

Theoretiseren in ontwikkelingsonderzoek¹

L. Streefland

Freudenthal Instituut

Universiteit Utrecht

'Als je met een dergelijk project bezig bent, werk je niet alleen aan het moment dat juist aan de orde is, maar je hebt onophoudelijk ook in gedachten wat er allemaal al gebeurd is, hoe het straks moet worden, wat er mis kan gaan en hoe dat opgevangen moet worden en wat er in dat geval voorbereid moet zijn wil je niet dat alles door je vingers glipt.'

(Harry Mulisch over zijn roman 'De ontdekking van de hemel')

Summary

In the present contribution it is the author's concern to deal with the building of theory on teaching and learning mathematics on the basis of development research. The context of suchlike research and the part played by its participants is analysed from the perspective of forming theory. This will especially be the case when the learners are enabled to act as junior-researchers. As a consequence their individual learning processes will be revealed as much as possible and hence a fertile soil for theory building is created. Different levels of theory evolving from the activity of didactising of the developing researcher will not only be outlined but also illustrated by means of examples, among others from development research on negative numbers.

1. Inleiding

Freudenthal (1991, pag. 161) typeerde ontwikkelingsonderzoek als een 'cyclic process of development and research'. Uit de ontwikkeling komt het prototype van een leergang voort. Het onderzoek richt zich op de voorbereiding van het prototype en op de leerprocessen ermee in een onderwijsexperiment. Vooruitlopend hierop kan de ontwikkelingsonderzoeker zich de gang van zaken indenken in een gedachtenexperiment (Streefland, 1992; Gravemeijer, 1993).

Voor de ontwikkelingsonderzoeker betekent dit dat zijn leerlijnen of theorievormingslijnen voor ontwikkeling en onderzoek *verstrengeld* zijn of, anders gezegd, onlosmakelijk met elkaar zijn verbonden. Immers, met een *voorlopig* prototype van een leergang voor breuken, negatieve getallen of lineaire functies bijvoorbeeld gaat hij de uitdaging aan van een onderwijsexperiment met geen ander doel dan het prototype verder te ontwikkelen en te beproeven. Tegelijkertijd is het de bedoeling om theorie voort te brengen

over het onderwijzen en leren van het onderwerp in kwestie. Zo eenvoudig is het, maar tegelijkertijd ook weer niet. Men begint immers niet met lege handen. Er is al theorie. Breuken, negatieve getallen enzovoort hebben al een geschiedenis, zowel in wiskunde als in onderwijs. Voor de fenomenologisch-didactische analyse (zie Freudenthal, 1983) heeft men dus bronnen om uit te putten. Er is een historisch leerproces. Er zijn uitgewerkte leergangen in schoolboeken.

Het cyclische proces van ontwikkeling en onderzoek is dus behalve *theoriegericht* ook *theoriegeleid*, of anders gezegd, de vragen 'Waar komen we vandaan?' en 'Waar gaan we naar toe?' zijn - met het oog op de theorievorming - zinvol.

In de bijdrage 'Ontwikkelingsonderzoek negatieve getallen. Schets van een leerproces' aan de onderzoekersdag op 3 juni 1993 in Utrecht hebben we laten zien hoe, uitgaande van beschikbare bronnen, theorievorming de basis kan zijn voor ontwikkelingsonderzoek.

Op grond van de beschikbare kennis werpen zich nieuwe vragen en hypothesen op. Voor de negatieve getallen bijvoorbeeld de vraag: zal het cognitieve conflict dat in het historische leerproces lang stand hield (namelijk het niet verenigbaar zijn van de concrete hoeveelheids- en hoegroothedsinterpretatie van negatieve getallen met die van negatieve getallen als formele wiskundige constructen waarvoor bepaalde tekenregels gelden), zich in lerende kinderen herhalen, wanneer men de te plannen activiteiten op dat conflict afstemt? (zie Streefland, 1993b).

Meer genoemd ontwikkelingsonderzoek laat zien dat het stadium van de *theoriegeleide bricolage* of van het weloverwogen knutselen (Gravemeijer, 1992), althans voor nogal wat onderwerpen, achter ons ligt. De metafoor van de bricoleur kan bovendien gemakkelijk vereenzelvigd worden met amateurisme of zelfs beunhazerij. Dit is des te meer het geval wanneer men bij het kiezen van een voorbeeld voorbijgaat aan de vraag wat het weloverwogen knutselen in dat geval waard is in de ogen van een professional.

