

Boekbespreking

"Mathematics, insight and meaning"

J. de Lange

Uitg.: Vakgroep OW & OC, RUU, 1987

Dissertatie, 307 p.

Globaal valt het boek uiteen in twee delen. Het eerste deel bestaat uit de hoofdstukken waarin de ontwikkeling geschetst wordt van Wiskunde A in het Hewet rapport:

0 Introduction, I The Hewet Project, II Mathematics A, III Students and Teachers on Math A.

In het tweede deel gaat de schrijver in op de vraag hoe goede toetsen voor Wiskunde A kunnen, c.q. moeten worden ontwikkeld: IV Restricted-Time Written Tests, V Alternative Tasks, VI Epilogue.

Het boek is in het Engels geschreven en bevat samenvattingen in het Nederlands, het Frans en het Spaans. Verder zijn er de gebruikelijke Notes, References, Bibliography en het voor proefschriften gebruikelijke Curriculum Vitae. Een alfabetische index heb ik bij het terugbladeren en terugzoeken gemist.

Hoofdstuk I, The Hewet Project, geeft een zakelijke beschrijving van de gang van zaken bij de experimenten en de invoering van Wiskunde A en B. In hoofdstuk II, Mathematics A, wordt ingegaan op inhoud en doelstellingen van Wiskunde A. Eerst wordt een overzicht gegeven van de inhoud (1 The Contents). Vervolgens wordt in de tweede paragraaf (2 Analysis of Math A) ingegaan op drie beginselen die bij Wiskunde A aan de orde zijn: mathematiseren, de rol van de context en het ontwikkelen van een kritische houding bij leerlingen.

De Lange onderscheidt, in navolging van Treffers en Goffree horizontaal en verticaal mathematiseren. In veel literatuur en discussies wordt gebruik gemaakt van uitdrukkingen als 'modelvorming', 'abstraheren', 'generaliseren', 'theorievorming'. Zulke begrippen zijn dikwijls beladen met subjectieve betekenissen. Wat de een abstractie noemt, noemt een ander generaliseren, en weer anderen vinden dat dat twee woorden voor hetzelfde zijn.

Bij algemene discussies is dat niet zo'n groot probleem, maar

als het op het ontwerpen en ontwikkelen van onderwijs aankomt, ongeacht of het gaat om leerplanontwikkeling of lesvoorbereiding, geven zulke uitdrukkingen reden tot verwarring. In zulke gevallen is het verstandig nieuwe woorden te bedenken. Zo zijn woorden als horizontaal en verticaal mathematiseren welkome generalisaties van een complex geheel van leerprocessen. Bij horizontaal mathematiseren gaat het om het vervangen van een probleem, een begrip, een relatie door een gelijkwaardig probleem (begrip, relatie) op hetzelfde vlak, maar in andere, wiskundige, terminologie. Verticaal mathematiseren is het proces waarbij relaties in formules worden omgezet, regelmatigheden worden bewezen, modellen worden verfijnd of vervangen door een meer adequaat, c.q. meer abstract model en dergelijke. Korthedshalve, hoewel minder duidelijk kan men zeggen, dat bij verticaal mathematiseren de wiskundige kennis wordt verdiept.

Het is duidelijk dat de woorden 'horizontaal' en 'verticaal' metaforisch bedoeld zijn, en dat is naast hun nuttigheid ook hun gevaar. De indruk zou gewekt kunnen worden, dat men pas bij verticaal mathematiseren met de 'echte' wiskunde van doen heeft. Horizontaal mathematiseren zou daardoor als een minder waardevol proces aangemerkt kunnen worden, terwijl de nadruk eerder ligt op het woord mathematiseren, dan op een van de woorden 'horizontaal' of 'verticaal'. Ik zou liever andere woorden willen gebruiken, maar ik ben bang, dat deze al zijn ingeburgerd.

Bij De Lange kan men overigens geen waardeoordeel lezen, ook niet tussen de regels door. Hij wijst er op, dat het een misvatting zou zijn te menen dat verticaal mathematiseren altijd na horizontaal mathematiseren komt. Bij de meeste leerlingen is een afwisseling en een wisselwerking te bespeuren. Het is eerder een trapsgewijze ontwikkeling dan een proces, waarbij het een na het ander komt (blz. 45).

