

Onderzoek en ontwikkeling: van en vóór het reken-wiskunde-onderwijs in Nederland

F. Goffree¹

Instituut voor Leerplanontwikkeling
Universiteit van Amsterdam

Summary

This article describes an explorative expedition through Dutch educational research in the field of primary mathematics. The core question is: what kind of investigations does inspire a mathematics teacher educator?

The subject area of mathematics education has been an experimental garden for many researchers during the last 25 years. In the 25 years before however, nothing of interest happened in the field. Round about 1971 things livened up when the wiskobas-project started to develop mathematics education for elementary schools and when because of that development research spontaneously grew up: the cyclic process of designing, trying out, reflecting, discussing and revisiting. Reflecting on this practice not only provided a theory of mathematics education, but also building stones for a theory of development research.

In 1984 a workshop on research of primary mathematics education was organised in Puidoux-Chexbres, Switzerland. For the purpose of this workshop an inventory of Dutch research had been made. The result: 25 small and large research projects. In order to report these 25 projects an organising principle had to be found: educational development.

The research could be brought together according to this principle, but closely reading brought up quite a number of differences.

During the years from 1985 until 1995 even more research on mathematical education has been conducted, many as part of a working group of researchers that started its activities in 1984 within the framework of NVORWO, the Dutch combination of NCTM and ATM. A central question became: does this development research community need a different paradigm? Particularly the members with a general education background are the discussants who take a theoretical position. Fundamental methodological concepts like objectivity, reliability and validity need (or need not) a new definition.

All invited researchers agreed to describe their (more than 40) projects shortly and on essential features. Organised in six categories all projects are presented in the second part of this article.

At the end the starting question is put again. What is all this research good

for? The author, as a primary mathematics teacher educator, answers the question in his own way, mentioning sixteen points of interest.

1. Inleiding

Oktober 1995. Een goede collega doet me een kopie toekomen van een artikeltje in Didactief: Vier rekenmethoden vergeleken. De auteur ken ik, nog beter zijn medeonderzoeker en leermeester van de Rijksuniversiteit Groningen. In de leader lees ik dat het Gronings Instituut voor Onderzoek van Onderwijs, Opvoeding en Ontwikkeling (GION) tot de conclusie is gekomen dat traditionele rekenmethoden niet meer voldoen aan de eisen die aan het basisonderwijs worden gesteld, voldoen. Realistischere reken-wiskundemethoden doen dat wel. Maar, wordt vervolgens opgemerkt, 'hiermee is echter nog niet aangetoond dat de realistische didactiek beter is dan de traditionele.'

De laatste opmerking valt bij mij niet goed. Wat staat daar nu eigenlijk precies? Heeft het onderzoek gereede twijfel doen ontstaan aan de realistische didactiek? Zijn er misschien aanwijzingen gevonden dat de traditionele en nieuwe didactiek nauwelijks verschillen in de leerresultaten? Als je goed leest, staat dat er natuurlijk niet. Het kan zijn dat de onderzoekers wel verschillen in resultaten hebben gevonden, maar geen aanwijzingen voor de oorzaken ervan.

Als ik verder lees neemt de ontstane irritatie alleen maar toe. Men heeft de volgende vier methodes vergeleken: Naar Zelfstandig Rekenen, Operator Rekenen (oude versie), Wereld in Getallen (oude versie) en Rekenen en Wiskunde. Nou ja, vergeleken. Men is wat met de uitkomsten van de Cito-eindtoetsen van 1993 en 1994 gaan rekenen. Daar taalvaardigheid ook bij rekenen en wiskunde van belang is, heeft men ook de resultaten van de kinderen op de taaltoets erbij betrokken. Dus heeft men gekeken naar de rekenresultaten van de leerlingen van 64 scholen 'voor het geval dat de invloed van taal niet meegerekend wordt'. Dat kan, statistisch, door de rekenscore te corrigeren met de taalscore. Zonder één rekenboekje open te slaan, zonder één leerling aan te horen, zonder één realistische reken-wiskundeles te vergelijken met een traditionele rekenles, zonder in te gaan op wat men onder realistische didactiek zou kunnen verstaan en zonder de bedoeling iets bij te dragen aan de verbetering van het huidige onderwijs, heeft men conclusies getrokken die in feite niets toevoegen aan hetgeen in 1994 bij de presentatie van het PPON-onderzoek naar voren werd gebracht. Leerlingen die les gehad hebben met realistische methoden, presteren beter op de Cito-eindtoets. Men legt verband tussen de kerndoelen, de methoden en de eindtoets, maar ik meen een chronologische vergissing te zien. Men schreeuwt deze conclusie niet van de daken zoals bij een eerder onderzoek wel het geval was, waarnaar hier ook wat cryptisch wordt verwezen: " (...)

dit nieuws was opzienbarend, omdat in eerder onderzoek geen verschillen van betekenis werden gevonden tussen methoden." Die verschillen werden indertijd niet gevonden omdat men (nog) niet in staat bleek de essentiële verschillen tussen leereffecten te operationaliseren. (Goffree, 1988). Wellicht dat de grote ergernis van destijds nu ook weer de kop opsteekt. Methoden doen er niet toe, wat je ook onderwijst, hoe je het doet, het maakt niets uit. 'Onderzoek heeft het aangetoond!'

2. Gedachten over onderzoek

Onderzoek van het (reken-wiskunde) onderwijs heeft meer dan één kant. Maar waar onderzoek wordt gedaan, gebeurt iets. Dat is goed te zien aan het vak rekenen en wiskunde, dat de afgelopen 25 jaar een proeftuin is geweest voor veel onderzoekers van verschillende pluimage: cognitief-psychologen, onderwijskundigen, orthopedagogen, vakdidactici, pedagogisch didactische onderzoekers, onderwijsontwikkelaars, ontwikkelingsonderzoekers, lerarenopleiders en misschien nog anderen. Aan de mate van onderzoek kan men zien of een vak 'leeft', aan de kwaliteit van het onderzoek kan men zien op welk niveau de vakdeskundigen zich bewegen. De potentiële energie die een vak bezit (dat is de energie die latent beschikbaar is om het vak tot verdere ontwikkeling te brengen) wordt tot uitdrukking gebracht door het feit dat nieuwe methoden van onderzoek worden bedacht en door het streven de nieuwe wegen te beproeven en te legitimeren. Dit alles heeft invloed op de inhoud van het vak, de presentatie ervan, de didactische bewerking, de doelen, de wijze van ontwikkeling, de theorievorming e.d.

In de eerste 25 jaar na de tweede wereldoorlog was er op het gebied van rekenen weinig aan de hand. De leerstof werd aanvankelijk sterk gedomineerd door hetgeen later in toelatingsexamens voor HBS en Gymnasium werd gevraagd. Langzamerhand werden de moeilijke onderdelen uit het programma geschrapt. Kohnstamm e.a. (Van der Hoeve e.a., 1937), deden in de jaren dertig in het kader van de denkpsychologie van o.a. Selz een onderzoek op Amsterdamse scholen naar de destijds befaamde redactiesommen, ook wel denksommen genoemd.

Ongeveer vijftien jaar later schreef Van Gelder zijn dissertatie *Ontsporing en Correctie*. Ook hij doet zijn onderzoek in de klas zelf, observeert daar de individuele kinderen en analyseert de waarnemingen op basis van zijn kennis van het rekenen en vanuit zijn schoolpsychologische invalshoek.

Jolanda (7,8) is een eenzellig meisje, dat zich moeilijk aanpast aan de schoolsituatie. (...) In haar intellectuele prestaties is ze ongedisciplineerd en vaag. Van haar schoolprestaties valt het eerst het slechte rekenen op. Na een jaar onderwijs is zij niet in staat de eenvoudige optellingen tot 10 te maken. (...).

Opmerkelijk is het feit dat Van Gelder vrijwel alleen naar onderzoekers van buiten onze grenzen kan verwijzen. Slechts aan Van der Hoeve e.a. uit 1937 en een artikel van F. Grewel in het Nederlands Tijdschrift voor Psychologie (1950), getiteld *Acalculie*, wordt gerefereerd. Toch heeft iemand in die tussentijd zich met onderzoek op het gebied van rekenen bezig gehouden. Dat was Hans Freudenthal, die in oorlogstijd met zijn kinderen het rekenen bijhield. Hij begon zelfs aan een rekendidactiek, maar kwam niet verder dan het eerste hoofdstuk (Goffree, 1991).

Zoals gezegd, er gebeurt in Nederland niet veel op het gebied van rekenen, geen onderzoek, geen ontwikkeling. Een dooie boel. In de opleiding van onderwijzers, de toenmalige kweekscholen, hield men zich voor 1954 bezig met rekenkunde, bedoeld om op de lagere school in elk geval 'boven de stof te staan'. Na 1954 bleek de dooie boel in het lager onderwijs bijna in staat het vak rekendidactiek voor aanstaande onderwijzers weg te vagen. Men begon op de kweekschool met één uurtje 'rekenen' in de vierde klas. Zo kan het dus gaan met een vakgebied: geen ontwikkeling, geen onderzoek, geen stof voor de lerarenopleiding ... weg vak voor de basisschool.

Maar zo ging het niet. Na 1971 kwam er weer leven in de brouwerij. Ontwikkelwerk in het wiskobasproject leidde als het ware spontaan tot ontwikkelingsonderzoek, het cyclische proces van doordenken, bedenken, beproeven, bespreken, bijstellen, ... Reflectie op dit praktijkwerk leidde niet alleen tot een theorie van het reken-wiskundeonderwijs, maar ook tot een theorie van het ontwikkelingsonderzoek.

Maar toen in het begin van de jaren zeventig dit onderzoek voor het eerst in publikaties werd getoond, bleek de methode die onder andere Kohnstamm, Van Gelder, Freudenthal eerder hadden gevolgd, niet meer zo goed te passen bij de ideeën die men had over onderwijskundig onderzoek. De empirisch-analytische methodologiestond in hoog aanzien, objectiviteit, betrouwbaarheid en validiteit waren in die traditie gedefinieerd, kwantitatief ging boven kwalitatief, liever distantie dan participatie, de veiligheid van het laboratorium werd verkozen boven de drukte van het klaslokaal. Gelukkig hoefden de ontwikkelingsonderzoekers van de jaren 70 geen onderzoeksgelden in andere potten te zoeken, het Wiskobasproject kon zich gedurende tien jaar zelf bedruipen. Men volgde Freudenthals voorbeeld door leerprocessen van individuele kinderen te observeren, men hield op basis van zelfbedachte leerstof klinische interviews met kinderen en groepjes kinderen, nieuwe onderwerpen in creatieve onderwijssettings werden beproefd, beschreven en bediscussieerd, nieuwe theoretische inzichten werden geoperationaliseerd in leerstofpakketten of thema's en opnieuw uitgeprobeerd. Het onderzoek tijdens en ten behoeve

van het ontwikkelwerk had meer het karakter van sociologisch veldonderzoek, met participerende observaties en volgens de ethnografische methode, meer symbolisch interactionisme dan het positivistische wetenschapsmodel.

Maar in diezelfde tijd veranderde ook het onderzoeksparadigma van de onderwijskunde. Men kwam tot de conclusie dat onderzoek van het onderwijs in de school dient te geschieden, dat de schoolvakken niet genegeerd kunnen worden en dat naast theorievorming ook de praktijkontwikkeling aandacht verdient. Men kan stellen dat zo de onderwijsontwikkelaars van Wiskobas en de onderwijskundige onderzoekers van het rekenonderwijs toch nog bij elkaar kwamen: onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs in dienst van onderwijsverbetering en theorievorming. In het onderzoek van de laatste 20 jaar, dat hier aan de orde wordt gesteld, moet daar iets van te zien zijn. Wellicht ook van de kier ($\neq$ kloof) die tussen beide is blijven bestaan.

Nog even dit. Wie heeft er eigenlijk belang bij onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs? Uiteindelijk natuurlijk de toekomstige leerlingen, als tenminste het genoemde verbeteringsperspectief aanwezig is. Maar voordat het resultaat van onderzoek bij de kinderen is, komt het bij de lerarenopleider. Die verrijkt met het onderzoekswerk zijn eigen kennis van zaken en houdt ook nog een paar mooie onderzoeksverhalen voor zijn colleges eraan over. Hij maakt ook gebruik van het onderzoekswerk voor het onderwijzen van de didactiek (praktijk en theorie) aan zijn pabostudenten. Met aandacht voor onderzoek kun je ook de kernen van de didactiek vinden, en ook aan de grenzen van ons weten vertoeven. Onderzoek geeft ook inspiratie om zelf, als leraar (of opleider) in de praktijk van het onderwijs beter op te letten. Of soms om zelf een onderzoeksvraag te stellen en daar met je studenten aan te gaan werken (Studiedagen Panama 1995-1996).