Ik spreek binnen de context van ontwikkelingsonderzoek liever van de *theoretische compositie* van een leergang. In het begrip compositie laten zich namelijk het ambachtelijke, het scheppende en het wetenschappelijke van de werkzaamheden in ontwikkelingsonderzoek verenigen. Het is dus een bezigheid voor veelzijdig gekwalificeerde professionals. Dat de beschikbaarheid van produktieve ideeën, zoals door Treffers (1993) betoogd op eerdergenoemde onderzoekersdag, hiervoor van belang is, spreekt welhaast vanzelf, al zal de produktiviteit van ideeën pas tijdens de werkzaamheden manifest kunnen worden. Het voortbrengen van theorie voltrekt zich op verschillende niveaus. Daarop wil ik in dit artikel nader ingaan. Voordat ik

dat echter doe, wil ik eerst iets zeggen over de context van ontwikkelingsonderzoek zelf, want ook deze dient onderwerp van reflectie te zijn. Het concept ontwikkelingsonderzoek dient immers zelf ook theoretisch onderbouwd te worden?

Ik zal pogen de context van het ontwikkelingsonderzoek negatieve getallen te schetsen zoals deze was op de Fatima Jozefschool voor basisonderwijs te Bussum in de gecombineerde groepen zeven en acht (achttien leerlingen), dat wil zeggen deze context beschouwd als theorievormingsbron. Mijn analyse zal derhalve theoriegeleid en dito gericht zijn.

2. Over het onderzoek

Begrippenkader

Elbers (1993) streeft naar een synthese tussen Vygotsky's overdrachtsbeginsel en Piagets zelfconstructiebeginsel met het oog op het leren van kinderen door interactie en communicatie. 'Sturen' en 'vrijheid geven' zullen dan met elkaar verzoend moeten worden.

Ook Freudenthal (1991) probeerde dit met zijn principe van 'guided reinvention'. Het door Elbers ontvouwde begrippenkader zal hier en daar benut worden voor zowel het karakteriseren van de situatie waarin het onderzoek plaatsvond als ook voor de toegepaste methode. De mathematisch-didactische fundering staat echter voorop (Freudenthal, 1983).

Voor de gedachtevorming over theorie en theorieniveaus is reflectie op ontwikkelingsonderzoek als methode een noodzakelijke voorwaarde. Immers, ontwikkeling en onderzoek, prototype en leerprocessen, bevruchten elkaar wederzijds. Empirie en reflectie bepalen uiteindelijk de theorievorming. Net zoals onderwijzen en leren voeren tot een onderwijsleerstructuur verlenen het ontwikkelen en onderzoeken structuur aan de theorievorming voor de ontwikkelings-onderzoeker. Het is een onderwijsleerstructuur op zijn/haar niveau.

Het is met name over de theoretische rol van de interactie in realistisch wiskundeonderwijs dat nog veel verhelderd dient te worden (zie ook Streefland, 1993a).

Hoe zit het overigens met de deugdelijkheid van de tot dusver gebruikte begrippen: het verder ontwikkelen en beproeven van een nog onaf prototype in een onderwijsexperiment, gericht op een meer definitieve versie en theorie, klopt dat wel? Deels wel, deels niet, zou ik zeggen. De terminologie doet teveel denken aan traditionele onderwijsarrangementen, aan op effectmeting gericht onderzoek. Begrippen als onderwijsexperiment en leergang zijn teveel belast met betekenissen in een traditionele onderwijscontext.

Het gevaar van stereotypisch denken loert. Wie leergang leest, denkt aan

een gedeelte van een leerboek, zelfs wanneer deze leergang *prototypisch* wordt genoemd. En aan een leraar die leerlingen ermee onderwijst. Maar is het dat wat we hier op het oog hebben? Neen! Waar het om gaat is zoveel mogelijk van de (individuele) leerprocessen aan het licht te brengen om met die kennis gewapend de leergang daarop zoveel mogelijk af te stemmen. Het is dan echter wel een leergang in een wat andere betekenis, naar nog zal blijken. In de situatie van het ontwikkelings-onderzoek wordt dus een geheel nieuwe (onderwijs)werkelijkheid gecreeerd met het oog op de theoretische compositie van een stukje (potentieel) onderwijs. Later, na implementatie van de leergang, kunnen de 'gewone' leraar en de 'gewone' leerlingen dit navolgen.

