

Abstractieniveaus in de ontwikkeling van het begrip

'elektrische stroom'

Henk Vos¹
Universiteit Twente
Faculteit der Elektrotechniek

Summary

Scientific concepts like electrical current, have been developed by abstraction from reality. The hierarchical model by Van Parreren describes six levels in the development of the mental act of abstraction. We apply this model to the abstracting tasks of comparing, measuring and calculating as they arise in connection with the concept current. It turns out that the same levels can be distinguished. These levels of abstraction describe a psychological development of the concept, not necessarily a chronological one. Only one word current stands for a concept that can be in six different states of development. Symbols and formulae play different roles at the various levels. The highest level is needed in order to determine the essential characteristics of a concept and to get insight into the conditions that limit our actions at lower levels. Tests to determine educational results cannot be independent of preliminary experience and educational tasks. It turns out that electrical current is one of the attributes of certain objects. At low levels of abstraction these objects are material electrical circuits, but at higher levels the objects are abstract electrical networks. Moreover, the concept of electrical current and the concept of voltage are different but inseparable at all levels of abstraction.

1. Inleiding

Het begrip elektrische stroom is algemeen bekend en komt in allerlei betekenissen en toepassingen voor. We kennen het stopcontact als stroomleverancier, we moeten stroom aansluiten op de platenspeler en de T.V., in de caravan kunnen we de stroom van de accu gebruiken voor koelkast en radio. De stroomverdeler in de automotor, de batterij in een zaklamp, hoogspanningskabels en de fietsdynamo worden met stroom geassocieerd. Als iemand onder stroom staat is dat niet best. Waar het ons in dit stuk om gaat is het begrip elektrische stroom, in het vervolg kortweg stroom genoemd, in de elektrotechni-

stroom, in het vervolg kortweg stroom genoemd, in de elektrotechnische en fysische betekenis van het woord.

Dit begrip stroom heeft zich bij een bepaald persoon in hoofdzaak ontwikkeld door de dagelijkse ervaring met stroom en door het onderwijs (op school of universiteit). Hierdoor is er een zekere hoeveelheid kennis betreffende stroom in het geheugen terechtgekomen. Bovendien is er abstractie opgetreden. Het type begrip dat ons interesseert en waar stroom een voorbeeld van is, is niet het empirische type, maar het theoretische begrip, dat ontstaan is door abstractie uit de werkelijkheid. Dit begrip is het resultaat van abstraheren.

Abstraheren is een activiteit die in de psychologie bestudeerd wordt. Wij baseren ons op het hiërarchische niveaumodel dat door Van Parreren (1979) is opgesteld. Hij heeft meer dan honderd constaterende experimenten onderzocht die uitgingen van classificatietaken. De psychologische handelingsstructuur waar het om ging was: het bepalen van gelijkheid, op grond van een gemeenschappelijk kenmerk dat uit gegeven (niet noodzakelijk materiële) objecten geabstraheerd moest worden. Van Parreren onderscheidt zes niveaus in de ontwikkeling van het abstraheren, genummerd vanaf niveau nul. Een samenvatting van dit model is te vinden in een appendix.

Van Parreren baseert zich op abstraherend handelen dat slechts in één vorm voorkomt: het bepalen van gelijkheid. Bij een begrip als stroom gaat het echter om een heel scala van andere taken, namelijk het vergelijken van stromen en het bepalen van stromen door meting en door berekening. De vraag waar het om gaat is dan: behoudt het model zijn waarde voor de handelingsstructuren vergelijken, meten en berekenen?

We zullen zien dat het inderdaad mogelijk is niveaus in de ontwikkeling van het begrip stroom te onderscheiden die overeenkomen met de niveaus in de ontwikkeling van het abstraheren. Deze niveaus mogen we daarom abstractieniveaus noemen. De ontwikkeling van het begrip is hier niet een cultuur-historische of een individueel-chronologische ontwikkeling, maar een psychologische ontwikkeling, een ontplooiing. De graad van ontwikkeling wordt aangegeven door het abstractieniveau. Hoe hoger het abstractieniveau, hoe machtiger het begrip, hoe meer mogelijkheden voor toepassing er zijn en hoe meer voorwaarden voor toepassing gehanteerd (dus ook omzeild) kunnen worden. Ook worden de essentiële kenmerken van het begrip steeds duidelijker.

De modellen die meestal gebruikt worden om de niveaus van beheersing van een wetenschappelijk begrip te beschrijven, zijn kennistheoretisch en empirisch-chronologisch van aard, zoals bijvoorbeeld het model van Klausmeier en Van Allen (Vastenhouw en Jochems, 1984). Deze modellen zijn veelal toegesneden op een bepaald

vakgebied of een onderdeel daarvan, en gaan uit van de gangbare onderwijspraktijk voor een zekere leeftijdsgroep en opleidingsniveau.

In het onderwijs gaat het echter evenzeer om de gewenste, als om de bereikte resultaten. Als we het doel primair stellen dan gaat het om wat de leerling moet kunnen doen met het geleerde en hoe hij dat moet doen, dus om de psychologische ontwikkeling van het begrip. De volgende en zeker niet minder belangrijke vraag is dan of en op welke wijze dit begrip chronologisch gezien tot stand gebracht kan worden voor de betreffende doelgroep. Het gaat om de gewenste resultaten, de procedure dient daartoe bij te dragen. De beschrijving van de gewenste niveaus in de ontwikkeling van een begrip dient daarom naar onze mening mede gebaseerd te worden op (ontwikkelings)psychologische gegevens, en dat kan met ons model.

Definiëring van deze niveaus is van groot belang voor het onderwijs: hiermee zijn onderwijsdoelen beter te omschrijven, en hiermee is beter in kaart te brengen hoever de leerling is. Beginvaardigheden, tussenresultaten en eindresultaten van het onderwijs zijn beter te bepalen. Ook zijn de schijnresultaten die je vaak tegenkomt beter te onderscheiden.

De ontwikkeling van het begrip stroom beschrijven we aan de hand van een aantal voorbeelden van (denk)handelingen die voorkomen bij het uitvoeren van taken waarin stroom een rol speelt. Hierbij moeten we onderscheid maken tussen handelingen die tijdens het leerproces uitgevoerd worden en die herinnerd en herhaald kunnen worden (al dan niet met andere waarden), en nieuwe handelingen die bestand zijn tegen storende factoren of die werkelijke generalisaties van het geleerde zijn.

Interessant is de vraag op welke wijze de verschillende niveaus bereikt worden en hoe we daartoe het onderwijs op de meest efficiënte wijze dienen in te richten, ervan uitgaande dat het bereiken van de hogere abstractieniveaus een doel van het onderwijs is. Er zijn aanwijzingen dat het niet noodzakelijk is de niveaus achtereenvolgens chronologisch te doorlopen. Ook zijn er voorbeelden van onderwijs waarbij al in de lagere klassen van de basisschool het hoogste niveau wordt bereikt. De factoren in het onderwijs die bijdragen tot het bereiken van hogere abstractieniveaus, vormen onderwerp van voortgezet onderzoek². We beperken ons hier tot het karakteriseren van de verschillende abstractieniveaus zonder aan te geven hoe deze bereikt kunnen worden.

