

Niveaus in het leren

A. Lagerwerf
H.M.N. Faculteit Educatieve Opleidingen
Algemeen Pedagogisch Studiecentrum
F. A. J. Korthagen
IVLOS, Universiteit Utrecht

Summary

In 1957 Van Hiele published his study on levels in learning. In the present article we present an elaboration of the theory on levels in learning and an illustration of this theory based on empirical results.

We distinguish between three levels. The first is the formation of an image out of a range of familiar examples or experiences. Secondly, on the basis of the image a schema can be built, which includes all kinds of interrelated details. Thirdly, a theory can be developed with basic assumptions, definitions and logical inferences.

Before entering the next level, the learner should be sufficiently experienced on the actual level.

It is shown that the theory on levels in learning can be integrated with other learning principles, such as notions from constructivism.

1. Inleiding

Iedere docent kent de situatie waarin sommige leerlingen niet goed begrijpen wat hij bedoelt, terwijl hij toch heel precies zegt wat hij wil overbrengen. Woorden schieten dan kennelijk tekort.

Of het verschijnsel dat leerlingen de docent naar de mond praten. Ze luisteren heel goed en kijken naar wat hij zegt en doet, en doen dat dan precies na. Maar uit die leerlingenmonden klinkt dat dan zo arm, dat de docent meteen weet: Die snappen het niet.

Aan de andere kant zijn er leerlingen die aan een half woord genoeg hebben, en die voor wat de docent bedoelt hun eigen manier van zeggen kunnen gebruiken.

Van Hiele verklaart deze verschijnselen mede op basis van de Gestaltpsychologie, met behulp van een theorie over niveaus in het denken (Van Hiele, 1957, 1973, 1981; Korthagen, 1981). Onder meer Freudenthal (1978, 1984, 1991), Van Dormolen (1982) en Lagerwerf (1982, 1983, 1994) hebben daarop gevarieerd.

In dit artikel werken we de niveautheorie van Van Hiele verder uit, mede met behulp van nieuwere theoretische inzichten. Daarbij leggen we ook verbanden tussen de cognitieve en affectieve kanten van het leerproces.

De theorievorming op dit terrein is momenteel sterk in ontwikkeling. Nog niet alles wat we in dit artikel aanstippen, is volledig uitgekristalliseerd. Toch is er thans zoveel waardevols voor handen, dat we daar graag nu al gebruik van willen maken. De in dit artikel besproken theorie biedt bijvoorbeeld een verklaringsmodel voor een aantal begrippen uit de constructivistische benadering van leren zoals "herstructurering" en "statusverlaging" (van bestaande, inadequate cognities).

We hopen in een volgend artikel in te kunnen gaan op de consequenties van de niveautheorie voor het onderwijzen.

2. Van beelden naar theorie

In het dagelijks leven gebruiken mensen vaak onvolledig ontwikkelde begrippen.

- Iedereen kent de vorm van een vel papier, van ramen en deuren, van grindtegels en voetbalvelden, maar daar wordt zelden het woord rechthoek bij gebezigd.
- Iedereen weet dat schepen behoren te drijven, en dat fietsen zinken als een baksteen, maar op het hoe en wat wordt vrijwel nooit ingegaan.
- Iemand die de weg moet vinden in een stad waarin hij niet goed thuis is, kan vaak vooraf geen goede routebeschrijving geven. Al zoekend vindt hij echter, in wat hij onderweg waarneemt, herkenningpunten die hem helpen zijn doel te bereiken.

Veel ervaringen zijn in *beelden* opgeslagen. Dat zijn niet alleen visuele beelden, maar ook indrukken van de tast-, gehoor-, reuk-, smaakzin, en van opgetreden emoties (Dennett, 1991, p. 58). We kennen deze beelden vaak maar oppervlakkig en ervaren ze als heel vanzelfsprekend. Er zijn soms nauwelijks woorden bij, ze behoeven ook geen betoog.

We gebruiken al die beelden om betekenis te geven aan de werkelijkheid om ons heen. Wubbels (1992) veronderstelt dat met name deze beelden (soms in de gedaante van analogieën of metaforen) handelingsleidende cognities bevatten en dat taal vaak ongeschikt is om die beelden te beïnvloeden. We herkennen stukken of aspecten van de werkelijkheid omdat we oude beelden bewaren die er op lijken of erbij passen, en daar volgt dan een veelal automatische reactie op.

- Iemand hoort de fluitketel fluiten en loopt automatisch naar de keuken.
- Een fietser weet, door wat hij waarneemt, onbewust welke bewegingen hij moet maken om overeind te blijven.
- We zien de vergelijking en brengen zonder er veel over na te denken alles naar het linker lid.

$$3x^2 - 5x = 2x^2 - 4x + 2$$

Nu is er een typerend verschil tussen deze laatste twee voorbeelden. Een fietser kan onmogelijk precies onder woorden brengen op welke waarnemingen hij reageert en welke bewegingen hij moet maken. Bij de

vergelijking kunnen we wèl onder woorden brengen waarom we doen wat we doen: we zien maar één variabele, het is een kwadratische vergelijking en zulke vergelijkingen lost men op door nulpunten te zoeken van de functie in het linker lid van de op nul herleide vergelijking. Dit beeld omvat dus meer dan herkenningpunten, er zit kennis achter rond functies en vergelijkingen. Daardoor weten we niet alleen wat ons te doen staat, maar kunnen we ook uitleggen wat we doen, en ons handelen verantwoordwoorden en controleren.

Het vormen van intuïtieve, impliciete beelden is de meest gebruikelijke vorm van leren. Meestal blijft het daarbij, maar soms gaat het leren dus verder en ontstaat er 'achtergrond-kennis'.

In dit artikel gaat het om de vraag hoe mensen beelden vormen en hoe de achtergrondkennis bij die beelden ontstaat.

Wij denken dat mensen in bepaalde situaties behoefte krijgen een beeld dat zij zich ergens van hebben gevormd te *schematiseren* (Van Hiele, 1973, p. 142 spreekt over "schematisatie"). De schema's die zo ontstaan beschrijven een bepaald aspect van de werkelijkheid preciezer.

- Het wiskundige schema *functies* bijvoorbeeld, beschrijft het ruimtelijk en getalsmatig aspect van allerlei verbanden tussen verschijnselen. Het ziet er heel anders uit dan de schema's die ontstaan vanuit de fysische of biologische kijk op verbanden.

Bij nauwkeuriger beschouwing van de achtergrondkennis blijkt dat daar niveaueverschillen in zitten.

- Over de rechthoekige dingen die we overal om ons heen zien, kunnen we een schema opbouwen: we leren dat de overstaande zijden gelijk en evenwijdig zijn, dat alle hoeken recht zijn, dat je er diagonalen in kunt tekenen en dat die de rechthoek in twee congruente driehoeken verdelen, dat ze twee symmetrieassen hebben, dat de oppervlakte lengte maal breedte is, enzovoort. Daar valt veel over te weten, allerlei begrippen en regels.

Maar die weetjes hangen niet als los zand aan elkaar. Men kan een stelsel van axioma's, definities en stellingen opbouwen waarmee men kan bewijzen dat de ene regel een logisch gevolg is van de andere.

- Het evenwijdig zijn van de overstaande zijden van een rechthoek, is bijvoorbeeld een logisch gevolg van het gelijk zijn.

In bepaalde situaties krijgen mensen behoefte aan het vormen van zo'n stelsel van uitgangspunten, definities en stellingen: *theorievorming*. Zoals schema's een bepaalde orde brengen in de beelden, zo brengen theorieën een bepaalde orde in de schema's.

Beeldvorming, schematisering en theorievorming zijn drie fundamenteel verschillende fasen in het jezelf eigen maken van een onderwerp. We nemen ze één voor één onder de loep.

3. Beeldvorming

Het geheugen van de mens is voor een groot deel opgebouwd uit beelden.

- Dat begint al jong, wanneer een baby een beeld opbouwt van zijn moeder. Dat is een veelomvattend beeld; zoals ze er uitziet, haar vriendelijke woorden, de lichaamswarmte, de geuren die bij haar horen, de troost die ze bracht in zijn verdriet, de verzadiging na het voeden, enzovoort. Dat beeld ziet er heel anders uit dan het beeld dat de vader van de baby opgebouwd heeft van de moeder; die vader heeft heel andere ervaringen met haar opgedaan.

Zo bouwen mensen aan de hand van hun ervaringen allerlei persoonlijke beelden op van wat ze in hun leefwereld tegenkomen. Aanvankelijk blijven die beelden dicht bij de concrete situaties waarin ze gevormd zijn; later worden ze ook abstracter. Het beeld van de moeder levert bijvoorbeeld later samen met allerlei andere het beeld 'vrouw' op. Jarenlange ervaringen worden in ons geheugen zo georganiseerd, dat ze beschikbaar blijven om ons te helpen onze positie te bepalen, in de situatie van hier en nu.

Deze abstractie verdient wat meer aandacht. Beelden worden gevormd vanuit voorbeelden (vóór-beelden!). Mensen hebben kennelijk het vermogen om in situaties die verschillen, overeenkomsten te zien. Die overeenkomsten zijn de bouwstenen voor een nieuw, abstracter beeld. Zo worden ervaringen geclusterd, geconcentreerd. Het zou ondoenlijk zijn alle ervaringen afzonderlijk te bewaren voor het gebruik in nieuwe situaties. In feite is het beeld 'moeder' al een abstractie van alle situaties waarin de baby de moeder ontmoet.

We geven een paar school-voorbeelden van beelden zoals wij ze uit eigen ervaring kennen.

1. Het beeld dat niet natuurkundig geschoolde mensen hebben van *water koken* om thee te kunnen zetten: de ketel vullen en op het gas zetten; de fluit erop; rustig wat anders gaan doen; wanneer je de fluit hoort, kookt het water; dan kun je de thee opschenken. Dat gaat altijd zo. Waterketels op een laag vuurtje zingen of razen een poosje voor het water kookt. De fluit klinkt, doordat het water in de ketel er een stoomwolk door blaast. Het woord *koken* wordt ook gebruikt bij *aardappels koken*, dat kan verwarrend zijn. Soms wordt water in een pannetje gekookt, bijvoorbeeld als er eieren in moeten.
2. *Rechthoeken* zijn overal te zien, meestal vertekend door het perspectief. Zet je de rechthoek rechtop voor je dan is de vertekening het kleinst. Dan kun je goed zien of het echt een rechthoek is: eenvoudig gezegd, de combinatie van twee horizontale en twee verticale lijnstukken. Merk op dat daar nog geen hoekbegrip aan te pas hoeft te komen.
3. Een *stof* is *zuiver* als er geen verontreinigingen inzitten (zuiver water) en als het niet een paar soorten (leerlingen-taal) door elkaar zijn (zuiver wol). Natuurlijk is poedersuiker aanvankelijk een andere stof

dan kristalsuiker, maar als je kristalsuiker fijn wrijft in een vijzel of maalt in een koffiemolen krijg je poedersuiker. Als je per ongeluk suiker en soda door elkaar mengt, kun je niet zien dat het een mengsel is. Een beetje kalk door de bloem merkt ook niemand. Messing is koper en zink door elkaar, om dat zo te kunnen mengen moeten ze eerst worden gesmolten. In water dat schoon lijkt kunnen nog wel allerlei verontreinigingen zitten; die halen ze eruit bij de waterzuivering. Steeds hetzelfde verhaal: een zuivere stof heeft geen verontreinigingen en is geen mengsel. De woorden stof en zuiver hebben verwarrende bijbetekenissen: een stof is een weefsel, of stof dat in de stofzuiger verdwijnt. We praten over zuivere koffie of over een zuiver geweten. Voor het leren van het begrip zuivere stof, kan het voordeel hebben het alledaagse begrip zuivere stof expliciet te beperken tot een terrein waarop die verwarrende bijbetekenissen geen vat hebben. Voorbeelden van zuivere metalen en legeringen, ijzer dat door onder meer toevoeging van koolstof staal wordt, stoffen die gemakkelijk te herkennen zijn zoals suiker en zout en waarvan een mengsel op het oog onherkenbaar kan zijn.