Een experimentele situatie waarin zich ontwikkelingsonderzoek voltrekt heeft veel overeenkomsten met een gewone onderwijsleersituatie, maar er zijn ook ingrijpende verschillen. Deze verschillen hangen ten nauwste af van de creativiteit waarmee de ontwikkelingsonderzoeker het (voorlopige) prototype weet samen te stellen en de (individuele) leerprocessen aan het licht weet te brengen.

Het is om deze redenen, dat op het karakter van de leergang, op de rollen van de deelnemers aan het ontwikkelingsonderzoek negatieve getallen, op hun inbreng en onderlinge interactie, nader wordt ingegaan. Het is hierdoor, dat de verschillen met een gewone onderwijsleersituatie zich aftekenen.

Het onderzoeksprogramma

Met de spanning tussen de sturing door de leerkracht en de ruimte tot heruitvinding door de leerlingen kan men op diverse manieren omgaan. Het is een kwestie van afwegen en accenten plaatsen. Door bij wijze van sturing voor het scheppen van constructieruimte voor de leerlingen te kiezen, kan men genoemde spanning als het ware bezweren (zie Streefland en Te Woerd, 1991).

In het ontwikkelingsonderzoek negatieve getallen nu, heeft zich allengs een verschuiving voltrokken van het midden tussen sturing en vrijheid naar nog grotere vrijheid voor de leerlingen. Inherent hieraan was de verandering van de aard van het prototype in wording. Het leergangkarakter ervan raakte op de achtergrond. Er was meer sprake van het ontwikkelen en uitvoeren door de kinderen van hun onderzoeksprogramma voor negatieve getallen, zeg in de geest van Lakatos (1977). De kinderen worden ook als onderzoekers aangesproken en behandeld (zie volgende paragraaf).

Clusters van activiteiten vervullen de functie van onderzoeksprogramma voor de kinderen en worden ook als zodanig aan hen gepresenteerd. Dat deze ook op die manier fungeren blijkt hieruit, dat de leerlingen op grond van hun onderzoek met allerlei vragen en problemen komen die niet zijn voorzien.

Ter illustratie geef ik een voorbeeld dat model staat voor wat zich gedurig tijdens het ontwikkelingsonderzoek afspeelde.

Gebeurtenissen bij de bushalte zijn verkend om veranderingen in het passagiersbestand, ook negatieve, zowel enkelvoudig als in getallenparen weer te geven. Bij 'na de halte 3 passagiers minder' horen paren instappers - uitstappers ... als (3;6), (2;5), (1;4), (0;3).

De kinderen kregen op zeker moment de volgende kwestie.

Bedenk rekenzinnen voor:

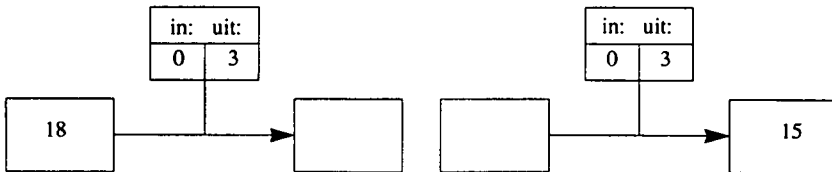


Fig.1.

Toen de kinderen voor het eerst met een dergelijke situatie geconfronteerd werden, vonden acht van de zeventien leerlingen: 'Ik laat de bus gewoon achteruit rijden!' Twee van hen maakten er toen al een passende rekenzin bij: $12 + 3 - 0 = 15$, daarmee de in- en uitgetallen in hun tegengestelde veranderend.

Natuurlijk trok deze gedachte de aandacht van eenieder in de kleine werkgemeenschap. (Dit leek heel wat beter te voldoen dan een negatieve trein achteruit laten rijden!) (zie Kemme, 1990). Drie maanden later volgde een vrije productieopdracht. Die leverde veel werk als het volgende op (fig. 2).

