

(On)terecht lineair redeneren bij het oplossen van fysicavraagstukken door leerlingen van het secundair onderwijs

Dirk De Bock

Hogeschool-Universiteit Brussel

Centrum voor Instructiepsychologie en -technologie, Katholieke Universiteit Leuven

Wim Van Dooren

Centrum voor Instructiepsychologie en -technologie, Katholieke Universiteit Leuven

Lieven Verschaffel

Centrum voor Instructiepsychologie en -technologie, Katholieke Universiteit Leuven

Aristoteles geloofde dat voorwerpen vallen met een snelheid die evenredig is met hun massa. Dus als je een bal hebt die 100 g weegt en één die 1000 g weegt, dan zal als beide ballen vanaf eenzelfde hoogte worden losgelaten, de zwaarste bal tien keer zo snel vallen. Het duurde eeuwen vooraleer Galilei aantoonde dat dit niet klopt (Galilei, 1638).

Wanneer Socrates aan zijn slaaf een vierkant toont en hem vraagt welke zijde het vierkant met een dubbele oppervlakte moet hebben, antwoordt de slaaf: 'Het is evident, Socrates, dat de zijde dan het dubbele moet zijn'. Pas wanneer Socrates hem met een tekening de onjuistheid van zijn stelling aantoonde, verlaat de slaaf dit idee (zie bijvoorbeeld Garuti, Boero, & Chiappini, 1999).

1. Inleiding

Hoewel de twee bovenstaande historische voorbeelden op het eerste gezicht weinig met elkaar gemeen hebben – Aristoteles' opvatting is niet in overeenstemming met de hedendaagse fysische inzichten en het antwoord van Socrates' slaaf is wiskundig gezien fout – is er toch een opvallende overeenkomst: in beide wordt een lineair (of proportioneel) verband verondersteld in een situatie die niet-lineair is. In het voorbije decennium hebben instructiepsychologen en wiskundededidactici op systematische wijze de neiging tot onterecht lineair redeneren van leerlingen bij het oplossen van wiskundeproblemen onderzocht. Zo toonde onderzoek aan dat een overgrote meerderheid van tien- en elfjarigen '170 seconden' antwoordde op het vraagstuk: 'De recordtijd van Jan op de 100 meter is 17 seconden. In hoeveel tijd loopt hij de 1000 meter?' (Verschaffel, De Corte, & Lasure, 1994), hoewel, als je de context serieus neemt, een eenduidig of precies antwoord hier niet mogelijk is. Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens & Verschaffel (2003) bespreken een voorbeeld uit de kansrekening: veel leerlingen uit het hoger secundair onderwijs antwoorden proportioneel ($2 \times 1/6 = 2/6$) op het probleem 'De kans om een zes te gooien

in één dobbelsteenworp is 1/6. Wat is de kans om minstens één zes te gooien in twee dobbelsteenworpen? – een foutief antwoord dat makkelijk doorgeprikt kan worden aangezien volgens deze redenering de kans op een zes groter dan één zou worden als je meer dan zes keer gooit.

Sinds verscheidene jaren loopt aan de Katholieke Universiteit Leuven een onderzoeksprogramma naar het fenomeen van onterecht lineair redeneren bij het oplossen van wiskunde problemen. Empirische studies in diverse wiskundige deeldomeinen toonden aan dat dergelijke fouten te wijten zijn aan (1) het intuïtieve karakter van het lineair model (De Bock, Van Dooren, Janssens, & Verschaffel, 2002; Fischbein, 1987; Gillard, Van Dooren, Schaecken, & Verschaffel, 2009), (2) de eenzijdige aandacht die aan dit model in het wiskundeonderwijs wordt geschonken (Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens, & Verschaffel, 2005), en (3) wiskundespecifieke kenmerken van het domein waarin het fenomeen zich voordoet (De Bock, Van Dooren, Janssens, & Verschaffel, 2008).

Ook in de geschiedenis van de fysica, en in de fysicadidactische literatuur, wordt sporadisch melding gemaakt van fouten die gekenschetst kunnen worden als onterecht lineair redeneren – meestal in de marge van studies met een andere inhoudelijke focus – maar tot op heden werden deze fouten niet op een systematische, empirische wijze onderzocht. Bovendien worden deze fouten in de literatuur meestal domeinspecifiek geduid, terwijl wij het onterecht lineair redeneren zien als een element dat over verschillende fysicadomeinen heen speelt. Wij hopen met onze studie te wijzen op een leemte in de fysicadidactische literatuur die niet enkel van theoretisch belang is, maar die ook praktische consequenties heeft naar het remediëren van fouten in de fysica.

