

## **Van communicatieve praktijk naar modelmatig denken**

### **Een onderwijspedagogische beschouwing over de ontwikkeling van modelmatig denken in de basisschool en het vmbo**

Bert van Oers en Marijn Tanis  
Afdeling Onderwijspedagogiek en Opvoedingsfilosofie  
Faculteit Psychologie & Pedagogiek  
Vrije Universiteit Amsterdam

'There exists a passion for comprehension, just as there exists a passion for music. That passion is rather common in children, but gets lost in most people later on. Without this passion, there would be neither mathematics nor natural science.'

Albert Einstein, *Scientific American* (1991)  
*Special issue, vol. 3(1), 40*

### **Samenvatting**

Dit artikel bevat een onderwijspedagogische beschouwing over de ontwikkeling van het modelmatig denken in de basisschool en het vmbo. De auteurs benadrukken dat het betekenisvol leren modelleren zich (zowel historisch als ontogenetisch) ontwikkelt vanuit een behoefte aan oriëntatie en communicatie. Ze werken de veronderstelling uit dat het vakinhoudelijke leren voor een belangrijk deel gezien kan worden als een ontwikkeling van een specifiek communicatiegenre en stellen dat het mogelijk is om al vanaf de bovenbouw van het basisonderwijs te werken aan de ontwikkeling van het modelmatig (vakinhoudelijk) denken. Aan de hand van voorbeelden uit eigen empirisch onderzoek laten ze zien hoe het onderwijs het leren modelleren daadwerkelijk kan verbinden met de communicatieve behoefte in de basisschool en het vmbo.

### **Inleiding**

In het basisonderwijs maken leerlingen voor het eerst kennis met de vakinhouden van de wiskunde, aardrijkskunde, geschiedenis, biologie en techniek. In vakken als aardrijkskunde, biologie en techniek maken ze daarbij ook kennis met modelmatige voorstellingen die relevante kennis representeren, zoals bouwtekeningen, plattegronden, thematische kaarten (bijvoorbeeld over bevolkingsdichtheid of klimaat), of ter illustratie van de pompwerking van het hart. Het leren werken met zulke modelmatige voorstellingen zet zich in het voortgezet onderwijs door, bijvoorbeeld in het voorbereidend middelbaar beroepsonder-

wijs (vmbo), waarin leerlingen aan de hand van bouwtekeningen berekeningen moeten maken of constructies realiseren.

Het werken met modelmatige voorstellingen vormt in het hele onderwijstraject een steeds terugkerend verschijnsel. Het is daarom van belang daar in de ontwikkeling van leerlingen op een zo vroeg mogelijk moment een basis voor te leggen. Echter, zowel in het basisonderwijs als in het vmbo stelt het gebruik van modellen leerlingen voor problemen die voor sommigen van hen lastig kunnen zijn. Met dit artikel willen we een bijdrage leveren aan de ontwikkeling van het modelmatige denken bij leerlingen vanaf de basisschool.

Lang zijn in het onderwijs aan deze leerlingen de vakinhouden het uitgangspunt geweest. In het hierna volgende zullen we de veronderstelling uitwerken dat het vakinhoudelijke leren voor een belangrijk deel gezien kan worden als een ontwikkeling van een specifiek communicatiegenre met de daarbij horende middelen. De leerlingen leren de voor het vakgebied kenmerkende manier van communiceren door in samenspraak met anderen mee te denken over vakspecifieke problemen en in relatie daarmee ook de middelen (zoals modellen, grafieken, symboolsystemen) op te bouwen. In dit artikel willen we een theoretische en empirisch gefundeerde redenering voorleggen waarin we laten zien hoe het modelmatig denken begrepen kan worden als product van een behoefte aan precieze communicatie.

## 1. De ontwikkeling van het communiceren

Behalve een passie om de wereld te begrijpen heeft de mens waarschijnlijk vooral een drang om de wereld te beheersen en naar de hand te zetten. In de allervroegste geschiedenis van de mensheid is dat ongetwijfeld een kwestie van lijfsbehoud geweest. Het menselijk individu, echter, is altijd nogal slecht bedeed geweest waar het gaat om natuurlijk-instinctieve manieren om zich staande te houden in een – volgens Heidegger altijd *zorgwekkende* – wereld. Volgens Bruner (1972) is dit een van de redenen dat mensen elkaar nodig hebben, elkaar opzoeken ter bescherming, en cultuur hebben ontwikkeld om volgende generaties steeds beter te wapenen tegen bedreigingen uit de omgeving. De ontwikkeling en overdracht van culturele en biologische instrumenten die mensen faciliteren om sneller en efficiënter te reageren op de omgeving, zijn dus vanaf het allereerste begin van de mensheid een bittere noodzaak. Daarvoor is intermenselijke communicatie noodzakelijk. Communicatie is voor de menselijke soort een kwestie van overleven.

De noodzaak om elkaar op te zoeken, te ondersteunen en voor te bereiden voor onverwachte problemen heeft de mens vanaf het begin dus in hoge mate afhankelijk gemaakt van communicatie en van de productie van steeds betere middelen voor communicatie. Het gebruik van symbolen (in eerste instantie iconische symbolen, die met name ook dienden om status aan te geven, bijvoorbeeld met behulp van sieraden (zie Wong, 2006) was daarvan het eerste (Tattersall, 2006; Calvin, 2006) en nog steeds belangrijkste middel.

Aan het begin van de twintigste eeuw heeft Vygotsky met zijn collega's binnen de psychologie deze lijn van denken ook opgepakt en uitgewerkt in een cultuurhistorische theorie van menselijke ontwikkeling (zie bijvoorbeeld Vygotsky, 1978; van der Veer & Valsiner, 1991). In eerste instantie richtte Vygotsky's onderzoek zich vooral op de rol van de taal voor de ontwikkeling van psychische functies (denken, geheugen, aandacht), maar voor Vygotsky is taal toch altijd primair een communicatiemiddel geweest. Een basale hypothese van hem was dan ook dat het denken zich ontwikkelt uit de intermenselijke communicatie en in feite gezien moet worden als een interiorisatie van de tussenmenselijke dialoog (Vygotsky, 1986; Wertsch, 1985).

In de loop van de culturele geschiedenis zien we een ontwikkeling in productie van steeds nieuwe middelen voor effectieve communicatie. Een belangrijke stap daarin was de ontwikkeling van het *schrift*. In het verlengde daarvan hebben ook allerlei specifieke gemeenschappen symbolische talen ontwikkeld die pasten bij de doelstellingen van hun activiteiten. De geschiedenis van de wiskunde laat dat bijvoorbeeld mooi zien. Niet zelden gaat een conceptuele ontwikkeling in de wiskunde gepaard met de uitvinding van nieuwe symbolen om over de nieuwe ideeën met vakgenoten te communiceren (zie onder meer Keestra, 2006). Maar ook de geschiedenis van de kunst laat zien dat deze voor een belangrijk deel samenhangt met de productie van nieuwe middelen om kunstzinnige bedoelingen te communiceren. Recentelijk zijn met de komst van de computer en met name computernetwerken de communicatiemiddelen weer op een duizelingwekkende manier uitgebreid, met e-mail, MSN, maar ook virtuele representaties. Om met anderen te communiceren aan het andere eind van de wereld hoeven we daar in de toekomst waarschijnlijk niet eens meer zelf heen, maar kunnen we volstaan met het sturen van een hologram van onszelf dat daar namens onszelf elders het woord gaat doen.