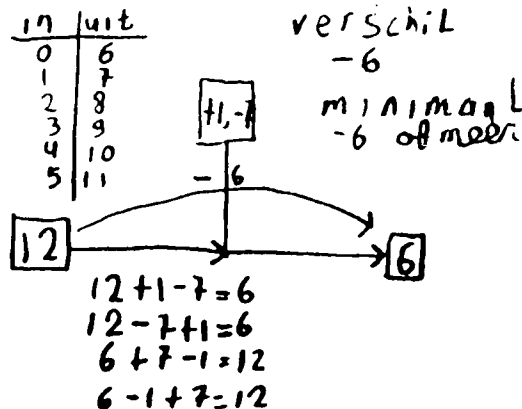


Fig.2. Werk met twee sommen voor 'de bus achteruit'

Tien leerlingen maakten sommen voor de bus achteruit, waarbij zeven van hen ook algebraïsche eigenschappen toepasten om nieuwe sommen te genereren en drie van hen zelfs al regels formuleerden als: 'als je omgekeerd rekent, dat is van links naar rechts, dan worden de plussen minnen en de minnen plussen'.

Een nieuwe onderzoeksvraag was hiervan het gevolg.

Zou zich misschien een soort tussengebied beginnen af te tekenen tussen de positieve en de negatieve getallen, waarin leerlingen impliciet met tegengestelden rekenen? Zo ja, dan zou op het verzamelde materiaal later gereflecteerd kunnen worden (Streefland, 1993b, p. 120-121).

Uit het bovenstaande blijkt duidelijk de onvoorziene inbreng van de leerlingen zowel als het open karakter van hun onderzoek. Laten we de rol van de participanten in dit ontwikkelingsonderzoek eens wat nader bekijken.

De participanten

De leraar en de onderzoeker zijn steeds aanwezig. (Het is wenselijk dat niet-participerende observatoren de gang van zaken vastleggen.) Leraar en onderzoeker dragen samen met de leerlingen de verantwoordelijkheid voor de voortgang van het onderzoek negatieve getallen. Zij gedragen zich als senior-onderzoekers binnen de onderzoeksgemeenschap. Als zodanig gaan zij openlijk met elkaar in discussie omdat het tot het wetenschappelijk bedrijf hoort om je kennis ter discussie te stellen (Van Aalst, 1986, p.21). Bovendien stellen zij elkaar vragen, corrigeren elkaar waar en wanneer dat nodig is en preformeren op deze manier het onderzoeksveld voor de leerlingen. Zo ontstaat er een pedagogisch veilig klimaat, waarin de kinderen (achttien) *zonder uitzondering*:

- met een zekere passie het verschijnsel negatief gaan onderzoeken,
- zelf met allerlei nieuwe vragen en onvoorziene problemen komen,
- hun ideeën onbevangen presenteren, ook wanneer deze onjuist zijn,
- met elkaar in discussie gaan (naar het voorbeeld van de senioren) en elkaar daarbij op redelijke doch kritische wijze serieus nemen,
- gevoel beginnen te ontwikkelen voor het nastreven van intersubjectiviteit; kortom: zich als menselijke onderzoekers gaan gedragen (voor een verslag zie Streefland, 1993b).

Reflectie

Vanzelfsprekend neemt dit de spanning tussen de sturing door de senior-onderzoekers en de constructie door de leerlingen zelf niet weg. Wel is een als optimaal ervaren evenwicht ontstaan tussen aan de ene kant het aansluiten bij de informele kennis van de leerlingen, hun strategieën en ideeën en anderzijds

het nastreven van bepaalde doelen, ook al betreft het globale doel hier te zien hoe ver deze 'researchgroep' kan komen met haar onderzoek naar negatieve getallen.

In termen van Elbers is er duidelijk sprake van een bepaalde *cultuur van voorstructurering van de interactie*. Deze voorstructurering rust op drie belangrijke pijlers, namelijk:

- ten eerste de door de senioren ingebrachte vragen (materiaal met onderzoeksvragen)
- ten tweede het voorbeeld van de senior-onderzoekers
- ten derde doordat de leerlingen op grond van hun onderzoekservaringen (eigen constructies en produkties) de interactie ingaan.

