

L.: "Edwin?"

Edwin: "Ja, als je aan zo'n draadje hangt, dan denk ik niet dat dat draadje het houdt."

L.: "Maar jij zegt niet: het kan helemaal niet? Want hij heeft in de gaten dat die snoertjes nogal sterk zijn."

Marcel: "Ja, maar in het water is het meestal lichter."

L.: "Ja, maar zij (=Gemma) zegt dus dat zij hem op het laatste er uit haalden. Dus toen hing hij even aan de draad."

Berdien en Colette: "Dat houdt die niet."

L.: "Wie denkt dat het wel kan?"

Niemand in de klas is er stellig van overtuigd dat het wel kan. Als geen enkele leerling reageert op de vraag, zegt Berdien: "Marcel, Marcel denkt dat het kan."

L.: "Wacht effe. Marcel en Henrike mogen het zeggen. Henrike?"

Henrike: "Ik dacht dat het misschien wel kan, maar het ligt niet eraan hoe sterk de hengel is?"

L.: "Nee het gaat om het snoer. De hengel is sterk genoeg. En jij?" (=Marcel).

Marcel: "Nou, op 8/100 daar gaat een normale voorn al doorheen. Ik denk dat ze zo'n beetje 55/100 ..."

L.: "Oh, wacht even. Hij weet er iets van ..."

Marcel: "Ik ben Deventer kampioen."

"Ja hoor", zegt een stel meisjes die dat niet geloven.

L.: "Daar krijgen we het straks over, 8/100 ..."

Marcel: "Ja hoor, dat geloof je niet, he?"

L.: "Dan moet jij (=Marcel) heel goed je best doen met deze opgave. Want dit is een hele leuke opgave, om erachter te komen of het nou wel of niet kon."

Marcel: "Mijn vader vist ook veel. En die doet ook aan wedstrijden mee. We gingen eens karpers vissen in een vijver. En toen was er een jongen, die haalde er ook zo'n hele grote uit. Ik geloof wel 25 kilo. Die kreeg die er wel uit, maar wel met veel moeite."

L. doet er alles aan om de context te laten leven. Hij organiseert een klasgesprek waarin hij eigen ervaringen en noties van leerlingen betreft om hen voor het maken van de opdracht te motiveren. Berdien, een meisje uit zijn klas vergelijkt het gewicht van de vis uit de opdracht met haar eigen gewicht en komt zo tot de veronderstelling dat een vis van 40 kilo niet aan een snoetje van 1 mm dikte kan hangen.

Marcel, een andere leerling uit de klas twijfelt. Samen met anderen draagt hij situaties uit zijn leefwereld aan waarbij het misschien wel mogelijk is. De leerkracht haalt bewust Marcels ervaring naar voren om de aanvankelijke veronderstelling te controleren.

Zo wordt de klas gemotiveerd om tot werkelijk verifiëren van Gemma's hypothese in de opdracht over te gaan en krijgt al het wiskundig handelen binnen de opdracht een reële betekenis.

Leefwereld en wiskunde kunnen elkaar zo versterken.

In de aansluitende opdrachten wordt een verband gezocht tussen het maximale gewicht van de vis en de dikte van het snoer via de trekkracht.

Analyse van het voorbeeld in het licht van Klausmeiers theorie

Centraal staat het begrip functie: de trekkracht is een functie van de dikte (en het materiaal) van het visnoer.

Concrete niveau: Met de confrontatie met het verhaal van Gemma bevinden de leerlingen zich op het concrete niveau. Op dit niveau moeten ze, op basis van de vraag, kunnen bepalen wat relevante gegevens zijn in dit verhaal. Ze moeten relevante objecten kunnen onderscheiden temidden van de omgeving. In dit geval is dat: `een paal met een dikke kabel` of `een draadje van een millimeter` om een vis van 40 kilo uit het water te trekken. We merken op dat zelfs op dit concrete niveau al een kinderlijke, intuïtieve notie van functie of samenhang wordt verondersteld. Kenmerkend voor `wiskunde voor iedereen` is dat deze noties niet terzijde worden geschoven maar bewust worden gebruikt als aangrijpingspunt in het leerproces.