4. *Drijven en zinken* zijn in onze samenleving wel heel erg vanzelfsprekend. Boten drijven natuurlijk, en een bal die je in de gracht schopt ook, evenals een kurk in de afwasbak. Maar de meeste dingen liggen gewoon op de bodem, ook bijvoorbeeld een schip dat gekapseisd is. In de grachten zie je veel rommel die is blijven drijven: hout, piepschuim, touw, lege flessen en blikken. De rest is naar de bodem gezonken: ijzer, stenen, ouwe fietsen, autobanden, volgelopen flessen en blikken, allerlei huisraad. Iets wat op het water drijft, beweegt tamelijk gemakkelijk. In het water ben je lichter dan normaal. Steeds hetzelfde: zinken naar de bodem, of blijven drijven.

In elk van de vier voorbeelden is er iets dat "steeds hetzelfde" is:

1. Water opzetten tot er een pluim uit de tuit van de ketel komt: dan kookt het water, zo gaat het altijd,
2. een rechthoek is altijd twee lijnen horizontaal en twee verticaal,
3. een zuivere stof is geen mengsel en heeft geen verontreinigingen,
4. drijven of op de bodem liggen.

In alle voorbeelden gaat het om beelden die tot stand gekomen zijn: *Mensen vormen zich een beeld van een begrip of regel vanuit ervaringen in de werkelijkheid.*

Kenmerkend voor beeldvorming is dat het begrip of de regel niet of nauwelijks expliciet gemaakt wordt. Als dat al gebeurt, gaat het om een summier schetsje van een paar woorden. Die woorden worden losjes gebruikt, zonder veel zorgvuldigheid (de woorden 'stof' en 'soort' werden in voorbeeld 3 door elkaar gebruikt).

Op school is de werkelijkheid verdeeld in schoolvakken: bij wiskunde beschouwen we andere aspecten van de werkelijkheid dan bij natuurkunde.

- Neem bijvoorbeeld een bolletje olie dat zweeft in een vloeistof met dezelfde soortelijke massa. De wiskundige en de fysicus zien beide de bolvorm die bij een gegeven volume het kleinste oppervlak heeft. De wiskundige beschrijft die bol met behulp van straal en middelpunt, en hij bedenkt het twee-dimensionale equivalent *cirkel*. De fysicus brengt de bolvorm in verband met de oppervlaktespanning van de olie.

Doordat in de wiskunde vooral gekeken wordt naar ruimtelijke en getalsaspecten in de werkelijkheid ontstaan typisch wiskundige begrippen; voor andere vakken gebeurt dat navenant. Om aan een beeld verder te kunnen leren moet het niet alleen van veel alledaagse franje worden ontdaan, maar ook van franje die tot het studieaspect van andere vakken behoort.

- Het fysische beeld van het begrip *drijven* is daardoor veel kaler dan het alledaagse begrip. Hetzelfde geldt voor de andere hierboven genoemde voorbeelden: koken, rechthoek, en zuivere stof.

De beelden die leerlingen zich aanvankelijk vormen van allerlei schoolse begrippen zijn derhalve nogal *kaal*. Kaal vergeleken bij de veelzijdige en kleurrijke werkelijkheid en kaal vergeleken bij wat de deskundige erover te berde zou kunnen brengen. Tegelijkertijd zijn het voor de leerlingen *zeer vertrouwde beelden*, als vanzelfsprekend voortgekomen uit, en aan alle kanten verbonden met de werkelijkheid van die leerlingen.

Beeldvorming is het proces waarin men zich een beeld vormt van een begrip of verschijnsel, door er ervaring mee op te doen; zo'n beeld is beperkt tot enkele relevante aspecten, maar het is op een veelzijdige wijze met de werkelijkheid verbonden doordat het daaruit is voortgekomen. De taal speelt bij de beeldvorming een ondergeschikte rol; mensen gebruiken woorden die zij vanzelfsprekend vinden.

4. Schematisering

Leerlingen bouwen dus beelden op die enerzijds kaal zijn en anderzijds sterk aan de werkelijkheid van de leerling zijn gebonden. In het dagelijks leven is dat meestal voldoende om in nieuwe situaties van opgebouwde ervaringen gebruik te kunnen maken. Maar op school is er vaak aanleiding voor meer: een probleem, een vraag, nieuwsgierigheid. Dat maakt dat leerlingen na gaan denken over wat eerst vanzelfsprekend was. Dan worden de beelden langzamerhand steeds verder ingevuld en wat losser gemaakt van de werkelijkheid.

Mensen hebben er in bepaalde situaties behoefte aan regelmaat te benoemen of relaties te leggen in wat ze zien gebeuren, of in wat ze meemaken. Die behoefte kan pragmatisch zijn: een opdracht of een vraag van de docent, maar het kan ook een eigen intellectuele ontwik-

kelingsdrang van de leerling zijn. Wat je begrijpt lijkt beter beheersbaar. Een dergelijke manier van begrijpen is vaak niet meer dan een ingeving. Bijvoorbeeld: platte dingen drijven beter dan bolle.

We geven vier voorbeelden van dieper ingaan op een bekend beeld.

1. Bij *water koken* is de aanleiding voor verder leren niet eenvoudig. Waarom zou een leerling meer van water koken willen afweten? Daarvoor moeten er vragen gaan leven bij de leerlingen: Hoe gaat dat precies, water koken voor de thee? Wat moet je doen? Wat gebeurt er dan precies? Hoe lang duurt dat? Wat gebeurt er als je te lang wacht met het opschenken van de thee? Waar is dat water gebleven? Dat kun je zien als je iets in de pluim houdt die uit de tuit van de ketel komt (niet je hand): dat wordt nat; die pluim is kennelijk gewoon water, maar wel erg heet. Hoe zou het komen dat het water op een gegeven moment de ketel begint te verlaten? Waarom dan pas? Vergelijk eens met de situatie dat het KNMI vorst voorspelt en wij onze schaatsen van zolder halen. Water bevriest bij een heel speciale temperatuur. Hoe zit dat met verdampen? Problematiseren heet dat. Niet overal zomaar aan voorbij gaan, maar stilstaan bij zaken die vanzelfsprekend zijn. Er een probleem van maken. Niet traumatisch, overal problemen in zien, maar alleen waar dat nodig is om verder te komen. De meeste leerlingen kunnen dat niet zelf, en hebben daar dus hulp bij nodig. Dat alles kan aanleiding zijn wat beter te gaan kijken: een glas in plaats van een ketel. Er valt genoeg te zien. Dan nog eens, opnieuw beginnen maar nu met een thermometer erin, en er een grafiek van maken. Je kunt water kennelijk niet zo heet maken dat het gaat gloeien. Eer het zover is, is alles verdampt. Ook niet als je met een grote warmtetoevoer de verdamping te vlug af probeert te zijn? Er valt een hoop te leren over water koken.
2. Wanneer iemand een schilderijlijstje gemaakt heeft, zijn er twee vragen van belang: Is het wel goed *rechthoekig*? en: Hangt het recht? Als het scheef hangt en men kan er bijvoorbeeld niet goed bij, kan men het hoofd een beetje scheef houden, dan kan men beter zien of het rechthoekig is. We zijn niet zo gewend aan scheve rechthoeken. Wanneer iemand echt zeker wil zijn, meet hij de zijden op, en de diagonalen, die moeten twee aan twee even lang zijn. Hij kan natuurlijk ook controleren of de hoeken haaks zijn, dan moet de winkelhaak van het gereedschapsbord er precies inpassen. Als iemand een stuk triplex haalt bij de doe-het-zelf-winkel, dan geeft hij de lengte en de breedte op en wordt er zonder verder vragen een rechthoekig stuk voor hem afgezaagd. Om te weten hoe duur het is worden lengte en breedte vermenigvuldigd, want de prijs gaat per vierkante meter. Het zwaartepunt van zo'n stuk ligt onder het snijpunt van de diagonalen. De diagonalen zijn geen symmetrieassen, de lijnen door de middens van overstaande zijden wel. De logische samenhang van al die dingen

komt later wel. Wat nu belangrijk is, is dat het beeld wordt ingevuld met onderdelen en verbanden (Fig. 1.) en dat dat ingevulde beeld kan worden verwoord:

Een rechthoek heeft hoeken en zijden, de hoeken zijn alle vier 90° en de overstaande zijden zijn gelijk. Er zijn diagonalen en symmetrieassen, die verdelen elkaar en de zijden in twee gelijke stukken. Onder de hoeken die al die lijnstukken met elkaar maken zijn veel gelijke. De rechthoek heeft ook een oppervlakte, die is gelijk aan lengte maal breedte.

- Hoe kun je nou weten of water echt *zuiver* is? Je kunt het destilleren, desnoods een paar keer. Dan zijn in elk geval de zouten eruit. Maar de vluchtige stoffen destilleer je mee. Heel voorzichtig, 'trapsgewijs' destilleren kan helpen. Heel precies kijken naar de kooktemperatuur, wellicht (vgl. Goedhart & Verdonk, 1991). Sommige stoffen kun je scheiden met een centrifuge. Van een mengsel kan het zijn dat de ene stof (in water b.v.) zinkt of oplost, en de andere niet. Zo zijn er zoveel scheidings- en controletechnieken. Hoe dat theoretisch 'werkt', is nog niet zo belangrijk.

Wanneer je suiker en zout door elkaar gedaan hebt, kun je ze in het mengsel nog wel apart proeven. En onder een microscoop kun je zien of een meelmonster ook kalk bevat. Maar soms doe je stoffen door elkaar en dan vind je in dat 'mengsel' niets meer terug van de eigenschappen van de oude stoffen.