In paragraaf twee passen we het model toe op het type taak dat ons interesseert, en wel: "Het uitvoeren van opgaven waarbij het begrip stroom een rol speelt". Dit leidt tot het onderscheiden van zes niveaus in de ontwikkeling van de abstraherende handelingsstructuren: vergelijken, meten en berekenen, toegepast op de abstractie "stroom".

We geven hierbij ook aandacht aan de rol die formules spelen in ons handelen.

In paragraaf drie bespreken we vervolgens enkele consequenties van ons model die van belang zijn voor het onderwijs.

2. De abstractieniveaus.

Het perceptieve niveau.

Op het laagste niveau, niveau 0, kan de leerling ³ een aantal materiële situaties op grond van zijn waarneming (voelen en zien) ordenen naar grote en kleine stromen. In tegenstelling tot een grootte als druk, die je rechtstreeks kunt voelen (vergelijk Vos, 1987) kun je stroom eigenlijk alleen indirect waarnemen. Daardoor is het ordenen van situaties via directe waarneming moeilijk. Een tamelijk direct gevoel van stroom treedt op in de volgende gevallen.

Als je de polen van een platte batterij dicht bij elkaar brengt en je likt aan beide tegelijk, voel je een prikkeling op je tong, die zwak is bij een lege batterij en sterk is bij een volle. Twee draden die met een accu zijn verbonden, geven een nog sterker prikkeling op je tong. Het aanraken van schrikdraad in de wei (voorzichtig proberen, met de rug van je hand, andere hand op de rug!) geeft een kleinere schok dan het aanraken van een ongesoleerde leiding van het lichtnet. In beide gevallen is het verband met de grootte van de stroom echter niet eenduidig.

Het waarnemen en vergelijken van stromen gaat beter indirect, via de uitslag van een stroommeter. Op dit niveau moet duidelijk op de meter staan dat het een stroommeter is. De leerling kan deze aflezen. De eenheid A moet ook duidelijk op de meter staan anders zegt hij dat de stroom 2,5 is. De leerling kan de meter nog niet zelf aansluiten, maar kan wel waarnemen aan de uitslag wanneer door een lamp een grotere of een kleinere stroom gestuurd wordt. Ook zal hij waarnemen dat de felheid van de lamp toe of afneemt. Door een knopje van een elektrisch kacheltje om te zetten, kun je er meer stroom door laten gaan. Dit gaat gepaard met meer warmte. Bij elektrisch lassen gebruikt de vlamboog in het begin veel stroom, de boog is dan erg fel. De ordening naar grote of kleine stroom vindt hier plaats aan de hand van de uitslag van een bepaalde stroommeter.

De leerling herkent stroom op dit niveau in een aantal analoge gevallen aan de waarneembare verschijnselen die als effect van stroom optreden zoals magnetische werking zonder permanente magneet in de buurt en ophouden van de werking bij verminderen van de stroom, warmteontwikkeling zonder vuur, beweging, licht, vonken, elektrische schok, enzovoort. De leerling kan stromen indelen in grote en kleine stromen door stroommeters af te lezen. Het symbool I voor

de grootte van de stroom is op dit niveau alleen nog maar een signaal om 2,5 op te schrijven.

Het niveau van de selectieve accentuering.

Op niveau 1, kan de leerling verschillende opstellingen niet alleen ordenen naar de grootte van de stroom, maar ook naar de grootte van andere kenmerken die in het spel zijn en die op niveau 0 of hoger beheerst worden, zoals temperatuur, prijs en kleur van de objecten, elektrische spanning, warmteontwikkeling en vermogen. Ook andere kenmerken brengen een ordening teweeg, zoals de soorten apparaten die gebruikt worden en de wijze van aansluiten: aangesloten of niet, aansluiting omgedraaid of niet, in serie of parallel geschakeld, enzovoort. De ordening vindt plaats aan de hand van direct of indirect waarneembare criteria en heeft betrekking op waarneembare objecten of een aanschouwelijke voorstelling daarvan. Het handelen vindt plaats op grond van waarneming en geheugen, er is nog geen sprake van denkgeregels.

Het belangrijkste kenmerk van niveau 1 is shift-gedrag: de leerling kan een ordening van een aantal situaties volgens het ene criterium omzetten in een ordening van dezelfde situaties volgens een ander criterium. Stel we hebben de volgende situaties: een gewone lamp van 25 watt is aangesloten op het lichtnet met een stroommeter en een spanningsmeter erbij, beide correct aangesloten, en, de tweede situatie, twee lampen van 100 watt samen met een stroommeter in serie aangesloten op het lichtnet, benevens een spanningsmeter over een van de lampen aangesloten. De leerling is nu in staat deze twee situaties eerst correct te ordenen naar de grootte van de stromen die in het spel zijn, en vervolgens correct te ordenen naar de grootte van de spanning over de lampen waar de spanningsmeters over staan (deze ordening is juist andersom als de eerste), en daarna naar de lichtopbrengst van de lampen waar de spanningsmeter over staat.

Doordat de leerling dit soort ordeningen uit kan voeren, zou hij kunnen abstraheren dat steeds wanneer het over stroom gaat, er ook spanning in het spel is, maar dat andere kenmerken zoals de kleur van de gebruikte draden, niet relevant zijn. Hij komt dan op het begin van niveau 2 want dit zijn al regels. Het hangt van de taken af die de leerling krijgt opgedragen, of hij zijn begrip van het begrip stroom ook werkelijk op deze wijze en zover ontwikkelt.

Op niveau 1 zijn ook andere ordeningen mogelijk. Als men de beide aansluitingen van de spanningsbron van een gelijkstroomtrein verwisselt, slaat de stroommeter de andere kant uit: de stroom er doorheen wordt tegengesteld. De trein loopt ook de andere kant op. Voor een 220 volt ventilator geldt dit niet. Zo kun je gelijkstroom van wisselstroom onderscheiden. De aanduidingen op de meters: gelijkstroommeter of wisselstroommeter, krijgen dan betekenis. Via

demonstratie kan de leerling waarnemen dat gelijkstroom een magnetische werking heeft: kleine magneetjes in de buurt van een stroomdraad verdraaien. Hoe groter de stroom, hoe verder de verdraaiing. Deze werking van de stroom kun je versterken door de stroomdraad een aantal malen rond te voeren in een spoel. Zo kun je gelijkstromen met elkaar vergelijken en een gelijkstroommeter maken. Bij wisselstroom uit het lichtnet lukt dit niet, daar heb je speciale wisselstroommeters voor. Voor erg grote stromen heb je weer andere meters nodig dan voor kleine stromen, dat weet de docent precies. De stroom uit een microfoon neem je waar met een versterker en een luidspreker, of met een oscilloscoop met ingebouwde versterker. Dichter bij de microfoon spreken geeft dan een krachtiger geluid uit de luidspreker en woestere patronen op het oscilloscoopscherm. De versterker en de oscilloscoop werken zelf ook weer op stroom, maar dat is wisselstroom uit het lichtnet. Het is nu dus mogelijk verschillende soorten stroom te onderscheiden.

