

Over rekenen, doen en weten

De ontwikkeling van schoolse, impliciete en expliciete kennis over beweging op een hellend vlak

Wim Van Dooren

Centrum voor Instructiepsychologie en -technologie, Katholieke Universiteit Leuven

Mirjam Ebersbach

Centrum voor Instructiepsychologie en -technologie, Katholieke Universiteit Leuven
Institut für Psychologie, Universität Halle-Wittenberg

Lieven Verschaffel

Centrum voor Instructiepsychologie en -technologie, Katholieke Universiteit Leuven

Theoretische en empirische achtergrond

Intuïtieve fysica

Onderzoek heeft aangetoond dat leerlingen – reeds voor ze formeel natuurkundeonderwijs kregen – al heel wat kennis over de fysische wereld rondom zich hebben opgedaan. Deze kennis wordt aangeduid met termen als ‘intuïtieve fysica’, ‘common sense beliefs’, of ‘preconcepties’, en ontstaat vaak op vroege leeftijd (voor een uitvoerig overzicht, zie Duit, 2009). Ze is gebaseerd op onze interacties met de fysische wereld. Sommige auteurs nemen aan dat deze vroege fysische kennis erg gefragmenteerd is (diSessa, 1993), terwijl anderen aannemen dat ze veeleer als een theorie is georganiseerd (Vosniadou, 1994). In nogal wat gevallen is de intuïtieve fysische kennis in overeenstemming met de aanvaarde fysische wetten (Clement, Brown, & Zietsman, 1989). In die zin is de intuïtieve fysische kennis erg nuttig, en kan ze het vertrekpunt vormen voor het natuurkundeonderwijs. Peuters houden bijvoorbeeld vaak al correct rekening met de afstand, massa en hoek bij het gooien van voorwerpen (Krist, Fieberg, & Wilkening, 1993) en ze hebben al enig inzicht in het functionele verband tussen de snelheid, afstand en tijd bij bewegingen aan een constante snelheid (Wilkening, 1981).

In andere gevallen zijn de inzichten die mensen (kinderen en volwassenen, maar soms ook experts) etaleren tegengesteld aan de fysische wetten. Die ideeën kunnen dan erg resistent zijn voor verandering, zelfs in het licht van duidelijke tegenevidentie. Een gekend voorbeeld is de verwachting dat een voorwerp dat men vanuit een vliegtuig laat vallen in rechte lijn naar beneden valt in plaats van een parabolisch pad te volgen (McCloskey, 1983). Ook in die gevallen zal het natuurkundeonderwijs moeten vertrekken van deze ideeën, omdat ze het fundament zullen zijn waarop het formele onderwijs bewust of onbewust voortbouwt (diSessa, 1993). Wanneer intuïtieve ideeën niet in lijn zijn

met aanvaarde fysische wetten, dan kunnen ze een obstakel vormen voor het verwerven van de correcte kennis, en kunnen misvattingen ontstaan die zelfs blijven werken na het natuurkundeonderwijs (Vosniadou, 1994).

In deze studie gingen we na welk inzicht leerlingen hebben in de eenparig veranderlijke rechtlijnige beweging, meer bepaald de beweging van voorwerpen op een hellend vlak. Vroeger onderzoek in dit gebied heeft zowel gewezen op correcte als op incorrecte intuïtieve ideeën bij leerlingen van diverse leeftijden. Een eerste aspect van de beweging op een hellend vlak is dat rollende voorwerpen versnellen. Onderzoek heeft aangetoond dat peuters al verrast waren wanneer een voorwerp dat van een hellend vlak rolt niet versnelde maar vertraagde (Kim & Spelke, 1992), en wanneer peuters een voorwerp viel vrij val bekeken, dan besteedden ze hier meer aandacht aan wanneer het voorwerp viel met constante snelheid dan wanneer het versnelde (Friedman, 2002). Ook volwassenen hebben productieve ideeën over de eenparig veranderlijke rechtlijnige beweging. Ze kunnen op correcte wijze rekening houden met de afstand en de hellingsgraad van een hellend vlak, wanneer ze schattingen moeten maken van de tijd die een voorwerp nodig heeft om van een hellend vlak te rollen (Anderson, 1983). Anderzijds maken mensen ook heel wat fouten in situaties over de eenparig veranderlijke rechtlijnige beweging. Zo toonde Suarez (1977) aan dat adolescenten vaak uitgaan van een lineair verband tussen reistijd en afgelegde weg bij bewegingen op een hellend vlak. Een andere courante fout bij kinderen en volwassenen is dat ze geneigd zijn te denken dat de snelheid van een vallend voorwerp afhangt van de massa en dat zwaardere objecten dus sneller de grond bereiken dan lichtere, indien ze van eenzelfde hoogte vallen (bijvoorbeeld Tirosh & Stavy, 2000).