Een belangrijke vraag die zich voor onderwijs en opvoeding hier aandient, is de vraag hoe we jonge generaties kunnen helpen om zich de culturele communicatiemiddelen eigen te maken ten behoeve van hun deelname aan diverse maatschappelijke praktijken, bijvoorbeeld praktijken waarin natuurwetenschappelijke ideeën aan de orde komen. In het voorafgaande hebben we gesproken over de ontwikkeling van communicatieve middelen als historisch proces, maar voor onderwijs en opvoeding moeten we vooral ook kijken naar de communicatieve ontwikkeling als ontogenetisch proces. Elders is al eens de hypothese uitgewerkt dat het leren lezen op school voor een deel bemoeilijkt wordt door het feit dat dit als een puur technisch beheersingsproces wordt voorgesteld en niet als een vorm van communicatie met een afwezige schrijver (Van Oers, 2005). Naar analogie daarmee zou een dergelijke stelling ook uitgewerkt kunnen worden ten aanzien van het leren rekenen. Leerlingen krijgen door de overdracht van concepten en training op de toepassing daarvan niet alleen een verkeerd beeld van het betreffende 'vak', maar zijn ook niet geneigd om vragen te gaan stellen aan een tekst of over hun eigen communicatie (bijvoorbeeld in rekenkundige symbolen), zolang dit door henzelf niet als vorm van communicatie gezien wordt. Juist het vragen stellen is een belangrijke impuls voor reflectie. En juist

reflectie is een belangrijk element in de ontwikkeling van wiskundig denken (zie bijvoorbeeld Nelissen, 1987, die daarbij ook een relatie legt met intermenselijke communicatie).

In het hierna volgende zullen we de veronderstelling uitwerken dat het vakinhoudelijke leren voor een belangrijk deel gezien kan worden als een *ontwikkeling van een specifiek communicatiegenre*, inclusief de daarbij horende middelen. Voor de bètawetenschappen maken modellen een wezenlijk deel uit van de communicatie. Uit ons onderzoek blijkt dat het leren communiceren met behulp van (vakinhoudelijke) modellen al mogelijk is vanaf jonge leeftijd. Uitgangspunt daarbij is de op de cultuurhistorische theorie gebaseerde veronderstelling dat betekenisvol leren gebaseerd is op deelname aan culturele praktijken waarbinnen de te leren kennis, vaardigheden en persoonlijke kwaliteiten relevante verworvenheden zijn. Liever gezegd: voorwaarden voor effectieve en betekenisvolle deelname. Juist in de ontwikkeling van het communiceren zien we daarvan een uitstekend voorbeeld: kinderen leren hun taal door van zeer jong af aan betrokken te worden in taalactiviteiten en communicatie met andere cultuurdragers (ouders, broertjes, zusjes, vriendjes, vriendinnetjes, leerkrachten etc.). Zij worden vanaf het begin geaccepteerd als deelnemers, aanvankelijk weliswaar sterk steunend op anderen die hen helpen in de verwezenlijking van hun communicatieve bedoelingen. Geleidelijk worden zij echter van perifere deelnemers zelfstandige taalgebruikers en zelfstandige, productieve deelgenoten aan intermenselijke, communicatieve praktijken. Een meer algemene verwoording van deze theorie vinden we bij Lave en Wenger in hun *Legitimate Peripheral Participation-theory* (LPP, Lave & Wenger, 1991), weliswaar zonder dat zij deze theorie in ontogenetische zin uitwerken.

## 2. Tools for Communication

Fundamenteel voor het handelen binnen sociaal-culturele praktijken is het streven om dat handelen betekenisvol te doen zijn binnen een gegeven praktijk. Dat wil zeggen dat het aangepast is aan de bedoelingen van de praktijk en relevant is voor de situatie die op een gegeven moment binnen die praktijk ontstaat. Daarom berust alle handelen op een moment van oriëntatie waarin de situatie bepaald wordt: wat is hier aan de hand (wat is het probleem?); wat kan ik hier doen?; wat heb ik daarvoor nodig? Het belang van de oriëntatie voor het verloop van cognitieve processen is door Gal'perin al in de jaren zeventig beargumenteerd (zie Van Oers, 2006). Gal'perin heeft daarbij ook laten zien dat het voor de voortgang en ontwikkeling van de handeling van belang is dat de uitkomsten van dit oriënteringsproces worden neergeslagen 'gecodeerd' in taal, zodat de situatie mentaal gerepresenteerd en geobjectiveerd kan worden. Door deze objectivatie is het ook mogelijk om de uitkomsten van de oriënterende reflecties (wat is hier aan de hand? Wat kan/moet ik hier doen? Heb ik alle middelen?) in gesprek te brengen met anderen. Oriëntering loopt zo als vanzelfsprekend over in communicatie: met jezelf of met anderen.

De nauwe band tussen cognitie (denken en communicatie) is zo langzamerhand breed erkend. Anna Sfard heeft dit recentelijk ook voor de ontwikkeling van het wiskundig denken beargumenteerd en benadrukt dit door een nieuwe term voor te stellen: *Commognition*<sup>1</sup>. Terecht wijst zij erop dat communicatie niet zomaar het uitwisselen is van informatie, maar ook de intentie heeft om handelen van anderen en jezelf te beïnvloeden, en (vaak) ook te veranderen in een gewenste richting (Sfard, 2008).

Van jongs af aan zien we bij kinderen al een cognitief element in hun pogingen tot communicatie. In de communicatie proberen zij immers al sinds hun tweede levensjaar de aandacht van anderen te richten op een gezamenlijk object, door een blikrichting, wijzen of eenvoudige woorden (Tomasello, 1999). Zo'n gezamenlijk object kan vervolgens een object van handelen worden, en door de communicatie een steeds verder groeiende analytische betekenis krijgen. Het object waarop de gezamenlijke aandacht gericht is, kan door toedoen van de volwassene uitgebreidere culturele betekenis krijgen, die in tweede instantie door de kinderen op een meestal idiosyncratische wijze kan worden gereconstrueerd en verbonden met een materieel (waarneembaar) object of symbool.