3. Onderzoek rond Wiskobas

Zoals gezegd ontstond al spoedig tijdens het ontwerpwerk een behoefte om ook op onderzoek te gaan in de schoolklassen. Bekend geworden zijn de observaties van Jan van den Brink in de onderbouw, waar hij onder andere 'voorkeuren van kinderen' waarnam als het ging over het verwerven van de elementaire rekenoperaties. De ijzeren didactische wet dat optellen over tien ($7 + 8 = [7 + 3] + 5$) via twee splitsingen en via het getal 10 zou moeten verlopen, werd door kinderen gelogenstraft. Zij kenden 'dubbelen en gebruikten die handig: $7 + 7 = 14$, dus $7 + 8 =$ (eentje meer) 15 . Hij deed ook waarnemingen over het effect van een context op de rekenwijze van kinderen en ontdekte in dat verband het didactische fenomeen 'zich realiseren'. (Van den Brink, 1989). Ook ontwerpers als Streefland en Ter Heege gingen steeds meer het ontwikkelwerk met onderzoek in de klas

combineren. Belangrijke didactische theorievorming op het gebied van de breuken en de tafels van vermenigvuldiging waren onder andere het gevolg. (Onder meer de architectuur van realistische leergangen, hier breuken en tafels, als lokale theorieën onder de paraplu van een eerder beschreven globale theorie van het realistisch reken-wiskundeonderwijs).

Van 1 tot 4 mei 1984, het project Wiskobas was inmiddels drie jaar geleden afgesloten, werd op initiatief van de Raad van Europa in het Zwitserse Puidoux-Chexbres een workshop gehouden over onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Ten behoeve van de Nederlandse bijdrage aan die workshop maakte ik een inventarisatie van het lopende (en op korte termijn geplande) onderzoek in ons land. De opbrengst was ongekend groot, er bleken 25 serieuze onderzoeksprojecten en -projectjes te melden. De onderzoekers behoorden tot de kring van wiskobas en die van enkele universitaire vakgroepen in Leiden, Utrecht, Groningen, Nijmegen, Twente en Rotterdam. Dit betekende onder meer dat de diverse onderzoekingen van nogal verschillend karakter waren. Hoe maak je nu een zinvolle ordening in een dergelijke verzameling? Het verzoek om de inventarisatie ook te publiceren in het zojuist opgerichte tijdschrift van de SLO: Studies in Leerplanontwikkeling, leidde tot de oplossing van het ordeningsprobleem. De vijftientig onderzoeksprojecten werden beschouwd in het perspectief van onderwijsontwikkeling. De gedachte hierachter was dat de onderzoekers elkaar in dit kader op korte termijn zouden kunnen vinden en wellicht als een werkgemeenschap tot een eigen onderzoeksagenda konden komen. Een agenda voor het onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, in het kader van de ontwikkeling daarvan. Een werkgroep van de NVORWO, de vereniging die zich de ontwikkeling van het reken-wiskundeonderwijs in Nederland ten doel heeft gesteld, was destijds net in oprichting (juni 1984).

Het kiezen van een ontwikkelingsperspectief betekent dat het (ontwerpen van) onderwijs-leermateriaal een centrale plaats krijgt toegewezen. Bij nader inzien is dat ook een goede ingang voor lerarenopleiders, die voor aanstaande leraren interessant onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs graag op een positie tussen de theorie en de praktijk van dat reken-wiskundeonderwijs plaatsen.

Met genoemd ordeningsprincipe bleek goed te werken. Allereerst konden de methoden-analyses van Streefland en het promotie-onderzoek naar Wiskobas-karakteristieken in de reken-wiskundemethoden van R. de Jong genoemd worden waarmee tevens een bijdrage geleverd werd aan een typering van het door Wiskobas beoogde reken-wiskundeonderwijs. Vervolgens gaf Gravemeijer met zijn verslag van het rekenproject binnen OSM meer inzicht in een

bepaalde aanpak van leerplanontwikkeling. Hetzelfde, maar dan op micro-niveau beschreven, werd gedaan door de onderzoekers Streefland (breuken), Ter Heege (basisvaardigheden in de onderbouw en de zakrekenmachine in de bovenbouw) en Pinxteren (Turtle graphics). Typering: ontwikkelingsonderzoek. Tot zover waren zeven onderzoeken behandeld die gezien konden worden in het licht van de onderwijsverbetering.

De overige onderzoeken werden ondergebracht in drie categorieën: construerend onderzoek (onderverdeeld in 'theorievormend' en 'instrumentontwikkend' onderzoek), evaluatieonderzoek ('meting van curriculumeffecten' en 'analyse van curriculumdocumenten') en ten slotte toekomstig grootschalig ontwikkelingsonderzoek.

De beoogde theorievorming betrof, kort gesteld, inzicht in oppervlakte (A. Dogger), oplossingsstrategieën (M. Bloemkolk: optellen en aftrekken, J. Draijer: breuken), coöperatief leren (P. Vedder) en begripsvorming (H. Kingma). Op het terrein van diagnosticeren en remediëren waren D. van Eerde e.a. (Kwantiwijzer), J.W.N. Borghouts-Van Erp (zwakbegaafde leerlingen) en J.E.H. van Luit (zelfinstructie in het speciaal onderwijs) werkzaam.

Evaluatieonderzoek krijgt in het kader van onderwijsontwikkeling veelal het karakter van formatieve evaluatie. Voor summatieve evaluatie is vaak geen tijd en nog vaker geen geld meer. Die stelling gold ook toen al, hoewel in mindere mate dan tien jaar later het geval zou zijn. Desondanks kon men destijds de onderzoeken van J. Rengerink (staartdelen) en I.A.J. van Tilburg (OSM) zonder terughoudendheid in deze laatste categorie plaatsen. Het promotieonderzoek van J.M.C. Nelissen (Kinderen leren wiskunde: reflectie en constructie) en de studies van Beishuizen (leermiddelen) en Treffers (cijferleergangen) konden met evenveel recht geplaatst worden in de rij van evaluatieonderzoek; onderzoek dus als het ontwikkelwerk grotendeels afgerond is.

M. van den Heuvel-Panhuizen rondde haar onderwijskundestudie aan de RUU af met de scriptie Plussen en Minnen, waarin twee zeer uiteenlopende visies op reken-wiskundeonderwijs tegenover elkaar werden gesteld en zodoende de verschillen ertussen werden blootgelegd.

In de derde categorie konden ideeën over 'de computer in het basisonderwijs' geventileerd worden. Meer perspectief (zo bleek later) was weggelegd voor het (voorgenomen) onderzoek dat op nummer 25 van de inventarislijst terecht kwam: op weg naar een nationaal plan voor het reken-wiskundeonderwijs (A. Treffers).

In het vervolg van dit artikel zal blijken dat dit nummer 25 uit 1984 niet uit één onderzoek zal gaan bestaan, maar uit een reeks van onderzoeken van

verschillende aard en status, die goed beschouwd tezamen een uniek onderwijs-ontwikkelingsproject vormen. De signalen van ontwikkelingsonderzoek, die in de jaren 70 waren gegeven, blijken goed ontvangen te zijn en krijgen in de jaren 80 en 90, een concreet, zowel praktisch als theoretisch, vervolg.

4. Overwegingen, consumptief en constructief

Eerder werd gesteld dat de onderzoekers van het reken-wiskundeonderwijs weliswaar uit verschillende instituten met verschillende onderzoekstradities komen, maar in het verloop van de jaren zeventig en tachtig nader tot elkaar kwamen. Leverde de inventarisatie van 1985 een bewijs voor deze stelling? Nee, die uitspraak zou de werkelijkheid van de 25 onderzoeken niet recht doen. Op allerlei details van het onderzoekswerk waren verschillen waar te nemen, de vakinhoudelijke expertise van de onderzoekers, de praktijknabijheid van het onderzoekswerk, de ingrijpendheid van de conclusies, het innovatieve gehalte van het onderwerp, de theoretische fundering e.d.

Maar van het gekozen standpunt van de onderwijsontwikkelaar was duidelijk waarneembaar dat in dit veld sprake was van voortrekkers en volgers, van constructieven en consumptieven. In het geval van onderwijsontwikkeling op een bepaald leerdomein is een dergelijke verdeling van taken zo gek nog niet. De voortrekkers laten zich leiden door een globale theorie op de achtergrond, maar in het werk domineert de ontwikkelingscomponent. Niet gestoord door eindeloos getheoretiseer kunnen zij hun didactische uitvindingen doen en de effecten ervan in de schoolklassen onderzoeken. De volgers nemen kennis van de vondsten, de bevindingen en de eraan ten grondslag gelegde argumenten. Ze plaatsen een en ander in de gangbare theorievorming, uiten op basis daarvan hun vermoedens en formuleren hypothesen. Soms ontwerpen ze ook op basis van dit alles alternatieven (leermateriaal, didactische aanpak, leergang, ...) en doen dan vergelijkend onderzoek.

Natuurlijk levert een dergelijke inzet van de gezamenlijke onderzoekscapaciteit alleen positieve effecten op voor het totaal van de onderwijsontwikkeling, als men enerzijds weet te werken aan een gemeenschappelijke onderzoeks- en ontwikkelingsklus en als anderzijds alle inspanningen een grote gelijkwaardigheid vertonen en ook als zodanig behandeld worden. Voor het functioneren van een werkgemeenschap van onderzoekers en ontwikkelaars, zoals hier bedoeld, is bovendien nodig dat men beschikt over een gemeenschappelijk referentiekader met betrekking tot de doelen, inhoud, vorm en filosofie van het reken-wiskundeonderwijs. Wetenschapsfilosofen zouden hier al gauw van een 'paradigma' spreken. Dat kan, want het genoemde domeinspecifieke referentiekader laat ook zijn invloed gelden op de wijze van onderzoek.

Bovenstaande overwegingen geven impliciet aan hoe men van een bepaald standpunt naar een onderzoek kan kijken. Expliciet gesteld gaat mijn aandacht dan naar de volgende punten:

- het referentiekader van de onderzoeker
- de probleemstelling en waar de wortels van het gesignaleerde probleem zijn te traceren
- het Motief (met hoofdletter M) van de onderzoeker
- het design
- het (ontwikkelde) instrument
- de onderzoeksomgeving en de tijd die daarin wordt doorgebracht.

Zo te zien kan ik met informatie op deze punten het onderzoek plaatsen op de sterkteschalen 'betrokkenheid', 'praktijknaabijheid', 'theoretische gefundeerdheid', 'ontwikkelingsgerichtheid' en 'vakinhoudelijke expertise'.

In onderzoeksverslagen neem ik ook het standpunt van de lerarenopleider in. Ik zoek dan bruikbare elementen voor het reken-wiskunde & didactiekonderwijs. Natuurlijk niet om af en toe te kunnen zeggen dat 'onderzoek heeft aangetoond', maar eerder om in staat te zijn vakdidactische theorie met het resultaat van systematische waarnemingen in de praktijk te illustreren en zo mogelijk daardoor geloofwaardiger te doen overkomen. En het zijn niet alleen de resultaten, maar ook de observaties van individuele kinderen zelf, die mij goed van pas komen. Soms inspireren ze studenten om zelf op onderzoek te gaan, en dat komt me helemaal goed van pas.

Naast dit narratieve element van onderzoeksverslagen let ik ook op hetgeen de onderzoeker schrijft over zijn eigen leerproces. Volgens Streefland begint de theorievorming in het geval van ontwikkelingsonderzoek bij het leerproces van de onderzoeker. Een mooie gedachte, in het bijzonder voor het geval je de theoretische component van de lerarenopleiding wilt laten aansluiten op het reflecteren over de praktijk. (Goffree en Dolk, 1995)

Deze mooie gedachten van een lerarenopleider, die zich verwant voelt met onderwijsontwikkeling en -onderzoek, kunnen ook uitgelegd worden als de vooroordelen van een vakdidacticus. Je kunt je afvragen waarom die niet zo geïnteresseerd is in een theoretische inkadering (omdat hij wat een onervaren onderzoeker op het vakgebied nog moet *nalezen*, eigenlijk wel kent?). Of waarom de didacticus op een eigen wijze van de onderzoeksmethodologie kennis wenst te nemen (waarom wantrouwt hij bijvoorbeeld louter kwantitatieve methoden en, nog merkwaardiger, waarom wil hij de statistiek niet volledig aan computerprogramma's en alfa-methodologen overlaten?). Waarom meent hij in het onderzoek door onderwijskundigen steeds een structuralistische aanpak te herkennen? Waarom denkt hij bij een taakanalytische invalshoek

direct aan Lesh en Landau's idee-analyse (1983) of aan Freudenthals didactische fenomenologie? Waarom is hij meer geïnteresseerd in paradigma's 'op de vierkante cm' dan in uitspraken over hele cohorten leerlingen? En als dit dan zo is, waarom ziet hij dan toch met genoegen het resultaat van PPON-rekenen 1994, waarin 'op de hele 40 000 vierkante km' van Nederland vooruitgang op de effecten van het reken-wiskundeonderwijs zichtbaar worden? (De Jong en Verkruijsse, 1994). Heeft die vakdidacticus misschien geen geweten als het onderzoek van zijn eigen vakgebied betreft?