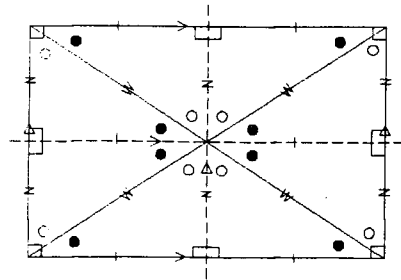


Fig. 1. Het geschematiseerde beeld van de rechthoek

- Drijven of zinken* intrigeert als je er even goed bij stil staat. Maar in het dagelijks leven is weinig ervaring voorhanden die kan helpen. De enige vloeistof die echt een rol speelt in dit verband is water, en de voorwerpen die drijven of zinken zijn van zo uiteenlopende aard, dat er weinig lijn in te brengen is. Dat maakt misconcepties waarschijnlijk, bijvoorbeeld: Zware dingen zinken en lichte dingen drijven. Wat de leerling nodig heeft, is beter waarnemen en daardoor zijn beelden ontwikkelen, en natuurlijk weer problematiseren. Vragen die beginnen met: 'Wat zou er gebeuren als ...' kunnen daarbij helpen: 'Wat zou er gebeuren als je een stuk piepschuim van 10 kilo in het water gooit?' De leerlingen worden dan gedwongen hun impliciete verwachtingen te verwoorden, en te toetsen aan de werkelijkheid.

Laboratoriumsituaties zijn ook nodig, maar die moeten dicht bij de ervaringen van de leerlingen beginnen; leerlingen hebben weliswaar weinig ervaring met de wet van Archimedes, maar wel veel levenservaring, ook op dit terrein. Bijvoorbeeld een rij congruente blokjes van verschillende huiselijke materialen. Wat zal zinken in water en wat zal er op blijven drijven? Eerst zeggen, ook waarom ze het denken, dan proberen; zo kunnen leerlingen hun ervaringen met zinken en drijven gebruiken, en worden beelden (ook onjuiste) expliciet gemaakt. Drijven ze allemaal op dezelfde manier? Dan twee blokjes aan elkaar geplakt, of met een elastiekje erom, om maar eens iets te noemen. Er moet geëxperimenteerd kunnen worden, eerst alleen kwalitatief. Het doel is beter te kunnen zien 'hoe het werkt', nog niet 'dat het logisch is dat het zo gaat'. Daarna kan er geëxperimenteerd worden met andere vloeistoffen en vormen, en met combinaties. Voor veel leerlingen een lange weg die ook heel boeiend kan zijn. De leerlingen zijn dan nog lang niet bij de wet van Archimedes. Ze zullen eerst een wijder probleemgebied moeten verkennen. Verbanden leggen met aanverwante verschijnselen en begrippen. Ze zullen zich een beeld moeten vormen van het begrip druk, om maar eens iets te noemen, en dat is niet zo eenvoudig.

Nieuwe begrippen en verbanden

Bij het schematiseren komen allerlei nieuwe begrippen aan de orde: dampbellen, symmetrieas, destilleren, zweven. Dat zijn detailbeelden die gevormd worden, en ook die beeldvorming gebeurt het beste vanuit ervaringen met voorbeelden.

De taal

Een bijzondere stimulator voor het schematiseringsproces van de leerlingen is dat ze praten over wat ze doen, denken en waarnemen. Bijvoorbeeld wanneer ze met medeleerlingen samenwerken, of voor de leraar hun werk moeten verduidelijken of verklaren. De leerlingen moeten zich dan vrij voelen om het echt op hun manier te mogen zeggen. Voor de nieuwe detailbeelden hebben leerlingen vaak geen woorden beschikbaar; het is dan niet handig als ze allemaal eigen termen bedenken, ze zullen zich moeten leren conformeren aan wat in het betreffende schoolvak gebruikelijk is. Zo ontstaat een *begin van een vaktaal*.

Rijke schema's

Iedereen kent dat wel, er zijn van die onderwerpen waar je bijzonder in thuis bent. Daar weet je veel over, daar kun je verstandige dingen over zeggen, in het algemeen, maar zonodig ook heel concreet. De schema's waarin die ervaring is georganiseerd noemen we rijke schema's.

Laboratoriumsituaties

In de dagelijkse werkelijkheid kun je vaak niet goed genoeg zien wat er gebeurt, daarom zijn laboratoriumsituaties nodig. Water koken in een glas in plaats van een ketel en met een thermometer erin. Een nette tekening maken van een rechthoek. Zulke laboratoriumsituaties komen voort uit de werkelijkheid van de leerling, ze zijn alleen wat doorzichtiger gemaakt.

Niveaureductie

Alles wat de leerlingen zich eigen maken wordt vanzelfsprekend en voorspelbaar. Het behoeft geen betoog meer. Het kan (deels) onbewust, intuïtief gehanteerd worden. Het hele complexe schema dat gevormd is, wordt als het ware weer teruggebracht tot één beeld. Niveaureductie noemen we dat verschijnsel.

- Denk bijvoorbeeld aan het automatisch oplossen van een vergelijking (zie §1).

Typerend is dat de beelden die door niveaureductie ontstaan, in tegenstelling tot de beelden als resultaat van de beeldvorming uit de werkelijkheid, desgewenst direct onder woorden kunnen worden gebracht.

Door de niveaureductie is voor de betreffende schema's minder aandacht nodig. Die aandacht kan dan besteed worden aan minder vanzelfsprekende zaken.

Schematiseren gebeurt vanuit een behoefte aan meer duidelijkheid. Het is een langdurig proces; het oorspronkelijke beeld wordt daarbij steeds verder en steeds schematischer ingevuld. Dat betekent dat steeds meer elementen uit het beeld worden onderscheiden en benoemd, alsmede verbanden tussen die elementen. Formuleringen worden verkort en gesymboliseerd; dat eist nogal wat van het abstractievermogen. Het resultaat van het schematiseren is een schema dat in nieuwe probleemsituaties veel meer mogelijkheden biedt dan het aanvankelijke globale beeld. Dit schema kan allerlei detailschema's omvatten en kan zelf ook weer onderdeel van grotere schema's zijn.

Leerlingen kunnen schematiseren door nieuwe ervaringen op te doen met de gevormde beelden, nu in het licht van de vraag naar meer duidelijkheid. Oude ervaringen blijven daarbij een belangrijke rol spelen; het zijn de punten waarop de leerlingen kunnen steunen nu ze verder willen reiken.

Uiteindelijk maken de schema's het de leerlingen mogelijk uit te leggen wat ze doen, zich te verantwoorden en zichzelf te controleren.

5. Theorievorming

Bij iemand die een rijk schema heeft ontwikkeld kan de behoefte ontstaan om te *verklaren* waarom de dingen zo in elkaar zitten en of dat logisch in te zien is. Die behoefte ontstaat vooral als het schema zo complex is geworden dat zonder logische ordening de voortgang van het leren of werken belemmerd wordt.

1. Iemand die zich een schema gevormd heeft met betrekking tot koken, weet dat *water kookt* bij 100° , omdat bij die temperatuur de dampdruk gelijk is aan de atmosferische druk. Maar zo eenvoudig blijkt het ook weer niet te zijn. Want wat is koken nu eigenlijk precies, en hoe meet men de kooktemperatuur? En dergelijke vragen voor dampdruk en atmosferische druk. En hoe verandert de kooktemperatuur onder invloed van veranderingen in de druk van de lucht? Als men het echt precies wil zeggen en kunnen controleren, dan moet men weer naar het laboratorium. Zodoende ontstaat een beeld van water koken waarin de leek de ketel niet meer kan herkennen, maar dat wel logisch in elkaar zit. Alles is precies onder woorden gebracht in de vorm van uitgangspunten en gevolgen en de essentie is in formules vastgelegd.
2. De *rechthoek* is een standaardvoorbeeld omdat daar de theorie zo overzichtelijk is. Eerst zorgt men voor een stel axioma's. Dan definitie van driehoeken en vierhoeken, en men is al bij een definitie van de rechthoek: een rechthoek is een vierhoek met drie rechte hoeken. Daarna zijn de stellingen er meteen logisch uit af te leiden: een vierhoek waarvan de overstaande zijden gelijk zijn, en één hoek recht is, is een rechthoek.
Een vierhoek waarvan de diagonalen (eerst definiëren) gelijk zijn en elkaar middendoor delen is een rechthoek.
In een vierhoek waarvan de overstaande hoeken gelijk zijn en een hoek recht is, zijn de diagonalen gelijk. Enzovoort.
Al die stellingen verbinden eigenschappen (die al bij het schematiseren ontdekt zijn) door middel van logische redeneringen. Dat heeft het voordeel dat je niet alle eigenschappen afzonderlijk meer hoeft te onthouden. Je kunt de ene uit de andere afleiden.
3. Als leerlingen genoeg ervaring hebben opgedaan met *mengsels en verbindingen*, kan de behoefte ontstaan om precies te weten wat er aan de hand is. Dan is het tijd voor theorie. Atomen, chemische bindingen, enzovoort, zorgen voor een logische verklaring van waarom nu eens een mengsel ontstaat en dan weer een verbinding.
4. Bij het thema *drijven of zinken* kan de behoefte aan theorie pas ontstaan als eerst de relevante kenmerken van drijvende en zinkende voorwerpen ontdekt zijn en als die een beetje zijn gaan leven voor de leerling. Dan kan de vraag bij hen opkomen *waarom* de zaak zo in elkaar zit. In dat stadium kan de theorie achter de wet van Archimedes een Eureka-gevoel geven. Alles wordt opeens begrijpbaar, logisch uit te leggen. Erg bevredigend voor de behoefte te beheersen.

We hebben het steeds over de stap van het kennen van kenmerken van bepaalde situaties naar het logisch verklaren van de kenmerken (die dan eigenschappen gaan heten) en hun samenhang. Het is lang niet altijd wenselijk of mogelijk de stap te maken van schema's naar theorie. Voor het gewone leven heeft men meestal genoeg aan beelden of hoogstens schema's. Voor alle voorbeelden geldt dat weinig mensen de behoefte hebben aan het vinden van een logische verklaring. In het wetenschappelijk en het voorbereidend wetenschappelijk onderwijs wordt, naar onze ervaring, wel vaak van die behoefte uitgegaan. Ze kan, zoals gezegd, worden gestimuleerd als de leerling eerst de tijd krijgt om grondig met het onderwerp bezig te zijn zonder meteen logische theorieën te hoeven gaan vormen.

Precisie door middel van taal

Bij het schematiseren worden beelden beschreven met woorden en plaatjes. Logische redeneringen kunnen geen plaatjes bevatten. Bij de theorievorming moet alles echt onder woorden worden gebracht. Dat kan allerlei *onzekerheden* geven.

- Men denkt te weten wat 'koken' is en men kan er toch niet goed vat op krijgen wanneer men het precies wil formuleren.
- Is het nu wel zo handig om een vierkant ook tot de rechthoeken te rekenen?
- Bij het schematiseren was het wiskundige begrip continuïteit heel goed duidelijk te maken aan de hand van een grafiek, maar nu het ten behoeve van logische redeneringen onder wóorden gebracht moet worden lukt dat maar niet.