Het laatste betekent dat zij beschikken over materiaal om te vergelijken met dat van anderen, om over in discussie te gaan, om over van mening te verschillen met anderen, dus zo nodig te verdedigen, om mede op grond daarvan uiteindelijk overeenstemming te bereiken en tot afspraken te komen over de voortgang van het onderzoek, eliminatie van onjuiste of inefficiënte strategieën en resultaten en wat al niet.

Een voorbeeld: Voor de gebeurtenissen bij de bushalte werden haltetabelletjes ingevuld (zie fig. 2). Na vrije exploratie volgde een interactief lesgedeelte dat het systematisch en efficiënt invullen van de tabelletjes sterk beïnvloedde (zie ook paragraaf 3).

De interactieve situatie in de klas is een context waarin reflectie welig tiert. In deze context maken de kinderen - tot op zekere hoogte - hun eigen wiskunde, aldus het culturele erfgoed creatief transformerend (Elbers, 1993). Op deze wijze dienen de interactie en communicatie een overkoepelend doel, namelijk het volbrengen van de onderzoeksuitdaging die gezamenlijk werd aangegaan. Deze uitdaging speelt op de achtergrond van de activiteiten als een contract dat stilzwijgend gesloten werd, steeds mee.

Besluit

Het overkoepelende doel voor de senior-onderzoekers is - we stelden het al - vooral de individuele leerprocessen van de deelnemende kinderen zoveel mogelijk zichtbaar te maken in dienst van de theorievorming binnen hun eigen research-programma en met het oog op de (voorlopige) vaststelling van het definitieve prototype.

Bijgevolg zullen de te implementeren leergangen die op het ontwikkelings-onderzoek gebaseerd worden, optimaal kunnen zijn, zowel naar inhoud als naar hanteerbaarheid door de reconstruerende leerkracht met zijn klas.

De laatste weet immers wat hij/zij aan leerprocessen kan verwachten door de praktijkgetrouwheid van de informatie in de handleiding. Deze informatie is echter in zijn algemeenheid niet generaliseerbaar. Er zal altijd ruimte blijven

voor creatieve inbreng van hem-/haarzelf en voor originele reacties en inbreng van leerlingen. Het navolgen van het prototype met daarvan afgeleide leergangen is dus niet zozeer een kwestie van lesgeven door imitatie als wel van het organiseren van leerprocessen door reconstructie.

3. De kwestie van de theorie

Dit artikel betreft het theoretiseren in ontwikkelingsonderzoek. Het betreft wiskundeonderwijs en de in dit kader verrichte werkzaamheden hebben niet alleen praktijkverandering en -verbetering op het oog. Ook beogen ze wiskundeonderwijs als discipline of wiskunde-didactiek een zekere wetenschappelijke status te geven, dus theoretisch te onderbouwen. De theorie waarover we het hebben heeft dus te maken met didactiseren. Daarin zijn niveaus aan te geven net zoals dit bij het voortschrijdende mathematiseren het geval is (zie Treffers, 1987). Deze niveaus in de theorie hebben in zekere zin ook iets te maken met de uiteenlopende niveaus waarop de betrokkenen (kunnen) deelnemen aan het ontwikkelingsonderzoek.

'Achteruitrijdende bussen met omgekeerde haltesommen' is voor de jonge onderzoekers belangrijk voor hun beschouwing van het verschijnsel negatief, maar ook voor de leerkracht als senior om ervoor te zorgen dat zij in dit opzicht aan hun trekken komen (meer situaties voorleggen, productieopdrachten geven e.d.). Voor de ontwikkelingsonderzoeker als senior werpt zich een nieuwe hypothese op met betrekking tot het (impliciet) werken met tegengestelden.

Het gaat dus om het didactiseren op het niveau van de leerinhoud. Er zijn echter ook niveaus die daar bovenuit stijgen. Ik zal deze niveaus niet beschouwen vanuit de deelnemers, maar op grond van leerinhoud en daaraan gekoppeld (individueel) leerproces. Voor de ontwikkelingsonderzoeker is het leerproces dus niets anders dan het theorievormingsproces. Wetenschap dient in dit verband dus als vrucht van een (collectief) historisch leerproces beschouwd te worden.