2. Theoretische en empirische achtergrond

De mainstream cognitieve benaderingswijzen in de fysicadidactiek schrijven fouten, misconcepties of andere ongewenste denkbeelden toe aan mentale representaties die leerlingen ontwikkelen op basis van alledaagse ervaringen (Hashweh, 1998; Vosniadou, 2002). Deze denkbeelden over diverse fysicatopics ontstaan vaak vooraleer die topics in het formele fysicaonderwijs aan bod komen en blijken daarenboven zeer weerbarstig te zijn voor verandering door dat onderwijs (Stein, Barman, & Larrabee, 2006; Steinberg, Brown & Clement, 1990). Uiteraard leveren dergelijke cognitieve benaderingswijzen in de meeste gevallen een kader op waarin die denkbeelden adequaat geïnterpreteerd kunnen worden. Wij stellen echter dat in een aantal gevallen foutieve redeneerpatronen in de fysica ook op een andere manier geïnterpreteerd kunnen worden, met name als het kritiekloos toepassen van een eenvoudig wiskundig model – met name lineariteit – waarmee tal van fenomenen wél afdoende gemodelleerd kunnen worden en dat bovendien heel wat aandacht krijgt in het vigerende reken-wiskundeonderwijs. We verduidelijken ons punt aan de hand van een – weliswaar onvolledig – overzicht van opvattingen over fysische fenomenen die, naar huidige wetenschappelijke inzichten incorrect zijn, en die op één of andere wijze gerelateerd kunnen worden aan een onterecht gebruik van het lineair model.

Deze bijdrage werd geopend met Aristoteles' opvatting dat de snelheid van een vallend object evenredig is met de massa van dat voorwerp. Eveneens was Aristoteles ervan overtuigd dat, voor een gegeven voorwerp, de valsnelheid constant is, hetgeen een lineair verband tussen de valhoogte en de valtijd impliceert. De onterechte lineaire assumpties van Aristoteles hielden stand tot in de renaissance toen ze op basis van Galilei's experimenten werden weerlegd (Galilei, 1638). Ook heden ten dage vormt mechanica een domein waarin de opvattingen van leerlingen vaak eerder aansluiten bij de Aristotelische fysica en waarbij zij dus geregeld lineaire fouten maken. Een essentieel verschil met de huidige benadering is dat in de pre-Newtoniaanse fysica snelheid (in plaats van versnelling) gedacht werd evenredig te zijn met de kracht die op een bewegend voorwerp wordt uitgeoefend, een benadering die ook beter aansluit bij onze intuïtieve, alledaagse ervaringen met 'bewegingen'. Zo stelden Stavy & Tirosh (2000) in hun onderzoek vast dat kinderen en volwassenen nog steeds geneigd zijn te denken dat de snelheid van een vallend voorwerp afhangt van de massa en dat zwaardere objecten dus sneller de grond bereiken dan lichtere (met dezelfde vorm en grootte) indien ze van dezelfde hoogte worden losgelaten. Volgens deze auteurs worden mensen beïnvloed door de (irrelevante) massa-variabele omdat ze redeneren 'hoe zwaarder een object weegt, hoe sneller het valt', wat in hun theoretisch kader een uiting is van de intuïtieve regel 'meer A – meer B'.

Anderson (1983) voerde met universiteitsstudenten een reeks intuïtieve fysica-experimenten uit met een hellend vlak zoals ook Galilei gebruikte om de relatie tussen valtijd en afgelegde weg te onderzoeken. In een eerste experiment dienden de studenten de tijd te voorspellen die een balletje nodig had om van hellende vlakken met verschillende hellingshoeken te rollen vóór en nadat dit fysische experiment daadwerkelijk werd uitgevoerd. Anderson concludeert dat de proefpersonen lineaire relaties veronderstellen en opleggen en dat deze neiging versterkt wordt wanneer hen gevraagd werd te antwoorden in een zogenaamde 'factorial graph response mode', een conditie waarin hen gevraagd werd de voorspelde tijden in grafiek te brengen. De uitvoering van het fysische experiment had een corrigerende invloed, in het bijzonder bij hellende vlakken met een grote hellingshoek. In een tweede experiment werd een massa aan een slinger vanaf een bepaalde hoogte losgelaten om een bal te treffen die daardoor op een hellend vlak werd gedreven. De studenten moesten dan voorspellen hoe ver de bal op het hellend vlak werd gedreven in functie van de massa aan de slinger en de hoogte vanwaar de slinger werd losgelaten, opnieuw vóór en nadat dit experiment werd uitgevoerd. Eens te meer toonden de resultaten een veralgemeende lineaire tendens aan: de voorspelde krommen waren 'rechter' dan de fysische krommen. De observatie van dit botsingsexperiment had enkel een corrigerende invloed op de helling van de krommen.