Misschien dat de volgende paragrafen meer licht in deze duisternis kunnen brengen. Het ontwikkelingsonderzoek heeft namelijk in de jaren na 1985 meer aandacht gekregen. Onderwijskundigen als Verschaffel (Katholieke Universiteit van Leuven), Koster (RUG), Van Oers (VU) en Kanselaar (RUU) hebben hun praktische overwegingen en theoretische reflecties in discussies naar voren gebracht en ook af en toe op papier gezet. Ik kom daar straks op terug.

5. Inventarisatie van onderzoek in de periode 1985 - 1995

De discussies gaan, globaal beschouwd, over de vraag of ontwikkelingsonderzoek een aparte onderzoekscategorie is. Anders gezegd: heeft de werkgemeenschap van ontwikkelingsonderzoekers een eigen paradigma? Zo gezien heeft de discussie tussen voorstanders en tegenstanders van deze opvatting enkele bekende elementen. Tegenstanders, degenen dus die de zojuist gestelde vraag met nee beantwoorden, zijn van mening dat met een geringe inspanning ontwikkelingsonderzoek opgenomen kan worden op de agenda van het onderwijsonderzoek in Nederland. De anderen, die de gestelde vraag met ja beantwoorden, constateren dat dit in elk geval tot op heden niet (of nauwelijks) het geval is. Ontwikkelingsonderzoek vraagt om een eigen design en methodologie, met een nieuwe definitie van fundamentele begrippen als objectiviteit (Smaling, 1989), betrouwbaarheid en validiteit. Ontwikkelingsonderzoek vereist daarom ook andere onderzoekers, een andere instelling en een andere expertise.

Maar ook voorstanders van de afscheidingsbeweging vragen zich af of ontwikkelingsonderzoek als wetenschappelijk object zelf nog wel in voldoende mate in ontwikkeling is. (Van Oers, 1994).

Een prachtige analyse van de stand van zaken op het gebied van ontwikkelingsonderzoek is kort geleden gepubliceerd in de vorm van een dissertatie (Gravemeijer, 1995). Onderwijsontwikkeling op het gebied van rekenen en wiskunde wordt daarin gekarakteriseerd als theoriegeleide bricolage. Een 'bricoleur' moet dan, zo begrijp ik Gravemeijer, opgevat worden als een 'klusjesman', met veel gereedschap, een rijke fantasie, groot technisch vernuft en een omvangrijke ervaring. Bovendien wordt hij bij elke klus gedreven door een grote betrokkenheid en op het goede pad gehouden door een persoonlijk verwerkte 'reken-wiskundeonderwijsleertheorie'.

Natuurlijk vinden meer ambachtelijk ingestelde onderzoekers dit te vaag. Als ze ontwikkelingsonderzoek willen begrijpen en zo mogelijk ook zelf beoefenen, dan is er behoefte aan vastigheid. De vraag naar een goed onderbouwd handboek, waarin theoretische essenties en praktische uitwerkingen zijn te vinden, ligt dan voor de hand. (De Jong en Wijers, 1993). Of men daarmee ooit tot grote didactische uitvindingen of grensverleggende bijdragen aan de theorie zal kunnen komen, is maar de vraag. Treffers mag dan gezegd hebben dat ook goede ideeën (in zijn geval mag men denken aan zaken als de lege getallenlijn, het rekenrek, de onder- en bovenmaten bij breuken op de dubbele getallenlijn, het boogje dat aftrekken aan optellen verbindt, de bemiddelende grootheid voor het elimineren van breuken, ...) niet uit de lucht komen vallen (Treffers, 1991), een handboek waarin het ambacht van de ontwikkelingsonderzoeker is beschreven, genereert ze niet zonder meer.

Laten we een blik werpen in de keuken van onderzoekers op het gebied van rekenen en wiskunde. In de derde week van juli 1995 ontvingen onderzoekers van het reken-wiskundeonderwijs een brief met het verzoek hun onderzoekswerk kort te beschrijven op de volgende onderdelen:

- De onderzoeksvraag
- Onderzoeksdesign
- Voorbeeld van ontworpen rekenmateriaal tbv het onderzoek
- Werkwijze bij ontwerpwerk tbv het onderzoek
- Conclusies
- Aanbevelingen
- Publikaties mbt dit onderzoek.

Bijna alle onderzoekers (ruim twintig) stelden hun gegevens beschikbaar. De ruim veertig in kaart gebrachte onderzoeken zijn hieronder geordend in zes categorieën:

- a Evaluatieonderzoek
- b Legitimeringsonderzoek
- c Theorievormend onderzoek
- d Het onderwijsexperiment
- e Ontwikkelingsonderzoek
- f Historisch didactisch onderzoek.

Categorie f neemt een aparte plaats in. De beide onderzoekingen in deze categorie vallen buiten de door mij gekozen invalshoek maar zijn juist voor didactici zo interessant, dat ik me niet kan permitteren er geen woorden aan te wijden.

Hierin treft men het werk aan van E. de Moor. Het betreft historisch didactisch onderzoek van het **aanvankelijk meetkundeonderwijs aan leerlingen van 4 tot 14 jaar in Nederland gedurende de 19de en 20ste eeuw**. Welke ontwikkelingen hebben zich voltrokken in het aanvankelijk meetkundeonderwijs gedurende de laatste twee eeuwen? Wat was de leerstof en waaraan werd deze ontleend? Welke waren de motiveringen voor dit vak? Hoe werden de doelen omschreven? Hoe ontwikkelde zich de didactiek? Hoe vond de implementatie plaats? Welke waren de argumenten ter invoering/afschaffing en hoe voltrokken zich die? Welke constanties zijn aan te wijzen? Welke maatschappelijke en onderwijskundige ontwikkelingen hebben deze ontwikkelingen beïnvloed? Is er voor het heden uit de historische analyse iets te leren?

Moor, Ed W.A. de (1995), Vormleer - An innovation that failed. Geometry in Dutch primary education during the 19th century, *Paedagogica Historica*, New series, XXXI-1, pp. 103-123.

Een tweede onderzoeker op dit terrein is M. Kool, die een studie maakt van **rekenboeken uit de zestiende eeuw**. Haar aandacht gaat daarbij voornamelijk uit naar de destijds gebruikte 'rekentermen'. In de zestiende eeuw verschenen de eerste rekenboeken in de volkstaal en werd de Latijnse rekenterminologie die tot dan toe in gebruik was, geleidelijk aan vervangen door Nederlandse rekentermen en -uitdrukkingen. Dit proces was al geruime tijd gaande toen Simon Stevin (1548-1620) zijn beroemde pleidooien voor de beoefening van wetenschap in de volkstaal hield. Het is bekend dat Stevin veel Nederlandse rekentermen 'bedacht' ook op het gebied van de wiskunde. De rekentermen die hij gebruikte zijn echter niet allemaal uit eigen koker, hij nam een groot deel over van zijn voorgangers. De wijze waarop zestiende-eeuwse rekenmeesters rekenkundige begrippen en aspecten benoemden en omschreven, verschaft inzicht in de wijze waarop men in deze tijd met het vak omging.

Kool, M. (1992), Daert meest af heeft, daer heeftet sijnen naem naer. Nederlandse termen in de zestiende-eeuwse rekenkunde. *Cultuurhistorische Caleidoscoop*, aangeboden aan Prof. Dr. Willy L. Brackman, Gent pp. 349-363.

Kool, M. (1992), De rekenkundige termen van Simon Stevin. *Scientarium Historia* jrg.18 nr.2 pp. 91-107.

De overige categorieën zijn samengesteld op basis van het innovatieve gehalte. De vraag in hoeverre het onderzoek kan bijdragen aan een essentiële verandering van het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, werd rechtstreeks betrokken op het gebruikte onderwijs-leermateriaal (methode, leergang, programma, hulpmiddel, ...). Onderzoekers die gebruik maakten van bestaand materiaal, komen eerder in de opsomming voor. Ze worden gevolgd door

onderzoekers die bestaande materialen bewerkten voor het eigen onderzoek. Tenslotte komen de onderzoekers, die tevens ontwerpers zijn: de ontwikkelingsonderzoekers dus.

De bedachte klassificatie is niet waterdicht, er zijn onderzoeken die in meer dan één categorie geplaatst kunnen worden. Een kleine accentverschuiving kan de indeling op z'n kop zetten en allerlei verschuivingen in de rangorde teweeg brengen. Het zij zo.

a. Evaluatieonderzoek in 1985-1995

Met evaluatieonderzoek kan men nagaan hoe op een zeker moment het reken-wiskundeonderwijs in de school gegeven wordt. Deze onderzoeksvraag is zeer open gesteld en men kan er nog alle kanten mee uit. Dit merkten onder andere M. van den Heuvel-Panhuizen en F. Goffree toen ze de beschikking kregen over 161 lesbeschrijvingen, door leerkrachten gemaakt van hun rekenonderwijs gegeven op dinsdag 15 november 1983. Een kwalitatieve, geannoteerde analyse van deze lesbeschrijvingen verscheen in 1986 onder de titel: *Zo rekent Nederland*. (Van den Heuvel-Panhuizen e.a., 1986).

Een dergelijk onderzoek wordt anno 1996 door pabostudenten (opnieuw) gedaan. Nu luidt de vraag: 'Hoe realistisch wordt er in Nederland gerekend?'. Dit keer gaan de onderzoekers evenwel zelf op pad, met eigen-gemaakte instrumenten als kijkwijzers. Waarschijnlijk zal het accent in dit onderzoeksproject vooral liggen op het voorwerk waarin de vraag 'hoe kun je zien of 'het' realistisch is?' gesteld wordt. Hierin kan men de variabele 'het' op vele manieren invullen: onderwijs in de klas, het reken-wiskundeboek, de handleiding, het lesgeven van de leraar, het rekenwerk van de leerlingen, de opvattingen van de leraar over het vak, de manier waarop leerlingen tegen rekenen en wiskunde opkijken en zo meer.

Bedenk echter wel dat het hier voornamelijk om een leeronderzoek gaat, een onderzoek dus waarvan vooral pabodocenten kunnen leren met hun studenten op onderzoek te gaan. Een element van de lerarenopleiding voor het basisonderwijs, dat er nog karig afkomt.

In beide genoemde onderzoeken wordt geen onderwijs gemaakt, er wordt slechts naar gekeken. Dit geschiedt met een zekere expertise, zowel op het terrein van het reken-wiskundeonderwijs als op het gebied van onderzoek. In het tweede geval is het onderzoeksproject ook bedoeld als leerproject voor pabostudenten en hun docenten.

Evaluatieonderzoek kan zich ook richten op de effecten van een innovatie. Het onderzoek van R.A. de Jong (1986) richtte zich met een dergelijke vraagstelling op de educatieve markt.

Preciezer: zijn de Nederlandse reken-wiskundemethoden voor het basisonderwijs beïnvloed door Wiskobas?

a Wat is de invloed geweest van Wiskobas op de inhoudelijke vormgeving

van de reken-wiskundemethoden, afzonderlijk beschouwd, die in de periode 1965 tot 1985 een marktfunctie vervulden?

- b Wat is de invloed geweest van Wiskobas op de ontwikkeling van de reken-wiskundemarkt in zijn totaliteit in de jaren 1965-1985?

Jong, R.A. de (1986), **Wiskobas in methoden**, Vakgroep OW&OC, RUU Utrecht.

Interessant is het instrument dat hij met behulp van 25 vakdidactische experts samenstelde en naar specificiteit en inhoudsvaliditeit optimaliseerde. Hiermee kon aan elke rekenmethode uit die jaren (1965-1985) een zogeheten wiskobasprofiel toegekend worden.

Een (soort) vervolg op dit onderzoek is in handen van W. de Vos, die zich de vraag stelde: 'welke **gebruikskenmerken** hebben de methoden 'Rekenen en Wiskunde' en 'De wereld in getallen'? Om na te gaan waarop bij de analyse van beide reken-wiskundemethoden gelet dient te worden, stelde hij een lijstje met algemeen didactische en vakdidactische aandachtspunten op, dat door rekendeskundige schoolbegeleiders gescreend kon worden. Met de (12) aandachtspunten die het belangrijkste geacht werden, kon nu worden nagegaan welke mate van gedetailleerdheid (een belangrijke factor voor de implementatie) de handleidingen bij de genoemde methoden vertonen.