De leerling kan op niveau 1 de dimensie (als "attribute") stroom onderscheiden van de dimensie kleur of spanning, gesteund door de waarneming in materiële situaties. Deze materiële gevallen omvatten ook de zogenaamde gematerialiseerde situaties, dat wil zeggen schriftelijke beschrijvingen, tekeningen en schema's, mits deze gesteund worden door aanschouwelijke, levende voorstellingen van de materiële objecten. De leerling kan op deze manier in schriftelijke opgaven stroom en spanning herkennen. Hij weet dan dat als er geen sprake is van spanning, het begrip stroom niet van toepassing is in de opgave. Hij verliest dus geen tijd aan denken over stroom als dat niet relevant is. Hij krijgt de voorwaarden voor toepassing van het begrip in het oog.

De leerling herkent verschillende soorten stroom. Echter, als de leersituaties alleen betrekking hebben gehad op lampjes, dan mag niet verwacht worden dat de leerling in de schoolsituatie op dit niveau gelijkstroom kan onderscheiden van wisselstroom. Voor een breder leerstofgebied is uiteraard een groter scala van leersituaties vereist, of, een andere mogelijkheid, er dient een generalisatie plaats gevonden te hebben naar andere soorten stroom, maar dat ligt op niveau 3.

Het is mogelijk dat in de leerstof een speciaal symbool voor de dimensie stroom is opgenomen. Met dat symbool kan de dimensie stroom dan onderscheiden worden van de dimensie spanning. Dat symbool wordt op dit niveau als een signaal opgevat om na te gaan of de dimensie stroom te herkennen valt hetzij via de waarneembare effecten ervan, vooral de uitslag van een stroommeter (de waarneembare kenmerken), dan wel via de uitslag van een spanningsmeter (een voorwaarde).

Het regelniveau.

Op niveau 2, kan de leerling stromen bepalen (door meting of berekening) via intern vastgehouden, expliciete regels, zonder steun van de waarneming wat betreft de grootte van de stroom. Het gaat echter nog steeds over materiële objecten. Het handelen wordt ondersteund door de waarneming van deze objecten of door een aanschouwelijke, levende voorstelling daarvan. De stroom in de ene situatie wordt nu intern vergeleken met de stroom in de andere situatie. De stroom in een bepaalde situatie wordt als referentie gekozen en vastgehouden. De grootte van de stroom is nu niet meer 2,5 maar 2,5 A omdat hij intern gerelateerd wordt aan de referentiesituatie. Ook wordt 2,5 A nu gelijk aan 2500 mA: de leerling kan de stroomaanwijzing van verschillende meters vergelijken. De letter I is nu werkelijk een symbool voor de waarde van de stroom, de leerling noteert dan ook $I=2,5 \text{ A}$.

De leerling heeft nu onder andere de volgende regels ter beschikking. Wanneer een apparaat met slechts één draad verbonden is met een spanningsbron, loopt er geen stroom. Als er wel stroom loopt, moet er nog een (verborgen) draad zijn: stroom treedt op als een spanningsbron en een apparaat door twee draden verbonden zijn. Het onderbreken van één der verbindingen leidt tot een onderbreken van de stroom. Er komen dus steeds meer voorwaarden in het zicht die vervuld moeten zijn voor toepasbaarheid van het begrip stroom. Hier volgen nog enige voorbeelden.

Een lampje van 4,5 V werkt op 3 batterijen van 1,5 V in serie. Drie lampjes van 1,5 V in serie werken prima op een batterij van 4,5 V maar parallel branden ze door. Twee lampjes van 1,5 V parallel aangesloten op een batterij van 1,5 V gebruiken tezamen tweemaal zoveel stroom uit de spanningsbron als één lampje. Een auto die niet wil starten help je door een volle accu parallel aan de lege te zetten.

De leerling is nu in staat de stroom te berekenen die optreedt als een accu van 6 V wordt aangesloten op een lampje van 3 W. Hij kan uitrekenen hoeveel lampen van 60 W op een groep van het lichtnet kunnen worden aangesloten als er een zekering van 10 A voor die groep in de meterkast zit. Hij kan relevante van irrelevante gegevens onderscheiden en wordt er niet door in verwarring gebracht. Bij onvolledige opgaven ontdekt hij wat er ontbreekt, en vraagt om de ontbrekende gegevens.

De leerling heeft bijvoorbeeld de volgende regels geabstraheerd. Bij gelijke stroom is de vermogensoverdracht groter naarmate de spanning groter is, bij gelijke spanning is het vermogen groter naarmate de stroom groter is, voor gelijke vermogensoverdracht kan de stroom lager zijn naarmate de spanning hoger is. Als de begrippen spanning (U) en vermogen (P) evenver ontwikkeld zijn als stroom, kan de relatie tussen deze begrippen, die op niveau 1 alleen nog maar

waargenomen kon worden, samengevat worden in de formule $P=U.I$, die gebruikt kan worden voor berekeningen en voor metingen. In deze formule is de relatie tussen de getalwaarden én de relatie tussen de dimensies geabstraheerd uit de werkelijkheid: de formule kan bijvoorbeeld niet zonder eenheden gebruikt worden.

Na enige oefening kan de leerling niet al te gecompliceerde opgaven in het hoofd oplossen zonder gebruik van schetsen of tekeningen, waarbij de waarden van grootheden die als tussenresultaat optreden worden genoteerd ter ondersteuning van het geheugen. Hij heeft een oplossingschema in zijn hoofd dat hij zonodig kan expliciteren met voorwaarden voor toepassing en al. Dit is méér dan het gedachtenloos, formeel of algoritmisch manipuleren met de formule $P=U.I$ waarin alleen andere getallen worden ingevuld op dezelfde wijze die vroeger is geoefend en opgeslagen in het geheugen. De handeling vindt niet plaats volgens een algoritme dat een oplossing garandeert, maar volgens een heuristiek die in een beperkt aantal materiële gevallen tot een oplossing leidt, namelijk in die gevallen waarin aan de voorwaarden voor het toepassen van het begrip stroom is voldaan, en die inzichtelijk gehanteerd wordt, dus teruggevoerd kan worden tot de kenmerken van stroom op het perceptieve niveau. De leerling is in staat mondeling of schriftelijk weer te geven wát hij gedaan heeft en waaróm. Hij kan dus bijvoorbeeld uitleggen waarom je stroom en spanning moet vermenigvuldigen en niet delen om het vermogen te krijgen (Treffers, 1984).

Een ander spoor van leeractiviteiten leidt tot de volledige meethandeling. De leerling is dan in staat om zelf de stroom te meten door correct een stroommeter te kiezen, aan te sluiten en af te lezen en eventueel de correctie te berekenen voor de invloed van de meter op de te meten waarde, als hem dat geleerd is. Hetzelfde geldt voor de spanning en het vermogen.

Op dit niveau worden stroom en spanning onlosmakelijk met elkaar verbonden. Ze zijn wel te onderscheiden, maar niet te scheiden. In elke stroomkring treedt zowel een spanning als een stroom op. Meestal is er sprake van een spanningsbron en een apparaat dat daarop wordt aangesloten. Als een apparaat op verscheidene spanningswaarden mag worden aangesloten (hetgeen niet altijd het geval is), dan is de stroom vaak (maar niet altijd) groter naarmate de spanning groter is. Dit is al op niveau I waar te nemen, en wordt door de leraar veelal in verband gebracht met het begrip weerstand.