Er lijkt dus een grote discrepantie te bestaan tussen de – vaak accurate – voorschoolse fysicakennis die mensen etaleren enerzijds, en de fouten die ze maken in vergelijkbare fysische situaties anderzijds. Een mogelijke verklaring voor deze discrepanties kan liggen in de verschillende soorten taken die in onderzoek gebruikt worden, en de kennisrepresentaties die door deze taken werden uitgelokt (bijvoorbeeld Krist, Fieberg, & Wilkening, 1993). Ook de omstandigheden waarin die taken worden aangeboden (een alledaagse situatie, een toets op school, een opdracht in een labo) en de impliciete verwachtingen die in die omstandigheden gelden, kunnen een invloed hebben op de ideeën die worden aangewend bij het oplossen.

Een veelgemaakt onderscheid in de literatuur is dat tussen impliciete en expliciete kennis (bijvoorbeeld Dienes & Perner, 1999). Hoewel het onderscheid tussen beide in de praktijk vaak niet strikt te maken valt, kan er wel een conceptueel verschil worden gemaakt in de manier waarop deze verworven worden, en wordt er in de literatuur van uitgegaan dat bepaalde taken meer de ene of de andere kennisrepresentatie uitlokken. Impliciete kennis wordt dan verworven door (buitenschoolse) ervaringen, terwijl er geen intentie aanwezig is om te leren. Dit soort kennis blijft grotendeels onbewust, en is moeilijk verbaal uit te drukken. De kennis komt vaak wel tot uiting in de handelingen die een individu stelt, of in de (snelle) beslissingen die het neemt. Metingen van impliciete kennis

gebeuren daarom vaak via indirecte methoden zoals het uitvoeren van handelingen, of het registreren van de tijd waarin iemand een situatie bekijkt (Kim & Spelke, 1992). Expliciete kennis daarentegen wordt vooral verworven tijdens formeel onderwijs, is bewust toegankelijk en kan verbaal uitgedrukt worden, bijvoorbeeld als antwoord op een verbale vraag (Proffitt, Kaiser, & Whelan, 1990) of tijdens het uitvoeren van berekeningen (Suarez, 1977). In taken waar de expliciete kennis gepeild wordt werden vaker hardnekkige foutieve ideeën vastgesteld, terwijl taken die impliciete kennis peilen vaak betere prestaties genereren (Anderson, 1983). Het omgekeerde is echter ook mogelijk: Halloun & Hestenes (1985) stelden vast dat studenten de Newtoniaanse wetten wel mondeling konden expliciteren, maar ze niet in een specifiek probleem konden toepassen.

Onterecht lineair redeneren in de wiskunde

De ideeën van leerlingen over de beweging op een hellend vlak kunnen in verband worden gebracht met een wiskundendidactische onderzoekslijn die de laatste jaren werd ontwikkeld, namelijk over de neiging om lineariteit toe te passen in situaties waar dit niet terecht is. Eerder onderzoek heeft aangetoond dat onterecht lineair redeneren voorkomt in diverse gebieden van de wiskunde, zoals elementaire rekenvraagstukken, meetkunde, calculus, of kansrekening (Van Dooren, De Bock, Janssens, & Verschaffel, 2008), en zowel bij erg jonge leerlingen als bij volwassen wiskunde-experts. Veel leerlingen in het secundair onderwijs denken bijvoorbeeld dat de oppervlakte van een figuur drie keer vergroot als de zijden van de figuur drie keer langer worden (De Bock, Van Dooren, Janssens, & Verschaffel, 2007), of dat de kans om een zes te gooien verdubbelt als het aantal dobbelsteenworpen verdubbelt (Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens, & Verschaffel, 2003).

Opvallend is dat onterecht lineair redeneren in de wiskunde al voorkomt in de eerste jaren van het basisonderwijs, maar dat het daarna drastisch toeneemt met de aandacht die het onderwijs aan lineair redeneren besteedt (voornamelijk in het vijfde en zesde leerjaar van het basisonderwijs), waarna het weer enigszins afneemt maar niet verdwijnt (Van Dooren, De Bock, Janssens, & Verschaffel, 2005). Verder werd al aangetoond dat onterecht lineair redeneren afhangt van het type taak: er worden veel meer lineaire fouten gemaakt op taken die worden aangeboden in de typische schoolse setting van het beantwoorden van een reeks vraagstukken in een wiskundetoets, en veel minder op taken die zijn ingebed in een authentiekere setting waarin een betekenisvolle handeling moet worden gesteld (Van Dooren, De Bock, Janssens, & Verschaffel, 2007). Er kan dus in dit geval moeilijk worden gesproken van 'misvattingen' in de strikte zin van het woord: in bepaalde omstandigheden blijken leerlingen geneigd hun realiteitskennis te negeren, en los van de context een goed geautomatiseerde wiskundige formule toe te passen.