Het eerste niveau

Op dit niveau gaat het om het onderwijzen en leren van welk elementair onderwerp uit de wiskunde dan ook. De theorie is nog sterk *domeinspecifiek* gekleurd. Met domeinspecifiek bedoel ik dan bijvoorbeeld de negatieve getallen, de breuken of functies en dergelijke betreffende. Het gaat dus om *capita selecta* uit het wiskundeonderwijs. Dergelijke theorie bevat een directe beschrijving van de maatregelen aan de onderwijskant te nemen, met de overwegingen die daarbij een rol spelen (het *theoriegeleide*) en de effecten die daarvan (kunnen) uitgaan op de individuele leerprocessen en daarvan afgeleid

op het bijstellen van prototypen (de *theoriegerichtheid*). Beschrijvingen zoals bijvoorbeeld in de 'Proeve ...' (Treffers en De Moor, 1990), die tot dit niveau behoren, worden noodzakelijkerwijs gegeven op enige afstand van het concrete onderwijs. Wordt men al te concreet dan spelen ook allerlei andere overwegingen, keuzen en beslissingen mee dan louter theoretische (Streefland, 1993a). De theoriegerichtheid blijkt bijvoorbeeld hieruit, dat Treffers en De Moor weliswaar verwijzen naar het gebruik van zakrekenmachines in hun leergangsvoorstellen, maar tevens aangeven dat op dit punt bijstellingen te verwachten zijn.

De hier bedoelde theorie is vrucht van het *prototypisch*, of - naar het voorbeeld van het mathematiseren - van het *horizontaal didactiseren* (Freudenthal, 1991). Met andere woorden, het betreft didactiek of theorie die gebonden is aan de context van het vakinhoudelijke in het ontwikkelingsonderzoek. Het is bewustgeworden didactiek (Freudenthal, 1991, p.45).

Het tweede niveau

Op dit niveau gaat het om domeinoverstijgende theorie. Deze heeft op meerdere onderwerpen betrekking en misschien is er wel van geldigheid voor het wiskundeonderwijs in het algemeen sprake. Hierbij dient wel aangetekend te worden dat het gaat om realistisch wiskundeonderwijs met zijn eigen filosofie en domeinspecifieke theorie. Binnen het structuralistisch concept van wiskundeonderwijs komt men (wellicht) tot een andere 'algemeen geldige theorie' (zie voor dergelijke kwesties Treffers, 1987). Op dit niveau wordt de ontwikkelingsonderzoeker bijvoorbeeld getroffen door de sterke overeenkomst van een geobserveerd leerproces met dat in een ander onderzoek, terwijl zowel wiskundig onderwerp als context wezenlijk (kunnen) verschillen. Men zou in dit verband kunnen stellen dat - weliswaar achteraf bezien - de onderzoeker al reflecterend op wat aan domeinspecifieke theorie voorhanden is, speurt naar theoretische tendensen die een unificerend karakter hebben, die eenheid scheppen in de diverse beschikbare domeinspecifieke deeltheorieën. Zijn eerdere ervaringen met het onderzoeken van een bepaald leerproces dienen daarbij als paradigma. Het zal duidelijk zijn dat aan het bedoelde unificatieproces mentale operaties als *abstraheren* en *generaliseren* ten grondslag liggen.

Het voorbeeld bij uitstek is vanzelfsprekend dat van het *voortschrijdend* schematiseren, dat zich binnen uiteenlopende domeinen als die van het cijferen, de breuken en verhoudingen en het oplossen van stelsels lineaire vergelijkingen kan voltrekken. Op het domeinspecifieke niveau zijn de bedoelde schematiseringsprocessen totaal verschillend. Waar het voor het hier bedoelde niveau op aankomt zijn de trekken van overeenkomst die boven het eigenaardige van het domeinspecifieke uitstijgen, bijvoorbeeld:

In eerste instantie zijn de schema's en de daarin toegepaste verkortingen contextgebonden voor de kinderen. Het tafelschikken heeft de overhand. Op de achtergrond spelen de getalgegevens echter wel mee. Dan gaan - vrij abrupt - de getalgegevens het schematiseringsproces met zijn verkortingen mee beïnvloeden, ja zelfs domineren (bijvoorbeeld deelbaarheid toepassen om schema's te verkorten). De wiskunde neemt als het ware de overhand in het leerproces: het tafelschikken wordt verwiskundigd tot het genereren van equivalenten verhoudingen. Een dergelijke shift gaat gepaard met een periode van instabiliteit in de individuele leerprocessen. De ene keer wint de context het, de andere keer de wiskunde, bijvoorbeeld omdat in het ene geval de vereiste wiskunde door de gegeven getallen lastiger is dan in het andere geval.