Zo ontstaan definities die vaak gekunsteld zijn, in een (met name in de wiskunde) formele vakaal: *Een functie $f: A \rightarrow B : x \rightarrow f(x)$ is continu op A , dan en slechts dan als voor elke $\alpha \in A$ geldt dat de limiet voor $x \rightarrow \alpha$ van $f(x)$ bestaat en gelijk is aan $f(\alpha)$.*

Ook op theorieniveau kan *niveaureductie* optreden. Voor de wiskundige wordt een rechthoek gekarakteriseerd door zijn definitie. Die karakterisering kan zelfs gaan functioneren als kaal beeld en dus beeldniveau worden. Daardoor kan hij gemakkelijker met het begrip werken en weer nieuwe schema's opbouwen waarin het begrip rechthoek slechts één van de elementen is. Bijvoorbeeld als hij bezig is met de vraag hoe je met veelhoeken vlakken kunt vullen. Van de logica achter het kale beeld van de rechthoek is hij zich dan niet steeds bewust. Hij kan die logica echter wel weer bewust maken als dat nodig is. Dat onderscheidt hem van de leek.

Evenzo kan de kennis van een natuurkundige die het theorieniveau heeft bereikt met betrekking tot het begrip kracht, gaan functioneren alsof het kennis op schemaniveau of beeldniveau is. Achter het kale beeld van een kracht zit dan een hele theorie. Dat veroorzaakt nu juist de spraakverwarring als hij met een leek over krachten praat.

Theorievorming gebeurt vanuit een behoefte aan orde en overzicht in de opgebouwde schema's. Het is een logische ordening van de schema's. Leerlingen doen dat door nieuwe ervaringen op te doen met de geschematiseerde beelden, nu in het licht van de vraag naar een verklaring.

Op basis van een aantal uitgangspunten worden definities geformuleerd, en stellingen die logisch herleidbaar zijn. Bij dat logisch herleiden is voor plaatjes geen plaats, alles moet onder woorden worden gebracht; dat kan leiden tot een herbezinning over de inhoud van de begrippen en verbanden binnen het schema.

6. Illustratie van de niveaus vanuit de empirie

In deze paragraaf illustreren we de drie niveaus aan de hand van enkele protocollen van gesprekjes met verschillende mensen over twee onderwerpen. Het eerste onderwerp was een parabool die aangeboden werd als een figuur, nl. als volgt:

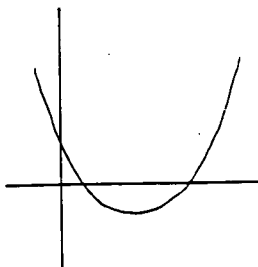


Fig. 2. Plaatje, zoals aangeboden aan de proefpersonen

Het tweede onderwerp was een natuurkundig proefje. Op een schoteltje met water staat een brandend waxinelichtje. Over het waxinelichtje wordt een omgekeerd glas gezet. De vlam dooft en het waterniveau onder het glas stijgt ten opzichte van het water buiten het glas.

We geven de letterlijke woorden zoals die door de proefpersonen werden uitgesproken. I is de interviewer, P de proefpersoon. Tussen rechte haken staat cursief ons commentaar.

De parabool

1. Nicoline (12 jaar); beeldniveau.

- I: Kun je in één zin zeggen wat je ziet? [*Deze formulering is gekozen omdat in vooronderzoek bleek dat de vraag "kun je zeggen wat je ziet" vaak een opsomming opleverde van allerlei details. De proefpersoon wil het dan "goed" doen en begrijpt niet dat de onderzoeker juist geïnteresseerd is in de essentie. Vandaar de toevoeging "in één zin".*]
- P: Drie lijnen. [*Kenmerkend voor het beeldniveau is het ontbreken van vaktaal.*]
- I: Kun je uitleggen waarom je dat zegt?
- P: Nou kijk: 1, 2, 3. [*De uitdrukking "nou kijk (maar)" is eveneens kenmerkend voor het beeldniveau: het gaat hier om evidentie vanuit het beeld zelf.*]
- I: Waar moet je allemaal aan denken bij dit plaatje?
- P: Dat het een N is en een A. Daar keek ik het eerste naar. Want dat is wel zo! Ja, zo schrijft mamma ook altijd een N. [*Inpassen van een nieuwe ervaring in een bekend beeld.*]
- I: Mmmm, weet je nog meer?
- P: Dat dit zo'n hoek van huppeldepup graden is, zo'n rechte hoek. [*P. wijst naar de hoek die de assen met elkaar maken. Beginnende schematisering.*]

2. Paul (16 jaar, 4 vwo); schaniveau.

- I: Ik wil je vragen om in één zin te zeggen wat je ziet.
- P: Een dalparabool. [*Meteen de vaktaal.*]
- I: Waarom denk je dat het een dalparabool is?
- P: Omdat er een dal in zit.
- I: Wat weet je allemaal over dalparabolen?
- P: De functie is een tweedegraads vergelijking, een tweedegraads functie. En, eh, met x^2 dus. [*De kenmerkende eigenschap wordt in vaktaal geformuleerd.*] I: Met x^2 ?
- P: Ja, niet $-x^2$, want anders is 't een bergparabool.
- I: Ja? Wat weet je nog meer?
- P: Dat je hem in een assenstelsel kan tekenen. En d'r is één top en bijvoorbeeld één punt naar links of naar rechts dat is dezelfde hoogte dan wel, op de y-as..... Dat was het.
- I: Ja, dat is wat je erover weet?
- P: Ja, als je zo'n simpel plaatje laat zien wel. [*Kennelijk roept het plaatje niet meer op dan een beperkt aantal eigenschappen.*]
- I: Zit er een logische samenhang in wat je net opnoemde?
- P: Nee Wat een stomme vraag, zit er een logische samenhang tussen ja, anders zou het geen parabool zijn. [*Dat de vraag "stom" gevonden wordt, en de laatste zin, duiden erop dat er nog geen overgang naar het theorieniveau gemaakt wordt.*]

- I: Nog één vraag: wat komt er voor gevoel bij je op als ik je over dat onderwerp vraag, parabolen?
- P: Wiskunde.
- I: Ja, en wat voor gevoel krijg je dan?
- P: Dat dit makkelijk is.

3. Een wiskundededidacticus; theorieniveau

- I: Ik wil je even een figuurtje laten zien en daar wil ik je even naar laten kijken.
- P: Dit ziet er voor mij uit als een parabool met dit, als je in termen van x en y praat, dit als x -as en dat als y -as.
- I: Dat was eigenlijk m'n eerste vraag om in één zin te zeggen wat je ziet en dat is dus wat je ziet?
- P: Een parabool met twee snijpunten.
- I: Kun je uitleggen waarom je aan een parabool denkt?
- P: Omdat de meest voorkomende figuren in wiskunde en wiskundeonderwijs zijn rechte lijnen en parabolen, helaas moet ik zeggen, en, eh ..dus ik zat al even te kijken of het niet iets met een derdegraad of een vierdegraad te maken heeft, hij is niet helemaal zuiver, dus toen dacht ik is het nou een kwestie van dat je hem slordig getekend hebt of dat het niet bedoeld is als een parabool. [*Het begrip parabool is ingebed in een veel groter schema.*] In eerste instantie denk ik aan een parabool, maar puur omdat dat zo verschrikkelijk veel voorkomt, het is er ingedramd, geramd.
- I: Dan een vraag waar je eventjes vrijuit mag associëren: wat komt er allemaal bij je naar boven als je denkt aan een parabool?
- P: (...) Ik heb de neiging om direct erbij te zeggen: hé als het een x - en y -as is *dan* zijn er twee positieve, twee snijpunten positief op de x -as. Ik denk dan aan een, als ik een kwadratische vorm op zou schrijven, ik denk aan een kwadratische vorm, maar in dit geval dacht ik direct aan iets als $(x-x_1)(x-x_2)$ met een factor ervoor. [*Deze opsomming van eigenschappen duidt op schaniveau.*] (...) Wanneer ik dit vertaal dan is het $f(0).f(1)<0$ en dan is de één positief en de ander negatief, dus het is deze situatie [*wijst op parabool die de x -as snijdt. Deze als-dan-redeneringen wijzen op theorieniveau.*] (...) Maar daar dacht ik echt niet als eerste aan. Daar moet ik me toe dwingen. [*Het rijke schema kan opgeroepen worden, maar is niet automatisch paraat.*]
Die twee rechte lijnen overigens kan ik niet zien als rechte lijnen, dat zijn gewoon de x -as en de y -as.
- I: Je hebt heel veel opgenoemd bij de vraag wat er allemaal bij je bovenkomt. Zit er ook een logische samenhang in de dingen die je opnoemde?
- P: Ja, daar zit het formulewerk zeg maar, abstracte algemene formules toegespitst in zo'n situatie of vanuit die situatie wordt die formule

[*onverstaanbaar*] en het feit dat ik direct zag: als het een parabool is en er zijn twee nulpunten, dan kan ik hem in deze vorm schrijven $a(x-x_1)(x-x_2)$. Maar ik kan het ook algemeen zo zeggen: ax^2+bx+c . En wat dan boven komt, dan weet ik weer als ik hem zo schrijf en ik zie dit, dan weet ik dat de discriminant groter dan nul is. [*Dit zijn allemaal eigenschappen, behorende bij het schaniveau.*] Dat zijn dingen die als het ware allemaal met lijntjes aan elkaar verbonden zijn, dit is de basisvorm en door de specifieke situatie kan ik hem omschrijven in dat. En ik weet door de specifieke situatie een aantal dingen.

I: Zou je bijvoorbeeld ook kunnen bewijzen dat, als je deze algemene vorm hebt, wat dan de nulpunten zijn?

P: Ja, dat kan ik op een aantal manieren, als dit de algemene vorm is en ik wil de nulpunten hebben, dan kan ik dat gewoon omdat ik een formule ken met een discriminant, dus de abc-formule; dat is gewoon met de formule. En op het niveau van de formule afleiden, dat zou ik op een paar manieren kunnen. Dat kan via ... [*geeft het begin van de uitwerking.*] etc., doorwerkend op wat ik dan maar de Van Hiele-manier noem, ... en als je dan links en rechts met 4 vermenigvuldigt, dan ga je daarmee aan het werk. Dat is dus de Van Hiele-manier, zo noem ik dat. Nog een andere manier is het uitwerken en zeggen van: er zijn twee nulpunten, dat betekent er is een x_1 en een x_2 , dus hij heeft deze vorm: $c(x-x_1)(x-x_2)=0$ en dan kan ik van deze kant uit als het ware uitwerken daar naar toe en daarmee vinden van de x_1 en x_2 . Dat vind ik juist die hele aardige formule van $x_1 + x_2 = \dots$ en $x_1 \cdot x_2 = \dots$ [*P. is zich kennelijk bewust van de logische samenhang die ten grondslag ligt aan de algebraïsche afleidingen en demonstreert daarmee het theorie-niveau.*]

I: Oké, dat is heel duidelijk. Wat voel je bij dit onderwerp?