Sinds kort wordt ook onderzoek gedaan naar onterecht lineair redeneren in de fysica (De Bock, Van Dooren, & Verschaffel, dit nummer). Sommige van de daar gerapporteerde fouten hebben betrekking hebben op de valbeweging (en de beweging op een hellend

vlak). Zo beschouwen leerlingen de relatie tussen de valtijd en de afgelegde weg als lineair wanneer ze aannemen dat de valsnelheid van een voorwerp constant is: een voorwerp dat van dubbel zo hoog valt, heeft dubbel zoveel tijd nodig om de grond te bereiken. Uiteraard is deze aanname fout, aangezien een voorwerp op een hellend vlak versnelt: er is een lineair verband tussen de *snelheid* en de tijd. Verder vermeldden we reeds het foutieve idee dat de snelheid van een vallend voorwerp afhangt van de massa (Tirosh & Stavy, 2000). Ook dit idee zou lineair gekwantificeerd kunnen worden: Een voorwerp dat drie keer zo zwaar is, heeft bij het vallen dan drie keer minder tijd nodig om de grond te bereiken, terwijl het in feite – bij het negeren van luchtweerstand – evenveel tijd nodig heeft als een lichter voorwerp.

Beide onterechte lineaire assumpties (over het verband tussen de valtijd en de afgelegde weg, en over het verband tussen de massa en de valtijd) werden reeds gemaakt door Aristoteles. Zijn ideeën hielden stand tot in de renaissance toen ze op basis van Galilei's experimenten werden weerlegd (Galilei, 1638). Ook nu nog wordt gerapporteerd dat leerlingen vaak een Aristotelianse visie op mechanica hebben en dus onterecht lineaire aannamen maken (bijvoorbeeld Champagne et al., 1980; Halloun & Hestenes, 1985; Suarez, 1977).

Probleemstelling

In deze studie gingen we na welk inzicht leerlingen hebben in de beweging van voorwerpen op een hellend vlak, en in welke mate leerlingen in diverse situaties geneigd zijn tot lineair redeneren. Daarbij richtten we onze aandacht specifiek op de twee aspecten die lineair redeneren zouden kunnen uitlokken, namelijk het verband tussen valtijd en afgelegde weg, en het verband tussen de valtijd en de massa van het vallende voorwerp.

Een tweede belangrijk doel was om aan te tonen dat dit inzicht sterk afhangt van de manier waarop er wordt gepeild, en dat de productieve inzichten die leerlingen hebben niet steeds tot uiting komen in hun antwoordgedrag. Verschillende soorten taken kunnen immers verschillende kennisrepresentaties – en dus meer of minder onterecht lineair redeneren – uitlokken. Daarom werd in deze studie een vergelijking gemaakt tussen de prestaties op verschillende taken die betrekking hadden op dezelfde fysische principes. Aan de hand van taken die werden ontwikkeld en gevalideerd in een eerdere studie (Ebersbach, Van Dooren, & Verschaffel, in press) peilden we zowel de impliciete kennis van de deelnemers (door hen in een realistische context niet-numerieke schattingen te laten maken) als hun expliciete kennis (door hen te vragen om het fysische principe in de situatie te verwoorden). Daarnaast werd in deze studie nog een derde type taak gebruikt, die zogenaamde 'schoolse kennis' peilde, aangezien we uit eerder onderzoek vermoedden dat onterecht lineair redeneren vooral het resultaat is van de activering van schoolse kennis. Dit type kennis heeft kenmerken van zowel expliciete als van impliciete kennis. Wanneer leerlingen onterecht lineair redeneren, gaat het immers om een expliciet verworven oplossingsstrategie, die wordt veralgemeend naar een situatie waar ze niet van toe-

passing is. Deze veralgemening werd niet expliciet aangeleerd, maar is het resultaat van een impliciete associatie die een leerling maakt tussen kenmerken van een taak (bijvoorbeeld een vraagstuk in een toets met een specifieke formulering) en een bepaalde oplossingswijze. Zoals hierboven reeds aangegeven, is uit eerder onderzoek gebleken dat lineaire redeneringen vaak worden uitgelokt in een schoolse setting waarin bepaalde impliciete verwachtingen gelden, terwijl leerlingen in een meer authentieke situatie veel vaker correct antwoorden (Van Dooren et al., 2007).

Een laatste vraag in deze studie was hoe de drie kennistypes en de neiging tot onterecht lineair redeneren evolueren met de leeftijd en onderwijservaring van leerlingen. Leerlingen van verschillende leeftijden hebben immers meer of minder ervaring met schoolse settings en de impliciete verwachtingen die daarbij gelden, en ze werden al dan niet expliciet onderwezen in de fysische principes met betrekking tot de eenparig versnelde rechtlijnige beweging.