Wat zich bij het jonge kind al afspeelt, is in feite een betekenisverleningsproces zoals zich dat gedurende het verdere leven zal verfijnen: resultaten van een oriënteringsproces worden in symbolen gecodeerd en in communicatie (discussie) gebracht, waardoor het symbool zijn betekenis verder kan ontwikkelen. In aanvang is het oriënteringsproces bij heel jonge kinderen nog vooral een gezamenlijk proces van verkennen van de wereld samen met een ouder, die daarin ook meestal de woorden (symbolen) invoert. Naarmate het kind ouder wordt, zien we dat het zelf een groter aandeel van de oriëntering voor zijn rekening neemt op basis van de woorden waarover het dan al beschikt. Echter, in veel gevallen creëert de oriëntering ook een behoefte aan nieuwe woorden of aan wijziging van de beschikbare betekenissen. Taalontwikkeling berust voor een belangrijk deel op dit proces. Elisabeth Bates heeft in de jaren zestig al eens laten zien dat dit proces van geleidelijke aanpassing van woordbetekenissen en woordvorm aan nieuwe behoeften en ervaringen zich bij kinderen van twee jaar al voordoet. Kinderen krijgen dan door dat verandering van woordvorm (bijvoorbeeld: 'tafel' wordt 'wafel') een verandering van betekenis met zich mee kan brengen. Die veranderingen in vorm en betekenis kunnen op die leeftijd al tamelijk subtiel zijn (bijvoorbeeld: 'tafel' wordt 'tafels'). Dit constructieve spelen met de correspondentie tussen *symboolvorm* en *-betekenis* is wat we semiotische activiteit noemen. De ontwikkeling van nieuwe (symbolische) instrumenten voor communicatie binnen een bepaalde praktijk berust vooral op semiotische activiteit. De aldus ontwikkelde nieuwe symbolische middelen spelen een rol in toekomstige cognitieve activiteiten. In de oriëntatie kunnen ze bijvoorbeeld de aandacht richten en leiden naar bepaalde aspecten van de situatie, maar ook uitkomsten van een oriëntatieproces delen in een communicatie met anderen.

Een opvallend voorbeeld: een leerling (groep 5 basisschool) wordt geconfronteerd met het feit dat het voorlicht van een fiets het niet doet. Zij zijn dan in de klas al enige tijd in

een fietsenwinkelproject bezig, waarin de leerkracht de leerlingen helpt waar nodig en daarbij ook de aandacht van de leerlingen richt op relevante probleemaspecten of de daarbij benodigde woorden aan de leerlingen aanreikt. Na een oriëntatie op dit probleem (exploratie van de situatie) stelt een van de leerlingen: 'Er moet iets met de stroomkringloop zijn. De draad gaat hier door het frame, misschien is die daarbinnen gebroken'. Door het gebruik van de term 'stroomkringloop' richt hij de aandacht op een specifiek kenmerk van de situatie. Hij onderzoekt dat en vat het resultaat van deze oriëntatie samen op de hierboven geciteerde manier. Door het zo in communicatie te brengen, kan hij zijn conclusie ook controleerbaar maken voor anderen, wat aanleiding kan zijn voor een (gezamenlijke) heroriëntatie. In de genoemde situatie gebeurde dat ook, waarin de mogelijkheden geopperd werden dat het net zo goed aan de dynamo kon liggen of aan een kapot lampje. Uiteindelijk bleek de aansluiting van de draad met de dynamo niet helemaal goed te zijn.

In dit laatste voorbeeld zien we trouwens ook dat oriëntatie in de meeste gevallen méér is dan exploreren. Oriëntatie zet ook een (globaal) plan uit voor toekomstig handelen en geeft dus niet alleen antwoord op de vraag wat is hier aan de hand, maar ook op de vragen: wat moeten we doen? Wat hebben we beschikbaar? Wat hebben we nog nodig?

Op school moeten leerlingen vaak leren deelnemen aan specifieke communicatiegenres, bijvoorbeeld op het vlak van wetenschap en techniek, waarbij het veelal van belang is zo precies mogelijk aan te geven wat men bedoelt. Een van de belangrijkste instrumenten daarbij is het gebruik van modellen en symbolische representaties die bij het probleemoplossen en in de communicatie een rol spelen (zie ook Gravemeijer, 2009). Al in de jaren zestig en zeventig van de vorige eeuw heeft Davydov met zijn medewerkers daar op gewezen (zie Davydov, 1972; Davydov & Vardanjan, 1981; Haenen & Van Oers, 1986). Modellen vormen een van de belangrijkste middelen in de oriëntatie op een probleem én in de communicatie over dat probleem met zijn oplossingsmogelijkheden. Modellen zijn vanuit de cultuurhistorische (handelingsgeoriënteerde) visie dus zelf altijd een product van een communicatieve behoefte binnen een specifieke praktijk. Zoals in een eerdere publicatie al uitgewerkt (Van Oers, 1988), fungeert een model ook altijd als een 'teken' dat verwijst naar mogelijke handelingen of operaties binnen een bepaald probleemveld. Als 'teken' vormt een model dus principieel ook een onderdeel van communicatie met jezelf of anderen. In het hierna volgende zullen we daar dieper op ingaan.

### **3. De ontwikkeling van het modelmatig denken**

In eerdere publicaties is in grote lijnen al een schets gegeven van hoe modelmatig denken zich ontwikkelt (Van Oers, 1988; 1999). 'Model' werd daarbij als volgt omschreven:

'elke materiële, gematerialiseerde (bijvoorbeeld: grafisch weergegeven), of mentaal voorgestelde constructie, opgebouwd uit identificeerbare elementen en relaties, die de handelingen van een gebruiker op een bepaalde wijze structureert én waarbij voorts

aangenomen wordt dat die handelingen equivalent zijn met de handelingsmogelijkheden aan een ander object' (Van Oers, 1988, p. 127).

Uit deze definitie is al een aantal functies van modellen af te lezen, maar is met name de functie van modellen in communicatie en oriëntatie nog slechts impliciet aangeduid. Empirisch en verdergaand theoretisch onderzoek heeft inmiddels de nodige gegevens opgeleverd om dit proces nader te specificeren.

In een recent onderzoek heeft Tanis de functies van oriënteringsmiddelen (en dus ook van modellen) op grond van literatuur als volgt samengevat:

Aan de hand van modellen, of schematische voorstellingen zoals plattegronden, of bouwtekeningen, kunnen deelnemers aan een bepaalde praktijk elkaar wijzen op bepaalde problemen in het ontwerp (aandacht richten). Verder vatten modellen vaak ook beschikbare (persoonlijke of collectieve) voorkennis samen ('herinneren'). Als zodanig zijn ze ook vergelijkbaar met 'inscripties' in de zin van Latour (1990), die verplaatsbaar zijn naar andere fysieke omgevingen en die daar opnieuw kennis en redeneringen kunnen actualiseren en in communicatie brengen. Modellen maken voorts reflectie mogelijk op toekomstig handelen en richten dit handelen daarmee ook op bepaalde doelen en een mogelijke volgorde daarin. Belangrijk is voorts dat modellen de gedachten kunnen structureren tot redeneringen die – bij implicatie – nieuwe informatie over de eigenschappen van het model aan het licht kunnen laten komen en (bij veronderstelling van de correspondentie tussen model en werkelijkheid) mogelijkere wijs daardoor ook nieuwe eigenschappen van de werkelijkheid aan het licht kunnen brengen. Deze eigenschap van modellen is door Bruner (1973) al eens aangeduid als *going beyond the information given*. (Tanis, 2008, p. 21-24.)