P: Oh, dat is een hele, daar zat ik op te wachten uiteraard! Ik voel me er heel bedreven in en dat komt vooral omdat ik op een bepaald moment ben gaan zoeken naar allerlei dwarsverbanden voor mijzelf, allerlei verschillende manieren om het te benaderen en dat zat dus in een formule, dit soort dingen, andere manier van insteken. (...) Dat is mijn oude hobby, structuren. Alhoewel, nogmaals, dat algebraïsche stuk, ik denk dat ik dat niet eens zo verschrikkelijk leuk vond. Ik deed het gewoon. Ik kon het. Maar ik ben het pas leuk gaan vinden toen ik ging zoeken naar dwarsverbanden. Niet alleen om die sommetjes te maken, maar kan het ook anders en waarom doe ik het zoals ik het doe? Ja, dat is heel leuk. [*Deze uitspraken maken de belangrijke rol van de behoefte aan greep op de logische samenhang expliciet.*]

*Het proefje**1. Debora (8 jaar); beeldniveau*

I: Kun je in één zin zeggen wat je zag?

P: Het glas erover doen en er zit water dan ook hier. En dan dat het uitging. [*Beschrijving van waarneembare zaken in alledaagse taal.*]

I: Kun je uitleggen waarom dat gebeurde?

P: Nee.

I: Wat weet je hier allemaal nog meer over?

P: ???

2. Nicoline (12 jaar); incorrecte schematisering

I: Kun je me in één zin zeggen wat je zag?

P: Doordat de kaars geen lucht meer kreeg, doofde die. [*Nog voor de waarneming gemeld wordt, wordt een logische verklaring gegeven.*]

I: Heb je nog iets gezien?

P: Ja, hij ging bubbelen; het water ging bubbelen Maar hoe het komt dat die bubbelt ... [*Kennelijke behoefte aan het beantwoorden van de vraag naar het waarom.*] Oh, ik denk omdat er weer zuurstof bij moet. Oh, het water verdampte! [*Twee verklaringen*]

I: Kun je uitleggen waarom?

P: Nou, omdat het zo warm is dat ... al die warmte blijft allemaal in het glaasje, daarom verdampt het water. Nou is het glaasje beslagen. Al het water zit nu in het glaasje.

I: Waar moet je allemaal nog meer aan denken?

P: Weet ik niet, nergens aan. Ik denk dat het kaarsje dooft als er geen zuurstof meer bij komt. [*P. gebruikt in haar opsomming van eigenschappen ook vaktermen. Tezamen met al haar pogingen tot verklaren, die niet verder komen dan "lokale ordeningen", wijst dit op schemaniveau. Kennelijk is het schema nog niet erg rijk.*]

I: Zie je ook een logische samenhang in wat je me vertelde?

P: Weet ik veel ... [*Op een toon die aangeeft dat ze daar geen behoefte aan heeft of de vraag niet snapt.*]

I: Zou je kunnen bewijzen dat het waar is wat je me vertelde?

P: Weet ik niet ... Denk ik wel ... Maar dat weet ik niet. [*Wegens deze reactie is het zeker nog geen theorieniveau.*]

3. Een natuurkundedidacticus; theorieniveau

I: Kun je in één zin zeggen wat je zag?

P: Ja. Ik zag een waxinelichtje branden en dat waxinelichtje ging uit, en kort nadat dat waxinelichtje uit was uitgegaan steeg het niveau van het water in het omgekeerde glas wat er overheen stond.

I: Kun jij uitleggen waarom dat gebeurt?

P: Ja. Dat vlammetje gaat uit omdat er op een gegeven moment een tekort aan zuurstof is, waardoor het verbrandingsproces wordt belemmerd. Dus dat is de reden dat het uitgaat, het vlammetje. Het

water stijgt in het begin nog niet omdat de afname van de zuurstof onder het glas gecompenseerd wordt door de uitzetting vanwege de verwarming van voornamelijk het stikstofgas wat over blijft. Op het moment dat het vlammetje uitgaat, wordt er geen warmte meer toegevoerd aan het stikstofgas wat er inzit, en er vindt warmteuitwisseling met de omgeving plaats via het glas zodanig dat de temperatuur van het stikstofgas afneemt en daardoor stijgt het niveau van het water. En dat stijgt mede omdat er luchtdruk aanwezig is hierbuiten, het streeft naar een evenwichtsstand in de zin van dat de druk aan beide kanten even groot is, dus de druk van het niveauverschil van het water plus de druk van de stikstof hieronder is gelijk aan de druk van het water. [*Een rijk schema; de diverse als-dan-redeneringen wijzen op theorieniveau.*]

- I: Even één ding wat me niet helemaal duidelijk is. Die warmte-uitwisseling, wat heeft dat rechtstreeks te maken met het feit dat dat water erin gaat?
- P: Dat heeft er mee te maken dat als de temperatuur van het stikstofgas dat overgebleven is hoog zou blijven, dan belemmert dat het instromen van de lucht, omdat je nu met hogere druk zit daar, en door de warmte-uitwisseling met de omgeving kan de temperatuur afnemen.
- I: En doordat de temperatuur afneemt ..
- P: neemt de druk ook af.
- I: Wat komt er allemaal nog meer bij je naar boven als je dit ziet?
- P: Als ik dit zie? O, herinneringen aan vroeger, spelen tijdens de afwas met omgekeerde glazen, het nu nog steeds wat doen van de afwas en ondersteboven een glas op het aanrecht zetten en dan zie je ook dat door de afkoeling van de lucht op een gegeven moment water opstijgt in het glas, herinneringen aan proefjes waarbij je een grotere bak neemt die op z'n kop staat, een aquariumbak en daar zet je dan (...) [*Dit maakt de verbanden met concrete ervaringen van de proefpersoon duidelijk.*]
- I: Als je dat nu allemaal bij elkaar neemt wat je mij vertelt hebt hierover, zit daar nou een logische samenhang in?
- P: (...)
- I: (...)
- P: Een logische samenhang in wat ik gezegd heb? Wanneer ik dit verschijnsel zie dan kan ik dat niet anders zien dan met de herinneringen aan wat ik eerder heb gezien, en meegemaakt en heb gedacht en daar put ik ook m'n gedachten uit die ik uit wanneer ik tegen jou vertel wat ik zie gebeuren en waarom dat gebeurt.
- I: En dan nog een vraag die met logica te maken heeft. Als ik je nou zou vragen om te bewijzen dat wat jij voor analyse gaf over dat proefje, en wat er nou gebeurde, zou je dan een manier weten om te bewijzen dat dat echt zo is?

P: Dan zou ik een aantal dingen moeten nagaan en dan zou ik het proefje moeten opsplitsen in een aantal andere proefjes. Dus dat is na te gaan wat dat betreft. Ik heb bijvoorbeeld de aanname gemaakt dat de zuurstof verdwijnt, en ik heb de aanname gemaakt dat zuurstof aanwezig is in het begin en dat zou ik moeten testen, en dat het verdwijnt zou ik moeten testen, en dat wat er overblijft geen zuurstof is zou ik moeten testen, dat er geen verbranding kan plaatsvinden zonder zuurstof zou ik moeten testen, ik zou een meting van de resterende druk van dit gasmengsel hierin moeten doen. Ik maak allerlei aannames op basis op wat ik in het verleden heb gezien en gelezen en niet eens heb ik alles zelf wat dat betreft nagedaan. Het is dan vaak zo aannemelijk op grond van wat je leest en wat je doet dat je dat even laat zitten. [*Duidelijk theoretieniveau: Er is een logisch systeem dat kan worden geëxpliciteerd.*]

7. Niveaus bij leren: een theoretische reflectie

We hebben nu de kenmerken besproken van de beeldvorming, de schematisering en de theorievorming. We hebben geprobeerd in de wijze waarop de bespreking hierboven is opgebouwd, rekening te houden met de besproken theorie. Paragraaf 1 was bedoeld om de beeldvorming over leerprocessen te ondersteunen. De daarop volgende paragrafen hadden tot doel bij de lezer de schematisering te bevorderen over de drie niveaus. Nu we zover zijn, kunnen we ons afvragen waarom leerprocessen zo in elkaar zitten, of dat logisch te verklaren is. Dat is de vraag naar een theorie over leerprocessen van waaruit alles wat hiervoor gezegd is, 'verklaard' kan worden.

Uitgangspunten

Onze uitgangspunten (de axioma's van de theorie) komen uit wat tegenwoordig het handelingstheoretisch paradigma heet (Van Parreren, 1988; Groeben & Scheele, 1977).

Het eerste uitgangspunt is dat mensen handelen op grond van persoonlijke *doelen* (waarvan ze zich niet altijd bewust zijn). We kunnen hetzelfde ook in termen van behoeften formuleren: menselijk handelen is gericht op de bevrediging van behoeften. Daarbij moeten we meteen opmerken dat handelen niet alleen 'ingrijpen in de omgeving' is; ook mentale handelingen vallen hieronder, zoals het in ons hoofd ordenen van ervaringen.

Een tweede uitgangspunt van de handelingstheorie is, dat mensen handelen op grond van mentale structuren (opgeslagen ervaringen, kennis, opvattingen, etc.) en bovendien voortdurend die mentale structuren ontwikkelen en bijstellen (Groeben & Scheele, 1977). Dit laatste is het centrale uitgangspunt van het *constructivisme* (Fosnot, 1989; Sigel & Cocking, 1977; Von Glasersfeld, 1990).

Deze twee uitgangspunten, n.l. dat handelen plaats vindt op grond van behoeften en dat er sprake is van een wisselwerking tussen mentale structuren en objecten en situaties in de omgeving, hangen nauw samen. Een basisbehoefte van mensen is n.l. *greep* te hebben op de omgeving; zonder die greep is men hulpeloos overgeleverd aan de omgeving. Mentale structuren helpen om greep te krijgen op de omgeving. Situaties en objecten kunnen met behulp daarvan 'geplaatst' worden. Van Parreren (1970, p.67-81) spreekt in dit verband over *cognitief houvast*.

Aan de Gestaltpsychologie ontleen we de gedachte dat de meest elementaire vorm waarin de mens cognitief houvast verwerft, de vorming is van *Gestalts*, die hem helpen objecten en situaties als een geheel te zien en erop te reageren. We noemen deze Gestalts in dit artikel *beelden*.

Zo vormt een klein kind een beeld van zijn ouders, die zijn basisbehoeften aan veiligheid, liefde en voeding vervullen. De mogelijkheid tot het herkennen van het beeld van de moeder helpt het kleine kind dus bij zijn basale behoefte om te overleven.