Methode

In het onderzoek werden leerlingen van drie leeftijdsgroepen betrokken: een groep van achtjarige leerlingen ($n = 81$) die nog geen onderwijservaring hadden met lineair/proportioneel redeneren, een groep elfjarige leerlingen ($n = 69$) die recent veel instructie kregen in proportioneel redeneren (dit is ook de leeftijdsgroep die het meest geneigd is onterecht proportioneel te redeneren bij rekenvraagstukken in een schoolse setting, Van Dooren et al., 2005), en een groep achttienjarige leerlingen ($n = 48$) die enkele weken voor het onderzoek onderwezen werden over de eenparig veranderlijke rechtlijnige beweging in de context van vrije val.

Alle leerlingen namen achtereenvolgens deel aan drie testcondities. In elk van deze testcondities werden taken gegeven over de snelheid waarmee een voorwerp van een hellend vlak rolt (en meer bepaald of er een versnelling optreedt), en over de rol die de massa van het voorwerp speelt in deze snelheid. De manier waarop deze kennis gepeild werd, verschilde echter grondig tussen condities. We lichten elk van deze condities in meer detail toe.

Schoolse conditie (S-conditie)

In deze conditie kregen leerlingen tijdens een reguliere wiskundeles en van hun eigen wiskundeleerkracht een toets met vraagstukken aangepast aan het kennisniveau van de leerlingen, die handelden over diverse deelgebieden van de wiskunde. Tussen deze vraagstukken – die louter als buffervraagstukken fungeerden – zaten ook vier experimentele vraagstukken die gemeenschappelijk waren voor de drie leeftijdsgroepen. Deze vraagstukken hadden een ontbrekende-waardeformulering en handelden over contexten die verwezen naar een hellend vlak (twee over de relatie tijd/afgelegde weg, twee over de invloed van massa). Het volgende vraagstuk gaat bijvoorbeeld over de versnelling van het voorwerp tijdens het rollen:

‘Jan staat met zijn fiets boven aan een lange helling. Hij laat zich langs een rechte weg naar beneden rollen. Na 3 seconden is hij 9 meter ver. Hoe ver zal Jan ongeveer gerold zijn na 6 seconden?’

Het antwoord ‘18 meter’ (op basis van de redenering: na dubbel zoveel seconden is Jan dubbel zo ver) gaat uit van een constante rolsnelheid, en kan dus als het resultaat van lineair redeneren worden beschouwd. Wanneer wrijving buiten beschouwing wordt gelaten, zou het correcte antwoord zijn dat Jan 36 meter ver is, maar elk alternatief waarin een grotere afstand dan 18 meter was aangeduid, werd ook correct gerekend, aangezien leerlingen dan aangeven dat ze beseffen dat er een versnelling optreedt.

Een voorbeeld van een vraagstuk over de invloed van massa is het volgende:

‘Een kolenkar met een massa van 200 kg rolt een helling af. Na 5 seconden heeft de kar een afstand van 20 meter afgelegd. Nu rolt er een kolenkar met een massa van 600 kg de helling af. Welke afstand heeft die kolenkar afgelegd na 5 seconden?’

Het correcte antwoord is 20 meter, maar leerlingen kunnen een grotere afstand aanduiden als ze denken dat de grotere massa ertoe leidt dat de kar een grotere afstand aflegt omdat ze *sneller* beweegt, en wanneer ze dit inzicht lineair kwantificeren (*lineair sneller*) zullen ze aangeven dat de kolenkar dan 60 meter heeft afgelegd (aangezien ze drie keer zwaarder is).

Het aanbieden van de vraagstukken aan de leerlingen in een traditionele wiskunde-toets in hun vertrouwde wiskunde klas gebeurde met de specifieke bedoeling om de ideeën te peilen die leerlingen zouden ontwikkelen in deze schoolse omstandigheden. Uit vroeger onderzoek is gebleken dat leerlingen in gelijkaardige situaties sterk geneigd zijn om lineair te redeneren.

Impliciete conditie (I-conditie)

In deze conditie – die twee tot drie weken na de S-conditie plaatsvond – werden leerlingen individueel in een practicum situatie gebracht. Er stond een hellend vlak opgesteld, waarop dadelijk Lego-wagentjes zouden gaan rijden. In een eerste taak werd door de onderzoeker aangeduid waar het wagentje zich na 2 seconden ongeveer bevindt, wanneer het van boven aan de helling wordt losgelaten. Leerlingen moesten aanduiden waar het wagentje na 4 seconden ongeveer zou zijn, en vervolgens ook schattingen maken voor 6 en 8 seconden. In de tweede taak in deze conditie werd aan de leerlingen getoond waar het wagentje zich na 3 seconden ongeveer bevindt. Daarna werden twee wagentjes op elkaar gezet (om de massa te verdubbelen) en moesten de leerlingen opnieuw voorspellen waar de wagentjes zich na 3 seconden zouden bevinden. Vervolgens gebeurde hetzelfde voor drie en vier op elkaar geplaatste wagentjes.