Het begrip weerstand vereist speciale aandacht, hoewel het op het eerste gezicht los staat van het begrip stroom. Het blijkt dat weerstand een handig begrip is om in serie- en parallelschakelingen stromen en spanningen uit te rekenen. De waarde van de weerstand heeft op dit niveau echter in het handelen alleen de betekenis van een spanningswaarde gedeeld door een stroomwaarde, in formule

$R=U/I$. Dit begrip "elektrische weerstand" ligt wel hoger dan wat er in het beginnend elektriciteitsonderwijs bereikt wordt. Daar is de elektrische weerstand nog niet geabstraheerd uit de materiële situaties. Immers, de uitwerking van weerstanden en lampjes op stroom wordt klaarblijkelijk verschillend geacht (Licht, 1986). De vraag is dan nog of het in het denken van de leerling om materiële weerstanden en lampjes gaat, of om de schematische voorstelling daarvan op zichzelf.

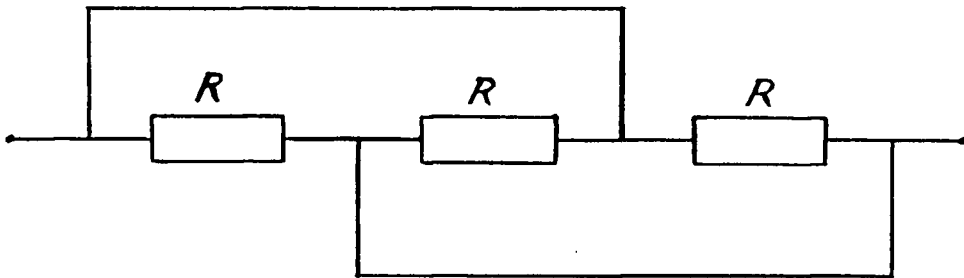
Een complicatie bij het begrip weerstand is de volgende. Sommige apparaten functioneren alleen naar behoren wanneer ze op 220 V worden aangesloten, waardoor de weerstand slechts zinvol te bepalen is voor één waarde van de stroom. Andere apparaten mogen op meerdere spanningen aangesloten worden, daarvoor is dus bij verschillende stromen de weerstandswaarde te bepalen. Als er dan steeds ongeveer dezelfde weerstandswaarde uitkomt zeggen we dat we een lineaire weerstand hebben gevonden, anders een niet-lineaire. (Op analoge wijze zou een leerling kunnen nagaan of een spanningsbron steeds dezelfde spanning geeft bij verschillende stromen, en of een tweemaal zo grote wisselspanning over een condensator of een spoel ook een tweemaal zo grote stroom geeft).

Op niveau 2 kan experimenteel bepaald worden of het apparaat in de stroomkring een lineaire weerstand bezit, of niet. De regels voor stroom en spanning hebben betrekking op stroomkringen, op materiële objecten daarin. Het theoretische object "lineaire weerstand" is echter een verdergaande abstractie en fungeert pas op niveau 4. Op niveau 2 kan alleen formeel manipulerend omgegaan worden met de formules en schema's die betrekking hebben op weerstanden, dat wil zeggen dat de symbolen zelf object van het handelen zijn. Dit in tegenstelling tot werkelijk inzicht, waarbij de symbolen staan voor begrippen die geabstraheerd zijn uit de werkelijkheid zodat op elk moment kan worden teruggekeerd naar die werkelijkheid. Blijkens het onderzoek van Licht (1986) is van zulk inzicht vrijwel geen sprake in het voortgezet onderwijs.

Het niveau van de regelgeneralisatie.

Op niveau 3 is de handeling generaliseerbaar naar (alle) andere materiële objecten. Niet alleen de objecten waarop de handeling betrekking heeft kunnen veranderd worden, maar ook de handeling zelf. In gevallen waarin aan de voorwaarden voor toepassing van de regel op niveau 2 niet voldaan is, kan de regel worden aangepast aan de nieuwe voorwaarden. Het kan zijn dat deze voorwaarden zelfs niet ter sprake zijn geweest op niveau 2: zij worden nu pas zichtbaar.

Stel dat de leerling het volgende probleem krijgt (uit de eerste ronde van de Nederlandse Natuurkunde Olympiade 1986): bepaal de substitutieweerstand van de drie weerstanden in de volgende figuur.



Stel dat de leerling geen specifieke regel op niveau 2 ter beschikking heeft om de weerstand voor deze ingewikkelde schakeling uit te rekenen. Om het probleem op te kunnen lossen moet hij een hogere regel geabstraheerd hebben die inhoudt dat verschillend getekende schema's equivalent kunnen zijn. Hierdoor wordt hij op het spoor gezet om het schema anders te tekenen. Ook een andere generalisatie kan tot oplossing leiden, bijvoorbeeld een symmetrieregels. Echter, symmetrie is een begrip dat op niveau 5 ligt!

Op niveau 3 kan de handeling zelf gewijzigd worden. Het zou echter kunnen zijn dat deze wijziging reeds eerder werd uitgevoerd of gezien, en goed onthouden. Om te kunnen vaststellen of niveau 3 bereikt is, is dus een gedetailleerde kennis van het voorafgaande leerproces vereist, want de leerling zou het schema gehad kunnen hebben, en dan is het een kwestie van geheugen en niet van abstractie.

Een meetvoorbeeld. Een student moet een wisselstroom meten met de oscilloscoop, zonder dat iemand hem verteld heeft hoe. Dit is een voorbeeld waarbij een elektrostatische spanningsmeter (de oscilloscoop) wordt omgezet in een stroommeter. Op dit niveau is een hogere regel ontstaan waarin stroom- en spanningsmeters niet meer wezenlijk verschillen, en in elkaar omgezet kunnen worden. Het verschil zit alleen in het gebruik: shunt- of serieweerstanden gebruiken, stroommeters in serie schakelen, spanningsmeters parallel.

In deze gevallen is generalisatie opgetreden van de handeling op niveau 2 die in eerdere leeractiviteiten is geoefend. De handeling is niet alleen inzichtelijk maar ook flexibel, er is een hogere handlingsstructuur tot stand gekomen waar de oplossingsprocessen in deze opgaven voorbeelden van zijn. Er is een algemene hoofdregel ontstaan waarin de specifieke uitvoeringsregels kunnen worden herkend: deze hoofdregel constitueert de uitvoeringsregels. Wel gaat het steeds om materiële objecten en concrete situaties. Als deze niet zichtbaar zijn kunnen ze altijd voorgesteld worden door foto, film, video, model of

door een beschrijving zoals in opgaven plaats vindt, al dan niet met tekening. Een voorwaarde is dat de student het materiële object kent en herkent, er een levende voorstelling van heeft. Is dit niet het geval dan moet de student handelen aan voor hem denkbeeldige objecten. Dit vereist verdergaande abstractie en ligt op het volgende niveau. Het zou ook eenvoudiger kunnen, op niveau 2, door formeel doch klakkeloos om te gaan met formules. Ten onrechte wordt dit soms abstract handelen met stroom genoemd.

Het abstract-symbolische niveau.