Tussen deze beide lijkt interferentie op te treden. De leerlingen oscilleren als het ware met hun leerprocessen tussen contextmodel en wiskunde. Er gaan zogezegd trillingen door hun leerproces. Totdat de rust weerkeert en de betrokken wiskunde definitief de overhand krijgt. In het deels verrichte ontwikkelingsonderzoek negatieve getallen is gebleken dat het leerproces een overeenkomstig verloop vertoont wanneer het gaat om de context van de haltegebeurtenissen met autobussen (in- en uitstappen; Streefland, 1993b). Het betreft dan het mathematiseren van haltegebeurtenissen, in het bijzonder het invullen van haltetabellen met paren in- en uitstappers met constant verschil volgens zekere regelmaat en de (non)persistentie van deze methode (zie paragraaf 2).

Samengevat kan worden gesteld, dat het hier niet meer gaat om het didactiseren van deze specifieke context met het oog op die wiskunde, maar om de relatie tussen context en wiskunde binnen het ruimere verband van verschillende onderzoeken. Het genoemde relatieaspect verwijst naar een tweede niveau, hoewel het in termen van Treffers (1987, Ch. 7, 2.1) op het (hoogste) niveau van de didaxologie zit,

'where acting didactically is viewed in the framework of a coherent theory based on research results' (l.c. p. 243).

Dit behoeft echter nog niet het sluitstuk te vormen, omdat er een nog algemener niveau opdoemt.

Het derde niveau

Op dit niveau gaat het om een analyse van de denkstappen die op het tweede niveau een rol speelden bij het *unificerend* theoretiseren. Het verleggen van de aandacht van het tafelschikkingsleerproces naar het bushalteleerproces voltrok zich onder afzien van allerlei contextgebonden kenmerken, maar

onder het meenemen van het idee van het oscilleren van de individuele leerprocessen tussen het kiezen van contextgebonden dan wel mathematisch bepaalde oplossingen. Het is een voorbeeld van wat Freudenthal (1991) parallel shifting noemde. Het gaat dus niet meer om de vaststelling *dat* er een dergelijke relatie tussen context en wiskunde is, maar *hoe* deze relatie is vastgesteld. Het is op dit niveau dat de grenzen van het domeinspecifieke vervagen. Wijdere horizonten doemen dan op, zoals leerprocessen in andere beta-vakken en cognitive science als discipline in het algemeen.

Het *tweede* en *derde* niveau kenschetsen dus vooral het *niveau-theoretisch* of *verticaal* didactiseren (Freudenthal, 1991).

Er zijn strategieën en heuristieken, die niet domeingebonden, maar wijder werkzaam zijn. 'Parallel shifting', dat zojuist genoemd werd, is er een voorbeeld van. Meer algemeen gaat het om blikwisseling en allerlei vormen van standpuntverandering, maar ook om het sterk vereenvoudigen van een probleem of het vatten van de juiste, wiskundige context (Freudenthal, 1991). Dergelijke heuristieken en strategieën blijken ook heel doelmatig te kunnen worden toegepast voor het exploiteren van een context voor een voorlopig onderwijsontwerp of voor het theoretisch componeren van een leergang (Streefland, 1993a). Met andere woorden, het gaat om grote strategieën voor het oplossen van problemen van uiteenlopende aard.

Gelet op het voorgaande lijkt de tijd rijp om het begrip voortgaand of progressief theoretiseren te introduceren. Dit houdt onder meer in dat er bij elk nieuw ontwikkelingsonderzoek gespeurd wordt naar theoretische dwarsverbindingen met de opbrengst aan theorie van ontwikkelingsonderzoek dat eerder verricht werd.