De antwoorden op de eerste taak werden gecodeerd als *correct* indien een duidelijke toename in de aangeduide afstanden aanwezig was, als *lineair/constante snelheid* wan-

neer min of meer gelijke afstanden werden aangeduid, en als *anders* wanneer geen duidelijk patroon aanwezig was. Op de tweede taak werden antwoorden gecodeerd als *correct* indien de aangeduide afstand voor op elkaar gestapelde wagentjes gelijk was, als *sneller* bij een grotere afstand voor op elkaar gestapelde wagentjes, en (binnen die laatste categorie) als *lineair sneller* wanneer voor twee op elkaar gestapelde wagentjes een dubbel zo grote afstand werd aangeduid, enzovoort.

De taken in de impliciete conditie zijn een aanpassing van taken die werden ontwikkeld en gevalideerd in een eerdere studie (Ebersbach et al., in press). Er werd verwacht dat de taken in deze conditie (in tegenstelling tot de expliciete conditie) eerder beroep zouden doen op de impliciete kennis van leerlingen. De leerlingen moesten immers geen kwantitatief antwoord geven, en de focus lag duidelijk niet op het uitvoeren van berekeningen. Leerlingen moesten in deze conditie enkel een handeling stellen, en op basis van een schatting de locatie aanduiden waar ze dachten dat een wagentje zich op een bepaald moment zou bevinden. Er werd nooit expliciet gesproken over het al dan niet versnellen, het verband tussen de tijd en de afgelegde weg, of het verband tussen de massa en de afgelegde weg.

Expliciete conditie (E-conditie)

In deze conditie werd leerlingen rechtstreeks gevraagd naar hun opvattingen over de manier waarop het Lego-wagentje van de helling rijdt. Leerlingen waren nog steeds in de individuele practicumssituatie, en beantwoordden de volgende twee vragen:

'Als het wagentje straks naar beneden rijdt, gaat het dan overal even snel of niet?'

en

'Dadelijk zullen we ook nog eens wagentjes op elkaar zetten. Denk je dat dit een invloed zal hebben op de snelheid of niet?'

Voor beide vragen werd verder doorgevraagd indien de leerling 'ja' antwoordde, om te achterhalen wat de leerling precies dacht. Indien een leerling op de eerste vraag antwoordde dat het wagentje overal even snel reed, werd dit antwoord als *lineair* gecodeerd. In het andere geval werd doorgevraagd om na te gaan of de leerling een versnelling veronderstelde (*correct* antwoord) dan wel een vertraging (*ander* antwoord). Bij de tweede vraag werd het antwoord 'geen invloed' als *correct* gecodeerd. Indien wel een invloed werd aangegeven, werd nagegaan of de leerling veronderstelde dat een voorwerp met een grotere massa sneller dan wel trager bewoog, maar er gebeurde geen verdere codering aangezien de vraagstelling niet toeliet om na te gaan of leerlingen eventueel dachten dat er een lineair verband was tussen de snelheid en de massa.

Ook deze taak is een aanpassing van taken die werden ontwikkeld en gevalideerd in een eerdere studie (Ebersbach et al., in press). Het verschil met de impliciete conditie is dat hier de fysische principes expliciet ter sprake werden gebracht. De leerlingen moesten

zich rechtstreeks uitspreken over het eventuele verband tussen de betrokken concepten, eerder dan dit inzicht via schattingen en handelingen uit te drukken.

Procedure

Alle leerlingen namen deel aan de drie onderzoekscondities, in de hierboven beschreven volgorde en modaliteiten. Dit gebeurde enerzijds om praktische redenen, en anderzijds omwille van de geanticipeerde impact. We vermoedden namelijk dat in de S-conditie de meeste lineaire antwoorden zouden gegeven worden, terwijl de E-conditie de meeste correcte antwoorden zou uitlokken. Een andere volgorde in de condities zou de resultaten dan ook kunnen vertekenen door het optreden van ongewenste leereffecten.

Overzicht van de resultaten

Afgelegde weg in functie van tijd

Tabel 1 geeft een overzicht van de antwoorden op de items over de valversnelling. Leerlingen gaven in de schoolse conditie zeer veel antwoorden waarin wordt aangenomen dat de beweging aan een constante snelheid plaatsvindt. Ze leken dus te veronderstellen dat er een lineair verband is tussen de tijd en de afgelegde weg op een hellend vlak. Over condities heen was de neiging om dit antwoord te geven het sterkst bij elfjarigen, minder sterk bij achtjarigen en nog minder (maar nog steeds duidelijk aanwezig) bij zeventienjarigen. Deze ontwikkeling liep dus gelijk met het aantal onterecht lineaire antwoorden dat gegeven wordt op diverse wiskundeproblemen (Van Dooren et al., 2005).