Dit voorbeeld maakt tevens duidelijk dat mentale structuren (zoals het beeld van de moeder) niet alleen cognitief van aard zijn: ze zijn nauw verbonden met de gevoelens die horen bij de ervaringen op basis waarvan de structuren gevormd zijn. Dit is reeds door één van de eerste leerpsychologen, Watson, aangetoond (zie bijv. Castiello, 1934, p. 54, 55) en wordt bevestigd door recent hersenonderzoek (Romijn, 1992, p. 90). Bij het beeld van de moeder behoren bijvoorbeeld de gevoelens van bevrediging en veiligheid die het kind eerder ervaren heeft bij het drinken van de moedermelk, of juist gevoelens van angst omdat de behoefte aan veiligheid niet altijd adequaat bevredigd werd. Korthagen (1993) stelt dan ook: "In a gestalt as we conceive it, the person's needs, values, meanings, thoughts, feelings and actions are all united into one inseparable whole". In dit opzicht voegt de in dit artikel beschreven theorie iets wezenlijks toe aan de bestaande literatuur over het constructivisme. Hoewel er daarin verschillende stromingen bestaan, hebben zij gemeen dat ze het leerproces vooral als een cognitief proces beschouwen (Prawat, 1993). Een recente uitzondering is White (1993) die wijst op het belang van de *willingness to exercise purposeful control over one's own thought processes* in zijn model voor begripsontwikkeling.

De ontwikkeling van mentale structuren

Hiermee is de basis gelegd voor onze theorie over leren. We gaan nu na hoe een leerproces zich precies voltrekt met betrekking tot één onderwerp, bijv. 'rechthoeken'.

Zoals gezegd gaan we ervan uit dat leren begint met de vorming van beelden op basis waarvan objecten of situaties (voor-beelden) herkend worden. Hoffer (1981) en Prevost (1988) noemen dit niveau dan ook het niveau van *herkenning*. Een kind leert een raam te herkennen als iets waardoor je naar buiten kunt kijken. Daarmee begint het 'greep krijgen'.

Het beeld van het raam is aanvankelijk nog gebonden aan dat ene, unieke raam in de huiskamer.

De volgende stap in het leerproces is het kunnen herkennen van verschillende situaties of objecten als 'hetzelfde'. De vorm van de ramen in huis is bijvoorbeeld hetzelfde als van de deuren, de kast, schilderijen, een vel papier, grinttegels, de spiegel, etc.: twee horizontale en twee verticale randen. Daarmee is het beeld behorende bij verschillende voorbeelden gereduceerd tot zijn essentie. We noemen die essentie het *kale beeld*. Zo'n kaal beeld maakt de wereld overzichtelijk. Dat helpt bijvoorbeeld bij het maken van een tekening van het huis.

Kenmerkend voor de hier aangeduide mentale structuur is dat er sprake is van een beeld waar nauwelijks woorden bij horen. Voor de behoefte aan greep die de meeste mensen hebben met betrekking tot de vormen in huis is dit beeld voldoende om adequaat te kunnen handelen in allerlei alledaagse situaties en voor *zelfcontrole*.

Hetzelfde geldt voor dingen als *koken, drijven of zinken, zuivere stof*, etc. De daarbij behorende beelden blijven vaak impliciet.

Soms echter ontstaat de behoefte om te begrijpen wat het is dat verschillende objecten of situaties 'hetzelfde' maakt. Opnieuw is dat een vorm van greep proberen te krijgen op de wereld. Zo'n behoefte ontstaat bijvoorbeeld vaak als over een onderwerp met iemand anders gecommuniceerd wordt; dan zijn meestal woorden nodig die de kenmerken beschrijven van het beeld dat de persoon in zijn hoofd heeft. Een andere reden om beter te willen begrijpen waar het nu precies om gaat, kan zijn dat de persoon veel met voorbeelden en bijna-voorbeelden van een verschijnsel te maken heeft en goed wil onderscheiden welke nu meetellen en welke niet ¹⁾.

In dat soort gevallen is het nodig na te gaan wat de kenmerken zijn van het eigen beeld. Dat betekent dat op basis van een *analyse* (Hoffer, 1981 en Prevost, 1988 spreken dan ook over een *analyseniveau*) een mentale structuur gevormd wordt waarin elementen en relaties tussen die elementen een rol spelen. Het begrip 'rechthoek' wordt ingevuld met elementen als hoeken en zijden, en met verbanden tussen die elementen. (Zie voor een voorbeeld van zo'n invulling de tekst bij figuur 1.) Om dit te kunnen doen is het noodzakelijk dat de persoon nadenkt over zijn eigen beeld van de rechthoek. Op deze wijze ontstaat een relatienet (Van Hiele, 1973, p.92) of *cognitief schema*, door Fiske & Taylor (1984, p.140) gedefinieerd als "a cognitive structure that represents organized knowledge about a given concept or type of stimulus". Zo'n cognitief schema ziet er in geabstraheerde vorm uit als in figuur 3.

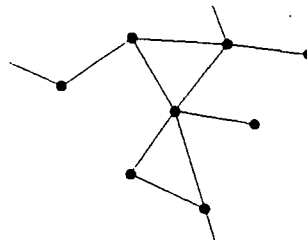
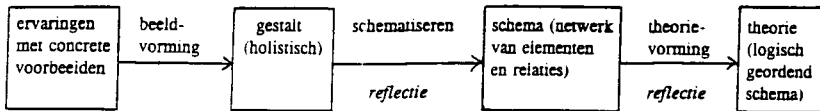


Fig. 3. Een cognitief schema

De stippen zijn de elementen uit het cognitieve schema en de lijnen de relaties tussen die elementen. We noemen een schema *rijker* naarmate de kwaliteit en de kwantiteit van de elementen en van de relaties tussen die elementen toeneemt.

Nadat de persoon het schaniveau bereikt heeft kan de behoefte ontstaan om uit een veelheid van elementen en relaties binnen het schema, de essentie te destilleren. Bij de rechthoek bijvoorbeeld, wordt de rij kenmerken wel erg groot (zie de tekst bij fig. 1.). Ze zijn moeilijk allemaal te onthouden. Het blijkt dat als je uitgaat van één kenmerk (vierhoek met drie rechte hoeken), je de andere kenmerken daaruit kunt afleiden via logische redeneringen. Dat maakt de wereld opnieuw overzichtelijker. Het kunnen *verklaren* is dus weer een vorm van greep krijgen op de wereld. Als we wat nauwkeuriger kijken naar wat er op dit theorieniveau gebeurt, dan concluderen we in navolging van Van Hiele (1973), dat er *relaties gelegd worden tussen de relaties van het reeds bestaande cognitieve schema*. Anders gezegd: de relaties van het oude schema worden de elementen van het nieuwe schema.



Schema 1: Fasen in het leerproces met betrekking tot een onderwerp en de bijbehorende kennisniveaus.

Reflectie

Voor het tot stand komen van een niveau-overgang is het essentieel dat de persoon nadenkt over zijn reeds bestaande kennis of opgedane ervaringen en daarin *(een nieuwe) structuur tracht aan te bengen*. Dit is precies wat De Jong en Korthagen (1988) *reflectie* noemen. De centrale rol die reflectie speelt in het leerproces wordt momenteel ook in toenemende mate erkend in onderzoek naar begripsontwikkeling in de natuurkunde (zie bijv. Baird e.a., 1991; Chan e.a., 1993). Reflectie wordt bevorderd door het met anderen praten over de eigen ervaringen en kennis (vgl. Ten Voorde, 1977) en door het in geschreven taal expliciteren ervan.

Kenmerken van de drie niveaus

Hoe kunnen we nu het niveau herkennen waarop iemand zit met betrekking tot een bepaald onderwerp, bijvoorbeeld de rechthoek? Uit het voorgaande kan afgeleid worden dat dat bijvoorbeeld blijkt uit de wijze waarop de persoon reageert op de vraag "wat is een rechthoek?". Iemand die op beeldniveau zit, zal bijvoorbeeld zeggen: "zo'n ding" en met zijn handen twee horizontale en verticale lijnen aanduiden. Iemand die op

schemaniveau zit zal kenmerken van een rechthoek opnoemen. Iemand die op theorieniveau zit, noemt de definitie. Nog duidelijker wordt het als we vervolgens vragen: "waarom is dat zo?" De persoon op beeldniveau zal verbaasd zijn over de vraag en zal bijvoorbeeld zeggen: "dat is gewoon zo". Iemand op schemaniveau kan aan de hand van een voorbeeld van een rechthoek laten zien dat bepaalde kenmerken aanwezig zijn. Iemand op theorieniveau geeft op de waarom-vraag een logische redenering waaruit blijkt dat de definitie nodig en voldoende is.

Op dezelfde wijze kunnen we ook bij andere onderwerpen nagaan op welk niveau iemand zich bevindt. Vraag bijvoorbeeld maar eens aan een kind en aan een natuurkundige wat water koken is en waarom water bij 100° kookt, of wat drijven is en waarom een boot drijft.

Uit het bovenstaande blijkt dat de drie niveaus wezenlijk verschillend zijn. Het beeldniveau is nauw verbonden met de zintuiglijke waarneming in de concrete situatie(s) waarin de ervaring(en) werd(en) opgedaan. Op het beeldniveau gaat het dus om *situationele kennis*²⁾, met andere woorden kennis die gebonden is aan concrete situaties en hun context. Situationele kennis omvat niet alleen cognitieve aspecten, maar is sterk gekleurd door gevoelservaringen. Liever dan de term 'kennis' gebruiken wij de term 'beeld', waarmee we, zoals gezegd, het geheel van de opgeslagen ervaring aanduiden. Op het beeldniveau gaat het dus per definitie om een ongedifferentieerde, ongeëxpliciteerde, holistische representatie van situaties. (Van Hiele, 1973, p. 142 zegt: "Het image is symbool voor heel veel, wat niet in woorden uitgedrukt is.")

Op het schemaniveau worden ervaringen of situaties niet langer als één geheel beschouwd, maar wordt ingezoomd op onderdelen, kenmerken en verbanden. Op dit niveau wordt voor het eerst taal gebruikt om deze onderdelen, kenmerken en verbanden te benoemen. Het theorieniveau heeft met het schemaniveau gemeen dat de persoon meer afstand neemt van de beelden, daarin structuur aanbrengt en deze structuur benoemt. Het verschil met het schemaniveau is evenwel dat de aangebrachte structuur een logische ordening is, gebaseerd op als-dan-ketens. Daarmee worden ervaringen/situaties verklaard.

Niveaureductie

Door mentaal gevormde begrippen en relaties concreet te maken via opschrijven, tekenen of mondelinge explicitering, worden ze tastbaarder, hanteerbaarder. Zo kan de wiskundige manipuleren met een vergelijking als $x^2 = x + 2$. In feite zit er achter de eenvoudige vergelijking een heel uitgebreid cognitief schema en zelfs een hele theorie. Als de wiskundige de vergelijking oplost, is die theorie evenwel gereduceerd tot eenvoudige regels die zijn handelen sturen. Het is alsof de wiskundige een bepaald beeld herkent (bijv. er staan rechts van het gelijkteken andere dingen dan het getal nul) en op grond daarvan tot een automatische reactie komt. Dat is typerend voor het functioneren op beeldniveau. We spreken in dit

geval van *niveaureductie* (Van Hiele, 1973, p.101; Van Hiele, 1986, p.53). Daarbij wordt een complex schema of een theorie gereduceerd tot één overkoepelend beeld.