Vos, W. de (1994), **Reken-wiskundemethoden vergeleken**. Tijdschrift voor onderzoek en nascholing van het reken-wiskundeonderwijs, jrg.13, nr.1 pp.16-23.

Natuurlijk is het onderzoek van De Vos beter te begrijpen in het kader van implementatie, maar zowel in het geconstrueerde instrument (de aandachtspunten) als in de wijze waarop het geijkt is door experts op het domein, kan men aflezen in hoeverre de inhoudelijke vernieuwing van het reken-wiskundeonderwijs is gevorderd. Een evaluatie dus.

Deze gevorderdheid kan ook bij de leraren van het basisonderwijs worden onderzocht. Dit deed R.A. de Jong in het kader van het diepteproject 'Van mechanistisch naar realistisch reken-wiskundeonderwijs'.

In dit **diepteproject** ging het erom knelpunten, die zich voordoen bij de overgang van mechanistisch naar realistisch reken-wiskundeonderwijs, zichtbaar en inzichtelijk te maken. Er werd gewerkt met het team van een basisschool waar zojuist een nieuwe methode was aangeschaft, er werden diepteinterviews met de leraren gehouden, aangevuld met observaties in de klassen en gesprekken met leerlingen. Een interessante bevinding was dat er verband werd gelegd tussen 'teacher beliefs' (opvattingen van leraren over het vak) en de neiging om op oude vertrouwde didactische ideeën terug te vallen, als er problemen zijn.

Goffree, F., R. de Jong, J. Nelissen en I. Verkruijsse (1986), **Van mechanistisch naar realistisch reken-wiskundeonderwijs**. Projectplan, SAC Utrecht.

Stoverinck, T.H.W.M. en R.A. de Jong (1988), Rekenen op de Johan de Witt.

Tijdschrift voor onderzoek en nascholing van het reken-wiskundeonderwijs, jrg.7, nr.2 pp.82-91.

Zo kan men dus proberen te evalueren wat alle inspanningen ten behoeve van een bepaalde innovatie hebben opgeleverd: in 'het' onderwijs, in de leerboeken en bij de leraren.

In het **MORE-onderzoek** (Methoden Onderzoek REkenen-wiskunde) voegde men hier ook de effecten van het onderwijs op de leerlingen aan toe. Hier ging het om de vergelijking van twee reken-wiskundemethodes, te weten Naar Zelfstandig Rekenen en Wereld in Getallen, naar realistische kenmerken, naar realistisch gebruik in de klas en in relatie met de opvattingen en inzichten van de leraren-gebruikers. Doordat men het evalueren via de vergelijking van twee methoden (op papier, in handen van leraren en wat betreft de opbrengsten bij de leerlingen) trachtte te realiseren, en daarvoor gedurende een relatief lange periode in vele schoolklassen werkzaam was, konden ook de kleine nuances in essentiële onderdelen in beschouwing komen. Een interessante opbrengst van dit project is dat door de toetsen die voor dit project zijn ontwikkeld, nieuwe mogelijkheden naar voren zijn gekomen voor 'realistisch' toetsen. Het creatieve ontwerpwerk hiervoor werd onder andere verricht door M. Van den Heuvel, die het onderwerp 'realistische toetsen' later in haar promotiestudie zou uitdiepen.

Gravemeijer, K., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Van Donselaar, G., Ruesink, N., Streefland, L., Vermeulen, W., Te Woerd, E. en D. van der Ploeg (1993), Methoden in het reken-wiskundeonderwijs, een rijke context voor vergelijkend onderzoek, Utrecht: CD- β Press, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.

Het vergelijken kan ook kleinschaliger gebeuren en dan met meer precisie en grotere diepgang. Dit was onder meer het geval in drie onderzoeken: het Rotterdamse PENTA-onderzoek van Van Eerde e.a. (rekenrek), het Leidse onderzoek van Klein en Beishuizen (twee leergangen met de lege getallenlijn) en het Groningse onderzoek van Willemsen (twee remediële rekenprogramma's), de beide laatste onderzoeken met zowel een praktische als een theoretische component.

In het **Penta-onderzoek** werd nagegaan of het rekenrek, waarbij getalbeelden op basis van de vijfstructuur, de tienstructuur en de dubbelstructuur het verwerven van de basisvaardigheden ondersteunen, een wezenlijke bijdrage kan leveren aan het onderwijzen van optellen en aftrekken tot twintig. Er werden drie groepen vergeleken: experimentele groep R met extra onderwijs via het rekenrek, experimentele groep M met extra hulp op een mechanistische uitleg-manier en een controlegroep, die het met het reguliere rekenonderwijs moest doen. Men meet de effecten met twee klassikale toetsen: een tempotoets met kale sommen en een contexttoets, en een

individuele toets, waarmee via de kwantijwijzer-aanpak de aanpakken van leerlingen kunnen worden achterhaald. Het resultaat op de toetsen blijkt teleurstellend voor de onderzoekers, er worden geen significante verschillen in leerwinst gevonden tussen leerlingen in de groepen R en M. Men gaat dan op zoek naar randvoorwaarden die dit kunnen verklaren.

Berg, W. van den, en H.A.A. van Eerde (1992), Geef me de vijf. Een onderzoek naar de waarde van de vijfstructuur voor het leren automatiseren van de optel- en aftrektabels tot twintig, RISBO, EUR Rotterdam.

Willemsen deed een vergelijkend (promotie)onderzoek naar de verschillen in effecten van een neo-structuralistische didactiek (**mapping instruction**) versus een specifieke uitwerking van de realistische didactiek (kolomsgewijs optellen en aftrekken).

Willemsen, T. (1994), Remedieel rekenprogramma's voor de basisschool. Een effectstudie. GION, Groningen.

Ten behoeve van het Leidse onderzoek van Beishuizen en Klein werden **twee verschillende leerlijnen** voor het (hoofd)rekenen tot 100 ontwikkeld en empirisch vergeleken. Naast de beoogde verbetering van de hoofdrekvaardigheid bij de leerlingen worden ook de effecten van twee theoretisch verschillende instructieconcepten getoetst. Namelijk 1. de cognitief-psychologische opgebouwde Stadia-leerlijn op basis van eerder Leids onderzoek en 2 de Proeve-leerlijn volgens de realistische (constructivistische) didactische theorie van het Utrechtse Freudenthal Instituut. In beide condities is de lege getallenlijn als didactisch hulpmiddel opgenomen.

Klein, T. en Beishuizen, M. (1994), Flexibilisering van rekenstrategieën op een verschillende kennisbasis, Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs 13 (1), pag. 32-38.

Een aparte vermelding komt toe aan de vergelijkende onderzoeken die L. Streefland en J. van den Brink deden in het kader van hun omvangrijkere ontwikkelings (onderzoek) werk. Zij laten zien dat het vergelijken van twee verschillende didactieken op basis van effectmeting, een gedegen kennis vergt van de leerstof, de leerlingen en de leerprocessen. Men dient, als er significante verschillen op fundamentele onderdelen van het programma gezocht worden, genuanceerd (Goffree, 1988) te werk te gaan met fijnmazige instrumenten.

De cijfers, die de opbrengst van Streeflands vergelijkend onderzoek weergeven, zijn interessant en vallen sterk in het voordeel van een nieuwe breukendidactiek uit. Op 27 items over breuken, verhoudingen en procenten van de Cito-toets (1986) scoort de onderzoeksgroep gemiddeld 87% correcte antwoorden, tegenover een landelijk steekproef (n=2250) met 69%. Veelbelovend ontwikkelwerk dus, dat in de jaren negentig een indrukwekkend vervolg krijgt. (Treffers, Streefland en De Moor, 1994)

We kennen in Nederland ook effect-onderzoek op (zeer) grote schaal, het Periodieke Peilings Onderzoek van het Onderwijs Niveau, **PPON**. Interessant voor onderzoekers en didactici zijn onder andere de toetsitems, de daaraan toegekende moeilijkheidsgraad en de samenhang met de positie op een vaardigheidsschaal. Er wordt grote zorg besteed aan het construeren van de opgaven en er wordt didactische expertise ingezet. In de periode tussen de eerste (1987) en tweede peiling (1992) werd een positieve verschuiving over de hele linie waargenomen naar de hoofdrekenvaardigheid. Verondersteld mag worden dat dit een effect is van de nieuwe reken-wiskundemethoden, die zich juist in die periode een vaste plaats zijn gaan verwerven in de basisscholen. (Panama cursusboek 1994?)

Een interessante aanvulling op het PPON geeft J. Bokhove, die via individuele gesprekken met leerlingen meer te weten wilde komen over de gevolgde **oplossingsmethoden**. Wat men ook al eerder geconstateerd had, onder andere tijdens het ontwikkelwerk voor het speerpunt rekenen, werd nu in nog meer nuances waargenomen: kinderen bedenken zeer verschillende aanpakken voor het oplossen van opgaven, ook als die kale sommen betreffen. Wat is dan nog zo interessant? Welnu, Bokhove kwam tijdens het analyseren en ordenen van de aanpakken op het idee om alle mogelijke oplossingsaanpakken, ook die die tot een foutief antwoord leidden, in een database op te nemen. Onderzoekers op dit terrein, maar ook didactici en aanstaande leraren, kunnen hierin zelf op zoek gaan. De database, mits goed georganiseerd, vormt een soort kennisbasis, een 'expertise-systeem'. De gebruiker moet evenwel die kennis, de 'expertise van leerlingen' dus, zelf zien te vinden. Hij moet de juiste vragen zien te stellen, de antwoorden van leerlingen analyseren, de theoretische achtergronden erbij vinden en zo zijn eigen onderzoek tot stand brengen. Een prachtig perspectief.

Bokhove, J. (1994), Onderzoek naar oplossingsmethoden. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs 13 (1), pp. 7-15.

Zo te zien kan dit soort evaluatieonderzoek ook voor vakdidactici leiden tot interessante opbrengsten, op macro-, meso- en microniveau van leren en onderwijzen. Ook zal duidelijk zijn dat de invloeden op de onderwijsverandering in al de genoemde gevallen van afgeleide aard zijn. Het (vernieuwende) ontwikkelwerk is reeds geschied; wat nog slechts geconstrueerd dient te worden, zijn de instrumenten om de gevolgen (effecten) ervan te zien.

Ontwikkelaars zijn natuurlijk ook geïnteresseerd in de uitkomsten van genoemd evaluatieonderzoek en zullen, zo mogelijk, er in hun werk zeker rekening mee houden. Dat maakt in feite van het meeste evaluatieonderzoek formatieve evaluatie. Dat strookt heel wel met de geldende opvatting van onderwijsontwikkelaars, die in 1987 door de toenmalige voorzitter van de Veldadviescommissie (VALO) voor Wiskunde, S. Kemme aldus werd verwoord: "Is het wiskundeonderwijs in Nederland nou nog niet af?"

b. Legitimatieonderzoek 1985-1995

De volgende categorie bestaat uit legitimatie-onderzoek. Hierin wordt aan deskundigen gevraagd hun mening te geven over bepaalde veranderingen. Maar men wil graag antwoorden waarbij de expertise van de deskundige optimaal benut is. Hier komen we op een lastig punt van legitimering. Kennis van zaken, het beschikken over praktische en theoretische kennis op een gegeven terrein, wordt met het vragen naar een opinie over iets, niet altijd aangesproken. (Thompson, 1984). In het kader van het (realistisch) reken-wiskundeonderwijs heeft men een manier van bevraging gevonden, waarin de deskundigheid van de bevroagden vrij direct wordt aangesproken. Dit wordt bijvoorbeeld goed zichtbaar in de discussies over bepaalde teksten uit de successieve deeltjes van de Proeve (van een nationaal programma voor rekenen en wiskunde op de basisschool), die in de Panamapost (Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs) de afgelopen jaren zijn verschenen. Men gaf onder andere zijn opinie over delen van leergangen, voorstellen voor een bepaalde didactische benadering en ontworpen didactische hulpmiddelen. Het kan niet anders dan dat men daarin ook direct de specifieke didactische expertise liet spreken. Ook de voorlopige eindversies van de genoemde deeltjes van de Proeve werden aan deskundigen voorgelegd met de (open) vraag om commentaar te leveren. Wat daarvan bruikbaar werd geacht, zette men in voor verbetering van de tekst. Hier blijven evenwel vele zaken onzichtbaar voor de uiteindelijke lezers, van 'legitimering' en 'onderzoek' kun je hier naar mijn mening niet echt spreken. Gelukkig is het aangeboden materiaal tot stand gekomen op basis van ontwikkelingsonderzoek en kan men de effecten ook nog via evaluatieonderzoek vaststellen. Een dergelijke legitimering, door de leerlingen en leraren in de klas dus, is in de kring van reken-wiskundendidactici van ouds her (Freudenthal, 1987) meer gewaardeerd dan het opinieonderzoek. Naast de Proeve legitimering dienen hier nog twee onderzoekingen te worden vermeld.