In de andere twee onderzoekscondities werd veel minder vaak uitgegaan van een constante snelheid op het hellend vlak, maar ook hier waren nogal wat leeftijdsverschillen. Wanneer de achtjarigen de impliciete taak oplosten, gaven ze veel minder constante snelheidsantwoorden, maar dit resulteerde slechts ten dele in meer correcte antwoorden, aangezien deze leerlingen ook vaker andere (i.e. onsystematische) antwoorden gaven. In de expliciete conditie presteerden de achtjarigen niet beter dan in de impliciete conditie, en de onsystematische antwoorden in de impliciete conditie resulteerden opnieuw in antwoorden waarbij wordt uitgegaan van een constante snelheid. Bij de elfjarigen trad de grootste verbetering op doorheen de onderzoekscondities. Terwijl deze groep in de schoolse conditie nooit een correct antwoord gaf (en vrijwel alle antwoorden uitgingen van een constante snelheid), steeg het aantal correcte antwoorden (en daalde het aantal constante snelheidsantwoorden) in de impliciete conditie. Deze trend zette zich verder door in de expliciete conditie. De zeventienjarigen, ten slotte, gaven nogal wat constante snelheidsantwoorden in de schoolse conditie, terwijl dit nauwelijks het geval was in de impliciete conditie, waar ze aanzienlijk meer correcte antwoorden gaven. In de expliciete conditie was er dan weer een lichte toename in het aantal leerlingen dat dacht dat de snelheid op het hellende vlak constant is.

Tabel 1. Overzicht van de antwoorden (in %) voor de items in verband met afgelegde weg in functie van tijd

	achtjarigen n = 81	elfjarigen n = 69	zeventienjarigen n = 48
S-conditie			
Versnelling	12.4	0.0	64.6
Lineair (constante snelheid)	81.5	95.6	35.4
Anders	6.1	4.4	0.0
I-conditie			
Versnelling	46.9	33.3	89.6
Lineair (constante snelheid)	17.3	40.6	6.3
Anders	35.8	26.1	4.1
E-conditie			
Versnelling	44.4	50.6	85.4
Lineair (constante snelheid)	40.7	27.5	14.6
Anders	14.9	21.9	0.0

Snelheid in functie van massa

Tabel 2 geeft een overzicht van de antwoorden op de items in verband met de invloed van de massa op de snelheid. Een eerste vaststelling in deze tabel is dat heel wat leerlingen veronderstelden dat een grotere massa een voorwerp sneller doet voortbewegen. Dit idee wordt dominanter met de leeftijd. Hoewel ze eerder expliciet leerden dat in situaties zonder wrijving de massa geen invloed heeft op de valsnelheid, gaven zeventienjarigen dit antwoord aanzienlijk vaker dan de acht- en elfjarigen.

Nu is er bij beweging op een hellend vlak zoals in onze studie wel sprake van wrijving, en is het dus wel degelijk mogelijk dat een wagentje met een zwaardere massa zich sneller voortbeweegt. Maar ook in dat geval zou er nog steeds geen sprake zijn van een lineair verband tussen de massa en de afgelegde weg in dezelfde tijd. Een nadere analyse van de antwoorden die uitgaan van een grotere snelheid onder invloed van massa wijst uit dat heel wat leerlingen dit verband lineair kwantificeren.

Ook hier waren verschillen tussen de onderzoekscondities, maar minder uitgesproken dan bij de items over de versnelling in functie van de tijd. De zeventienjarige leerlingen gaven iets vaker correcte antwoorden in de impliciete en expliciete conditie, en de acht- en elfjarige leerlingen gaven iets vaker correcte antwoorden in de expliciete conditie, maar

Tabel 2. Overzicht van de antwoorden (in %) voor de items in verband met snelheid in functie van massa

	achtjarigen n = 81	elfjarigen n = 69	zeventienjarigen n = 48
S-conditie			
Constant	8.6	4.3	12.5
Sneller	70.3	76.8	83.3
<i>Waarvan</i>			
<i>lineair</i>	73.0	91.1	71.6
<i>sneller</i>			
Trager	21.1	18.9	4.2
I-conditie			
Constant	1.2	4.3	22.9
Sneller	56.8	55.1	68.8
<i>Waarvan</i>			
<i>lineair</i>	48.1	31.9	48.0
<i>sneller</i>			
Trager	42.0	40.6	8.3
E-conditie			
Constant	33.3	21.7	27.1
Sneller	32.1	53.6	70.8
Trager	34.6	24.7	2.1

het aantal leerlingen dat aannam dat voorwerpen met meer massa sneller bewegen, bleef sterk aanwezig. Uit een verdere analyse van de antwoorden bleek dat heel wat leerlingen die aannamen dat een grotere massa een grotere snelheid met zich meebrengt, dit inzicht ook lineair kwantificeerden: in de schoolse conditie verwees 73 tot 91% van de antwoorden die gecodeerd werden als *sneller* naar *lineair sneller* en in de impliciete conditie was dit het geval in 32 tot 48% van alle antwoorden.

Verder bleek dat heel wat acht- en elfjarige leerlingen onverwacht aangaven dat een voorwerp met een grotere massa zich trager op het hellend vlak zou bewegen. Dit idee manifesteerde zich slechts zelden bij de zeventienjarigen.