Identiteitsniveau: Leerlingen zien in dat het hier om vergelijkbare objecten gaat. Met andere woorden dat er generalisatie tussen deze beide objecten mogelijk is (draadje en kabel).

Classificeren: Leerlingen onderkennen dat er een samenhang is tussen dikte en de trekkracht van het snoer. Bijvoorbeeld dat je de snoetjes kunt ordenen naar dikte en dat daarmee een ordening van de trekkracht correspondeert.

Formele niveau: Leerlingen formuleren, (of tekenen of stellen een formule op) dat de trekkracht een functie is van de dikte van het vissnoer.

In vervolgoopdrachten kan men leerlingen gebruik laten maken van het begrip functie.

In principes: bijvoorbeeld hoe dikker hoe sterker

In taxonomieën: een functie is een bepaald soort verband

In problemen: hoe dik moeten de kabels van een brug zijn als ... enz.

Uit bovenstaande blijkt dat dit deel van het onderwijsleerproces in termen van Klausmeiers theorie te analyseren valt. Daarmee komt een taakanalyse binnen bereik die het principe mogelijk maakt vast te stellen op welk niveau een klas, subgroep of individuele leerlingen zich bevindt en welke maatregelen nodig zijn om naar een hoger niveau te gaan. Tegelijkertijd wordt het mogelijk om in specifieke termen aan te geven of en in hoeverre leerlingen van elkaar verschillen en van elkaar kunnen leren. Overigens suggereren we daarmee geen algemene geldigheid van Klausmeiers theorie. Het is denkbaar dat bij andere onderwerpen in de wiskunde of bij andere vakgebieden, zo'n analyse aanzienlijk gecompliceerder wordt of zelfs onmogelijk is.

De leerervaringenlijst en contexten

Een van de kwantitatieve onderzoeksinstrumenten die binnen het ID-project gebruikt werd, was de leerervaringenlijst (1). In die lijst werd een aantal stellingen met betrekking tot het vernieuwde wiskunde-onderwijs gepresenteerd.

Aan de leerlingen stelden wij vervolgens de vraag of zij het eens, oneens of noch eens, noch oneens met die stelling waren. Twee stellingen hadden betrekking op rijke contexten:

Stelling 6: Het werken met onderwerpen zoals fietsen, humeur tijdens een voetbalwedstrijd, sterkte van vissnoeren, het weerbericht enz. vergemakkelijkt het leren van wiskunde.

Stelling 7: Het werken met onderwerpen zoals fietsen, sterkte van vissnoeren enz. maakt de wiskundelessen aantrekkelijk.

Het woord 'context' vermeden we opzettelijk in de stellingen, omdat wij verwachtten dat de betekenis van dat woord niet duidelijk zou zijn voor 13-jarige leerlingen.

Bijna 400 leerlingen beoordeelden deze stellingen. De antwoorden waren niet in overeenstemming met de verwachtingen.

Slechts 48,5% en 44,0% van de leerlingen was het eens met resp. stelling 6 en 7. Percentages leerlingen van 12,7 en 21,3 waren het niet eens, noch oneens met stelling 6 en 7: resp. 38,8% en 34,6%.

We concluderen dat rijke contexten voor een meerderheid van de leerlingen niet die functie vervullen die de ontwikkelaars er van verwachtten.

Interviews met leerlingen

"Als je een onderwerp hebt dat je niet leuk vindt dan ga je er bijna ook niks aan doen. Dan ga je helemaal vervelend doen omdat je er niks aan vindt of omdat je het niet begrijpt."

Jose, een van de door ons geïnterviewde leerlingen geeft duidelijk zijn mening over de betekenis die leuke contexten voor hem hebben of liever gezegd wat er gebeurt als ze niet leuk zijn. Hij en de andere geïnterviewde leerlingen geven aan welke opdrachten in de pakketten hen aanspreken en welke niet. Hun meningen zijn verrassend eensluidend. Onderwerpen als het weer en fietsen zijn gewild, maar contexten die hen onbekend zijn staan hen tegen zoals Jane, een andere leerling verwoordt: "Ik vond vaak een onderwerp gewoon niet leuk. Ik begreep er ook helemaal niets van. En dan stond er weer van `je moet de grafiek tekenen van de gasrekening`. Ik wist niet eens wat gasrekening was."