De eerste betreft een aanloop tot de bovengenoemde Proeve (Cadot en Vroegindewij, 1986). Op basis van de commentaren van niet minder dan 290 experts op het werkboek *'Tien voor de basisvorming'* werd gezocht naar consensus over de richting van de vernieuwing. Eerst werd gezocht naar de mate van waardering voor het voorgestelde nationale plan en in de tweede plaats probeerde men in de commentaren aanwijzingen te vinden voor verbetering van het plan. De expertise werd in de volle breedte van het veld gezocht: opleiders (69), begeleiders (74), leraren basisonderwijs (80), onderzoeker-ontwikkelaars (59) en inspecteurs (5). Over de vraag of er sprake zou kunnen zijn van verschillende 'gewichtsklassen' in het totaal van de deskundigheid, brak men zich het hoofd niet. Alle kennis werd bij elkaar gevoegd, al dan niet gebruikt bij het geven van een mening (volledig eens, grotendeels eens, neutraal tot grotendeels oneens) over uitspraken als

'meer aandacht voor toepasbaarheid', 'tijd voor memoriseren van de tafels en automatiseren van elementaire hoofdbewerkingen' en 'minder tijd aan cijferen besteden en de einddoelen aanpassen'. Vervolgens gingen de onderzoekers kwalitatief aan de gang, opmerking voor opmerking van aantekeningen van de respondenten doorwerkend. De positieve reacties op de waarderingsvraag, kwantitatief vastgelegd, aangevuld met de constructieve bijdragen op de verbeteringsvraag, vormden een vertrouwenwekkend fundament voor het volgende ontwikkelwerk op meso-niveau.

Cadot, J. en D. Vroegindeweij (1986), Tien voor de basisvorming. Rekenen/wiskunde onderzocht, OW&OC, Utrecht.

In het voorgaande onderzoek werd gebruik gemaakt van data die op de 'Panama najaarsconferentie' van 1984 werden verzameld. In deel C van het eerder genoemde onderzoek van De Moor wordt het **Pimbo** (Project Innovatie Meetkunde Basisonderwijs) genoemd. Het is een empirisch onderzoek (d.w.z. 'in de praktijk') in samenwerking met het Cito. Het bestaat onder meer uit een enquête onder leraren van groep 8 en een onder pabodocenten, waarin een mening wordt gevraagd over meetkunde op de basisschool. Ook hier is gebruik gemaakt van een soort katalysator, bestaande uit toetsitems op de verschillende deelgebieden van de meetkunde (localiseren, viseren, construeren, concretiseren, redeneren e.d.), met het doel de expertise ten grondslag te laten leggen aan het geven van een mening over nut, inhoud, kern e.d. van het vak. Vooral hier zal de verstrengeling van kennisniveaus enerzijds en de verschillende achtergronden van de opinies moeilijk te onderscheiden zijn. We mogen met belangstelling uitzien naar de wijze waarop de onderzoeker deze kluwen zal ontwarren ten behoeve van de legitimering van het meetkundeonderwijs, dat hem zo ter harte gaat.

Legitimeringsonderzoek op het terrein van rekenen en wiskunde kent inmiddels een zekere traditie. De zorg voor de mogelijkheid om expertise te betrekken bij het ventileren van een mening, is essentieel. En het creëren van een bruikbare 'katalysator' vereist kennis van essentiële onderdelen en de vaardigheid 'werkzaam' materiaal (bijvoorbeeld een werkboek of praktikum) te ontwerpen. Voor didactici-gebruikers ligt hier een interessante opbrengst, interessanter nog dan de werkelijke opbrengst van het legitimeringsonderzoek.

c. Theorievormend onderzoek in 1985-1995

In deze categorie is veel onderzoek te melden. Nemen we weer het oorspronkelijke standpunt in en bekijken we de mate waarin ten behoeve van het onderzoek (nieuw) reken-wiskundemateriaal is ontworpen, dan kunnen we beginnen bij enkele onderzoekingen, waar niets nieuws werd ontworpen en in feite slechts het vigerende onderwijs als proeftuin werd gebruikt. Het gaat over een onderzoek van affectieve processen naast de cognitieve (Boekaerts en Seegers)

en onderzoek naar interactie in de reken-wiskundeles (Streefland en Elbers). Twee belangwekkende onderwerpen, ook voor leraren.

Boekaerts en Seegers doen onderzoek naar de relatie van **cognitieve met affectieve en motivationele variabelen** bij confrontatie met (reken) leertaken. Uitgangspunt het (krachtige) Model of Adaptable Learning. Leerlingen die met een rekentaak worden geconfronteerd maken een inschatting van de moeilijkheid en de eigen mogelijkheden om aan de taakeisen te voldoen. Hierbij spelen een rol attitude tegenover rekenen en ook motivatie, maar tevens hoe belangrijk (en hoe leuk) de taak gevonden wordt. Hieruit vloeit de mate van bereidheid voort om zich in te zetten voor de taak. De prestatie die geleverd wordt op de rekentaak hangt hier weer nauw mee samen.

Boekaerts, M. (1988), Emotion, motivation and learning. *International Journal of Educational Research*, 12(3), pag. 229-234.

Boekaerts, M. (1992), The adaptable learning process: Initiating and maintaining behavioural change. *Applied Psychology: An international review*, 41(4), pag. 377-397.

Boekaerts, M. Seegers, G. & Vermeer, H. (1995), Solving math problems: Where and why does the solution process go astray? *Educational Studies in Mathematics* 28, pag. 241-262.

Ook Streefland en Elbers verrichten theorievormend onderzoek op het gebied van **interactie in realistisch reken-wiskundeonderwijs**. Men koos het onderwerp schaal en plaatste de leerlingen in een soort 'context of inquiry'. 'Onderzoek het zelf en probeer uit te vinden, hoe het precies zit', dus in feite. Als de leraar zich terughoudend opstelt blijken de leerlingen bijvoorbeeld hun vermoedens naar voren te brengen en eigen onderzoeksvragen te stellen, in aanvulling op hetgeen de leraar stilzwijgend heeft gedaan.

Streefland, L. en R. Gertsen (1995), 610 renstappen in 1 minuut 58 seconden en 91 honderdsten, in Willem Bartjens 14(3), pag. 18-21.

In vele gevallen is het evenwel nodig om ten behoeve van de theorievorming specifiek materiaal voor de praktijk te ontwerpen. Eigenlijk geldt dat ook al voor het laatstgenoemde onderzoek van Streefland en Elbers. Het is niet aan te nemen dat beide onderzoekers zich niet hebben gebogen over de vraag hoe het schaalbegrip optimaal en interactief aan de orde kan worden gesteld. Dit ondanks het feit dat dit onderwerp al vele malen didactisch voor de basisschool is bewerkt.

In de volgende onderzoeken is het ontwerpwerk wat duidelijker aanwezig. Soms moeten er echt nieuwe wegen bewandeld worden om inzicht te verkrijgen in een didactisch fenomeen (zoals in het onderzoek van Verschaffel, De Corte en Lasure naar het (on)realistisch interpreteren van klassieke schoolvraagstukjes). In andere gevallen kon het ontwerpwerk beperkt blijven tot het inrichten van gegeven materiaal voor de speciale onderzoekssetting.

Streefland en Van den Heuvel deden (t.b.v. het Mathematics in Context-project) onderzoek naar de **informele kennis van kinderen** en het toepassen van de strook als procentenmeter bij het probleemoplossen.

Streefland, L. en M. van den Heuvel-Panhuizen (1992), Informele kennis over procenten. Wat verhaaltjes kunnen vertellen. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, 11(2) pag. 45-47.

SVO-project 92081. Een onderzoek door C. Suhre en E. Harskamp in het speciaal onderwijs. Het doel is om na te gaan of het didactisch principe van het **aansluiten bij (half goede) oplossingsstrategieën** die oudere leerlingen in LOM en MLK reeds hebben ontwikkeld, met succes kan worden uitgeprobeerd bij het optellen en aftrekken tot 100. Dit is een reden om dit onderzoek theorievormend te noemen.

De onderzoekers spreken zelf van ontwikkelingsonderzoek, want er wordt een remediëel programma ontwikkeld en uitgeprobeerd. In dit programma worden realistische en structuralistische kenmerken verbonden. In de try-out worden ook effecten bij de leerlingen ten aanzien van de oplossingsstrategieën geregistreerd.

Harskamp, E.G. & Suhre, C.J.M. (1995), Hoofdrekenen in het speciaal onderwijs, GION, Groningen.

H. van Luit en zijn medewerkers doen onderzoek in het kader van het onderzoeksproject Onderwijs aan kinderen met rekenproblemen aan de vakgroep pedagogiek van de RUU. Dit onderzoek gaat over **rekenvaardigheid van kleuters**. De vraag luidt: zijn kleuters die op grond van een daartoe geëigend instrument als zwak in voorbereidende rekenvaardigheid kunnen worden beschouwd, geholpen met specifieke ondersteuning in de tweede helft van het tweede leerjaar? Er moet een toetsinstrument ontwikkeld worden en een in omvang beperkt programma waarmee voorwaardelijke rekenvaardigheden aan de kinderen worden aangeboden. Twee achterliggende theorieën worden onderscheiden, de constructivistische versus de cognitief-onderwijs-leerpsychologische. Het laatste doel heeft ertoe geleid dit onderzoek in deze categorie op te nemen.

Luit, J.E.H. van & Rijt, B.A.M. van de (1995), De Rekenhulp voor kleuters, Graviant, Doetinchem.

Luit, J.E.H. van & Rijt, B.A.M. van de & Pennings, A.H. (1994), Utrechtse Getalbegrip Toets, Graviant, Doetinchem.

Luit, J.E.H. van & Pennings, A.H. (1994), Diagnostiek en behandeling van achterblijvende voorwaardelijke rekenvaardigheden bij kleuters, Nederlands Tijdschrift voor Opvoeding, Vorming en Onderwijs, 10, pag. 13-25.

Hoewel het onderzoek van Van Luit een sterke praktische component heeft, is hij naar mijn inschatting ook voortdurend op zoek naar de grenzen van de realistische didactiek van rekenen en wiskunde voor zwakke rekenaars in scholen voor speciaal onderwijs. Zie bijvoorbeeld zijn reacties op voorpublica-

ties van de Proeve (Van Luit, 1987 e.v.). Een zeer actuele problematiek, daar men er momenteel in Weer Samen Naar School verband naar streeft zoveel mogelijk zwakke rekenaars in het gewone basisonderwijs goed op te vangen. Daarom vermeld ik ook een ander onderzoek van zijn project.

Ontwikkelen van **remediërende materialen** voor kinderen die zijn vastgelopen in het reken-wiskundeonderwijs. Empirische toetsing van de materialen betreft niet alleen producttoetsing van de effectiviteit, maar ook procestoetsing van probleemoplossend vermogen, transfer, associatievaardigheid en dergelijke. De onderzoeksvraag is steeds een variant op de vraag: leidt onderwijs met behulp van dit programma tot een kwantitatieve en kwalitatieve verbetering van de rekenvaardigheid?

Luit, J.E.H. van (1992), Leren vermenigvuldigen en verdelen aan kinderen met rekenproblemen: een rekenhulpprogramma nader beschouwd. In A.J.J.M. Ruijsenaars en J.H.M. Hamers (red.), *Rekenen als probleem*. Acco, Leuven/Amersfoort pag. 129-147.

Van geheel andere aard is het onderzoek aan het Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie aan de Katholieke Universiteit van Leuven o.l.v. Verschaffel en De Corte. Het onderzoek richt zich op de uitbouw van een empirisch onderbouwde en praktisch bruikbare onderwijsleertheorie van het (leren) oplossen van wiskundige problemen door leerlingen van de basisschool. Tot nu toe heeft dit onderzoek zich toegespitst op één bepaald soort van wiskundige problemen, namelijk vraagstukjes over optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Vooral de laatste jaren wordt daarbij veel aandacht besteed aan de (problematische) relatie tussen schoolvraagstukken en reële kwantitatieve probleemsituaties.

Interessant, en niet alleen voor onderzoekers, is de grote diversiteit aan onderzoekstechnieken: collectieve toetsen, individuele interviews, oogbewegingsonderzoek, klasseobservaties, handboekanalyses en onderwijsexperimenten. Daar het onderzoek tot nog toe hoofdzakelijk constaterend van aard was, is er niet veel nieuw rekenmateriaal ontwikkeld. Werd er wel materiaal ontwikkeld, dan was dat steeds in relatie tot het onderzoeksprobleem en moest er dus veel aandacht besteed worden aan de relatie met de achterliggende theorie. Dit doet denken aan de werkwijze bij ontwikkelingsonderzoek, de theoriegeleide bricolage, waarover we in de laatste categorie komen te spreken en waar we zullen zien dat theorieontwikkeling ook daar een punt van aandacht is.