Conclusies en discussie

Deze studie heeft in eerste instantie aangetoond dat leerlingen reeds op jonge leeftijd productieve ideeën kunnen ontwikkelen over de beweging op een hellend vlak. Daarnaast stelden we vast dat leerlingen ook geneigd zijn om onterecht lineaire verbanden te veronderstellen. Net als in eerder onderzoek over wiskundeproblemen (Van Dooren et al., 2005) evolueert deze neiging met de leeftijd: elfjarige leerlingen maken meer lineaire fouten dan achtjarigen (wellicht omwille van de aandacht voor proportioneel redeneren in de wiskundelessen in de bovenbouw van het basisonderwijs), en zeventienjarigen maken minder lineaire fouten, maar het fenomeen is geenszins verdwenen.

Belangrijker is de vaststelling dat de antwoorden van leerlingen over beweging op het hellend vlak erg inconsistent zijn, en dat het antwoordgedrag sterk afhankelijk is van de omstandigheden waarin het plaatsvindt. De vraag kan gesteld worden of de kennis van de onderzochte leerlingen inconsistent is, dan wel of er überhaupt van kennis gesproken kan worden.

Heel wat leerlingen in alle leeftijdsgroepen – zelfs de jongste leerlingen – geven in hun reacties aan dat voorwerpen op een hellend vlak versnellen, althans wanneer we hen er expliciet naar vragen. Ook in een practicumopstelling waarin leerlingen schattingen moeten maken, tonen velen onder hen dat ze ervan uitgaan dat voorwerpen versnellen, maar wanneer diezelfde leerlingen een toets met traditionele, schoolse wiskundevraagstukken oplossen, dan doen ze dat veel minder of zelfs helemaal niet. In die gevallen gaan ze bewust of onbewust uit van een lineair verband tussen de afgelegde weg op een hellend vlak en de tijd.

Een heel ander fenomeen betrof de invloed van de massa op de snelheid van een voorwerp. De meeste leerlingen (zelfs achttienjarigen die dit in het onderwijs ontmoetten) geloven dat zwaardere voorwerpen zich sneller bewegen. Ze geven dit aan als er expliciet naar gevraagd wordt, en hun antwoorden op de vraagstukken in de wiskundetoets suggereren hetzelfde, evenals hun voorspellingen wanneer ze in een practicumopstelling schattingen moeten maken. Op zich is deze redenering niet zo vreemd. Wanneer we realistisch naar de gestelde problemen kijken en bijvoorbeeld ook de wrijving met het hellend vlak meenemen in onze redenering, dan kan het aannemelijk zijn dat zwaardere voorwerpen zich sneller op een hellend vlak bewegen. Toch blijkt dat een zeer groot deel van de leerlingen in alle leeftijdsgroepen en condities geneigd is om het verband tussen de massa en de snelheid vervolgens lineair te kwantificeren, hetgeen ook dan nog steeds inadequaaf is. Tot slot werd hier onverwacht vastgesteld dat heel wat van de jongere leerlingen geloven dat voorwerpen met een grotere massa trager bewegen op een hellend vlak dan voorwerpen met een kleinere massa. Opnieuw kan bij deze leerlingen het idee van wrijving hebben meegespeeld.

Dit soort onderzoek brengt redeneringen in een fysische situatie aan het licht die sterke parallellen vertonen met de neiging van leerlingen om lineaire methoden te gebruiken bij het oplossen van *wiskundeproblemen*. Het toont verder aan dat de kennis die we

observeren bij leerlingen heel sterk afhangt van de manier waarop die kennis gemeten wordt. Vooral bij het oplossen van vraagstukken die ingebed zijn in traditionele wiskunde-toetsen gaan leerlingen heel sterk uit van lineaire verbanden, terwijl ze dit minder vaak doen in practicumsituaties waarin ze schattingen moeten maken, en zelfs nog minder wanneer ze zich expliciet over de fysische situatie uitspreken. Het blijkt echter dat dit effect op zijn beurt afhankelijk is van het type van fout: problemen over de toename in snelheid in functie van de tijd lijken sterk te evolueren met leeftijd en afhankelijk te zijn van het soort van taak, terwijl problemen over de invloed van massa op de snelheid veel minder evolueren met de leeftijd, en zich systematischer manifesteren in verschillende soorten taken.