Voor wat betreft het leren eigen maken van modellen, heeft onderzoek de laatste decennia enkele belangrijke bevindingen aan het licht gebracht. Enkele daarvan vatten we hier samen:

### *(1) Modellen zijn evoluerende constructies*

Zij veranderen in interactie met andere deelnemers aan een praktijk, door nieuwe ervaring en nieuwe inzichten. In de geschiedenis van de wetenschap hebben analyses van het werk van wetenschappers dit al diverse malen aangetoond (zie bijvoorbeeld Nickles, 1980). Micro-analyses van modelverwerving bij leerlingen hebben hetzelfde laten zien: modellen worden aangepast op basis van nieuwe ervaringen en redeneringen. Aanpassingen vinden plaats in de structuur (vorm) van de modellen (of symbolen) of in de betekenissen die daarmee samenhangen. Betekenis en vorm ontwikkelen zich parallel en in wederzijdse samenhang met elkaar (zie onder meer Sfard, 2000; Lehrer, et al., 2000; Meira, 2002). Alle voorbeelden laten zien hoe modellen (symbolische representaties) in hun toepassing een oriënterende functie hebben bij het oplossen van nieuwe problemen die

opgelost kunnen worden door het model in vorm en/of betekenis bij te stellen. In de toepassingen en discussie daarover met anderen is de rol van modellen onmisbaar en onmiskenbaar.

### *(2) Begeleide co-constructie*

Een belangrijk vraagstuk in de verwerving van modellen door leerlingen is de kwestie of we die modellen moeten overdragen aan leerlingen dan wel hen betrekken in constructieprocessen met anderen en hen zo samen met anderen de modellen als 'tools' voor probleemoplossen te laten construeren. In ons eigen onderzoek (van Dijk 2002; van Dijk e.a. 2003; Terwel e.a., 2009) hebben we kunnen laten zien dat daarbij een rol van een expert noodzakelijk is die de ontwikkeling van de leerlingmodellen in overeenstemming houdt met de historisch ontwikkelde domeinkennis. In de wetenschap wordt deze functie vervuld door het zogeheten Forum. Modelontwikkeling is nooit een vrij zwevend proces, maar wordt begeleid door historisch beschikbare inzichten. Vandaar dat we spreken over begeleide co-constructie. In het proces wordt deze historische kennis op den duur ook zichtbaar gemaakt (of verbonden) met het betreffende model. Langs die weg verwerven modellen ook hun 'herinneringsfunctie'. Implicatie daarvan is verder ook dat modelontwikkeling niet een puur dialogisch proces is, waarin direct aanwezigen hun inzichten poolen en samenbrengen in een model. Modelontwikkeling moet ook begeleid worden door een polyloog, waarin in principe alle historische en contemporaine experts direct of indirect (dat wil zeggen via publicaties) hun plaats krijgen (volgens Van Oers, 2005). Ons eerder genoemde empirisch onderzoek heeft voorts laten zien dat op die manier ontwikkelde modellen ook een grotere transferwaarde hebben. Het voert te ver daar in detail op in te gaan, maar vermoedelijk speelt de communicatie met anderen daarin een belangrijke voorwaardelijke rol.

### *(3) Betekenisvolheid en functionaliteit*

Voor hun wendbare functioneren in diverse situaties moeten verworven modellen voldoen aan speciale kwaliteiten. Zoals elders beargumenteerd (Van Oers, 2009), is het belangrijk dat de modellen geconstrueerd worden in voor leerlingen betekenisvolle situaties zodat leerlingen vanaf het begin weten dat het model een poging is om een specifiek (type) probleem op te lossen. De persoonlijke betekenisvolheid komt ook tot uitdrukking in het vermogen van leerlingen om *in eigen woorden* een model te kunnen uitleggen en vertalen in een voor de situatie passend verhaal (narratief).

### *(4) Relatie met ontogenese*

De manier waarop mensen communiceren hangt samen met het ontwikkelingsniveau van de betrokkenen en van de aard van de activiteiten waarin ze betrokken kunnen zijn. Lisina (1986) heeft door middel van longitudinaal onderzoek laten zien dat vanaf ongeveer het zevende levensjaar communicatie mogelijk wordt op een gegeneraliseerde (zij spreekt



over 'metasituatieve') manier. In eerste instantie is dat nog vooral in termen van geobjectiveerde kennis die aan hen is overgedragen, waarin kennis nog een min of meer vastgelegde vorm heeft en de communicatie ook vooral gericht is op uitleg van de kennis. Vanaf die leeftijd kunnen leerlingen bijvoorbeeld heel veel kennis vergaren over 'het heelal', 'vulkanen', 'reptielen' en dergelijke. Zij kunnen daar in communicatie ook veel uitleg over geven, nauw in samenhang met de bron die ze gebruikten voor de verwerving van die kennis. Het is een soort kennen die door Wells (1999) is aangeduid als *knowing* (encyclopedische kennis van theorieën en feiten). Volgens Lisina ontwikkelt zich uit deze 'objectief – gegeneraliseerde' communicatie op den duur onder de juiste omstandigheden een nieuwe communicatievorm die nog steeds gegeneraliseerd is maar meer verbonden met persoonlijke vragen (zij spreekt in dit geval van metasituatieve, gepersonaliseerde communicatie). Wells (1999) duidt dit type kennen aan als *understanding*. Het is *knowing* die een persoonlijke kleur heeft gekregen omdat het berust op eigen vragen. Vanaf het zevende levensjaar komt deze vorm van kennen en communiceren binnen het bereik van kinderen, maar in eerste instantie nog sterk leunend op een deskundige die de instrumenten aanreikt, helpt ontwikkelen, vragen aanscherpt en verwoordingen verheldert.

De situatieve en metasituatieve communicatievormen veronderstellen elk hun eigen cognitieve vaardigheden en tools (Smirnova, 2004). De situatieve communicatie bedient zich van het dagelijkse vocabulaire en situatiegebonden schematische representaties; de structuur van de schema's is vaak suggestief in die zin dat handelingsmogelijkheden daarin vaak visueel besloten liggen (zoals in een plattegrond of bouwtekening). Metasituatieve communicatie maakt naast het dagelijkse vocabulaire en schematische representaties vooral ook gebruik van reflectieve wetenschappelijke begrippen en daarop gebaseerde gefundeerde modellen (vgl. Davydov, 1972). In tegenstelling tot de schematische representaties van jongere kinderen hebben modellen vaak een vakinhoudelijke structuur en een symbolische vorm die op zichzelf niets suggereert over de aard van de uit te voeren handelingen.