Conceptual Mathematization is volgens De Lange 'mathematization aimed at developing mathematical concepts'. De desbetreffende paragrafen zijn uitstekend leesbaar, maar er zit naar mijn smaak wat weinig structuur in. Ik kan er niet goed achter komen wat de auteur precies bedoelt met 'conceptual mathematization'. Ik denk, dat hij zoiets bedoelt als zodanig te werk gaan, dat je bij de ontwikkeling van wiskundige kennis en vaardigheden blijft begrijpen waar het om gaat. Naast 'concep-

tual mathematization' wordt 'application of mathematical concepts' als een belangrijk deel van Wiskunde A gezien.

Nog steeds in de paragraaf Analysis of Math A volgt dan een discussie over de rol van de context. De auteur onderscheidt drie verschillende vormen, al naar gelang de context gebruikt wordt om een wiskundig model of begrip te ontwikkelen (contextgebruik van de derde orde), of dat een contextprobleem met behulp van bekende wiskundige hulpmiddelen op te lossen (tweede orde), dan wel dat de wiskunde duidelijk in de formulering ingebed ligt (eerste orde).

Als vierde element komt bij de analyse van Wiskunde A naar voren het ontwikkelen van een kritische houding bij de leerlingen.

De derde paragraaf in het tweede hoofdstuk over de beschrijving van Wiskunde A gaat over realistische wiskunde. In het voormalig IOWO, en thans in de Vakgroep OW&OC worden vier richtingen in wiskundeonderwijs onderscheiden: de mechanistische, de empiristische, de structuralistische en de realistische richting. De Lange heeft deze typering overgenomen. Ten onrechte meen ik. Ik heb steeds grote bezwaren gehad tegen het naast elkaar zetten van een mechanistische richting naast de drie andere. Het zijn kwaliteiten van verschillende orde. Het wiskundeprogramma, dat aan de structuralistische richting vooraf ging kan en mag niet worden gekenschetst als een mechanistische richting. In feite ging het om twee naast elkaar lopende stromingen, een synthetische in de meetkunde en een analytische in de andere vakken. Mechanistisch onderwijs heeft niet betrekking op een richting, maar op een didactiek (of, zo men wil, op een gebrek aan didactiek).

De Lange geeft een voorbeeld van een structuralistisch/mechanistische benadering uit een schoolboek. Hij suggereert dat hij de tekst analyseert vanuit het gezichtspunt van de verschillende richtingen. In feite analyseert hij hem echter als didacticus. Met een structuralistische richting hebben zijn opmerkingen niets te maken. Het is gewoon een slechte tekst. Men kan zich in elke richting mechanistisch onderwijs voorstellen, of het nu analytisch, synthetisch, structuralistisch, empiristisch of realistisch is. Ik meen dat De Lange er beter aan gedaan had een voorbeeld te kiezen van een tekst, die didactisch goed in elkaar zit. Ook zijn opmerkingen over de ongewenste scheiding van theorie en oefening hebben met enige richting niets van

doen. Het hoofdstuk eindigt met een paragraaf waarin de (schijnbare?) tegenstelling tussen zuivere en toegepaste wiskunde, en tussen analoge en analytische wiskunde besproken wordt. Het derde hoofdstuk 'Students and teachers on Math A' bespreekt reacties op en meningen over Wiskunde A van leerlingen en leraren. Het gaat over artikelen, rapportages, discussies. In hoofdstuk IV begint het empirische deel van De Lange's onderzoek. Hij introduceert het probleem van de toetsing: Hoe kunnen de doelen van Wiskunde A worden geoperationaliseerd. Hij laat zien dat dat moeilijk is met behulp van de traditionele proefwerken (Restricted time written tests). Dit leidt tot de beschrijving en bespreking van alternatieve toetsen in hoofdstuk V (Alternative tasks). Hij baseert zich op vijf principes:

1. Van een toets moet je kunnen leren.
2. Een toets behoort te onderzoeken wat iemand kan en weet, niet wat zij/hij niet kan en weet.
3. Een toets behoort de doelstellingen van het leerprogramma te operationaliseren.
4. De kwaliteit van een toets behoort niet in de eerste plaats te worden afgemeten aan zijn objectieve scorbaarheid.
5. Toetsen moeten passen in de normale schoolpraktijk.