We beperken is in het geval van deze Leuvense onderzoeken tot het vermelden van de relevante literatuur. Hieraan wordt ook duidelijk waar het in het onderzoek om ging.

De Corte, E. en Verschaffel, L. (1985), **Oplossingsstrategieën van eerste klassers** bij aanvankelijke redactie-opgaven over optellen en aftrekken. *Pedagogische Studiën*, 62, pag.125-138.

De Corte, E. en Verschaffel, L. (1986), **Navertellen van een redactie-opgave** als toegang tot de probleemrepresentatie. *Nederlands Tijdschrift voor Opvoeding, Vorming en Onderwijs*, 2, pag. 88-104.

De Corte, E. en Verschaffel, L. (1987), **Oogbewegingsregistratie** bij het onderzoek van het probleemoplossen van kinderen bij rekenopgaven, *Pedagogische Studiën*, 64, pag.137-149.

Verschaffel, L. (1992), Hoe leerlingen vergelijkingsopgaven begrijpen en oplossen. Toetsing van een procesmodel via de **techniek van het navertellen**. *Pedagogische Studiën*, 69, pag.270-283.

Verschaffel, L., De Corte, E. en Lasure, S.(1995), **(On)realistisch interpreteren** en oplossen van klassieke schoolopgaven, *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs* 13 (4), pag. 17-26.

Verschaffel, L. , De Corte, E. en Pauwels, A. (1990), Het oplossen van vergelijkingsvraagstukken: een empirische toetsing van het **model van Lewis en Mayer**, *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, 15, pag. 172-188.

Deze verzameling theorievormende onderzoeken kan geen beter sluitstuk vinden dan de promotiestudie van Gravemeijer heeft opgeleverd.

Ik schreef nog niet zo lang geleden een 'educatieve recensie' over deze studie. Daarin lees ik nu onder andere: 'feitelijk is dit proefschrift een neerslag van verschillende studies. Er waren eerst vijf losse artikelen, en de serieuze poging om ze alle vijf in het kader van onderwijsontwikkeling en -onderzoek te positioneren, heeft er een dimensie (en hoofdstuk 6) aan toegevoegd. Dit zesde hoofdstuk (Developmental research revisited) is een sterk staaltje van reflectie.' In dit hoofdstuk wordt onderwijsontwikkeling en het daaraan verbonden onderzoek goed geanalyseerd. Gravemeijer levert als eerste een fundamentele bijdrage aan de discussie over ontwikkelingsonderzoek, theoretisch goed doordacht en in de (eigen) praktijk van ontwikkelwerk (waaruit onder meer de methode Rekenen en Wiskunde tevoorschijn kwam) gegrondvest.

Gravemeijer, K. (1995), *Developing Realistic Mathematics Education*, academisch proefschrift, Freudenthal Instituut, Utrecht.

d. Onderwijsexperimenten in 1985-1995

Ontwikkellende onderzoekers zijn in het voorgaande veelvuldig in het zonnetje gezet. We komen nu tot een verwisseling van termen, waardoor een stap op weg naar ontwikkelingsonderzoek wordt genomen, zodat we onderzoekende ontwikkelaars zullen tegenkomen.

We vatten het onderwijsexperiment hier op als een middel om na te gaan of een bepaald didactisch idee (bijvoorbeeld op het gebied van procenten rekenen met een vermenigvuldigfactor, gestimuleerd door het gebruik van een

rekenmachientje) in de praktijk levensvatbaar is. Beschouw dit type onderzoek dus als exploratief onderzoek in een schoolklas.

Harskamp deed een exploratief onderzoek in de basisschool met bestaand materiaal. Het ging erom enkele **remediële rekenprogramma's** in de onderbouw van de basisschool te beproeven. Dat gebeurde door een vergelijking van Remelka, Rekenspoor en Gouds rekenpakket: de implementatie ervan door pabostudenten en de effecten ervan op basisschoolleerlingen. De pabostudenten kregen vooraf een specifieke training. Hiervoor is natuurlijk een programma ontwikkeld dat in nauwe samenhang moet zijn geschied met de te onderwijzen programma's. Of is er hier iets fout gegaan? Het resultaat geeft te denken, want de onderzoeker meldt dat op beide terreinen geen verschillen werden gevonden.

Harskamp, E. (1993), Remediële rekenprogramma's voor het basisonderwijs beproefd. GION, Groningen.

In een samenwerkingsproject van Cito en het Schooladviescentrum te Utrecht (SAC) gaan Kraemer en Nelissen na hoe leemten in het rekenen van leerlingen, die met het **leerlingvolgsysteem** van het Cito worden gesignaleerd, kunnen worden opgespoord. Dat is dus diagnostiek na de signaleringstoets.

Kraemer, J. M. en J.M.C. Nelissen (1993), Hoe verder na de toets? Een zorgverbredingspakket voor zwakke rekenaars. In School en Begeleiding, nr. 40, pp 35-39.

Streefland deed exploratief ontwikkelingsonderzoek naar de integratie van de **rekenmachine in een procentenleergang** (in het kader van het FI, IVLOS, SLO-project: De zakrekenmachine). Kinderen wordt geleerd een multiplicatief standpunt in te nemen bij procentenkwesties, met name bij het herhaald hetzelfde percentage nemen.

Streefland, L. (1995), Procenten op de zakrekenmachine? in De zakrekenmachine in de klas. Onderzoek, ontwikkelwerk en voorbeelden, SLO Enschede, pag. 49-79.

Ook deed Streefland kleine onderwijsexperimenten op het terrein van de negatieve getallen en **algebra in de basisschool**, deels in het kader van het MSP-project en met speciale aandacht voor ontwikkelingsonderzoek.

Streefland, L. (1994), Onderzoekontwikkeling. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs jrg.13 nr.3, pp.18-22.

Van Luit ontwikkelde en toetste een rekenprogramma voor kleuters in afdelingen van In Hun Ontwikkeling Bedreigde Kleuters van scholen voor speciaal onderwijs. Een belangrijke component van dit onderzoek is de **transfer**, die in het kader van onderzoek naar **probleemoplossend vermogen** de aandacht krijgt. Er is tevens aandacht voor de didactiek: banend of sturend voor deze kinderen?

Schopman, E.A.M. & van Luit, J.E.H. (in press), Young children's counting strategies: an observational study. *European Early Childhood Research Journal*.

e. Ontwikkelingsonderzoek in 1985-1995

Globaal beschouwd gaat het hier dus om theoriegeleide bricolage, een beeld dat door Gravemeijer naar voren is gebracht en dat door ontwikkelingsonderzoekers met genoegen is verwelkomd. Het betekent dat we ervan moeten uitgaan dat er een globale, achterliggende onderwijsleertheorie aanwezig is, dat er in dat kader materiaal (een leergang, een didactisch hulpmiddel, ...) is ontwikkeld en dat men meestal erop uit is dit materiaal te beproeven, als het kan te verbeteren en dat tengevolge daarvan ook de lokale theorie aangescherpt wordt.

Een tussenwerpsel is hier op zijn plaats. Streefland wees me namelijk erop dat niet alle onderwijsontwikkelaars op het Freudenthal Instituut het beeld van de theoriegeleide bricoleur omarmen. Deze opposenten zijn ervan overtuigd dat men in diverse onderwijsontwikkelingsprojecten de status van bricoleur, doe 't zelve, amateur, ontstegen is. Geen geknutsel dus, geen amateurisme, maar een professionele aanpak van onderwijsontwikkelwerk, waarin theorie en praktijk, ontwerpen en onderzoeken elkaar cyclisch afwisselen en constructief beïnvloeden. Zo gezien is wellicht de term 'theoretische compositie' meer op z'n plaats. (Streefland, 1994).

Soms heeft ontwikkelingsonderzoek een grootschalige pretentie, zoals toen de hele breukendidactiek in ontwikkeling werd genomen. (Streefland, 1991). Maar vaker gaat het om een kleinschalige aanpak, waarin een essentieel onderdeel van een leergang in een basisschoolgroep wordt beproefd en bijgesteld op basis van praktijkgegevens en theoretische overwegingen.

In deze categorie van ontwikkelingsonderzoek nemen we ook het ontwikkelwerk op dat verricht werd in het kader van 'assessment'. Dit om ook melding te kunnen maken van de promotiestudie van M. van den Heuvel-Panhuizen, die bij het verschijnen van dit artikel al zeer dicht in de buurt van de doctorsbul moet zijn gekomen.

De grootschalige aanpak betreft naast het reeds genoemde promotieonderzoek van Streefland ook dat van Van den Brink, die zich vooral richtte op het jonge kind in de basisschool. In dat kader ontwierp hij het prototype van een leergang 'autobussen' waarin optellen en aftrekken werd geïntroduceerd en geleerd in de context van in- en uitstappen. Het onderzoek richtte zich ook op de effecten van een wiskundig taaltje (pijlentaal), als tussenstap van concrete situatie naar formele notatie. De huidige reken-wiskundemethoden hebben alle de autobussencontext overgenomen en wie de eerste deeltjes van de leerlingenboekjes openslaat,

kan zich verbijsterd afvragen wat al die pagina's vol autobusjes te betekenen hebben.

Van den Brink (1989), *Realistisch rekenonderwijs aan jonge kinderen*, OW&OC, Utrecht.

Van dezelfde omvang is het onderzoek dat in het kader van het SLO-FI-Cito Breukenproject is verricht. Tot nu toe is slechts over het resultaat van het ontwikkelwerk gepubliceerd. In een van de komende afleveringen van het tijdschrift Willem Bartjens wordt nader verslag gedaan. Wellicht komt daarin ook het een en ander te staan over de onderzoekskant.

De interessantste onderzoeken betreffen het kleinschalige ontwikkelingsonderzoek. In dat kader worden uitgekende onderwijs-leermaterialen ontworpen passend in de theorie van het realistisch reken-wiskundeonderwijs. In dat kader wordt het onderwijs van te voren meer dan goed voorbereid, worden leerprocessen van kinderen zorgvuldig geobserveerd, worden na de les reflectieve notities geschreven en theoretische reflecties eraan toegevoegd, ... Uit het grote aanbod doe ik een keus. Niet zo maar, ik beperk me tot het kleinschalige ontwikkelingsonderzoek dat o.l.v. A. Treffers werd verricht voor de Proeve.

Hiermee ga ik voorbij aan het werk van H. ter Heege ten behoeve van de volwasseneneducatie, van Streefland en Van den Heuvel, die ten behoeve van het Madison Middle Schoolproject een leerlijn voor procenten ontwikkelden en van Slettenhaar ten behoeve van een computerprogramma over de vijfstructuur. Ook ga ik niet nader in op een onderzoek van R. Keijzer, dat verricht wordt in het kader van het genoemde breukenproject.

Proeve deel 2 behandelt de basisvaardigheden. In die context zijn diverse deelonderzoekjes gedaan. Bij navraag noemt Treffers hier in het bijzonder het onderzoek van A. Veltman over het **rekenen tot honderd** met ondersteuning van de lege getallenlijn.

1 Doel

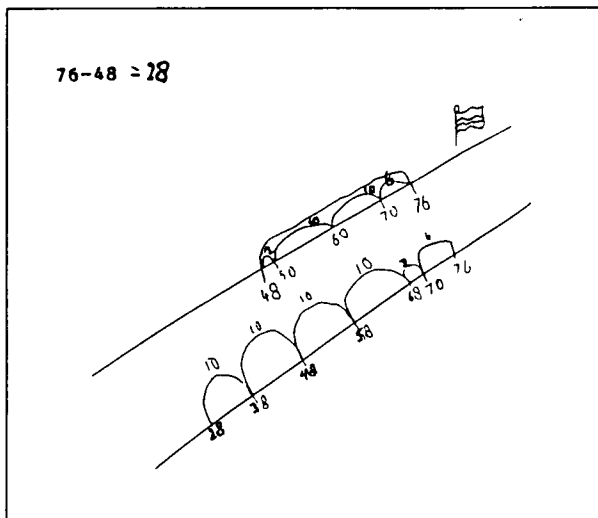
Doel van dit onderzoek was het ontwikkelen en beproeven van een realistische leergang 'rekenen tot honderd'. De kinderen van eind groep vier worden in de gelegenheid gesteld om te starten op hun informele manier. Ook worden er voldoende impulsen gegeven om op een hoger niveau te gaan werken. Voorts staan toepasbaarheid en flexibel rekenen voortdurend in de aandacht.