Op grond van deze bevindingen mogen we vermoeden dat het werken aan de ontwikkeling van modelmatig (vakinhoudelijk) denken vanaf de bovenbouw van de basisschool tot de mogelijkheden behoort, mits leerkrachten erin slagen om de (communicatieve) condities te creëren in de klas die gezien kunnen worden als een imitatie van (een aangepaste vorm) van wetenschappelijk onderzoek. Het stellen van eigen vragen en communiceren over oplossingen zijn daarbij belangrijke pijlers (Wells, 1999).

In het hierna volgende willen we enkele onderzoeksvoorbeelden beschrijven die een verdere invulling van de mogelijkheden van het leren modelleren op de basisschool en het vmbo ondersteunen.

#### **4. Vormen van schematisch/modelmatig denken in de basisschool en het vmbo**

Gelet op de in de inleiding al aangeduide betekenis van het modelmatig (schematisch) denken in de schoolloopbaan hebben we binnen de afdeling Onderwijspedagogiek &

Opvoedingsfilosofie van de Vrije Universiteit vanuit bovenstaand theoretisch kader ook onderzoek gedaan om ontwikkelingskenmerken en karakteristieke moeilijkheden daarin op het spoor te komen. Wij bespreken hier twee onderzoeksprojecten die de vruchtbaarheid van het hierboven beschreven theoretisch kader voor het onderwijs nog verder kunnen onderbouwen.

## 5. Schematiseren bij jonge kinderen

De vraag naar de ontwikkeling van het modelmatig denken in de basisschool vanuit de communicatiebehoefte werpt in eerste instantie de vraag op naar de wortels van dit denken in de cognitieve ontwikkeling van kinderen. Uit eerdere observatie- en case-studies (zie onder andere Van Oers, 1994, 1996, 2002) hebben we kunnen afleiden dat jonge kinderen in de kleuterleeftijd zeker in staat zijn om schematische representaties te construeren die als middel kunnen dienen om een situatie te exploreren en te plannen wat voor handelingen daarin gedaan kunnen of moeten worden (bijvoorbeeld aan de hand van plattegronden). Deze representaties hebben een situatief karakter en sluiten aan bij een manier van communiceren die Lisina (1986) aanduidde als situatief-persoonsgebonden: kinderen volgen hun eigen belangstellingen in hun handelen en communiceren en zijn direct met de situatie verbonden.

In haar dissertatieonderzoek heeft Poland (2007) laten zien dat jonge kinderen (groep 2 en 3) in een spelcontext tot de constructie van schematiseringen kunnen worden gebracht die als tool kunnen worden gebruikt bij het verkennen van een situatie én het handelen in die situatie. In diverse spelcontexten had zij in samenspraak met de leerkracht vragen of problemen laten ontstaan (bijvoorbeeld: hoe ziet de boot van Sinterklaas er uit? Of: waar ligt de schat?) die opgelost konden worden met schematische voorstellingen. Belangrijke conclusies die voor het huidige onderwerp uit deze studie getrokken kunnen worden zijn:

- De schema's hebben het karakter van *gesitueerde abstracties*, omdat ze de situatie vanuit één perspectief trachten voor te stellen: in dit geval een hoofdzakelijk structureel perspectief (vgl. Van Oers & Poland, 2007). Een bouwtekening geeft de structuur aan van het te construeren object zonder vermelding van gegevens die voor de constructie niet ter zake doen. Zo zijn er vaak elementen en relaties in het schema opgenomen (en in sommige gevallen zelfs getalsaanduidingen). In hun hoedanigheid van gesitueerde abstracties kunnen ze dus al gezien worden als voorlopers van latere modellen (zie ook Van Oers & Van Dijk, 2004). In de terminologie van Gravemeijer (1994, p. 101) zouden we hier ook al van beginnende *modellen van* kunnen spreken.
- De schematiseringen moeten ontwikkeld worden vanuit een herkenbaar *probleem* binnen een voor de kinderen betekenisvolle situatie. Poland ging in haar onderzoek steeds uit van spelactiviteiten waaraan kinderen mee willen en kunnen doen. De schematische representaties worden daarbinnen ontwikkeld als een mogelijkheid om een probleem op te lossen. De leerkracht had daarin in eerste instantie een belangrijke rol, bijvoorbeeld

door het geven van voorbeelden of hints die de aard van de te zoeken oplossing of hulpmiddelen suggereren. Aan de hand van een eerste versie van een schema kon een leerkracht binnen de gegeven situatie de aandacht richten op bepaalde aspecten, een herinnering terugroepen in die situatie, of reflecteren op mogelijke handelingen in die situatie (zonder werkelijk bij die situatie aanwezig te zijn). Dit gebeurde in Polands onderzoek bijvoorbeeld in de bespreking van een situatie waarin een van de klasgenootjes een ongeluk had gehad. In het gesprek hierover was het duidelijk dat er sprake was van een herkenbaar probleem voor de leerlingen (wat is hier precies gebeurd?) en het handelen op papier (de plattegrond) werd door de kinderen ook gezien als een mogelijkheid handelingen en gebeurtenissen in de werkelijke situatie voor te stellen (hetgeen volgens mijn eerder gegeven definitie van model een kenmerk is van modellen). Kennelijk zit die potentie al in de vroege situatieve schematiseringen van leerlingen.

- *Relationeel denken*: Schema's helpen kinderen om te denken in termen van *relaties*. We vermoedden dat leerlingen die in groep twee hebben leren schematiseren, door hun expliciete ervaringen met relaties ook in groep drie beter zouden zijn bij het aanvankelijk leren rekenen. Bij het rekenen wordt namelijk ook het accent gelegd op relaties tussen getallen en hoeveelheden. Deze verwachting kon door het onderzoek inderdaad worden bevestigd. De experimentele groep presteerde in het aanvankelijk rekenonderwijs in groep drie beter dan een controlegroep. Daarbij moet echter wel aangetekend worden dat in deze fase van de ontwikkeling dit schematische denken nog nadrukkelijk ondersteund moet blijven worden. In haar onderzoek vond Poland dat het voordeel van de experimentele groep ten opzichte van de controlegroep voor wat betreft het cijferend rekenen na een half jaar verdwenen was. Het schematiseren had in die periode ook weinig aandacht gekregen. Niettemin kan geconcludeerd worden dat het relationele denken al in het schematiseren van jonge kinderen aanwezig is, waardoor ook al een essentieel kenmerk van modellen zichtbaar wordt.
- Rol van de *klassencultuur*: Het onderzoek liet zien dat er enige evidentie is om aan te nemen dat de functionaliteit van het schematiseren mogelijk samenhangt met de klassencultuur waarin schematiseren gebruikelijk is en een vanzelfsprekende manier om een probleem te benaderen. In de experimentele klassen van Poland ontstond bij sommige kinderen al een gewoonte om schema's te gebruiken (zonder aansporing van de leerkracht). Schematiseren hoorde blijkbaar bij de klassencultuur.