Op niveau 4 is de constituerende hoofdregel toepasbaar op alle, ook denkbeeldige, objecten. Pas op dit niveau wordt de klasse van objecten "lineaire elektrische weerstanden" voortgebracht als het gedachte resultaat van een handeling waarin stromen en spanningen voorkomen die in een lineaire relatie tot elkaar staan. Het begrip lineaire elektrische weerstand is een theoretisch object van geabstraheerde meet- en berekeningshandelingen. Een lineaire weerstand is een denkbeeldig object, element genoemd, waarvan sommige materiële componenten onder bepaalde voorwaarden een benadering zijn. Evenzo zijn voor andere componenten denkbeeldige, "ideale", objecten geabstraheerd. Met name geldt dit voor spanningsbronnen: elementen waarvan de spanning onafhankelijk is van de geleverde stroom. Een accu en een sinusgenerator zijn benaderingen hiervan, onder de voorwaarde dat de stromen niet te groot worden.

Er kan nu onderscheid gemaakt worden tussen de materiële schakeling, die bestaat uit materiële componenten en verbindingen, en het bijbehorende netwerk dat zuiver denkbeeldig is en bestaat uit elementen die geidealiseerde componenten zijn (Gröneveld, 1983).

Het opstellen van een netwerkmodel voor componenten of schakelingen is pas op dit niveau mogelijk. Zo'n model bevat zoals gezegd alleen elementen of geidealiseerde componenten. Dit (denkbeeldige) netwerk is nu op twee manieren op te vatten, die beide tot niveau 4 behoren. Ten eerste kan men blijven denken dat de stromen en spanningen berekend in een (theoretisch) netwerk steeds dezelfde zouden moeten zijn als de stromen en de spanningen die optreden in een overeenkomstige (materiële) schakeling. Men zou dit de praktische manier van denken kunnen noemen. Hierin is geen plaats voor stapfunctie en impulsfunctie, omdat stromen en spanningen niet oneindig kunnen worden of oneindig snel kunnen veranderen. De limietovergang naar impulsfunctie wordt wel beheerst maar teruggehouden, opgeschort, niet van harte gemaakt. In dit denken wordt voortdurend de relatie tussen praktijk en theorie benadrukt. Op elk moment is het mogelijk van de idealisering over te stappen naar de materiële werkelijkheid. Voortdurend realiseert men zich dat alle

functies, vergelijkingen, elementen en structuren benaderingen zijn. Dit is werkelijk inzichtelijk denken.

Ten tweede kan men het netwerk denkbeeldig laten. Het netwerk verliest dan alle ruimtelijke afmetingen en alle relaties met ladingen en velden en wordt geheel abstract. Wat overblijft is een parameter t , de stromen, de spanningen en de vermogens in het netwerk, de elementvergelijkingen voor de elementen met hun parameters, en de structuur van het netwerk met de wetten van Kirchhoff. De studie van zo'n netwerk is verder geheel theoretisch van aard en leidt tot verdere abstractie (of liever generalisatie) dan de eerste visie, maar ook tot een (tijdelijk) loslaten van de werkelijkheid. Oneindige stromen en spanningen kunnen optreden en dergelijke. Deze theoretische wijze van denken moet dan ook achteraf haar toepasbaarheid op de praktijk bewijzen door aan te tonen dat de resultaten overeenkomen met de werkelijkheid. Tijdens de ontwikkeling van de theorie wordt alleen op interne consistentie gelet, net zoals in de wiskunde gebruikelijk is.

Met inzichtelijk bedoelen we op dit niveau dat de student tijdens of na zijn formele berekeningen door over te stappen naar materiële niveaus moet kunnen aangeven waarom hij op een bepaalde manier handelt. Irrelevante gegevens moet hij negeren, onvolledigheden opsporen, kenmerken en voorwaarden op correcte wijze hanteren. Het object van het begrip stroom is op niveau 4 een gedacht (denkwijze twee) maar in principe als concrete realiteit bestaanbaar (denkwijze een) netwerk. Een schema kan dan ook op twee manieren opgevat worden: als een representatie van het netwerk of als een representatie van de schakeling.

Op dit niveau is het ook mogelijk na te denken over oneindig grote en oneindig kleine stroom hoewel geen van beide in werkelijkheid bestaan. Ze kunnen opgevat worden als een limiet van steeds grotere respectievelijk steeds kleinere stroom. Een stroom ter waarde nul zou op niveau 0 zelfs niet onder het begrip stroom gerangschikt kunnen worden omdat het kenmerk van stroom niet aanwezig is! Ook de momentane stroom $i(t)$ die van moment tot moment kan variëren, ligt op dit niveau.

De hoofdregel zelf is verder gegeneraliseerd. Het begrip stroom heeft zich geweldig ontplooid. Op niveau 2 is de stroom een grootte die voor een zekere stroomkring een bepaalde waarde heeft. Het gaat daarbij om een gelijkstroomwaarde, of een amplitudo of een effectieve waarde van een wisselstroom. Deze waarde kan bekend, of nog onbekend, te bepalen, zijn, en wordt aangeduid met I . Op niveau 4 duidt het symbool i een element uit een klasse van stroomwaarden aan die een karakter van kwantitatieve onbepaaldheid in zich draagt: kwantitatief onbepaald wat betreft het aantal waarden in de klasse. Het symbool i is een continue variabele. Hij wordt als functiesymbool

gebruikt. Deze functie $i(t)$ voegt aan elk tijdstip waarop het netwerk "bestaat" een stroomwaarde toe. Het netwerk kan zelf momentaan opgevat worden. De elementen kunnen in de tijd veranderen, maar ook de structuur van het netwerk, bijvoorbeeld door schakelaars te sluiten op een zeker tijdstip.

Op dit niveau kan de student de momentane stroom zien als de limiet van een gemiddelde stroom over een eindig tijdsinterval dat steeds kleiner wordt, en ook de gelijkstroom als een opeenvolging van oneindig veel gelijke, momentane stromen. Het oscilloscoopbeeld kan nu geïnterpreteerd worden als een opeenvolging van momentane stromen of spanningen.

De golflijn op het oscilloscoopscherm kan nu ook geïnterpreteerd worden als een concreet voorbeeld van een harmonische stroom die in gedachten van t is min oneindig naar t is plus oneindig doorgolft. Deze denkbeeldige, zuiver harmonische stroom heeft dan een bepaalde fase ten opzichte van de eveneens denkbeeldige, zuiver harmonische spanning. Amplitudo en fase kunnen gesymboliseerd worden in de complexe voorstelling van deze harmonische stroom.

Het niveau van de relatering.

Op niveau 5, dat is het hoogste niveau, is een volledig begrip(!) van het begrip elektrische stroom als (denk)handeling bereikt. Het begrip stroom (en ook spanning) is nu een object van het denken geworden. We kunnen nu bewerkingen op de stroomfuncties van niveau 4 uitvoeren.

Als we een spanningsbron aansluiten op een weerstand heeft dat een stroom tot gevolg. De aangesloten spanning is nu, evenals de stroom, een complete functie van de tijd, dus niet één waarde maar een signaal. We kunnen de spanning als ingangssignaal opvatten van een netwerk dat uit één weerstand bestaat, en de stroom als uitgangssignaal. De weerstand zet spanning om in stroom. Er bestaan echter ook stroombronnen.