Een traditioneel proefwerk voldoet zelden aan de eerste twee criteria, terwijl met betrekking tot het derde criterium gewoonlijk alleen de 'lagere' doelstellingen kunnen worden getoetst. Dit is bij het Hewet-project aanleiding geweest te zoeken naar andere toetsvormen. Leraren van experimenterende scholen zijn bezig geweest met

- de tweetraps toets, waarbij een traditioneel proefwerk gevolgd werd door een opdracht over hetzelfde onderwerp, die thuis verwerkt moest worden,
- de thuistoets, in veel opzichten gelijkend op de tweede trap van de voorgaande toets, maar waarbij leerlingen meer keuzevrijheid hadden over het onderwerp,
- de essay toets, waarbij de opdracht nog meer open was dan bij de vorige twee vormen,
- de mondelinge toets.

De Lange's conclusie is, dat deze toetsvormen veel beter aan de eerste twee criteria voldeden, dan het traditionele proefwerk. Het is opvallend, dat de auteur in het geval van traditionele proefwerk spreekt over 'test', terwijl hij voor de andere toetsvormen de vertaling 'task' koos. Komt deze keuze voort uit het

feit, dat de eerste toetsvorm weinig of niet aan het eerste criterium (Je moet er van kunnen leren) voldoet, maar de andere toetsen wel?

De vrees, dat de resultaten van alternatieve toetsvormen niet bevredigend te beoordelen zouden zijn, omdat ze niet objectief scorebaar zijn, bleek niet gewettigd. De Lange heeft vijftien docenten gevraagd elk vijf werkstukken te beoordelen. De auteur komt in zijn onderzoek tot de conclusie, dat er een redelijke mate van intersubjectiviteit bestaat: hoewel de docenten geen enkele steun hadden in de vorm van informatie over de leerlingen en niet beschikten over een antwoordmodel, bleek de spreiding van de beoordeling niet groot.

Een bijzonderheid bij deze toetsvorm is, dat in het onderzoek van De Lange meisjes ervan bleken te profiteren. Bij de proefwerken scoren meisjes gemiddeld lager dan jongens, maar bij de alternatieve toetsen bleek dat niet het geval.

Tot zover over de inhoud. Nu volgen nog wat algemene opmerkingen. Ik kan weinig theoretische structuur in het boek ontdekken. Het geheel bestaat veeleer uit een serie opmerkingen van eclectische aard. Wellicht is dat de reden waarom hij hier spreekt over 'a theoretical framework at *micro-level*' (blz. 74, cursivering van mij). Er wordt trouwens eerlijk opgemerkt, dat 'For both Wiskobas and the Hewet project the framework is constructed *a posteriori*'. Overigens is de tekst ook als een serie losse opmerkingen de aandacht alleszins waard.

Daar staat tegenover, dat de beschrijvingen zorgvuldig zijn en, met uitzondering van het bovengenoemde voorbeeld over een 'structuralsitisch/mechanistisch' tekst de indruk maakt eerlijk te zijn. Mislukkingen en bezwaren van leerlingen en docenten worden duidelijk vermeld en niet afgedaan als niet terzake doende.

De auteur mist ten enemale het paternalistische toontje naar docenten toe, die bij onderwijsonderzoekers, c.q. -ontwikkelaars nog wel eens op te merken valt. Integendeel kan men uit zijn manier van schrijven een grote zorg en respect lezen voor de problemen van de leraar in diens dagelijkse onderwijspraktijk. (En zo hoort het ook.)

In plaats van diepgaande theoretische beschouwingen gebruikt de auteur een overvloed van voorbeelden van leerlingewerk en leerteksten om zijn bedoelingen en begrippenkader duidelijk te

maken. Daardoor is het een uitstekend leerboek geworden, van didactisch hoog niveau.

De Engelse taal is helder en gemakkelijk te volgen.

Wie veel van het Hewet project afweet herkent veel. Wie er weinig of niets van afweet zal in dit boek een duidelijke beschrijving vinden.

Ook zij die niet direct bij het Wiskunde A programma betrokken zijn, maar wel bij het zoeken naar het operationaliseren van doelen van wiskundeonderwijs, behoren dit boek te lezen.

J.van Dormolen