## 6. Modelvorming bij techniekonderwijs in vmbo

In het kader van een lopend promotietraject naar het 'Leren modelleren in kennisrijke werkplekken' doet Van Schaik (VU) onderzoek naar de mogelijkheden van modellen en modelleren bij het leren technisch construeren (Van Schaik et al., 2009). De derde en vierde jaars vmbo-leerlingen kregen hierbij de opdracht om een driewieler-tandem voor kleuters te bouwen voor een fabrikant van buitenspeelmateriaal, waarbij het de bedoeling is dat de aard van de constructie zodanig is dat de kinderen kunnen samenwerken. Het is

de bedoeling dat de beste tandem ook werkelijk wordt gekocht door een opdrachtgever. Dit is voor de vmbo-leerlingen een zeer betekenisvol probleem. In de aard van de opdracht ligt besloten dat ze een ontwerp maken voordat ze aan de daadwerkelijke constructie beginnen. Daarbij wordt voorts aangenomen dat de vmbo'ers in hun reflecties op het probleem ook aanlopen tegen de behoefte aan nieuwe kennis en vaardigheden (uit natuurkunde: overdracht van kracht door tandwielen, moment; uit wiskunde: verhoudingen; uit constructie leer: lassen, materiaalkennis). De veronderstelling is dat de kennisbehoefte binnen dit betekenisvolle probleem ook leidt tot zinvolle leerprocessen op de genoemde vakdomeinen. Het onderzoek loopt momenteel en binnen afzienbare tijd zal daarover gerapporteerd worden.

Als een embedded case-study heeft Tanis twee groepjes samenwerkende leerlingen (een groepje van drie en een groepje van vier leerlingen) in hun interacties met elkaar en met de leerkracht nader bestudeerd. Ook zij is daarbij uitgegaan van de aanname dat modellen een belangrijke rol vervullen als tools voor de oriëntatie op en communicatie over het op te lossen probleem. De specifieke functies van oriëntatie die zij daarbij onderscheidde (reflectie, aandacht richten, structureren van gedachten, richten van handelingen, herinneren) zijn eerder weergegeven. In haar case-study heeft Tanis (2008) onderzocht in hoeverre de docent en de leerlingen inderdaad gebruik maken van de bouwtekening als communicatiemiddel en oriëntatiemiddel. Zij deed dit onder andere door na te gaan op welke manier de eerder genoemde functies van de oriëntatie ook naar voren kwamen in de activiteiten van de leerlingen bij hun oriëntaties op het probleem en de daaraan verbonden communicatie. Er is hier niet de ruimte om gedetailleerd in te gaan op de observaties van de onderzoekster met betrekking tot genoemde functies. In grote lijnen kan daaruit wel de volgende conclusie worden getrokken:

De bouwtekeningen functioneren als oriëntatiemiddel en communicatietool bij de gegeven leerlingen uitsluitend in de communicatie en probleemoriëntatie met de docent.

Een van de constructieproblemen was de verbinding tussen het voorste deel en het achterste deel van de tandem. Dit moet namelijk zowel in horizontale als in verticale richting flexibel zijn. Aan de hand van een eerste tekening exploreren de leerlingen met de docent de gebeurtenissen wanneer de tandem door een kuil rijdt. In het gesprek daarover aan de hand van de bouwtekening komen de leerlingen met de docent tot de conclusie dat een bal (zoals bij een trekhaak van de auto) de beste manier is om de flexibele verbinding tot stand te brengen. Als de leerlingen echter weer aan het werk zijn aan de constructie vergeten ze de tekening en bouwen vooral voort op 'praktisch inzicht', 'intuïtie' of via 'proberen'. Zo ging het eigenlijk met alle functies van de modellen. In haar onderzoeksverslag concludeert Tanis (2008, p. 54) ook: '[Er] kan worden geconcludeerd dat de bouwtekening geen functioneel oriëntatiemiddel is voor leerlingen'. Het model geeft geen richting aan

hun handelen en reflecteren en de leerlingen laten zich leiden door de bijdragen van de docent.

Aangezien de leerlingen in communicatie met de docent er blijkbaar wel in slagen om mee te denken en te oriënteren, zouden we in onze conclusie nog een stapje verder willen gaan: de vaardigheid van het modelmatig oriënteren ligt wel binnen het bereik van deze leerlingen, maar het is nog in hun zone van naaste ontwikkeling, waarbij ze ondersteuning van een meerwetende partner (de docent) nodig hebben om te oriënteren via het model op het constructieproces. In de praktijk zijn de leerlingen echter nog te zeer in beslag genomen door hun constructiewerk, waarbij ze zelfs soms vergeten om zich te oriënteren op de gebruikscontext (hetgeen in het onderhavige geval toch wel essentieel is).

De oorzaak van dit gedrag bij de leerlingen kan divers zijn. In principe kan het iets te maken hebben met hun leerstijlen. Een sterke praktische gerichtheid kan de reflectieve aanpak in de weg staan. De aard van de opdracht 'bouw een driewieler-tandem' kan dat ook zeker gestimuleerd hebben. In een eerdere case-study van Van Schaik (zie Van Schaik et al., 2009) werd bovendien zichtbaar dat docenten erg geneigd waren uitvoerige oriëntatie pragmatisch te reduceren door het geven van directe instructies. Verder onderzoek zal moeten uitwijzen of dit inderdaad het geval geweest kan zijn. Een andere verklaring kan gezocht worden in het feit dat deze studenten wel kunnen leren modelleren (al dan niet met hulp van een meerwetende partner), maar (nog) niet de attitude hebben ontwikkeld om modellen ook werkelijk te gebruiken voor communicatieve en oriënteringsdoeleinden. Naast het kunnen modelleren is ook de *wil* vereist om dat te gaan doen. In de volgende paragraaf gaan we daar nog kort op in.

## 7. Communities of inquiry

Voor de ontwikkeling van het modelmatig denken is het noodzakelijk om zich de tools eigen te maken die nodig zijn om met behulp van schematische representaties en modellen deel te nemen aan communicatie over probleemsituaties en oriëntatie in dergelijke situaties. Maar de beheersing van die tools blijkt vaak niet voldoende. Leerlingen moeten zich ook de attitude eigen maken om zich onderzoekend op te stellen tegenover de werkelijkheid en deze met behulp van (vakinhoudelijke) modellen te bevragen, te bediscussieren met anderen, en eventueel te reconstrueren. De ontwikkeling van het modelmatig denken hangt dus deels tevens af van de mogelijkheid om bij leerlingen een onderzoekende attitude te ontwikkelen.