De meisjes van de geïnterviewde leerlingen zijn iets negatiever over de contexten dan jongens. Kennelijk is het voor leerplanontwikkelaars moeilijk aansluiting bij de leefwereld van meisjes te vinden. Dit is opvallend omdat `wiskunde voor iedereen` impliceert dat deze wiskunde ook meisjes aanspreekt. Alle negen willen duidelijk verbetering van de contexten wat betreft het leuk en bekend zijn. Terug naar `contextloos` (in de zin van betekenisloos voor de leerlingen) willen ze duidelijk niet want op de enkele `contextloze` bladzijdes uit het pakket reageren ze zeer negatief. "Dat heeft helemaal geen inhoud" is het commentaar.

De PERCIA-lijst en rijke contexten

Een ander kwantitatief onderzoeksinstrument was de vragenlijst omtrent de Perceptie van het Curriculum-in-Actie (PERCIA-vragenlijst).

Deze vragenlijst vertoont overeenkomsten met elders gebruikte instrumenten om de perceptie van de leeromgeving te meten. Door Kuhlemeier (1983) is een inhoudelijke toespitsing gemaakt op vernieuwingskenmerken van het PLON-project. Hierdoor geïnspireerd hebben wij een vragenlijst ontwikkeld die is gebaseerd op vernieuwingskenmerken die horen bij de SLO-filosofie, wiskunde voor iedereen.

In de PERCIA-vragenlijst namen wij 6 vragen op met betrekking tot het kenmerk rijke contexten. De vorm van de vragen was als volgt:

	nooit	zelden	soms	vaak	altijd	
De opdrachten gaan over onderwerpen, waar de leerlingen welwat vanaf weten.						
a) Dit komt	1	2	3	4	5	voor
b) Ik wil graag dat het	1	2	3	4	5	voorkomt

In de a-vraag werd gevraagd naar de realisering van een bepaald vernieuwingskenmerk, terwijl in de b-vraag naar de gewenste mate van realisering gevraagd werd.

Van de zes vragen die betrekking hadden op het vernieuwingskenmerk rijke contexten, bespreken we er vier:

1. De onderwerpen, die in de opdrachten gebruikt worden, zijn leuk.
2. De opdrachten gaan over onderwerpen, waar de leerlingen wel wat vanaf weten.
3. De onderwerpen van de opdrachten maken duidelijk waarover een opdracht gaat.
4. De onderwerpen maken de opdrachten gemakkelijk.

De gemiddelden op de (a-)vragen waren:

vraag 1: 3,4

vraag 2: 3,3

vraag 3: 3,6

vraag 4: 3,3.

Voor alle vier vragen gold dat het feitelijk voorkomen schommelde tussen `soms` en `vaak`. Uit de antwoorden op de b-vraag (de wenselijke situatie) konden wij afleiden hoe hoog het percentage leerlingen was, dat een verandering voorstond. Die percentages waren:

67% wenst vaker leukere onderwerpen (vraag 1);

61% wenst vaker onderwerpen waar men wat vanaf weet (vraag 2);

55% wenst dat het vaker voorkomt dat de onderwerpen duidelijk maken waarover een opdracht gaat (vraag 3);

60% wenst dat het vaker voorkomt dat de onderwerpen de opdrachten gemakkelijker maken (vraag 4).

Uit de relatief hoge percentages leiden we af dat het vernieuwingsidee weliswaar positief ontvangen wordt, maar dat de uitwerking van het kenmerk rijke contexten in het lesmateriaal te wensen overlaat.

Verbanden tussen processen, toetsresultaten en leerervaringen met betrekking tot contexten

Tot nu toe hebben we de resultaten van afzonderlijke onderzoeksinstrumenten bekeken. Er valt echter meer te zeggen dan dat. In het tweede interimrapport (Dekker, Herfs, Terwel, Van der Ploeg, 1985b) zijn de resultaten van de vragenlijsten onderling met elkaar in verband gebracht. Bovendien hebben wij correlaties berekend tussen de leerervaringen met betrekking tot contexten en de toetsresultaten.