Een stroombron is een element dat een stroom levert die onafhankelijk is van de spanning die er over staat. Een realisatie hiervan is een hoogspanningsgenerator met een grote lekweerstand, maar ook een transistor aan de collector gezien. Als je een weerstand opneemt in de collectorleiding van een transistor, dan wordt de spanning over die weerstand bepaald door de grootte van de stroom. Hier wordt opeens spanning een gevolg van stroom. Als we dus de stroom als ingangssignaal beschouwen, zet de weerstand stroom in spanning om. Dus net wat we willen: we kunnen zeggen dat spanning de oorzaak is van stroom, of omgekeerd. Dat hangt er vanaf wat we als ingang, als bron, kiezen.

We zien nu dat de redenering die op lagere niveaus kan voorkomen, en die luidt dat stroom een gevolg is van spanning, te maken

heeft met de beperkende voorwaarde dat de bronnen spanningsbronnen zijn. Deze redenering betreft dus niet een essentieel kenmerk van stroom, maar een niet noodzakelijke voorwaarde die door veel leerlingen als een essentieel kenmerk van het begrip wordt opgevat (Licht en Snoek, 1986).

Een elektrische weerstand en in het algemeen elk netwerk kan nu beschouwd worden als een operator, die op een ingangssignaal $x(t)$ een bewerking uitvoert, een omzetting teweeg brengt, die leidt tot een uitgangssignaal $y(t)$. Hierbij kunnen zowel x als y een stroom of een spanning zijn.

Het gaat nu om eigenschappen van stromen (en spanningen), stroom wordt een object van het denken. De vraag wordt wat je met stromen kan doen. Dit hangt echter af van de netwerken die je kunt bedenken en realiseren. De netwerkanalyse, zeg maar elektriciteitsleer voor gevorderden, houdt zich bezig met de eigenschappen van netwerken als bewerkers of overdrachtssystemen van spanningen en stromen.

Het object van het denken is nu de totale klasse van functies $i(t)$ van niveau 4. Dit komt tot uiting in de complexe voorstelling van harmonische stromen. In deze complexe voorstelling is de tijdparameter verdwenen. In plaats daarvan is de frequentie als parameter ingevoerd voor een bepaalde klasse van functies. Er kunnen nu complexe "weerstand", impedanties, ingevoerd worden waardoor ook condensatoren en spoelen onder het begrip "weerstand" gaan vallen.

In verband hiermee wordt het begrip lineariteit enorm uitgebreid. Een lineair netwerk, als overdrachtssysteem beschouwd, kan dan beschreven worden met behulp van een overdrachtsfunctie die alleen van de frequentie, de netwerkstructuur en de elementen afhangt.

We zien nu dat het onderscheid tussen weerstanden, condensatoren en spoelen, dat op niveau 2 ons handelen beperkt, op niveau 5 als een voorwaarde wordt ontmaskerd die niet essentieel samenhangt met het begrip stroom. Echter, wederom moeten we benadrukken dat dit afhangt van onze ervaring in het onderwijs en daarbuiten. In de elektrotechnische opleidingen kan al op niveau 2 en 3 inzichtelijk worden omgegaan met complexe impedanties.

Stroom is nu een object dat geïnjecteerd kan worden in een netwerk. Hiervoor zijn altijd twee klemmen nodig: de stroom gaat door het ene punt naar binnen, door het andere punt vloeit evenveel stroom naar buiten. Hiermee gepaard gaat een spanning tussen die twee punten. Die twee punten met aan de ene kant een bron (van spanning of stroom) en aan de andere kant een element of netwerk, vormen een zogenaamde vermogenspoort: door de poort wordt vermogen uitgewisseld tussen bron en netwerk. Aan de uitgang vinden we net zo'n poort waar vermogen wordt overgedragen tussen netwerk en belasting (een meter bijvoorbeeld).

Het begrip stroom heeft zich dus enorm ontplooid, maar ook de objecten waar stroom een eigenschap van is. Deze objecten ontplooiën zich van stroommeters tot stroomkringen, die allerlei componenten bevatten, via schakelingen tot netwerken die allerlei ideale componenten oftewel elementen bevatten, en uiteindelijk via overdrachts-systemen tot poorten. De ontwikkeling van het begrip stroom hangt samen met de ontwikkeling van de objecten waarop stroom van toepassing is.

3. Consequenties.

De voorgaande analyse bewijst de waarde van het niveau-model van Van Parreren. Het model geeft aanleiding abstractieniveaus te onderscheiden in de (psychologische) ontwikkeling van een wetenschappelijk begrip zoals stroom. Ook voor andere wetenschappelijke begrippen zijn soortgelijke abstractieniveaus te onderscheiden (vergelijk Vos, 1987). Een dergelijk wetenschappelijk begrip interpreteren we daarom als de mentale handeling die de verbinding legt tussen zekere objecten en de waarde (value) die zij bezitten voor een zekere eigenschap (attribute). Hoe verder het begrip ontwikkeld is, dus hoe hoger het abstractieniveau, hoe uitgebreider de klasse van objecten waarvoor het begrip is toe te passen, en hoe uitgebreider de verzameling van waarden is.

Als we alle abstraheren opvatten als denkhandeling, dan treedt er op alle zes niveaus een denkhandeling op. In het algemeen beschouwt men vaak de handelingen op de hogere niveaus pas als echte denkhandelingen:

Op niveau 2 wordt de waarde die een materieel object heeft met betrekking tot een eigenschap object van het denken.

Op niveau 3 wordt de waardebeoordeling voor materiële objecten, de handeling zelf, object van het denken.

Op niveau 4 worden de objecten van de handeling objecten van het denken. De handeling is een constituerende handeling voor de klasse van objecten die eronder vallen, en voor de verzameling van waarden op dit niveau.

Op niveau 5 wordt de volledige handeling een object van het denken waardoor een volledig begrip van de eigenschap aanwezig is.

We realiseren ons nu dat er slechts één woord stroom is om een begrip aan te duiden dat zich op zes verschillende niveaus van ontplooiing kan bevinden. Vooral in de inleidende leerstof leidt dit tot problemen voor de student (zie Elshout-Mohr en Van Daalen-Kapteijns, 1985).

Degene die op niveau 5 is aangeland kan een definitie van het begrip stroom geven die niet alleen tot op dit niveau geldig is, maar waarin ook alle specifieke gevallen van stroom te herkennen zijn. Zo'n definitie zou bijvoorbeeld kunnen zijn:

Stroom is een van de eigenschappen van een poort. Een poort is een samengesteld object dat bestaat uit twee aansluitpunten en twee verbindingen daartussen waarin zich objecten bevinden die zelf ook weer samengesteld kunnen zijn. Door de verbindingen loopt een rondgaande stroom, tussen de punten staat een spanning, en er vindt vermogensoverdracht plaats van het ene object naar het andere. Stroom, spanning en het daaruit volgend vermogen hebben alle een oriëntatie en een grootte, en kunnen ook nul zijn. Stroom is te herkennen aan haar magnetische werking, en spanning aan haar elektrische werking op ladingen. Deze grootheden zijn onlosmakelijk verbonden hetgeen o.a. blijkt uit de beschrijving van de objecten in de verbindingen.