Vanuit een sociocultureel standpunt beargumenteert Billig (1987) dat attitudes niet begrepen moeten worden als individuele preferenties ten aanzien van een bepaald onderwerp, maar dat ze eerder *emergent dispositions* zijn die ontstaan in contexten waarin een conflict van betekenissen is. Attitudes zijn volgens Billig disposities die een functie zijn van de positie die men inneemt in een communicatie of discussie. Elke discussie is volgens Billig een poging om de spanning tussen algemene categorisatie en particularisatie op te lossen. Zo zal de plaatsing van 'kernenergie' in de algemene categorie van 'energievoor-

ziening' naast de specifieke erkenning dat het in de huidige energiecrisis nog de beste oplossing is, een positieve attitude ten aanzien van kernenergie in de hand werken, vooral als de argumentatie daarvoor in discussies overeind te houden is. Daarentegen, de afwijzing van kernenergie in een specifiek bekend voorval, zal wellicht leiden tot een standpunt van 'kernenergie is gevaarlijk' en dus een negatieve attitude ten aanzien van kernenergie versterken. De constructie van een attitude is gebaseerd, aldus Billig, op een argumentatie die de verhouding tussen categorisatie en particularisatie bepaalt in een communicatief proces. Volgens Billig is een attitude een resultaat van communicatie en van de semiotische activiteit die daarin moet plaats vinden voor de constructie van mentale modellen die de categorisatie en particularisatie met elkaar kunnen verzoenen.

Billig geeft echter geen nadere uitleg van de psychologische condities die de ontwikkeling van attitudes bevorderen. De moderne attitudetheorie (Ajzen, 2005) wijst met name twee factoren aan die daarin een rol spelen. Enerzijds is de psychologische factor van *perceived control* daarin belangrijk: de inschatting van de mogelijkheid om het beoordeelde gedrag ook werkelijk te kunnen volbrengen. Dat heeft te maken met de beschikbaarheid van de benodigde kennis, vaardigheden en tools. Iemand die inschat dat het oplossen van wiskundige problemen voor hem of haar te moeilijk is vanwege een gebrek aan kennis en vaardigheden op dat gebied, zal niet snel geneigd zijn een positieve attitude ten aanzien van wiskunde te ontwikkelen. Naast de psychologische inschatting van *perceived control of behavior* is er volgens de moderne attitudetheorie ook een sociaalpsychologische factor werkzaam die te maken heeft met de waarde van bepaald gedrag voor de actor en voor de gemeenschap waarmee die zich verbonden voelt. Attitude is dan ook wel eens uitgedrukt als het product van de ingeschatte waarschijnlijkheid dat een bepaald soort gedrag uitgevoerd kan worden en de waarschijnlijkheid dat dit gedrag door de gemeenschap gewaardeerd zal worden (zie bijvoorbeeld Bohner & Wänke, 2002, p. 233).

Het onderwijs heeft zich tot nu toe vooral toegelegd op de ontwikkeling van kennis en vaardigheden bij leerlingen, waardoor in het beste geval bevorderd kon worden dat een leerling gaat inschatten dat hij een bepaald soort handelen kan laten zien. Voor het doen ontstaan van attitudes is dit, gegeven de attitudetheorie van Ajzen, echter onvoldoende. Er is ook een *omgeving* nodig waarin het vertoonde handelen werkelijk hogelijk gewaardeerd wordt.

Toegepast op het modelmatig denken, kunnen we nu stellen dat dit niet alleen de overdracht of reconstructie van modellen veronderstelt, maar ook een culturele omgeving waarin modelleren, communicatie met gebruik van modellen en modelgestuurde oriëntatie werkelijk positief worden bejegend. In het moderne jargon kunnen we nu bij wijze van hypothese zeggen dat de ontwikkeling van het modelmatig denken een community veronderstelt die op onderzoek en modelconstructie is ingesteld, dat wil zeggen die oriëntatie en communicatie met behulp van modellen positief beoordeelt en bevordert. Zo'n *community of inquiry* kenmerkt zich in meer algemene zin als een sociale omgeving die nieuwsgierigheid, interesse, vragen stellen en (gezamenlijk) experimenteren en discussiëren

hoog waardeert, bevordert en in stand houdt. De betekenis van het vragen stellen voor het onderzoeken en leren van leerlingen is al door diverse auteurs naar voren gebracht (zie: Wells, 1999; Chouinard, 2007). Voor toekomstig onderzoek naar de ontwikkeling van het modelmatig denken is het daarom raadzaam om onderzoek naar de kenmerken en het functioneren van *communities of inquiry* meer prioriteit te geven in het streven naar ontwikkeling van modelmatig denken, en dit niet te beperken tot technische verwerving van concepten, modellen en vaardigheden.

## 8. Conclusie

In het voorafgaande hebben we een lans gebroken voor de ontwikkeling van modelmatig denken vanuit een communicatieve behoefte. Modellen zijn in feite communicatieve tools voor bewuste oriëntatie en daaropvolgende communicatie met derden en met jezelf. De constructie van dergelijke communicatieve tools is al vanaf vrij jonge leeftijd mogelijk. De basisschool kan daarvoor een belangrijke basis leggen. Echter, dit onderwijs mag nooit gereduceerd worden tot een vaardigheid in het construeren, gebruiken van wetenschappelijke (canonieke) modellen of het doen van onderzoek (proefjes) op basis van werkblaadjes. Om de passie tot het doen van echt kritisch en constructief onderzoek te bevorderen, is het van belang kinderen groot te brengen in een cultureel klimaat dat dergelijk kritisch onderzoek met gebruik van expliciete modellen waardeert, uitlokt en ondersteunt. Dit veronderstelt dus de aanwezigheid van een *community of inquiry* als leeromgeving, want alleen daarin kan de passie en attitude gewekt worden om met elkaar en meerwetende partners te blijven communiceren over betere oplossingen en over betere 'tools' om die oplossingen te vinden. Juist die condities kunnen het modelmatig denken voortstuwten in nieuwe probleemsituaties.

## English summary

This article describes an educational view on the development of model-based thinking in primary school and the first years of vocational education. The authors emphasise that meaningful appropriation of modelling develops from a need for orientation and communication (both on a historical and ontogenetic level). They elaborate the assumption that subject matter learning to a great extent can be considered a matter of development of a specific communication genre. They claim that the development of model-based thinking can be started already in primary school. On the basis of empirical research from their research programme the authors demonstrate how teaching can promote the development of model-based thinking from communicative needs in primary and secondary education.

## Noten

1. Eigenlijk een volstrekt overbodig begrip, omdat de term *cognition* het gezamenlijke dat kenmerkend is voor communicatie al uitdrukt in zijn voorvoegsel 'co-' (Latijn: samen). Het laatste deel van het woord komt van het Latijnse *gnoscere* en betekent kennen. 'Samen-kennen' dus, hetgeen zonder communicatie onmogelijk is. We zullen de term van Sfard hier niet overnemen.