Oliva (1999) interviewde vijftien- en zestienjarige leerlingen over hun kinematica-opvattingen en vroeg hen onder meer voorspellingen te doen over de valtijd van objecten. Hij stelde vast dat de meeste leerlingen dachten dat een object dat uit een venster op de tiende verdieping van een appartementsgebouw naar buiten wordt gegooid er dubbel zo

lang over zou doen om de grond te bereiken dan een object dat vanaf de vijfde verdieping naar buiten wordt gegooid. De weinige argumenten die werden aangehaald, waren herhalend ('het duurt twee keer zo lang') of erg basaal, bijvoorbeeld 'dat is toch logisch' of 'dat is normaal'. Deze vaststellingen liggen in de lijn van wat De Bock et al. (2004) het intuïtieve karakter van het lineair model noemden (cf. supra). De weinige leerlingen die aannamen dat de beweging versnelde, hadden het vaak moeilijk om de precieze relatie tussen de variabelen tijd, afstand en snelheid te duiden en vielen uiteindelijk ook vaak terug op een lineaire tijd-afstandrelatie.

In een studie over het betekenisvol leren gebruiken van vergelijkingen in de fysica door universiteitsstudenten confronteerde Sherin (1999) zijn proefpersonen met een reeks standaardopgaven uit fysica leerboeken. In één van deze problemen liet men twee objecten vallen. De objecten hadden dezelfde vorm en grootte, maar de massa van het ene object was het dubbele van die van het andere. Luchtweerstand beïnvloedde de val van de beide objecten en bijgevolg, als ze van een voldoende grote hoogte werden losgelaten, bereikten ze allebei een constante eindsnelheid. Aan de proefpersonen werd gevraagd de eindsnelheden van beide objecten te vergelijken. Om dit probleem op te lossen, dienden zij met twee krachten die in dezelfde richting maar in tegengestelde zin op de objecten inwerken rekening te houden: de zwaartekracht en de luchtweerstand. Voor de grootte van de zwaartekracht kenden alle studenten een formule $F_z = mg$, maar een uitdrukking voor de luchtweerstand was hen niet bekend, wat hen ertoe verplichtte zelf een formule te construeren. De 'correcte' formule relateert de grootte van deze kracht aan het kwadraat van de snelheid van het vallend object $F_{lucht} = kv^2$, maar over het algemeen relateerden de studenten in deze studie de grootte van deze kracht (lineair) proportioneel aan de snelheid $F_{lucht} = kv$. Typische motivaties weerspiegelden het correcte inzicht dat de luchtweerstand toeneemt met de snelheid; 'ze wordt groter als de snelheid toeneemt omdat het object meer luchtatomen treft', 'hoe groter de snelheid, hoe groter de luchtweerstand'. Deze rechtvaardigingen houden echter geen kwantificering in, maar blijkbaar identificeerden deze studenten 'toename' met 'proportionele toename' (zie in dit verband ook De Bock et al., 2004). Sherin (1999) verklaart deze tendens in termen van een conceptueel schema geassocieerd met de *prop+* ('proportionality plus') vorm, verwijzend naar het feit dat het relevante symbool in de teller van een breuk staat, onafhankelijk van de macht waartoe dit symbool wordt verheven. Analooft is er de *prop-* ('proportionality minus') vorm waarmee gespecificeerd wordt dat een symbool in de noemer van een breuk moet staan wanneer studenten willen kwantificeren dat een grootheid afneemt wanneer een andere toeneemt.

Exemplarische uitingen van onterechte lineaire redeneringen werden ook teruggevonden in andere fysicadomeinen zoals de warmteleer en de hydrostatica (zie bijvoorbeeld Anderson, 1979; Avrams, 1989; Strauss & Stavy, 1982). Zoals eerder vermeld, bestond er tot op heden echter geen systematisch empirisch onderzoek over dit fenomeen in het fysicaonderwijs. Meer algemeen stelt Oliva (1999) dat fysica-didactici de concepties van leer-

lingen gewoonlijk relateren aan specifieke taak- en contextkenmerken en minder vaak op zoek gaan naar regelmaat en patronen over verschillende deelgebieden van de fysica heen. Onderhavig verkennend onderzoek werd wel vanuit een dergelijk comprehensief perspectief geconcipeerd.