In de hieronder gepresenteerde tabel laten wij zien wat het verband is tussen leerervaringen m.b.t. contexten en

a. toetsresultaten;

b. processen in de klas, zoals gemeten via de percia-schaal.

LE (leerervaringen m.b.t. rijke contexten,
d.w.z. stelling 6 en 7)

voortoets	.5428 p = .010*
natoets	.5676 p = .007*
leerwinst	.1256 p = .310
Percia-cluster 1 (samenwerken)	.6042 p = .004*
Percia-cluster 2 (gepraat, rumoer)	-.5190 p = .014*
Percia-cluster 3 (niet samenwerking)	-.5163 p = .014*
Percia-cluster 4 plaatsbepaling en (instructie)	.2646 p = .144
Percia-cluster 5 (klassikale bespreking)	.6378 p = .002*
Percia-cluster 6 (begeleiding)	-.0833 p = .371

Tabel 1: Correlaties tussen klassegemiddelden (n = 18);
* = significant op 5% niveau.

(Voor de operationalisering en instrumentatie zie ons tweede interim-rapport.)

Zoals uit de tabel blijkt, hebben we een aantal (relatief hoge) correlaties gevonden. Die verbanden zijn:

- In klassen met een hoge score op de voortoets zijn de leerervaringen m.b.t. rijke contexten beter dan in klassen met een lage score op de voortoets.
- In klassen met een hoge score op de natoets zijn de leerervaringen m.b.t. rijke contexten beter dan in klassen met een lage score op de natoets.
- In klassen waarin de leerlingen elkaar vaak helpen en waarin goed wordt samengewerkt zijn de leerervaringen m.b.t. rijke contexten beter dan in klassen waarin dat minder vaak gebeurt.
- In klassen waarin veel gepraat en rumoer is en waarin de leerlingen vaak praten over dingen die niets met de lessen te maken hebben, zijn de leerervaringen m.b.t. rijke contexten slechter dan in klassen waar dat minder vaak voorkomt.

- In klassen waarin niet adequaat wordt samen wordt gewerkt zijn de leerervaringen m.b.t. rijke contexten slechter dan in klassen waar dat minder vaak voorkomt.
- In klassen waarin de docent relatief vaak klassikale inleidingen en nabesprekingen houdt zijn de leerervaringen m.b.t. rijke contexten beter dan in klassen waar dat minder vaak voorkomt.

Samengevat: hoe beter de klas qua toetsresultaten en onderlinge samenwerking en hoe vaker de leraar klassikale momenten inlast, des te positiever zijn de leerervaringen van de leerlingen met betrekking tot contexten en omgekeerd.

Conclusies en discussie

We kenden aan het werken met rijke contexten vijf functies toe.

- a. middel tot aansluiting bij kinderlijke noties;
- b. controlemiddel bij begripsgebruik;
- c. middel tot motivatie;
- d. middel om kenmerkende eigenschappen van een begrip op concretere wijze voor te stellen;
- e. middel om wiskundige begrippen toe te passen in de leefwereld.

Uit het geprotocolleerde lesverslag kwamen de eerste vier functies nadrukkelijk naar voren. De vragenlijsten maakten duidelijk dat de leerlingen het curriculumkenmerk contexten in beginsel positief waardeerden, maar minder te spreken zijn over de feitelijk in het lesmateriaal aangeboden contexten. Uit de interviewgegevens bleek dat eveneens: "Als je een onderwerp hebt, dat je niet leuk vindt, dan ga je er ook bijna niks aan doen."

We leiden hieruit af dat het van groot belang is om contexten aan te bieden die aansluiten bij de leefwereld van de leerlingen. Wanneer het kenmerk rijke contexten moet dienen als middel om begrippen in het onderwijs aan te leren, dan schieten we aan dat doel voorbij als de gebruikte contexten onbekend (en als gevolg daarvan onbemand) zijn.