## Literatuur

- Ajzen, I. (2005). *Attitudes, personality, and behavior* (2nd ed.). Milton-Keynes, England: Open University Press (McGraw-Hill).
- Bates, E., Benigni, L., Bretherton, I., Camaioni, L. & Volterra, V. (1979). *The emergence of symbols: Cognition and communication in infancy*. New York: Academic Press.
- Billig, M. (1987). *Arguing and thinking*. Cambridge MA: Cambridge University Press.
- Bohner, G. & Wänke, M. (2002). *Attitude and attitude change*. Hove: Psychology Press.
- Bruner, J.S. (1972). Nature and use of immaturity. *American Psychologist*, 27(8), 687–08.
- Bruner, J.S. (1973). Going beyond the information given. In: J.M. Anglin (ed.), *J.S. Bruner. Beyond the information given. Studies in the psychology of knowing* (218– 240). New York: Norton (oorspronkelijke publicatie: 1957).
- Calvin, W.H. (2006). The emergence of intelligence. *Scientific American* (Special issue: Becoming human: evolution and rise of intelligence), 16(2), 84–92.
- Chouinard, M. (2007). Children's questions: a mechanism for cognitive development. *Monographs of the society for research in Child development*, 72(2), 1–129.
- Davydov, V.V. (1972). *Vidy obobščenie v obucenii* [Typen generalisatie in het onderwijs]. Moskou: Pedagogika.
- Davydov, V.V. & Vardanjan, A.U. (1981). *Učebnaja dejatel'nost' i modelirovanie* [Leeractiviteit en modelvorming]. Jerevan: Izd-vo Lujs.
- Dijk, I. van (2002). *The learner as designer* (dissertatie). Amsterdam: VU.
- Dijk, I. M.van, Oers, B. van & Terwel, J. (2003). Providing or designing? Constructing models as a strategy for working with contextual problems in primary maths education. *Learning and Instruction*, 13(1), 53–72.
- Einstein, A. (1991). On the generalized theory of gravitation. *Scientific American, special issue*, 3(1), 40–47. [Reprint from *Scientific American*, 1950].
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: CD-β Press.
- Gravemeijer, K. (2009). *Leren voor later*. Oratie. Eindhoven: Eindhoven School of Education.
- Haenen, J. & Oers, B. van (1986). De vorming van wetenschappelijke begrippen. Davydov op de basisschool. *Pedagogische Studiën*, 63, 445–456.
- Keestra, M. (ed.) (2006). *Een cultuurgeschiedenis van de wiskunde*. Amsterdam: Nieuwezijds.



- Latour, B. (1990). Drawing things together. In: M. Lynch and S. Woolgar (eds.), *Representation in scientific practice* (pp. 19–67). Cambridge, MA: MIT Press.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated learning. Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lehrer, R., Schauble, L., Carpenter, S. & Penner, D. (2000). The innerrelated development of inscriptions and conceptual understanding. In: P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools and instructional design*. (pp. 275–324). Mahwah: Erlbaum.
- Lisina, M.I. (1986). *Problemy ontogeneza obščeniya* [De ontogenese van het communiceren]. Moskou: Pedagogika.
- Meira, L. (2002). Mathematical representations as systems of notations in use. In: K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. van Oers & L. Verschaffel (eds.), *Symbolizing, modeling, and tool use in mathematics education* (pp. 87–104). Dordrecht: Kluwer.
- Nelissen, J.M.C. (1987). *Kinderen leren wiskunde; een studie over constructie en reflectie in het basisonderwijs*. Gorinchem: De Ruiters
- Nickles, Th. (ed), *Scientific discovery. Case studies*. Dordrecht : Reidel.
- Oers, B. van (1988). Modellen en de ontwikkeling van het (natuurwetenschappelijk) denken van leerlingen. *Tijdschrift voor didactiek der  $\beta$ -wetenschappen*, 6(2), 115–144.
- Oers, B. van (1994). Semiotic activity of young children in play: the construction and use of schematic representations. *European Early Childhood Education Research Journal*, 2(1) 19–34.
- Oers, B. (1996). Are you sure? The promotion of mathematical thinking in the play activities of young children. *European Early Childhood Education Research Journal*, 1996, 4(1), 7–89.
- Oers, B. van (1999). Symboliseren in statu nascendi. *Tijdschrift voor Didactiek der  $\beta$ -wetenschappen*, 6(1) 56–72.
- Oers, B. van (2002). The mathematization of young children's language. In: K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. van Oers & L. Verschaffel (eds.), *Symbolizing, modelling, and tool use in mathematics education* (29–58). Dordrecht: Kluwer.
- Oers, B. van (2005). *Carnaval in de kennisfabriek*. Oratie. Amsterdam: Vrije Universiteit.
- Oers, B. van (2006). An activity theory approach to the formation of mathematical cognition: developing topics through predication in a mathematical community. In: J. Maaß & Schöglmann (eds.), *New mathematics education research and practice*. Rotterdam: Sense Publisher.
- Oers, B. van (2009). Narrativiteit in leerprocessen. *Pedagogische Studiën*, 86(2), 147 – 156.
- Oers, B. van & Dijk, I. van (2004). Curriculum and the development of model-based thinking. In: J. Terwel & D. Walker (eds.), *Curriculum as a shaping force. Toward a principled approach in curriculum theory and practice* (51–72). New York: Nova.

- Oers, B. van & Poland, M. (2007). Schematising activities as a means for young children to think abstractly. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2) 10–22.
- Poland, M. (2007). *The treasures of schematising*. Dissertatie. Amsterdam: VU.
- Schaik, M. van, Oers, B. van & Terwel, J. (2009/submitted). *Towards a knowledge-rich Learning Environment in Pre-vocational Secondary Education*. Afdeling Onderwijs-pedagogiek en Opvoedingsfilosofie. Vrije Universiteit Amsterdam.
- Sfard, A. (2000). Symbolizing mathematical reality into being – Or how mathematical discourse and mathematical objects create each other. In: P. Cobb, E. Yackel & K. McClain, (eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools and instructional design*. (pp. 37–98). Mahwah: Erlbaum.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating. Human development, the growth of discourse, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Smirnova, E.O. (2004). Genезis obščeniја rebēnka ot roždenika do semi let v issledovanijach sotrudnikov psihologičeskogo institute [De ontwikkeling van de kinderlijke communicatie vanaf de geboorte tot het zevende levensjaar. Overzicht van onderzoek uit het psychologisch instituut in Moskou]. *Voprosy psihologii*, 2, 54–62.
- Tanis, M. (2008). *Leren oriënteren en communiceren met een bouwtekening. Problemen met het gebruik van een bouwtekening in het technisch VMBO*. M-these Onderwijs-pedagogiek. Amsterdam: VU.
- Tattersall, I. (2006). How we came to be human. *Scientific American* (Special issue: Becoming human: evolution and rise of intelligence), 16(2), 66–73.
- Terwel, J., Oers, B. van, Dijk, I. van & Eeden, P. van den (2009). Are representations to be provided or generated in primary mathematics education? Effects on transfer. *Education Research and Evaluation*, 15(1), 25–44.
- Tomasello, M. (1999). *The cultural origins of human cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Van der Veer, R. & Valsiner, J. (1991). *Understanding Vygotsky. A quest for synthesis*. Oxford: Blackwell.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vygotsky, L.S. (1986). *Thinking and Speech*. New York: Plenum.
- Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Wertsch (1985). *Vygotsky and the social formation of mind*. Cambridge MA: Cambridge University Press.
- Wong, W.H. (2006). The morning of the modern mind. *Scientific American* (Special issue: Becoming human: evolution and rise of intelligence), 16(2), 74–83.