Net zoals elke schakeling opgevat kan worden als een materiëel voorbeeld van een netwerk, zo kan nu elk stopcontact waaruit stroom wordt afgenomen, opgevat worden als een materiëel voorbeeld van een poort.

Zo'n definitie komt dus achteraf tot stand, nadat het totale proces van het abstraheren is doorlopen. Vaak beschouwt men deze abstracties als de definitie waarvan uitgegaan moet worden in de leerstof. Dit is onjuist, het begrijpen van de abstracte definitie is een einddoel van het onderwijs. Over de wijze waarop dit einddoel bereikt wordt bestaan verschillende meningen.

De aanname dat je moet beginnen bij zo'n definitie om generalisatie tot stand te brengen is niet noodzakelijk. Een leerdefinitie die specifiek is, dus minder algemeen geldig dan, doch niet in strijd met de abstracte definitie, kan ook tot generalisatie leiden (zie Obuchova, 1973; Vos, 1987). Dit terzijde.

Voor het onderwijs is nu belangrijk dat pas op niveau 5 alle voorwaarden in het zicht komen die ons handelen op lagere niveaus beperken, en dat pas op niveau 5 duidelijk wordt welke kenmerken essentieel zijn voor het begrip. Voorts is voor de onderwijsvormgeving van belang dat hier niet alleen een symbolisering van het begrip in woorden kan plaats vinden, zoals bij een definitie het geval is, maar dat ook andere symboliseringen bedacht kunnen worden, in formules, in schema's, in modellen en in demonstratie- experimenten, die de essentiële kenmerken in reïncultuur bevatten. Een symbool, een demonstratie-experiment of een model kan vanaf niveau 0 functioneren, een schema dat de relaties tussen verschillende dimensies weergeeft, vanaf niveau 1, en een formule voor de kwantitatieve relaties tussen de samenstellende grootheden vanaf niveau 2.

Deze symboliseringen zijn eigenlijk materialiseringen van het begrip op het hoogste niveau. Zij geven in materiële vorm een mogelijkheid voor de studenten tot oriëntering op de gedachten van de docent mits de docent duidelijk aangeeft over welke specifieke voorwaarden heen ggeneraliseerd moet worden. Een goed en creatief

docent is soms in staat een demonstratie te bedenken die de toeschouwers in de waarneming van materiële objecten, dus op niveau 0, reeds zicht geeft op het begrip als object van het denken op niveau 5. Hiertoe moet hij de beperkende voorwaarden voorzien en laten vallen, en de essentiële kenmerken belichten. Dit getuigt van een werkelijke beheersing van het begrip stroom die bruikbaar is in het onderwijs.

Het afdalen naar het materiële van niveau 0 of 1 en het zich losmaken van hogere abstraheringen is hierbij het moeilijkste gebleken. Ook bij de opleiding van aanstaande leraren blijkt dat studenten het erg moeilijk vinden om het abstracte begrip waarneembaar te maken. Het hanteren van abstractieniveaus kan hier dienstbaar zijn om verbalisme en formele formule manipulatie te doorbreken.

Wanneer een docent door af te dalen naar materiële niveaus de leerlingen of studenten zicht geeft op het abstracte begrip op hoog niveau, zit het gehoor meestal te genieten van de glasheldere uiteenzetting en het wijde perspectief dat geboden wordt. De illusie van inzicht is echter van korte duur. Zonder inspanning en toepassing via het maken van opgaven komt geen duurzaam inzicht tot stand. We komen nu op het terrein van de inrichting van onderwijs dat gericht is op het bereiken van hoge abstractieniveaus. Daarmee zullen we ons nu niet bezig houden. Wel willen we iets opmerken over de daarvoor benodigde analyse van de leerstof. De docent moet opgaven voorbereiden en aanwijzingen verstrekken om deze opgaven zo te kunnen maken dat de inspanningen van de student leiden tot de gewenste abstractie. Een probleem hierbij is dat de denkhandelingen van de docent voor een gedeelte verkort, en voor een ander gedeelte intuïtief verlopen. De opgave voor de docent is dus enerzijds om zijn eigen verkortingen op te heffen en de volledige denkhandeling te reconstrueren, anderzijds om datgene wat hij intuïtief doet expliciet te maken. Het is onze ervaring dat ons model daarbij behulpzaam kan zijn, vooral wat betreft de basisbegrippen van een vak.

Uiteraard betekent dit niet dat elke docent elk begrip op niveau 5 moet beheersen. Voor het geven van onderwijs gericht op niveau 2 is een beheersing op niveau 2 à 3 voldoende. Wel is het gewenst dat de samenstellers en de schrijvers van de leerstof te rade gaan bij de juiste deskundigen om een overzicht te krijgen van alle voorwaarden, ook die welke in het begin buiten beschouwing worden gelaten. Anders bestaat het gevaar dat irrelevante, storende materiaalfactoren als essentieel in het begrip sluipen, en een verdere ontwikkeling van het begrip blokkeren.

Een belangrijk aspect van de relatering van het begrip stroom aan andere begrippen op niveau 5 is de bredere visie die ontstaat. De relaties met andere vakonderdelen en disciplines komen meer in 't zicht. Het kan zijn (afhankelijk van het onderwijs) dat men zich nu

pas realiseert dat de invoering van stroom en spanning het mogelijk maakt om magnetische en elektrische velden uit de beschrijving te verwijderen, waarbij de buitenwereld die energie afneemt, wordt vervangen door weerstanden. In een andere onderwijssituatie waarin men uitgaat van elektrische en magnetische velden, kan deze motivering echter reeds bij de invoering van die begrippen geleerd zijn. Het bereikt hebben van een bepaald niveau van abstractie kan dus niet afgelezen worden uit het resultaat van een handeling of uit het antwoord op een opgave, maar hangt af van de wijze waarop het resultaat tot stand komt en de (denk)handelingen die daarvoor uitgevoerd worden. Het belangrijkste instrument om achter deze gedachten te komen is het geven van afwijkende opgaven, opgaven waarin de voorwaarden anders zijn, of waarin storende factoren aanwezig zijn die niet eerder aan bod zijn gekomen, en vervolgens de vraag aan de student: "Waarom doe je dit? Waarom doe je dit op deze manier?". Wij zijn van mening dat met het gepresenteerde model de docent beter in staat is het ontwikkelingsniveau van dit denken te beoordelen. Hierdoor krijgt hij een instrument in handen waarmee hij het onderwijs beter aan kan passen aan het begripsniveau van de student, zo hij dat wil.

Noten:

1. Dit artikel kwam tot stand in samenwerking met Prof.ir. E.W. Gröneveld. Tevens dient nog vermeld te worden dat dit stuk niet ontstaan zou zijn zonder de uitgebreide discussies met andere leden van de vakgroep Communicatietechniek en Informatie- en Systeemtheorie van de faculteit der Elektrotechniek aan de Universiteit Twente.
2. De auteur is bezig met de voorbereiding van een boek over "onderwijs gericht op het abstraheren van begrippen".
3. Bij de laagste niveaus gebruiken we de term leerling, bij de hogere niveaus de term student. Dit is niet louter toeval maar berust op enige gelijkenis met reële situaties. Het is echter mogelijk dat ook de hoogste niveaus bereikbaar zijn voor leerlingen in het basis- of voortgezet onderwijs indien het onderwijs daarop wordt ingericht.