We constateerden dat juist in klassen met veel zwakke leerlingen de vooronderstelde werking van contexten achterwege bleef. Mogelijk hebben deze contexten een verschillende betekenis voor sterke en zwakke klassen. Wellicht bieden deze contexten voor goede klassen meer aanknopingspunten tot mathematiseren. (Onder sterke of goede klassen verstaan we klassen met een hoge gemiddelde voortoetsscore. Tussen gemiddelde voortoetsscore en gemiddelde natoetsscore bestond een hoge correlatie).

Maar mogelijk treedt hier ook een veel algemener verschijnsel aan het daglicht. Leerlingen in zwakke klassen waarderen rijke contexten misschien ook wel minder vanwege het geringe aantal succeservaringen die zij in het onderwijs tot dan toe meegemaakt hebben. M.a.w. ze denken

in het algemeen minder positief over onderwijs en dat komt ook tot uitdrukking in hun houding tegenover rijke contexten. Dat zou kunnen betekenen dat deze onderzoeksgegevens niet specifiek op contexten slaan maar in algemene zin moeten worden geïnterpreteerd.

Hoe kan de leerplanontwikkelaar en de docent er voor zorgen dat het vernieuwingskenmerk rijke contexten ook voor de leerlingen leidt tot positieve resultaten, d.w.z. tot inzichtelijk leren?

De leerplanontwikkelaar kan door keuze van leefwereldnabije contexten bijdragen aan het inzichtelijk leren van alle leerlingen.

De docent kan met name door middel van klassikale inleidingen er voor zorgen dat onbekende contexten verlevendigd worden. We hebben gezien dat de docent uit ons onderzoek op boeiende wijze de context van het vissen liet leven. Daartoe maakte hij ook gebruik van vissnoer waaraan hij een stoel liet hangen. Dergelijke activiteiten kan de leerplanontwikkelaar aanbevelen. Tevens kan de leerplanontwikkelaar in een docentenhandleiding achtergrondinformatie verstrekken omtrent de verschillende contexten, zodat docenten zich goed kunnen oriënteren en voorbereiden. Wellicht kan de theorie van Klausmeier een verhelderende rol spelen bij de constructie en realisering van curricula door resp. leerplanontwikkelaars en docenten. Dat zou kunnen leiden tot een nog grotere systematiek bij het leren van begrippen via de niveaus in het leerproces.

Noot

1. Op achtergronden, constructie en analyse van de instrumenten kan in dit artikel niet worden ingegaan, we verwijzen daarvoor naar ons tweede interimrapport. Daarin wordt ook de status van de verschillende instrumenten uitgelegd in het kader van het gehanteerde onderzoeksmodel, zie pagina 8 en 209.

Literatuur

- Dekker, R., Herfs, P., en Terwel, J. Wiskunde voor Iedereen. Eerste Interimrapport project Interne Differentiatie Wiskundeonderwijs 12-16, Utrecht: Vakgroep Onderwijskunde Utrecht, R.U.U., 1985.
- Dekker, R., Herfs, P., Terwel, D., Van der Ploeg, D. Interne Differentiatie in heterogene brugklassen bij wiskunde. Tweede Interimrapport project Interne Differentiatie wiskunde-onderwijs 12-16, 's Gravenhage: SVO, Selecta reeks, 1985.
- Haenen, J. Van Oers, B. (red.). *Begrippen in het onderwijs*. Amsterdam: Pegasus, 1983.
- Hiele, P.M.van. Fasen en stadia in de ontwikkeling van het denken zoals die door Piaget worden geconstrueerd, vergeleken met de denkniveaus geïntroduceerd door Van Hiele, *Pedagogisch Tijdschrift, Forum voor Opvoedkunde*, 5, p.207, 1982.

- Kuhlemeier, H. Vergelijkend onderzoek naar de perceptie van de leeromgeving in PLON-onderwijs en regulier natuurkundeonderwijs, *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, p.1, 1983.
- SLO. Situatiebeschrijvingen en wiskundeteksten, Wiskunde 12-16, Enschede: SLO, 1984.
- Vastenhouw, J., Jochems, W. Begrippen en hun niveaus van beheersing: de theorie van Klausmeier en haar belang voor het onderwijs, *Pedagogische Studiën*, 11, p.431, 1961.