3. Onderzoeksvragen en methode

Het onderzoek had tot doel na te gaan: (1) hoe sterk de neiging is tot onterecht lineair redeneren bij Vlaamse leerlingen van het secundair onderwijs wanneer zij geconfronteerd worden met probleemsituaties uit diverse domeinen van de fysica, (2) of het volgen van fysicaonderwijs bijdraagt tot het doorbreken van deze tendens, en (3) wat de invloed is van een specifieke formuleringswijze van de probleemsituaties. Om deze onderzoeksvragen te beantwoorden, werden twee meerkeuzetoetsen ontwikkeld met probleemsituaties uit vier verschillende fysicacontexten: *uitrekking van een veer*, *hydrostatische druk*, *de wet van Archimedes* en *kinematica*. De contexten behoren tot het Vlaamse fysicacurriculum voor de tweede graad van het secundair onderwijs (veertien- tot zestienjarigen) en binnen eenzelfde context kunnen zowel lineaire als niet-lineaire verbanden worden geformuleerd. Om de kwaliteit van de toetsen vast te stellen werd een eerste versie van de toetsen afgenomen van zowel een klas dertien- en veertienjarigen als van een klas zestien- en zeventienjarigen en werden nadien ook enkele leerlingen uit deze groepen individueel geïnterviewd om hun interpretaties en oplossingswijzen van de toetsitems te peilen. Bovendien werd aan fysicadidactici van onze universiteit gevraagd commentaar te geven op de inhoud en de presentatie van de items. Op basis van de resultaten van de try-out en van de ontvangen feedback van de fysicadidactici werden definitieve versies van de toetsen geconstrueerd en achtereenvolgens collectief afgenomen bij een representatieve groep van dertien- en veertienjarige ($n = 121$) en zestien- en zeventienjarige ($n = 137$) leerlingen van het algemeen secundair onderwijs. Wij selecteerden deze twee leeftijdsgroepen voor het meten van de invloed van het fysicaonderwijs (onderzoeksvraag 3): enkel de tweede groep genoot reeds formeel onderwijs over deze fysicacontexten. Hoewel de contexten dus nog niet formeel werden onderwezen aan de dertien- en veertienjarigen, gaat het wel om situaties die voldoende dicht bij alledaagse ervaringen staan zodat men er vanuit mag gaan dat ook deze leerlingen er minstens enige intuïtieve kennis van hebben. Dat laatste werd ook bevestigd door de try-out van de eerste toetsversies.

Via de eerste meerkeuzetoets werd nagegaan in welke mate de leerlingen een goed kwalitatief inzicht hebben in de vier aangehaalde fysicacontexten. Per context werden de leerlingen met één lineair en één niet-lineair item geconfronteerd. Om te vermijden dat de leerlingen de onderzoekspopzet al te makkelijk zouden kunnen achterhalen, werd ook een aantal bufferitems ingelast. Om volgorde-effecten te neutraliseren kregen de leerlingen de toetsitems in verschillende volgorden aangeboden. Van de tweede toets werden twee versies aangeboden (elke versie gerandomiseerd aan de helft van de deelnemende leerlingen). In de eerste versie werden de probleemsituaties van de eerste meerkeuzetoets in