2 Wat is karakteristiek voor de ontworpen leergang?

De lege getallenlijn wordt concreet onderbouwd met een kralenketting die gestructureerd is volgens afwisselende gekleurde tientallen. Er wordt speciale aandacht geschonken aan:

- het globaal plaatsen van getallen op de getallenlijn
- het springen met tien tegelijk vanaf een bepaald getal
- tweezijdig aftrekken, afhalen en vergelijken
- het maken van eigen producties door de leerlingen
- toepassingsopgaven.

3 Een voorbeeld van leerlingenwerk: twee methoden om een aftrekopgave uit te rekenen, namelijk werkend vanaf het begin (via op-tellen) of vanaf het eind (via afhalen). Het vlaggetje geeft aan welke werkwijze de voorkeur krijgt, en dat is in dat geval de op-telstrategie.



4 Resultaten

Aansluitend bij het voorbeeld heeft het onderzoek opgeleverd dat het tweezijdig aftrekken haalbaar is in groep 4. Sommige kinderen blijken een voorkeur te hebben voor op-tellen, andere voor afhalen. Voorts blijkt dat de leerlingen het rekenen op de getallenlijn in de loop van de leergang sterk bekorten en flexibiliseren. En tenslotte is naar voren gekomen dat de getallenlijn ook functioneert bij het oplossen van toepassingsopgaven.

Kortom, de lege getallenlijn blijkt een krachtige basis voor het rekenen tot honderd op te leveren: negen van de twaalf leerlingen hebben van de korte leergang van 12 lessen geprofiteerd. De overige drie niet: één van hen bleef bij het thuis geleerde cijferen en de andere twee beheersten de elementaire tel- en splitsvaardigheden niet.

5 Aanbeveling

De uitkomsten van dit onderzoek (1992) rechtvaardigen diepergaand voortgezet onderzoek vanwege de bijzonder positieve resultaten. Immers bij de start van de leergang in mei 1992 beheersten nog slechts twee leerlingen het aftrekken onder de honderd, terwijl twaalf lessen verder negen kinderen daartoe in staat bleken en nog wel tweezijdig 'van het begin en van het eind'.

Het aangeduide vervolgonderzoek vond korte tijd later in Leiden plaats, onder leiding van M. Beishuizen.

Veltman, A. (1993), Van het begin en van het eind. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, jrg. 11 nr. 4 pp. 7-14.

Deeltje 3a van de Proeve behandelt de **breuken**. In dit kader deed A. Lek kleinschalig ontwikkelingsonderzoek o.l.v. Treffers.

1 Doel

Het ontwikkelen en beproeven van een leergang voor het vergelijken, aftrekken en optellen van ongelijknamige breuken via een bemiddelende en benoemde grootheid.

2 Karakteristiek

Hoewel de opzet aanvankelijk was om vooral de dubbele getallenlijn centraal te stellen bij het opereren met ongelijknamige breuken, kwam de nadruk al snel op de chocoladereep als model te liggen. De volgende vraagstellingen met bijbehorende oplossingen zijn in dit opzicht bijzonder sprekend.

Adri krijgt $\frac{3}{4}$ reep. Anita krijgt $\frac{5}{6}$ reep.

- Wie krijgt het meeste?
- Hoeveel meer?
- Hoeveel samen?
- Hoeveel heeft Adri over? Hoeveel heeft Anita over?
- Hoeveel hebben ze samen over?

Alle tien leerlingen uit groep zes beantwoorden de eerste vraag goed. De overige vragen worden op verschillende niveaus opgelost, zoals uit de onderstaande antwoorden van vier leerlingen blijkt.

► Hoeveel samen? 38 stukjes 19 stukjes $\begin{array}{r} 38 \\ 24 \\ \hline 14 \\ 12 \\ \hline 26 \end{array}$	► Hoeveel Anita over? 4 stukjes 2 stukjes $\begin{array}{r} 4 \\ 24 \\ \hline 2 \\ 12 \\ \hline 16 \end{array}$
---	--

Vier leerlingen geven antwoorden in stukjes, waarvan één fout antwoord. Zes leerlingen beantwoorden deze vragen in termen van breuken. De hoeveel-samen-vraag wordt door allen goed opgelost, zij het dat niet altijd de hele er wordt uitgehaald (19/12 of 38/24). En de hoeveel-over-vraag wordt ook concreet beantwoord: twee keer met $1/6$, drie keer met $2/12$, en één keer met $4/24$ - afhankelijk dus van het aantal stukjes van de reep dat aanvankelijk is gekozen. Twee leerlingen passen spontaan het vereenvoudigen toe.

Algemeen geldt dat na tien lessen volgens deze leergang acht van de tien kinderen uit groep 6 in staat zijn met ongelijknamige breuken te rekenen met behulp van het reepmodel en de dubbele getallenlijn.

3 Aanbeveling

De reep zou in een breukenleergang als model benut kunnen worden, samen met andere modellen zoals breukstokken, de dubbele getallenlijn en zo meer. Kinderen kunnen op verschillende niveaus met het reep-model opereren: indirect met stukjes, direct via breuken (denkend vanuit de verdeelde reep) of eerst indirect en dan overschakelen naar breuken.

De overschakeling van indirect naar direct opereren met een passend verdeelde reep blijkt zeer gedifferentieerd te verlopen: iedere leerling werkt op het eigen niveau tijdens de leergang en maakt op een geëigend moment de overstap naar een meer formele 'breukmatige' benadering.

Lek, A. (1992), Met repen begrepen. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs jrg.11 nr.2 pp. 9-18.

Voor deel 3b van de Proeve, dat de **kommagetallen** behandelt, werd een dergelijk kleinschalig ontwikkelingsonderzoek gedaan door M. van Zanten, eveneens o.l.v. A. Treffers. Doel was het ontwikkelen van een leergang voor schattend vermenigvuldigen van kommagetallen en het globaal kunnen plaatsen van kommagetallen op de getallenlijn, waarvoor eveneens een onderwijsprogramma ontwikkeld zal worden.

Zanten, M. van (1994), Over komma's en getallen (ongepubliceerde doctoraalstudie), Vakgroep Onderwijskunde Utrecht.

Heet van de naald enkele gegevens over de promotiestudie van Marja van den Heuvel. Startpunt voor dit recent afgeronde ontwikkelingsonderzoek op het gebied van het toetsen bij realistisch reken-wiskundeonderwijs waren de hier al eerder genoemde MORE-toetsen. Ervaringen en resultaten die hierbij naar voren kwamen werden aangegrepen voor een verdere verdieping in de consequenties van de principes van realistisch reken-wiskundeonderwijs voor het toetsen. Behalve dat het onderzoek heeft geleid tot de ontwikkeling van een aantal concrete voorbeelden van hoe het schriftelijk toetsen informatiever gemaakt zou kunnen worden, is ook een aanzet gemaakt tot een verdere theoretische onderbouwing van het toetsen in realistisch reken-wiskundeonderwijs op de basisschool.

Heuvel-Panhuizen, M. van den, (1996), Assessment and realistic mathematics education, Freudenthal Instituut, Utrecht.

6. Tenslotte

Waarom is de auteur niet blij met het eerstgenoemde onderzoek en loopt hij juist wel warm voor een onderzoek als het laatstgenoemde? En vervolgens: geldt dit vreemde gedrag voor meer vakdidactici?

Het antwoord op de laatste vraag kan ik slechts bevroeden, het antwoord op de eerste is bij het doorwerken, doordenken en beschrijven van al de voorgaande onderzoeken enigszins in zicht gekomen. Ik kan in elk geval een aantal signalen aangeven, die een onderzoek dient uit te zenden, om de (warme) belangstelling van vakdidactici (en lerarenopleiders) te trekken. Hier komen er een paar; een verklaring en een waarschuwing volgen ter afsluiting van deze bijdrage.

Wat in onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs bij een vakdidacticus belangstelling wekt:

- 1 De onderzoeker vertoont een wiskundig-didactische wendbaarheid, waardoor adequaat op signalen tijdens het onderzoekswerk (vooral in de klas) kan worden gereageerd.
- 2 Er is aandacht voor spontane leerprocessen.
- 3 Er wordt onderwezen met interessant instructiemateriaal.
- 4 Er is integrale aandacht voor ontwikkelen, leren en onderwijzen.
- 5 Het directe nut voor de onderwijspraktijk is duidelijk aanwezig.
- 6 Men krijgt zicht op wat de onderzoeker persoonlijk beweegt, wat zijn/haar betrokkenheid op het onderzoeksonderwerp is.
- 7 Er kan kennis genomen worden van de reflecties die de onderzoeker maakte tussen het onderzoeken en het beschrijven van de opbrengst.
- 8 Er wordt ook inzicht gegeven in de wijze waarop het ontwerp tot stand is gekomen.
- 9 Het onderwijs, als object van onderzoek, wordt gegeven door een ervaren leerkracht.
- 10 Het onderzoek in de klas strookt met de aanwezige klassecultuur.
- 11 De onderzoeksvraag raakt de essentie van het reken-wiskundig leren.
- 12 In het onderzoeksverslag komen kinderen aan het woord en wordt hun denkwerk zichtbaar gemaakt.
- 13 Het onderzoek onthult iets wat voordien door vele leraren alleen maar vermoed kon worden.
- 15 Er is sprake van een grote (inhouds) validiteit, wat men op het gebied van rekenen en wiskunde wil meten, wordt ook gemeten.

- 16 Men tracht de onderzoeksvraag van diverse kanten te benaderen: het curriculummateriaal, de leerling en de leraar.

Elk van deze 'signalen' is eenvoudig te illustreren met de bovengenoemde onderzoeken. Toen ik aan dat illustreren een begin maakte bleken vooral de laatste categorieën veel materiaal op te leveren. Dat is achteraf niet moeilijk te verklaren, want wie mijn zestien punten doorneemt herkent daar natuurlijk de specifieke belangstelling in van een reken-wiskundeleraar, diens opleider en dus de praktiserende en reflectieve vakdidacticus.

Met deze constatering ben ik in de buurt gekomen van enkele kritische beschouwingen, die door onderwijskundigen ten opzichte van ontwikkelingsonderzoek gemaakt zijn. Het zijn overigens onderwijskundigen die sympathiek staan tegenover ontwikkelingsonderzoek op het gebied van rekenen en wiskunde.

K. Koster (1993) heeft aanmerkingen op de geringe aandacht die men volgens hem in ontwikkelingsonderzoek besteedt aan de rechtvaardiging van het resultaat. In de ontwerpfase moet de onderzoeker alle nodige vrijheid nemen en flexibiliteit betrachten, maar in de beproevingsfase dient er zorgvuldig omgegaan te worden met zaken als betrouwbaarheid, validiteit en objectiviteit. En daar mankeert het vaak aan, noteert hij, en ook "(...) wordt de indruk gewekt dat ontwikkelingsonderzoek synoniem is met de realistisch georiënteerde reken-wiskundendidactiek."

Van Oers (1994) gaat op dit punt nog een stapje verder, hoewel hij met Koster van mening verschilt over de definitie van de drie genoemde methodologische begrippen. Hij ziet onderwijsontwikkelaars bezig als experts in de klas en leest dan hun succesverhalen over het onderzoek aldaar met enige argwaan. De theoretische component is niet goed verzorgd, meent hij, en ontwikkelingsonderzoekers menen maar dat hun observaties en interpretaties (op basis van domeinspecifieke inzichten) van wat leerlingen doen, zomaar aan de theorievorming kunnen bijdragen. Dat kan wel eens mis gaan, waarschuwt Van Oers vervolgens: "(...) als ontwikkelingsonderzoekers teveel gaan geloven in de vanzelfsprekendheid van hun claims, zal het programma op den duur vanzelf degenereren."

Ook Kanselaar (1993) heeft zich laten overhalen een kritisch standpunt in te nemen. Hij waagt het overigens al vraagtekens te plaatsen bij het ontwerpproces ten dienste van ontwikkelingsonderzoek. Ontwerpen, zo stelt hij, heeft meer weg van probleemoplossen dan van een 'deterministisch denkproces'.

Achter deze waarneming zit, naar ik vermoed, de toenemende wens van onderwijsonderzoekers om hun vak voor een groot deel ambachtelijk tot stand

te brengen. Handboeken, toetsen, tests en computerprogramma's nemen onderzoekers momenteel veel (creatief) denkwerk uit handen. Of dat voor ontwikkelingsonderzoek ook mogelijk is, betwijfel ik nog maar even.

Maar Kanselaar heeft ook kritiek op de theoretische pretenties van ontwikkelingsonderzoekers. Hij heeft "de indruk dat vakdidactici in hun onderzoek geneigd zijn het ongewapende menselijke oordeel betrouwbaarder te vinden dan psychologisch opgeleide personen dat doen." (pag.64). Op dit punt valt er nog wel iets te leren van de sociaal-wetenschappelijke onderzoekers die veel moeite doen om persoonlijke vooroordelen en wensen te elimineren bij het verzamelen en interpreteren van onderzoeksdata.