Het belang daarvan is in de eerste plaats vergroting van de efficiëntie van het handelen. In de tweede plaats bevordert niveaureductie dat de actor aandacht vrij krijgt voor reflectie. Dat betekent o.a. dat het vermogen tot *zelfcontrole* vergroot wordt, maar ook dat de persoon weer nieuwe relaties kan leggen (de wiskundige uit het voorbeeld kan bijvoorbeeld verbanden leggen tussen de getallen die in vergelijkingen voorkomen en het aantal oplossingen van de vergelijkingen). Het essentiële verschil tussen de wiskundige die op grond van niveaureductie met vergelijkingen manipuleert en de leerling die nog niet op schaniveau is geweest, is dat de wiskundige desgewenst weer het hele achterliggende schema of de theorie over vergelijkingen in zijn bewustzijn kan oproepen.

Continuïteiten en discontinuïteiten in het leren

Het is van belang te constateren dat een niveau-overgang niet slechts generalisatie of abstractie inhoudt. Voor iemand die zich met betrekking tot het onderwerp 'koken' op beeldniveau bevindt, betekent koken iets wezenlijk anders dan voor iemand die op schaniveau zit. Een niveau-overgang betekent dan ook een essentiële kwalitatieve verandering in de interne representatie van een situatie/object in de buitenwereld.

Bij een voortschrijdend leerproces kan men *binnen één niveau* een meer geleidelijke ontwikkeling waarnemen. Voor het beeldniveau geldt bijvoorbeeld dat het beeld aanvankelijk nauw gerelateerd is aan één of meer concrete objecten of situaties. Naarmate de persoon ervaring opdoet met meer verwante voorbeelden ontstaat geleidelijk een geabstraheerde afspiegeling van deze voorbeelden. Dat hebben we hierboven het *kale* beeld genoemd. Deze ontwikkeling van concreet naar abstract op het beeldniveau is een voorwaarde voor een niveau-overgang. Immers, men kan zich eerst bewust worden van de essentiële kenmerken van een verschijnsel of klasse van objecten (en dus schematiseren) als er abstractie heeft plaatsgevonden.

Op het schaniveau ziet men ook een geleidelijke ontwikkeling, in dit geval van een eenvoudig relatiernetwerk naar een complexere structuur. Zo'n complexe structuur hebben we hierboven een *rijk* schema genoemd. De ontwikkeling van een rijk schema is weer een voorwaarde voor een correcte overgang naar het theorieniveau: men kan pas onderscheid maken tussen basale kenmerken en kenmerken die daar logisch uit volgen als men eerst veel verbanden is gaan zien. Een probleem is echter dat mensen vaak al de behoefte voelen aan een logische verklaring, nog voordat een voldoende rijk schema gevormd is. Er worden dan "lokale" logische ordeningen aangebracht in het schema

die correcte theorievorming blokkeren (vgl. het voorbeeld van Nicoline bij het proefje, beschreven in paragraaf 6).

Er zijn dus verschillende processen: geleidelijke ontwikkelingen binnen een niveau en niveau-overgangen. Bij niveau-overgangen gaat het om meer discontinue processen omdat de vraagstelling verandert. Bij de beeldvorming is de vraag hoe verschillende situaties onder een hoedje gevangen kunnen worden, bij het schematiseren is er vraag naar meer duidelijkheid in de beelden, bij de theorievorming is de vraag orde te scheppen in de schema's.

Deze onderscheiding in geleidelijke en discontinue overgangen sluit aan bij het onderscheid dat Rumelhart en Norman (1981) maken tussen *accretion*, dat is de geleidelijke toename van informatie binnen bestaande schema's, en *restructuring*, "which involves the creation of new schemata" (zie ook Vosniadou & Brewer, 1987)³.

De twee typen processen vertonen dikwijls een gedeeltelijke overlap. Zo zien we vaak dat tegelijkertijd met de vorming van kale beelden de eerste stap gezet wordt naar het benoemen van kenmerken. Een voorbeeld is de leerling die, terwijl hij het begrip rechthoek ontwikkelt, met zijn handen aan kan geven dat het gaat om "tweemaal horizontaal en tweemaal verticaal". Ook bij de overgang van schaniveau naar theorieniveau zien we vaak zo'n overlap: terwijl het schema van de rechthoek rijker wordt, maakt de persoon een eerste ordening in fundamentele en minder fundamentele kenmerken of relaties. Dit is een opstap naar het theorieniveau. Er is pas sprake van een niveau-overgang als een nieuwe structuur gevormd is, d.w.z. als een herordening heeft plaatsgevonden van de reeds aanwezige mentale structuur. Bij de overgang van het beeld- naar het schaniveau betekent dit dat elementen uit het beeld worden onderscheiden en relaties tussen die elementen gelegd. Bij de overgang van schema- naar theorieniveau bestaat de herordening eruit dat de relaties uit het schema de elementen worden van een nieuw schema en er logische relaties tussen die nieuwe elementen worden gelegd. Zoals gezegd kunnen er soms in een vroeg stadium onjuiste logische relaties gelegd worden op basis van "lokale" ordeningen in een onvoldoend ontwikkeld schema.

8. De status en de betekenis van de theorie van de niveaus in leren

In de vorige paragraaf hebben we de besproken theorie ingebed in bestaande theorieën. De theorie van de niveaus bevat echter ook een paar zeer specifieke elementen, zodat men zich kan afvragen in hoeverre deze theorie nu onderbouwd is. Teneinde dit te verhelderen, gaan we thans in op twee nauw verwante theorieën, n.l. van Van Hiele (1957, 1973, 1981) en van Watzlawick (1978).

Ook Van Hiele onderscheidt niveaus, n.l. een grondniveau, een eerste niveau en een tweede niveau (zie ook Lagerwerf, 1982, p. 172; Lagerwerf, 1983). Verder heeft hij reeds het verschijnsel van de

niveaureductie beschreven. De theorie van Van Hiele is ook toegepast op andere schoolvakken, met name de scheikunde (zie bijv. Ten Voorde, 1977). Echter, zowel ten aanzien van het leren van wiskunde als het leren van scheikunde is de empirische onderbouwing van de theorie tot nu toe beperkt gebleven tot enkele geïsoleerde vakinhoudelijke onderwerpen. Daarom kunnen we de hypothese dat de niveaus in een veelheid van leerprocessen herkend kunnen worden, slechts als tentatief karakteriseren. Bovendien is een essentieel verschil tussen de niveau-theorie van Van Hiele en de in dit artikel gepresenteerde theorie, dat wij meer dan Van Hiele de affectieve aspecten van het leerproces in de theorie zelf opnemen. Daarbij staan voor ons met name de rol van de *behoefte* van het individu centraal en de functie die de niveaus hebben voor diens *behoeftebevredesting*. Deze benadering sluit aan bij de toenemende aandacht in de leerpsychologie voor niet-cognitieve aspecten bij kennisverwerving. Het is voor ons ook een belangrijke legitimering van het introduceren van onze uitwerking van de niveau-theorie, een uitwerking die dus nog wel om verdere empirische toetsing vraagt. Zoals we hebben laten zien in paragraaf 6, kunnen bij zo'n toetsing van de theorie de hierboven geformuleerde kenmerken van de drie niveaus als toetsingscriteria dienen, temeer daar ze geoperationaliseerd zijn in termen van uitspraken van de lerende.

Aan de Gestaltpsychologie en aan auteurs als Watzlawick (1978) ontlene wij de specifieke notie dat het leerproces start met beeldvorming. Watzlawick stelt dat ervaringen en kennis over het dagelijks leven resulteren in wat hij noemt 'world images'. Hij combineert ontdekkingen uit de psychotherapie en uit hersenonderzoek (bijv. Bogen, 1969; Gazzaniga, 1970) die het aannemelijk maken dat het representeren van de werkelijkheid in mentale beelden voornamelijk geschiedt in de rechterhersenhelte (zie ook Korthagen, 1993; Wubbels, 1992). Hoewel later is aangetoond dat de zaak gecompliceerder in elkaar zit (Bryden, 1982), helpt het beeld dat Watzlawick ons aanreikt, om 'greep' te krijgen op de beschreven processen. Bij de overgang naar het schemaniveau wordt de andere hersenhelte ingeschakeld: die hersenhelte zorgt, globaal gesproken, voor sequentiële informatieverwerking en speelt dus een rol bij taal en logica.

In termen van Watzlawick c.s. kunnen we het volgende stellen. Typerend voor het beeldniveau en de daarmee geassocieerde rechterhersenhelte is het *analoge* karakter van de mentale structuren, terwijl het schemaniveau en het theorieniveau geassocieerd worden met de linkerhersenhelte en gekarakteriseerd worden door het gebruik van *digitale* structuren. Hoewel Watzlawick zich baseert op empirisch onderbouwde theorieën, zijn wij het met Wubbels (1992) eens dat Watzlawicks theorie niet als bewezen beschouwd kan worden.

Al met al is duidelijk dat de in dit artikel besproken theorie nog veel empirische onderbouwing behoeft. Onderzoek dat die onderbouwing tot

doel heeft, lijkt ons van belang, temeer daar de besproken theorie een aantal directe consequenties voor het onderwijs heeft. We willen daar in het bestek van dit artikel niet uitgebreid op ingaan, maar enkele korte opmerkingen kunnen dit wellicht verduidelijken.

9. Implicaties

Van belang is bijvoorbeeld de relatie tussen de niveaus en misconcepties. Misconcepties vinden volgens ons hun oorsprong niet alleen in onjuiste schemavorming, maar zijn vaak het gevolg van te snelle en inadequate beeldvorming, op grond waarvan vervolgens geschematiseerd is. Als dat zo is, is het voor het veranderen van misconcepties in correcte concepten noodzakelijk dat

1. eerst andere ervaringen worden opgedaan, in situaties waarmee de leerling vertrouwd is; daardoor kan onzekerheid worden gezaaid over bestaande, inadequate beelden (vgl. Posner, Strike, Hewson & Gertzog, 1982) en kunnen adequatere beelden ontstaan;
2. vervolgens een kaal beeld ontstaat dat een adequate basis vormt voor de gewenste schematisering;
3. via reflectie door de lerende zelf op het ontstane kale beeld een cognitief schema gevormd wordt.

Dus, indien er sprake is van een misconceptie bij de leerling, werkt te snelle "correcte" schematisering door de leraar eerder de vorming van adequate concepten tegen dan dat die bevordert wordt.

Verder blijkt uit de wijze waarop wij het beeldniveau beschreven hebben, hoe nauw dit niveau gerelateerd is aan de interactie met de omgeving. Uit de beschreven theorie kan dan ook de hypothese afgeleid worden dat het *beelden* zijn die het onbereflecteerde gedrag leiden. Als dat inderdaad zo is, dan betekent dit dat niveaureductie essentieel is om transfer te bewerkstelligen van kennis op schema- of theorieniveau naar het onbereflecteerde gedrag.