Appendix.

Niveaus in de ontwikkeling van het abstraheren.

Het abstraheren waar het hier om gaat is de activiteit van het abstraheren die psychologisch bestudeerd kan worden. Het onderzoek hiernaar vindt veelal plaats aan de hand van classificatietaken. De psychologische handeling is dan: het bepalen van gelijkheid, volgens een gemeenschappelijk kenmerk dat uit de gegeven (vaak, maar niet noodzakelijk materiële) objecten geabstraheerd moet worden. De meer dan honderd experimenten die Van Parreren (1979) heeft onderzocht omvatten de volgende taken: het ordenen van materiaal, het uitkiezen van materiaal volgens een voorbeeld, het uitbreiden van een gegeven groep met andere objecten en het benoemen van de groepeeringscriteria voor gegeven groepen. Al deze experimenten waren constaterend van aard, dat wil zeggen ze stellen vast wat de proefpersoon kan en in sommige gevallen ook hoe hij het doet. Op grond hiervan komt Van Parreren dan tot het volgende hiërarchische niveaumodel voor de psychologische ontwikkeling van het abstraheren.

0. Het perceptieve niveau.

Dit is het laagste niveau. De proefpersoon kan het materiaal ordenen naar een zeker criterium, spontaan of volgens een voorbeeld. Het gedrag wordt hierbij in hoge mate door veldfactoren ondersteund. Er vindt oriëntering aan in de waarneming opvallende gelijkenissen en verschillen plaats, niet alleen als aanzet tot maar ook als voortdurende steun bij de handeling. De proefpersoon is in staat een bepaald aspect in de waarneming te accentueren. Er treedt vaak afdwaling op door pregnante doch irrelevante veldfactoren.

1. Het niveau van de selectieve accentuering.

De proefpersoon kan de accentuering in de waarneming naar willekeur veranderen, hij kan het materiaal anders "zien". Sturing door veldfactoren vermindert en gaat nu over in meer intentionele sturing vooral ten aanzien van de accentuering van het waargenomen materiaal. De proefpersoon is in staat opzettelijk een andere accentuering te kiezen. Op dit niveau is shift-gedrag mogelijk: wanneer de proefpersoon het materiaal volgens het ene criterium heeft gesorteerd, kan hij dezelfde voorwerpen daarna opnieuw sorteren naar een ander criterium. Het vermogen tot shift-gedrag hangt samen met het aanwezig zijn van woorden voor de betrokken dimensies. De proefpersoon is nu in staat deze dimensies aan de objecten te onderscheiden.

2. Het regelniveau.

Het handelen vindt plaats op grond van een intern vastgehouden,

expliciete regel zonder steun vanuit het waarnemingsveld, dus onafhankelijk van pregnante veldfactoren, en uitputtend.

Er is een verbale karakterisering van de handelingscriteria mogelijk. Het materiaal is op dit niveau concreet, dus zichtbaar, gegeven of bekend.

3. Het niveau van de regelgeneralisatie.

De denkhandeling (de identificatieregel) kan nu toegepast worden op elk concreet materiaal, waarbij de handeling kan worden aangepast aan de concrete omstandigheden. De handeling zelf kan gevarieerd worden. Er is een algemene hoofdregel ontstaan waaruit voor concrete gevallen de specifieke uitvoeringsregels kunnen worden afgeleid, of: waarin de specifieke uitvoeringsregels kunnen worden herkend (Davydov, 1962). Deze hoofdregel leidt tot de uitvoeringsregels, en constitueert zo de ordeningscategorieën.

4. Het abstract-symbolische niveau.

De constituerende hoofdregel is nu toepasbaar op alle, ook niet gegeven, of zelfs denkbeeldige objecten. De inhoud van de klasse (de ordeningscategorie zelf) wordt geconstitueerd door de regel. Symbolen worden gebruikt om mentale handelingen aan niet-gegeven, eventueel zelfs niet-bestaande objecten grijpbaar te maken. Deze objecten zijn gedachte, maar in principe als concrete realiteit bestaانبare voorwerpen. Een teken, een woord of een letter duidt een object aan dat potentieel tot een bepaalde klasse behoort. De logische quantor 'alle' is als symbool vereist om de totale omvang van een klasse aan te kunnen duiden. De omvang van de klasse "Alle denkbare objecten van een bepaalde ordeningscategorie" is het gedachte resultaat van de identificatiehandeling.

5. Het niveau van de relatering.

Hier worden abstracties opgebouwd op abstracties en vindt relatering van klassen aan klassen plaats. Een symbool of een reeks symbolen kan nu staan voor de totale omvang van een klasse, dat wil zeggen voor het resultaat van lagere identificatiehandelingen. Inclusierelatie (in het algemeen zijn er meer vrouwen dan moeders), symmetrierelatie (als $a=b$ geldt dan is ook $b=a$ waar) en transitiviteitsrelatie (als $a>b$ en $b>c$ beide waar zijn, dan is ook $a>c$ waar) liggen op dit niveau. De objecten zijn hier alleen door symbolen weer te geven, door het denken geconstrueerde objecten.

Literatuur.

- Davydov, V.V. De introductie van het begrip grootheid in de eerste klas van de basisschool, 1962. In: C.F.van Parreren en J.A.M.Carpay (reds.), Sovjetpsychologen aan het woord, Groningen: Wolters Noordhoff, 1972.
- Elshout-Mohr, M. & Dalen-Kapteijn, M.van. Het leren van begrippen, in het bijzonder in het eerste stadium van het hoger onderwijs, Pedagogische Studiën, 62, 459-470, 1985.
- Gröneveld, E.W. Netwerkanalyse Deel I, Enschede: TH-Twente, afd.EL, collegedictaat 123141, 1983/84.
- Licht, P. Begrips- en redeneerproblemen in beginnend elektriciteitsonderwijs. Tijdschrift voor Didactiek der β -wetenschappen, 4, 88-106, 1986(a).
- Licht, P. & Snoek, M. Elektriciteit in de onderbouw, NVON-maandblad, 11, 32-36, 1986(b).
- Obuchova, L.F. Die Ausbildung eines Systems physikalischer Begriffe unter dem Aspekt des Lösens von Aufgaben. In: J.Lompscher (Hrsg), Sowjetische Beiträge zur Lerntheorie. Die Schule P.J.Galperins, Köln: Pahl-Rugenstein, 1973.
- Parreren, C.F. van. Niveaus in de ontwikkeling van het abstraheren. In: J.de Wit e.a.(red.), Psychologen over het kind, deel 6, Groningen: Wolters-Noordhoff, 1979.
- Treffers, A. Psychologie, vakdidactiek en ontwikkelingsonderzoek, Tijdschrift voor didactiek van de natuurwetenschappen, 2, 149-169, 1984.
- Vastenhouw, J. & Jochems, W. Begrippen en hun niveaus van beheersing: De theorie van Klausmeier en haar belang voor het onderwijs. Pedagogische Studiën, 61, 431-443, 1984.
- Vos, H. Abstractieniveaus in de ontwikkeling van het begrip, Pedagogische Studiën, 1987 (in druk).