een ontbrekende-waarde-structuur geformuleerd (dit is een format waarin drie getallen gegeven zijn en de leerling een vierde, ontbrekend getal moet bepalen, bijvoorbeeld: men stelt dat op een zekere diepte de hydrostatische druk in een meer met 300 miljoen liter water 200 000 Pascal bedraagt en vraagt de hydrostatische druk te bepalen op eenzelfde diepte, maar in een meer met 900 miljoen liter water). Uit onderzoek binnen wiskunde weten we dat een ontbrekende-waarde-structuur leerlingen er sterk toe aanzet lineair te redeneren (De Bock, Verschaffel, & Janssens, 2002). In een tweede versie werden dezelfde vraagstukken als vergelijkingsopgaven aangeboden (er werd bijvoorbeeld gevraagd naar de hydrostatische druk op eenzelfde diepte in een meer dat 'drie keer zoveel water bevat'), een format waarvan onderzoek binnen wiskunde heeft aangetoond dat het leerlingen er aanzienlijk minder toe aanzet om lineair te kwantificeren (De Bock et al., 2002). In een appendix geven we een voorbeeld van zowel een lineaire als een niet-lineaire probleemsituatie voor één van de vier gebruikte fysicacontexten (kinematica) zoals die in de eerste en in de twee versies van de tweede meerkeuzetoets voorkwamen. In het voorbeeld waarbij een keitje wordt losgelaten vanaf een toren is de luchtweerstand verwaarloosbaar klein, zodat de afgelegde weg evenredig is met het kwadraat van de valtijd (niet-lineaire probleemsituatie), terwijl de valsnelheid evenredig is met de valtijd (lineaire probleemsituatie). De antwoorden van de leerlingen op beide toetsen werden geanalyseerd via twee logistische regressie-analyses voor elk van de vier contexten. Via logistische regressie-analyse wordt nagegaan of er samenhang is tussen één dichotome afhankelijke variabele en een aantal onafhankelijke variabelen, de voorspellers. De twee regressie-analyses werden voor de vier contexten afzonderlijk uitgevoerd, omdat een voorafgaande analyse van de data op descriptief niveau had uitgewezen dat de resultaten voor de vier contexten sterk van elkaar verschilden. In de eerste analyse werd het voorkomen van een *correct* antwoord voorspeld op basis van 'Item type' (kwalitatieve items, kwantitatieve items in ontbrekende-waarde structuur en kwantitatieve items in vergelijkingsstructuur), 'Lineariteit' (lineaire versus niet-lineaire items) en 'Leeftijd' (dertien- en veertienjarigen en zestien- en zeventienjarigen). In de tweede analyse werd het voorkomen van een *lineair* antwoord voorspeld op basis van 'Item type' en 'Leeftijd', maar aangezien het label 'lineair antwoord' geen betekenis heeft voor de kwalitatieve items van de eerste toets, werden enkel de kwantitatieve items van de tweede toets in deze tweede analyse betrokken.

4. Resultaten

Tabel 1 geeft een overzicht van de percentages correcte antwoorden voor elk van de vier contexten (uitrekking van een veer, hydrostatische druk, de wet van Archimedes en kinematica) in functie van 'Item type' (kwalitatieve items, kwantitatieve items in ontbrekende-waarde-structuur en kwantitatieve items in vergelijkingsstructuur), 'Lineariteit' (lineaire versus niet-lineaire items) en 'Leeftijd' (dertien- en veertienjarigen en zestien- en zeventienjarigen).

Tabel 1. Percentage correcte antwoorden voor elk van de vier contexten in functie van 'Item type' (kwalitatieve items, kwantitatieve items in ontbrekende-waarde structuur en kwantitatieve items in vergelijkingsstructuur), 'Lineariteit' (lineaire versus niet-lineaire items) en 'Leeftijd' (dertien- en veertienjarigen en zestien- en zeventienjarigen).

context	Item type			Lineariteit		Leeftijd	
	kwal.	kwan. o.-w.	kwan. v.	lin.	n. lin.	dertien-veertien	vijftien-zestien
Veer	90	54	48	80	61	67	74
Hydro	78	70	69	85	63	66	81
Archimedes	40	41	39	59	20	35	44
Kinematica	79	70	69	53	70	57	66

De eerste logistische regressie-analyse toonde een significante invloed aan van 'Item type' voor drie van de vier contexten: uitrekking van een veer, hydrostatische druk en kinematica ($p < .01$) en voor elk van deze contexten werden de kwalitatieve items significant beter beantwoord dan de kwantitatieve. Voor de context van de wet van Archimedes werd geen significante invloed van 'Item type' vastgesteld (en lagen de percentages van correcte antwoorden voor elk van de drie itemtypes rond 40%). Het beperkt (zelfs kwalitatief) inzicht van de leerlingen in de wet van Archimedes heeft allicht te maken met de complexiteit van deze wet: het is niet zomaar meteen duidelijk dat de Archimedeskracht enkel wordt bepaald door de massadichtheid van de vloeistof en het volume van het voorwerp dat er wordt in ondergedompeld. Bovendien is deze kracht niet 'rechtstreeks' waarneembaar, bijvoorbeeld bij het nemen van een bad. Wat we dan voelen is 'een verschil', het verschil tussen ons 'gewicht' in en uit het water (Mullet, 1988).