Ook verklaart onze theorie de noodzaak van een veilige omgeving om iets nieuws te kunnen leren. Immers, een onveilige situatie roept onmiddellijk de aan de basisbehoefte tot overleven gekoppelde beelden op (ook al is de lerende zich daar zelf niet van bewust). Deze beelden verdringen elk ander beeld, terwijl de aanwezigheid van zo'n beeld noodzakelijke voorwaarde is voor leren. Ook binnen een veilige leeromgeving kan het precieser kijken naar een beeld (wat nodig is voor schematisering) geblokkeerd worden doordat aan het beeld een negatieve gevoelslading gekoppeld is. Die kan bijvoorbeeld ontstaan zijn door een gevoel van onveiligheid dat bij de persoon aanwezig was terwijl dat beeld gevormd werd, een situatie die zich bijvoorbeeld nogal eens blijkt voor te doen bij een vak als wiskunde.

Tenslotte leidt onze theorie tot een fundamentele andere hypothese over de mogelijkheden van leerlingen tot formeel denken dan de klassieke opvatting van theorie van Piaget. Formeel denken is volgens de

bovenstaande theorie niet zozeer een aan leeftijd gebonden algemeen vermogen, maar een vermogen dat gebonden is aan de mate waarin *op een bepaald gebied* beelden en rijke schema's gevormd zijn. Het leidt tot de hypothese dat formeel denken een domein-specifieke functie is, n.l. altijd gekoppeld aan een bepaald aandachtsgebied en dat de ontwikkeling van deze functie door onderwijs te beïnvloeden is. Dit komt overeen met modernere opvattingen van de theorie van Piaget. (Zie bijv. Case, 1991, p. 17; vgl. Samarapungavan & Milikowski, 1992; Van Hiele, 1986, p. 65-66, concludeert: "The age of the children is important, in so far as they must have had sufficient time to go through the necessary learning process.")

Dit zijn slechts enkele voorbeelden van de betekenis van de theorie van de niveaus in leren. Ze maken duidelijk dat deze theorie niet alleen praktische consequenties voor het onderwijs heeft, maar ook dat ze een krachtig denkkader biedt waaruit andere didactische en onderwijskundige principes logisch voortvloeien.

Noten:

1. Piaget (1970) wijst in dit verband op het belang van het ontstaan van een *cognitief conflict* voor het tot stand komen van cognitieve ontwikkeling. Hij heeft echter geen speciale nadruk gelegd op de functie van sociale interactie in het ontstaan van een cognitief conflict. Uit recenter onderzoek komt echter nadrukkelijk het standpunt naar voren dat sociale interactie een specifieke invloed heeft op de cognitieve ontwikkeling (vgl. Ten Voorde, 1977; Dekker, 1991; Wiersema, 1991). Volgens Doise (1980) speelt daarbij zgn. *coördinatie* een grote rol: uit de confrontatie tussen eigen acties en die van anderen ontstaat een socio-cognitief conflict, leidend tot de behoefte aan coördinatie tussen de eigen acties en die van de ander(en). Dat is een stimulans voor de cognitieve ontwikkeling. Deze aanvulling op de theorie van Piaget sluit aan bij onze visie op het ontstaan van niveau-overgangen: de wederzijdse communicatie tussen de leraar en de leerling en tussen de leerlingen onderling is daarvoor van belang. Voor de eenvoud hebben we ons echter in dit artikel beperkt tot de analyse van het individuele leerproces. Zodra het leren plaats vindt in een onderwijscontext speelt ook de onderwijsopvatting een rol. De sociale interactie krijgt bijvoorbeeld een ander karakter als 'leren van elkaar' een onderwijsdoel is dan als de interactie slechts beschouwd wordt als een lastige factor die individuele leerprocessen compliceert. Dit alles komt hier verder niet aan de orde, omdat we ons in dit artikel nog niet met de consequenties van de theorie voor het onderwijzen willen bezig houden.
2. De term "situated cognition" duikt de laatste jaren voortdurend op in de literatuur (zie bijv. Brown, Collins & Duguid, 1989). Daarbij gaat het om de notie dat kennis ontstaat in een wisselwerking tussen persoon en situatie. Zoals Verloop (1991) aangeeft, zijn concepten dan geen eindproducten, maar eerder een soort gereedschappen waarmee men de werkelijkheid te lijf gaat.
3. Rumelhart en Norman (1981) onderscheiden nog een derde manier waarop schema's kunnen veranderen, n.l. *tuning* "which refers to evolutionary changes in the way information is interpreted, such as generalizing or constraining the

extent of a schema's applicability". Deze vorm van schemaverandering blijft binnen het bestek van dit artikel buiten beschouwing, omdat wij ons voor de eenvoud beperken tot leerprocessen die betrekking hebben op één afgebakend onderwerp. 'Tuning' treedt bijvoorbeeld op als een leerling het ontwikkelde schema over rechthoeken gaat toepassen op meerdimensionale ruimten. Wij wijzen erop dat er bij 'tuning' niet noodzakelijk sprake is van een niveauovergang (vgl. Van Hiele, 1973, p.100).

Referenties

- Baird, J.R., P.J. Fensham, R.F. Gunstone & R.T. White (1991). The importance of reflection in improving science teaching and learning. *Journal of Research in Science Teaching* 28, 2, 163-182.
- Bogen, J.E. (1969). The other side of the brain, II: An appositional mind. *Bulletin of the Los Angeles Neurological Society* 34, 135-162.
- Brown, J.S., A. Collins & P. Duguid (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher* 18, 1, 32-42.
- Bryden, M.P. (1982). *Laterality: functional asymmetry in the intact brain*. New York: Academic Press.
- Case, R. (1991). *The mind's staircase*. Hilldale, N.J.: Erlbaum.
- Castiello, J. (1934). *Geistesformung*. Berlijn/Bonn.
- Chan, C., C. Bereiter, & J. Burtis, (1993). *Students' understanding of knowledge problems underlying their misconceptions*. Paper gepresenteerd op het congres van de American Educational Research Association, Atlanta.
- Dekker, R. (1991). *Wiskunde leren in kleine heterogene groepen*. De Lier: Academisch Boeken Centrum.
- Dennett, D.C. (1991). *Consciousness explained*. Boston, Toronto, London: Little, Brown and Company.
- Doise, W. (1980). Onderzoek naar effecten van sociale interactie op de cognitieve ontwikkeling van kinderen. *Pedagogische Studiën*, 57, 49-60.
- Dormolen, J. van (1982). *Aandachtspunten*. Utrecht, dissertatie.
- Driver, R. (1987). Changing conceptions. *Tijdschrift voor Didactiek der β -wetenschappen*, 6, 161-198.
- Fiske, S.T. & S.E. Taylor (1984). *Social cognition*. New York: Random House.
- Fosnot, C.T. (1989). *Enquiring teachers, enquiring learners: a constructivistic approach for teaching*. New York: Teachers College Press.
- Freudenthal, H. (1978). *Weeding and sowing*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1984). *Didactische fenomenologie van wiskundige structuren I*. Utrecht: OW&OC.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publ.

- Gazzaniga, M.S. (1970). *The bisected brain*. New York: Appleton-Century-Crofts.
- Glaserfeld, E. von (1990). Constructivism: some like it radical. In: R. Davis, C. Maher & N. Noddings (Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics*, (pp. 19-29). Journal of Research in Mathematics Education Monograph Number 4. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Goedhart, M. & A.H. Verdonk (1991). Een didactische structuur van kookpuntbegrippen; een voorbeeld van onderzoek naar begripsontwikkeling. *Tijdschrift voor Didactiek der β -wetenschappen* 9, 1, 29-45.
- Groeben, N. & B. Scheele (1977). *Argumente für eine Psychologie des Reflexiven Subjects*. Darmstadt: Steinkopff.
- Hiele, P.M. van (1957). *De problematiek van het inzicht*. Amsterdam: Meulenhof e.a.
- Hiele, P.M. van (1973). *Begrip en inzicht*. Purmerend: Muusses.
- Hiele, P.M. van (1981). *Structuur*. Purmerend: Muusses.
- Hiele, P.M. van (1986). *Structure and insight, a theory of mathematics education*. Orlando: Academic Press.
- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics teacher* 74, 11-18.
- De Jong, J.A. & F. Korthagen (1988). *Handelen, reflecteren, opleiden*. Paper gepresenteerd op het congres van de Vereniging Universitaire Lerarenopleiders Nederland, Beekbergen.
- Korthagen, F.A.J. (1981). Wiskunde-onderwijs en nivotheorie. *Euclides* 56, 7, 310-316.
- Korthagen, F.A.J. (1993). Two modes of reflection. *Teaching and teacher education* 9, 3, in druk.
- Lagerwerf, B. (1982). *Wiskunde-onderwijs nu*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Lagerwerf, B. (1983). Niveaus van zekerheid. *Nieuwe wiskrant*, december 1983.
- Lagerwerf, B. (1994). *Wiskundeonderwijs in de basisvorming*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Parreren, C.F. van (1970). *Psychologie van het leren II*. Deventer: Van Loghum Slaterus.
- Parreren, C.F. van (1988). Principes van de handelingstheorie (I). *Handelingen* 2, 3, 5-31.
- Piaget, J. (1970). Piaget's theory. In P.H. Mussen (Ed.), *Carmichael's handbook of child psychology*. New York: Wiley.
- Posner, G.J., K.A. Strike, P.W. Hewson & W.A. Gertzog (1982). Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. *Science Education* 66, 2, 211-227.
- Prawat, R.S. (1993). The value of ideas: problems versus possibilities in learning. *Educational Researcher* 22, 6, 5-16

- Prevost, F.J. (1988). *Meetkunde in de brugklas. Euclides* 63, 191-198.
- Romijn, H. (1992). *Hersenen, geest en kosmos*. Amsterdam/Lisse: Swets & Zeitlinger.
- Rumelhart, D.E. & D.A. Norman (1981). Accretion, tuning, and restructuring: three modes of learning. In: J.W. Cotton & R. Klatzky (Eds.), *Semantic factors in cognition* (pp.37-60). Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Samarapungavan, A. & M. Milikowski (1992). The relation between metacognitive and domain specific knowledge. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch* 17, 5, 303-312.
- Sigel, I. & R. Cocking (1977). *Cognitive development from birth to adolescence: a constructivist perspective*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Verloop, N. (1991). *Praktijkkennis van docenten als deel van de onderwijskundige kennisbasis*. Inaugurale rede, Leiden.
- Voorde, H. ten (1977). *Verwoorden en verstaan*. Amsterdam, dissertatie.
- Vosniadou, S. & F.Brewer (1987). Theories of knowledge restructuring in development. *Review of Educational Research* 57, 1, 51-67.
- Watzlawick, P. (1978). *The language of change*. New York: Basic Books.
- White, R.T. (1993). *Insights on conceptual change derived from extensive attempts to promote metacognition*. Paper gepresenteerd op het congres van de American Educational Research Association, Atlanta.
- Wiersema, B. (1991). *De invloed van samenwerkend leren op spellingprestaties*. Groningen, dissertatie.
- Wubbels, Th. (1992). Taking account of student teachers' preconceptions. *Teaching and Teacher Education* 8, 2, 137-149.