Ik denk dat wij, vakdidactici, de opmerkingen, waarschuwingen en aanbevelingen van genoemde collega-onderzoekers zeer ter harte moeten nemen. Het vertrouwen op de eigen expertise op het gebied van rekenen en wiskunde & didactiek, op het vakmanschap als leraar, op het gezonde verstand en de eigen betrokkenheid kan dan wel tot nu toe veel goede praktijk en bruikbare theorie hebben opgeleverd, dat zal zeker niet zo blijven. Minder deskundige onderzoekers, misschien ook minder betrokken op de ontwikkeling van het vakgebied, zullen ontwikkelingsonderzoek gaan doen. Wellicht met een ambachtelijke instelling. Aan de praktijkkant van het ontwikkelingsonderzoek kunnen dan nauwelijks brokken gemaakt worden, want de praktijk zelf zal de resultaten, al kan het wel even duren, legitimeren of verwerpen. Maar de theoretische opbrengst vraagt in die gevallen om meer zorgvuldigheid dan tot nu toe in vele gevallen betracht is.

Ik hoop dat wij, vakdidactici, nog eens zullen leren open te staan voor signalen waarin die wetenschappelijke zorgvuldigheid tot uitdrukking wordt gebracht.

Noot

1. Met dank aan de genoemde onderzoekers die mij allen hun gegevens ter beschikking stelden en in sommige gevallen bovendien voorzagen van constructieve op- en aanmerkingen.

Literatuur

- Berg, W. van den & H.A.A. van Eerde (1992). *Geef me de vijf. Een onderzoek naar de waarde van de vijfstructuur voor het leren automatiseren van de optel- en aftrektafels tot twintig*. RISBO, EUR Rotterdam.
- Boekaerts, M. (1988). Emotion, motivation and learning. *International Journal of Educational Research*, 12, 3, 229-234.
- Boekaerts, M. (1992). The adaptable learning process: Initiating and maintaining behavioural change. *Applied Psychology: An international review*, 41, 4, 377-397.

- Boekaerts, M. G. Seegers & H. Vermeer (1995). Solving math problems: Where and why does the solution process go astray? *Educational Studies in Mathematics* 28, 241-262.
- Bokhove, J. (1994). Onderzoek naar oplossingsmethoden. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs* 13, 1, 7-15.
- Brink, J. van den (1989). *Realistisch rekenonderwijs aan jonge kinderen*, Utrecht: OW&OC.
- Cadot, J. & D. Vroegindeweyj (1986). *Tien voor de basisvorming. Rekenen/wiskunde onderzocht*, Utrecht: OW&OC.
- De Corte, E. & L. Verschaffel (1985). Oplossingsstrategieën van eerste klassers bij aanvankelijke redactie-opgaven over optellen en aftrekken. *Pedagogische Studiën*, 62, 125-138.
- De Corte, E. & L. Verschaffel (1986). Navertellen van een redactie-opgave als toegang tot de probleemrepresentatie. *Nederlands Tijdschrift voor Opvoeding, Vorming en Onderwijs*, 2, 88-104.
- De Corte, E. & L. Verschaffel (1987). Oogbewegingsregistratie bij het onderzoek van het probleemoplossen van kinderen bij rekenopgaven. *Pedagogische Studiën*, 64, 137-149.
- Deinum, J.F. (1995). Vier rekenmethoden vergeleken. *Didactief*, 25, 8, 38-39.
- Freudenthal, H. (1987). Legitimering van onderwijs en onderwijsontwikkeling. In H. Freudenthal & F. Goffree, *Tien jaar Leerplanontwikkeling: Het wiskundeonderwijs*, (pp.37-39), Enschede: Instituut voor Leerplanontwikkeling.
- Gelder, L. van (1954). *Ontsporing en Correctie. Inleiding tot de schoolpsychologie*. Tweede druk. Hoofdstuk V: Dyscalculie: ontsporingen in het leerproces van het rekenen, Groningen: Wolters.
- Goffree, F. (1985). *Onderzoek en (leerplan)ontwikkeling*. Studies in leerplanontwikkeling, nr.2, Enschede: SLO.
- Goffree, F. (1988). Onderzoek van rekenen: zoek de nuance. In Harskamp & Hoeben, *Leermethoden in het onderwijs*, (pp. 91, 105), Groningen: Swets & Zeitlinger/RION.
- Goffree, F. (1991). HF: werken aan onderwijs. In *Nieuw Archief voor Wiskunde*, vierde serie, deel 9, no.2, Amsterdam, blz. 167.
- Goffree, F. & M. Dolk (Red.)(1995). *Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde & didactiek op de pabo*, Enschede/Utrecht: SLO/-NVORWO.
- Goffree, F., R. de Jong, J. Nelissen & I. Verkruijsse (1986). *Van mechanistisch naar realistisch reken-wiskundeonderwijs. Projectplan*, Utrecht: SAC.

- Gravemeijer, K. (1995). *Developing Realistic Mathematics Education*, academisch proefschrift, Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Gravemeijer, K., M. van den Heuvel-Panhuizen, G. van Donselaar, N. Ruesink, L. Streefland, W. Vermeulen, E. te Woerd & D. van der Ploeg (1993). *Methoden in het reken-wiskundeonderwijs, een rijke context voor vergelijkend onderzoek*, Utrecht: CD- β Press, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.
- Harskamp, E. (1993). *Remediële rekenprogramma's voor het basisonderwijs beproefd*. Groningen: GION.
- Harskamp, E.G. & C.J.M. Suhre (1995). *Hoofdrekenen in het speciaal onderwijs*, Groningen: GION.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den & F. Goffree (1986). *Zo rekent Nederland*, Enschede: SLO.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den (ter perse). *Assessment and realistic mathematics education*, Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Hoeve, A.H. van der, Ph. Kohnstamm & G. van Veen (1937). *Over lees-rekenopgaven en hun didactische en diagnostische waarde* (Mededeling 31), Groningen.
- Jong, R. de & M. Wijers (Red.) (1993). *Ontwikkelingsonderzoek. Theorie en praktijk*, Utrecht: NVORWO.
- Jong, R.A. de (1986). *Wiskobas in methoden*, Utrecht: Vakgroep OW&OC, RUU.
- Jong, R. de, & I. Verkruijsse (1994). Kerndoelen en PPON rekenen-wiskunde. In C. van den Boer & M. Dolk (Red.), (pp. 143-165), *Rekenen in de bovenbouw van de basisschool*, Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Koster, K. (1993). Ontwikkelingsonderzoek: een overbodige categorie? In R. de Jong & M. Wijers (Red.), (pp. 59-66), *Ontwikkelingsonderzoek. Theorie en praktijk*. Utrecht: NVORWO.
- Kanselaar, G. (1989). Onderwijsonderzoek: appels, peren en fruit. *Tijdschrift voor onderzoek en nascholing van het reken-wiskundeonderwijs*, 8, 2, 43-49.
- Kanselaar, G. (1993). Ontwikkelingsonderzoek gezien vanuit het standpunt van advocaat van de duivel. In R. de Jong en M. Wijers (red.), (pp. 63-66), *Ontwikkelingsonderzoek. Theorie en praktijk*. Utrecht: NVORWO.
- Kemme, S. (1987). Is het wiskundeonderwijs in Nederland nou nog niet af? *Nieuwe Wiskrant*, 6, 2, 27-31.
- Klein, T. & M. Beishuizen (1994). Flexibilisering van rekenstrategieën op een verschillende kennisbasis. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 13, 1, 32-38.

- Kool, M. (1992). Daert meest af heeft, daer heeftet sijnen naem naer. Nederlandse termen in de zestiende-eeuwse rekenkunde. *Cultuurhistorische Caleidoscoop, aangeboden aan Prof.Dr. Willy L. Braekman*, Gent, 349-363.
- Kool, M. (1992). De rekenkundige termen van Simon Stevin. *Scientarium Historia*, 18, 2, 91-107.
- Kraemer, J. M. & J.M.C. Nelissen (1993). Hoe verder na de toets? Een zorgverbredingspakket voor zwakke rekenaars. *School en Begeleiding*, 40, 35-39.
- Lek, A. (1992). Met repen begrepen. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 11, 2, 9-18.
- Lesh, R. & M. Landau (eds)(1983). *Acquisition of mathematics concepts and processes*, New York.
- Luit, J.E.H. van (1987). Naar een verfijning van de 'Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool' (1) ten behoeve van het speciaal onderwijs. *Tijdschrift voor onderzoek en nascholing van het reken-wiskundeonderwijs*, 6, 2, 39-43.
- Luit, J.E.H. van & A.H. Pennings (1994). Diagnostiek en behandeling van achterblijvendevoorwaardelijke rekenvaardigheden bij kleuters. *Nederlands Tijdschrift voor Opvoeding, Vorming en Onderwijs*, 10, 13-25
- Luit, J.E.H. van & B.A.M. van de Rijt & A.H. Pennings (1994). *Utrechtse Getalbegrip Toets*. Doetinchem: Graviant.
- Luit, J.E.H. van & B.A.M. van de Rijt (1995). *De Rekenhulp voor kleuters*. Doetinchem: Graviant.
- Luit, J.E.H. van (1992). Leren vermenigvuldigen en verdelen aan kinderen met rekenproblemen: een rekenhulpprogramma nader beschouwd. In A.J.J.M. Ruijsseenaars & J.H.M. Hamers (Red.), *Rekenen als probleem*, (pp. 129-147), Leuven/Amersfoort: Acco.
- Moor, E.W.A. de (1995). Vormleer - An innovation that failed. Geometry in Dutch primary education during the 19th century. *Paedagogica Historia, New series*, XXXI-1, 103-123.
- Oers, B. van (1994). Praktijk als experiment. *Tijdschrift voor onderzoek en nascholing van het reken-wiskundeonderwijs*, 12, 3, 5-10.
- Schopman, E.A.M. & J.E.H. van Luit (in press). Young children's counting strategies: an observational study. *European Early Childhood Research Journal*.
- Smaling, A. (1989). Objectiviteit als methodologische norm. *Tijdschrift voor onderzoek en nascholing van het reken-wiskundeonderwijs*, 7, 3/4, 34-47.
- Stoverinck, T.H.W.M. & R.A. de Jong (1988). Rekenen op de Johan de Witt. *Tijdschrift voor onderzoek en nascholing van het reken-wiskundeonderwijs*, 7, 2, 82-91.

- Streefland, L. (1991). *Fractions in realistic mathematics education. A paradigm of developmental research*. Dordrecht: Mathematics Education Library, Kluwer Academic Press.
- Streefland, L. (1994). Onderzoeksontwikkeling. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 13, 3, 18-22.
- Streefland, L. (1995). Procenten op de zakrekenmachine? In *De zakrekenmachine in de klas. Onderzoek, ontwikkelwerk en voorbeelden*, (pp. 49-79), SLO Enschede: SLO.
- Streefland, L. & M. van den Heuvel-Panhuizen (1992). Informele kennis over procenten. Wat verhaaltjes kunnen vertellen. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 11, 2, 45-47.
- Streefland, L. & R. Gertsen (1995). 610 renstappen in 1 minuut 58 seconden en 91 honderdsten, *Willem Bartjens*, 14, 3, 18-21.
- Streefland, L. (1994). Theoretiseren in ontwikkelingsonderzoek, *Tijdschrift voor Didactiek der β -wetenschappen*, 12, 1, 21-34.
- Thompson, A. G. (1984). The relationship of Teachers' Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to Instructional Practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 2, 105-127.
- Treffers, A. (1991). Benoemde breuken: de ontstaansgeschiedenis van een idee. *Tijdschrift voor onderzoek en nascholing van het reken-wiskundeonderwijs*, 10, 1, 43-44.
- Treffers, A., Streefland, L. & E. de Moor (1994). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool*, Tilburg: Zwijzen.
- Veltman, A. (1993). Van het begin en van het eind. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 11, 4, 7-14.
- Verschaaff, L. (1992). Hoe leerlingen vergelijkingsopgaven begrijpen en oplossen. Toetsing van een procesmodel via de techniek van het navertellen. *Pedagogische Studiën*, 69, 270-283.
- Verschaaff, L., E. De Corte & S. Lasure (1995). (On)realistisch interpreteren en oplossen van klassieke schoolopgaven. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 13, 4, 17-26.
- Verschaaff, L., E. De Corte & A. Pauwels (1990). Het oplossen van vergelijkingsvraagstukken: een empirische toetsing van het model van Lewis en Mayer. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, 15, 172-188.
- Vos, W. de (1994). Reken-wiskundemethoden vergeleken. *Tijdschrift voor onderzoek en nascholing van het reken-wiskundeonderwijs*, 13, 1, 16-23.
- Willemsen, T. (1994). *Remediële rekenprogramma's voor de basisschool. Een effectstudie*. Groningen: GION.