'Voortschrijdend theoretiseren' zou als tautologie kunnen worden afgedaan. Immers is niet elk theoretiseren in de context van een wetenschappelijke discussie per definitie voortschrijdend? Het antwoord zou een volmondig 'ja' zijn, ware het niet dat door een te sterke neiging wiskundendidactiek als een gedragswetenschappelijke discipline te beschouwen en te behandelen het gevaar van te grote algemeenheid loert. Dit ondermijnt op den duur het cumulatiekarakter van wiskundeonderwijs als wetenschappelijke discipline omdat het theoretiseren te veel bepaald wordt door wat op zeker moment (sociaal)wetenschappelijk actueel is.

Anders geformuleerd: een vakdidactische theorie als kader is onontbeerlijk om meer algemene theoretische noties eenduidig te kunnen interpreteren.

4. Tot slot

Op grond van voorgaande uiteenzetting komen we tot de slotsom dat het theoretiseren in ontwikkelingsonderzoek zich lijkt te voltrekken langs de lijnen van een didactische niveautheorie die in zekere zin een afspiegeling

vormt en verwantschap vertoont met de niveaus van mathematiseren. Dit geldt vooral voor hen die zich laten leiden door de volgende vragen: *Welke* individuele leerprocessen voltrekken zich en *Hoe* gebeurt dit.

Voor het ontwikkelen van een dergelijke gerichtheid is het leerproces van de ontwikkelingsonderzoeker over langere termijn buitengewoon belangrijk en dit kenmerkt zich door het omzien naar de leerprocessen van de leerlingen, van de leerkracht en van hem- of haarzelf. Het is dus een kwestie van respect en van zelfrespect. Vandaar de suggestie in deze bijdrage om een onderzoeksgemeenschap van kinderen te vormen, met leerkracht(en) en ontwikkelingsonderzoeker(s), waarin allen op hún niveau tot hun recht komen door de verantwoordelijkheid die eenieder draagt.

Noot

1. Dit is een bewerking van het artikel 'Theorievorming door ontwikkelingsonderzoek' in het *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-Wiskundeonderwijs* 12, 2, 1993, pp.20-24.

Literatuur

- Aalst, H.F. van (1986). Waar doen we het eigenlijk voor? In: H.M.C. Eijkelfhof, e.a. (red.). *Op weg naar vernieuwing van het natuuronderwijs*, (pp. 16-21), 's Gravenhage.
- Elbers, E. (1993). *Leren door interactie*. Groningen: Wolters-Noordhoff (oratie).
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education, China lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gravemeijer, K. (1992). Onderwijsontwikkeling en ontwikkelingsonderzoek. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 10, 3, 3-14.
- Gravemeijer, K. (1993). Ontwikkelingsonderzoek als basis voor theorievorming. In R.de Jong & M.Wijers (eds.). *Ontwikkelingsonderzoek, theorie en praktijk*, (pp. 17-34), Utrecht: NVORWO.
- Kemme, S. (1990). *Uitleggen van wiskunde*. Utrecht: OW & OC, hfdst. 4.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in Realist Mathematics Education. A paradigm of developmental research*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Streefland, L. (1992). Sinusfuncties in ontwikkelingsonderzoek: een gedachtenexperiment. *Tijdschrift voor Didactiek der β -wetenschappen*, 10, 54-83.

- Streefland, L. (1993a). The design of a mathematics course. A theoretical reflection. In: L. Streefland (ed.). *The legacy of Hans Freudenthal. Special issue of Educational Studies in Mathematics 25, 1*, 109-135.
- Streefland, L. (1993b). Ontwikkelingsonderzoek negatieve getallen. Schets van een leerproces. In: R.A. de Jong & M. Wijers (eds.). *Ontwikkelingsonderzoek*. Utrecht: Freudenthal instituut.
- Treffers, A. (1986). *Three dimensions. A model of Goal and Theory description in Mathematics Instruction*. The Wiskobasproject. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Treffers, A. (1993). Ontwikkelingsonderzoek in eerste aanzet. Over de ontdekking en rechtvaardiging van produktieve ideeën. In: R.A. de Jong & M. Wijers (eds.). *Ontwikkelingsonderzoek*. Utrecht: Freudenthal Instituut.