De eerste logistische regressie-analyse toonde ook aan dat de lineaire opgaven significant beter werden beantwoord dan de niet-lineaire voor de contexten uitrekking van een veer, hydrostatische druk, de wet van Archimedes ($p < .01$). Voor de kinematicacontext was dit echter net omgekeerd ($p < .01$), wellicht omdat de lineaire opgave verwees naar de (intuïtief moeilijk te vatten) tijd-snelheidsrelatie van een vallend voorwerp. Omdat fouten op niet-lineaire opgaven niet noodzakelijk altijd toeschrijfbaar zijn aan onterecht lineair redeneren – een leerling kan bijvoorbeeld ook vastlopen bij het uitvoeren van een, in vergelijking met een lineaire redenering relatief complexere, niet-lineaire redenering – en omdat bij meerkeuzetoetsen geen informatie beschikbaar is over hoe een antwoord tot stand kwam, leveren de in het algemeen slechtere prestaties van de leerlingen op de niet-lineaire opgaven slechts een indirecte indicatie op voor de tendens tot onterecht lineair redeneren in fysica.

De eerste regressie-analyse toonde tenslotte ook aan dat in elk van de vier contexten de zestien- en zeventienjarigen significant beter presteerden dan de dertien- en veertienjarigen ($p < .05$). Het fysicaonderwijs dat de leerlingen genoten, blijkt dus een (gematigd)

positief effect te hebben op het inzicht van de leerlingen in de betrokken contexten. De tweede regressie-analyse toonde aan dat de dertien- en veertienjarigen meer lineaire antwoorden gaven dan de zestien- en zeventienjarigen in de contexten hydrostatische druk ($p < .01$; 55% tegenover 46%) en kinematica ($p < .05$; 48% tegenover 32%). Voor de twee andere contexten werd geen significant verband vastgesteld tussen het voorkomen van een lineair antwoord en de leeftijd van de leerlingen. De mate waarin het fysicaonderwijs erin slaagt de tendens tot (onterecht) lineair redeneren te doorbreken, lijkt dus contextafhankelijk te zijn.

Tenslotte, in tegenstelling tot onze verwachting op basis van de wiskundendidactische literatuur (zie boven), wees de tweede regressieanalyse ook uit dat enkel in de context van de wet van Archimedes de leerlingen significant meer lineaire antwoorden gaven op de ontbrekende-waarde-opgaven dan op de vergelijkingsopgaven ($p < .01$; 48% tegenover 25%). Dit resultaat wijst erop dat de leerlingen het lineair model niet zomaar toepasten op basis van linguïstische kenmerken van een formuleringwijze, maar wel degelijk rekening hielden met de betekenis van de begrippen.

5. Discussie

Algemeen gesproken gaven de resultaten een ambivalent beeld van de neiging tot onterecht lineair redeneren bij het oplossen van fysicavraagstukken door leerlingen van het secundair onderwijs. Hoewel lineair redeneren vaak als 'default strategie' wordt gebruikt in niet-lineaire contexten en mogelijk ook lineaire contexten, zelfs nadat de betreffende contexten in de fysicales aan bod kwamen, suggereert dit verkennend onderzoek dat de mentale voorstellingen die leerlingen hebben over fysicafenomenen meer contextafhankelijk zijn dan men op grond van gelijkaardig wiskundendidactisch onderzoek zou verwacht hebben. De fysicacontext – en bijvoorbeeld niet de wijze waarop een vraagstuk geformuleerd wordt – kan leerlingen behoeden voor het maken van lineaire fouten, een bevinding die ook vanuit wiskundendidactisch standpunt niet onbelangrijk is. Toekomstig onderzoek naar lineair redeneren in fysica kan het belang van mentale voorstellingen en de bijbehorende natuurkundige theorie verder ontrafelen.

Hoewel we met de onderhavige studie een eerste aanzet gaven tot het beter begrijpen van het onterecht lineair redeneren in fysica, heeft zij ook heel wat beperkingen, niet in het minst omdat de data enkel werden verzameld via collectief afgenomen meerkeuze-toetsen (cf. infra). Meer procesmatig onderzoek, bijvoorbeeld via het gebruik van open vragen of de afname van individuele interviews, zou ongetwijfeld kwalitatief rijkere data opleveren, bijvoorbeeld over de aard van de fouten die de leerlingen maken en over de relatie tussen onterecht lineair redeneren en meer vakspecifieke misconcepties.

Een ander aspect waarop verder trans- of interdisciplinair onderzoek een licht zou kunnen werpen, is de verschillende houding ten aanzien van lineariteit in de vakgebieden wiskunde en fysica. In de fysica is het strikt genomen moeilijk om te spreken over 'onterecht lineair redeneren' omdat lineaire en niet-lineaire modellen er altijd een benadering

van de werkelijkheid zijn, en die benaderingen meer of minder geschikt kunnen zijn in een bepaalde situatie. In die zin is lineair redeneren niet zozeer fout, maar in vele gevallen wel onvoldoende nauwkeurig. Daarbij geldt voor tal van verschijnselen dat zij onder bepaalde omstandigheden of bij bepaalde parameters (bij benadering) lineair zijn, terwijl dat onder andere omstandigheden en bij andere parameters niet het geval is. Of in een bepaalde situatie wel of niet lineair geredeneerd mag worden, hangt dus af van een daarover eventueel gemaakte inschatting. Een belangrijke onderzoeksvraag is dus niet zozeer hoe het onderwijs de leerlingen kan behoeden voor onterecht lineair redeneren in fysica, maar eerder hoe het onderwijs het redeneerrepertoire van leerlingen kan uitbreiden met niet-lineaire redeneringen en hoe het onderwijs hen kan uitdagen deze meer complexe redeneervormen adequaat in te zetten.

English summary

A vast amount of research in mathematics education has shown that students of different ages have a strong tendency to apply linear or proportional models anywhere. Now and then, science educators report students' tendency to assume and impose linear relations in physics, but – as far as we know – no substantial efforts were undertaken to study this phenomenon systematically. To fill up this hiatus in the science education literature, we conducted an empirical investigation aimed at identifying the competence of 8th- and 11th-graders – before and after being taught the relevant physical topics – to qualitatively grasp situations in physics, as well as their tendency to quantify that qualitative insight linearly. The results provide an ambivalent picture of students' overuse of linearity in physics: Although linear reasoning is sometimes used as a default strategy, this study also indicates that in physics the context is taken more into account than is suggested by research on mathematical problem solving.

Noten

1. De auteurs bedanken Marc Beddegenoodts voor zijn hulp bij de selectie van de fysicacontexten en voor zijn feedback bij de eerste versie van de toetsen.
2. Dit onderzoek werd deels gefinancierd door de onderzoekstoelage GOA 2006/01 'Developing adaptive expertise in mathematics education' van het Onderzoeksfonds van de Katholieke Universiteit Leuven.

Literatuur

Andersson, B. (1979). Some aspects of children's understanding of boiling points. In W. F. Archenhold, R. H. Driver, A. Orton & C. Wood-Robinson (Eds.), *Cognitive development research in science and mathematics* (pp. 252-260). Leeds, England: University of Leeds.

- Anderson, N. H. (1983). Intuitive physics: Understanding and learning of physical relations. In T. J. Tighe & B. E. Shepp (Eds.), *Perception, cognition and development: Interactional analyses* (pp. 231-265). Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Avrams, R. (1989). *Development and evaluation of microcomputer-based diagnosis system*. Unpublished master's thesis, Tel Aviv University, Tel Aviv, Israel. (in Hebrew)
- De Bock, D., Verschaffel, L., & Janssens, D. (2002). The effects of different problem presentations and formulations on the illusion of linearity in secondary school students. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(1), 65-89.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2002). Improper use of linear reasoning: An in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors. *Educational Studies in Mathematics*, 50, 311-334.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht: Reidel.
- Galilei, G. (1638). *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorna a due nuove scienze: 1954, Dialogues concerning two new sciences*. New York: Dover.
- Garuti, R., Boero, P., & Chiappini, G. (1999). Bringing the voice of Plato in the classroom to detect and overcome conceptual mistakes. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 9-16), Haifa, Israel.
- Gillard, E., Van Dooren, W., Schaeken, W., & Verschaffel, L. (2009). The overuse of proportionality as a heuristic based process. *Experimental Psychology*, 56(2), 92-99.
- Hashweh, M. (1988). Descriptive studies of students' conceptions in science. *Journal of Research in Science Teaching*, 25(2), 121-134.
- Mullet, E. (1988). Archimedes' effect, information integration and individual differences. *International Journal of Science Education*, 10(3), 285-301.
- Oliva, J. M^a. (1999). Structural patterns in students' conceptions in mechanics. *International Journal of Science Education*, 21(9), 903-920.
- Sherin, B. (1999, March). *Common sense clarified: Intuitive knowledge and its role in physics expertise*. Paper presented at the Annual Meeting of the National Association for Research in Science Teaching, Boston, NA, US.
- Stavy, R., & Tirosh, D. (2000). How students (mis-)understand science and mathematics. Intuitive rules. New York: Teachers College Press.
- Stein, M., Barman, C. R., & Larrabee, T. (2006). What are they thinking? The development of an instrument that identifies common science misconceptions. *Journal of Science Teacher Education*, 18(2), 233-242.
- Steinberg, M. S., Brown, D. E., & Clement, J. (1990). Genius is not immune to persistent misconception: Conceptual difficulties impeding Isaac Newton. *International Journal of Science Education*, 12(3), 265-273.
- Strauss, S., & Stavy, R. (1982). U-shaped behavioral growth: Implications for theories of development. In W. W. Hartup (Ed.), *Review of child development research* (pp. 547-599). Chicago: University of Chicago Press.

- Van Dooren, W., De Bock, D., Depaepe, F., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2003). The illusion of linearity: Expanding the evidence towards probabilistic reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 53, 113-138.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. *Cognition and Instruction*, 23(1), 57-86.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2008). The linear imperative: An inventory and conceptual analysis of students' over-use of linearity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(3), 311-342.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4, 273-294.
- Vosniadou, S. (2002). On the Nature of Naive Physics. In M. Limon and L. Mason (Eds.), *Reconsidering the Processes of Conceptual Change*. Kluwer Academic Publishers, 61-76.

APPENDIX

Experimentele probleemsituaties uit de kinematicacontext in de verschillende toetsversies

Eerste meerkeuzetoets

Lineaire probleemsituatie

Tine en Jeroen doen een experimentje. Tine staat boven op de Onze-Lieve-Vrouwetoren in Antwerpen. Ze laat daar een keitje vallen. Kort nadat Tine het keitje heeft losgelaten, meet Jeroen de snelheid ervan. Even later heeft het keitje de grond nog niet bereikt. Jeroen meet de snelheid van het keitje opnieuw. Op dat moment is de snelheid:

- kleiner
- hetzelfde
- groter.

Niet-lineaire probleemsituatie

Tine en Jeroen doen een experimentje. Tine staat boven op de Onze-Lieve-Vrouwetoren in Antwerpen. Ze laat daar een keitje vallen. Kort nadat Tine het keitje heeft losgelaten, meet Jeroen de afstand die het al heeft afgelegd. Even later heeft het keitje de grond nog niet bereikt. Jeroen meet opnieuw de totale afstand die het keitje al heeft afgelegd. Op dat moment is de afgelegde weg:

- kleiner
- hetzelfde
- groter.

Tweede meerkeuzetoets, versie 1

Lineaire probleemsituatie

Gerda en Koen doen een experimentje. Gerda staat boven op de Onze-Lieve-Vrouwetoren in Antwerpen. Zij laat daar een keitje vallen. 2 seconden na vertrek meet Koen de snelheid van het keitje. Die is 20 meter per seconde. 4 seconden na vertrek heeft het keitje de grond nog niet bereikt. Koen meet de snelheid van het keitje opnieuw. Op dat moment is de snelheid:

- 20 meter per seconde
- 40 meter per seconde
- geen van bovenstaande mogelijkheden.

Niet-lineaire probleemsituatie

Gerda en Koen doen een experimentje. Gerda staat boven op de Onze-Lieve-Vrouwetoren in Antwerpen. Zij laat daar een keitje vallen. 1 seconde na vertrek meet Koen de afstand die het keitje al heeft afgelegd. De afgelegde weg is dan 5 meter. 3 seconden na vertrek heeft het keitje de grond nog niet bereikt. Koen meet opnieuw de totale afstand die het keitje al heeft afgelegd. Op dat moment is de afgelegde weg:

- 5 meter
- 15 meter
- geen van bovenstaande mogelijkheden.

Tweede meerkeuzetoets, versie 2*Lineaire probleemsituatie*

Joke en Wim doen een experimentje. Joke staat boven op de Onze-Lieve-Vrouwetoren in Antwerpen. Ze laat daar een keitje vallen. 2 seconden na vertrek meet Wim de snelheid van het keitje. 4 seconden na vertrek heeft het keitje de grond nog niet bereikt. Wim meet de snelheid van het keitje opnieuw. Op dat moment is de snelheid:

- hetzelfde
- 2 keer zo groot
- geen van bovenstaande mogelijkheden.

Niet-lineaire probleemsituatie

Joke en Wim doen een experimentje. Joke staat boven op de Onze-Lieve-Vrouwetoren in Antwerpen. Ze laat daar een keitje vallen. 1 seconde na vertrek meet Wim de afstand die het keitje al heeft afgelegd. 3 seconden na vertrek heeft het keitje de grond nog niet bereikt. Wim meet opnieuw de totale afstand die het keitje al heeft afgelegd. Op dat moment is de afgelegde weg:

- hetzelfde
- 3 keer zo groot
- geen van bovenstaande mogelijkheden.