Uiteraard moeten de conclusies van dit onderzoek met de nodige omzichtigheid worden geïnterpreteerd. De studie is namelijk niet zonder tekortkomingen. Zo geven de gestandaardiseerde onderzoeksmethode en het beperkt aantal subjecten slechts een beperkte blik op de eigenlijke ideeën die de leerlingen in de aangeboden probleemsituaties ontwikkelden. Door het verzamelen van meer kwalitatieve data, het meer doorvragen en het langduriger volgen van leerlingen in verschillende situaties zou wellicht kunnen worden aangetoond hoe consistent de kennis is die leerlingen hebben over de beweging op het hellend vlak, en in welke mate die wordt beïnvloed door de specifieke taak en de omstandigheden waarin die taak wordt afgenomen. Men kan zich zelfs afvragen in welke mate de verschillende condities werkelijk impliciete, expliciete en schoolse kennis hebben uitgelokt, en of de verschillende kennisvormen ook niet van invloed waren in de andere condities. De verschillen in de antwoordpatronen hebben echter wel duidelijk uitgewezen dat er andere vormen van kennis werden uitgelokt in de onderzoekscondities. Verder is er een aantal moeilijkheden met de opdrachten die in dit onderzoek werden gebruikt, met name de taak in verband met de invloed van de massa op de versnelling op het hellend vlak. In een ideale situatie (valsituatie in een vacuüm) is er geen wrijving, en is er geen enkel verband tussen de massa en de snelheid van een vallend voorwerp. Op een hellend vlak in een niet-ideale situatie liggen de zaken natuurlijk anders. Onderzoek (Cahyadi & Butler, 2004) heeft immers aangetoond dat studenten bij problemen over beweging beter presteren wanneer de situatie als ideale situatie kan worden beschouwd, dan wanneer ook reële overwegingen moeten worden gemaakt.

Niettemin heeft dit onderzoek aangetoond welke productieve ideeën leerlingen op relatief jonge leeftijd reeds hebben over de beweging op een hellend vlak, terwijl ze tegelijk sterk geneigd zijn om lineair te redeneren in gelijkaardige problemen die op een geheel andere manier worden aangeboden. Deze productieve ideeën kunnen het vertrekpunt vormen voor het natuurkundeonderwijs, maar ook het feit dat leerlingen – net als bij het oplossen van wiskunde problemen – in andere situaties hun productieve ideeën aan de kant laten liggen, lijkt een belangrijke vaststelling die de nodige aandacht verdient in de onderwijspraktijk.

English summary

Previous research has shown that already before the start of formal physics education, students often acquire knowledge about the principles governing certain physical situations. Moreover, the responses given by learners seem to depend strongly on the way in which this knowledge is tapped. In this paper, we investigated students' knowledge of the motion on an inclined plane, and more specifically on the acceleration (relation distance/time) and on the relation between the speed and the mass of an object. We specifically focused on students' tendency to assume linear relations in these situations.

A group of 8-, 11-, and 17-year olds was involved in three research conditions, that were developed to tap specifically students' scholastic, implicit, and explicit knowledge about the same physical situations. The results showed that students of all age groups were inclined to improperly assume linear relations in the aforementioned situations. This tendency, however, was strongest in 11-year olds and weakest in 8-year olds. Moreover, substantial differences were found between the research conditions. The linear reasoning tendency was strongest in the scholastic condition, and much weaker in the tasks tapping implicit and explicit knowledge.

Noot

1. Dit onderzoek werd deels gefinancierd door de onderzoekstoelage GOA 2006/01 'Developing adaptive expertise in mathematics education' van het Onderzoeksfonds van de Katholieke Universiteit Leuven. De auteurs bedanken Carolien Verheyen, Dieter Coudeville en Friedel Pattyn voor hun assistentie bij het uitvoeren van dit onderzoek, en de anonieme beoordelaars voor hun behulpzame feedback op een eerdere versie van dit manuscript.

Literatuur

- Anderson, N.H. (1983). Intuitive physics: Understanding and learning of physical relations. In T.J. Tighe and B.E. Shepp (Eds.), *Perception, cognition, and development: Interactional analyses* (pp. 231-265). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cahyadi, M.V., & Butler, P.H. (2004). Undergraduate students' understanding of falling bodies in idealized and real-world situations. *Journal of Research in Science Teaching*, 41, 569-583.
- Champagne, A.B., Klopfer, L.E., & Anderson, J.H. (1980). Factors influencing the learning of classical mechanics. *American Journal of Physics*, 48, 1074-1079.
- Clement, J., Brown, D.E., & Zietsman, A. (1989). Not all preconceptions are misconceptions: Finding 'anchoring' conceptions for grounding instruction on students' intuitions. *International Journal of Science Education*, 11, 554-566.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity: From analysis to improvement* (Mathematics Education Library). New York: Springer.

- Dienes, Z., & Perner, J. (1999) A theory of implicit and explicit knowledge. *Behavioural and Brain Sciences*, 22, 735-755.
- diSessa, A. (1993). Toward an epistemology of physics. *Cognition and Instruction*, 10, 105-225.
- Duit, R. (2009). *Bibliography: Students' and Teachers' Conceptions and Science Education*. Op 19 augustus 2009 geraadpleegd op http://www.ipn.uni-kiel.de/aktuell/stcse/download_stcse.html
- Ebersbach, M., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (in press). Comparing knowledge on accelerated movements as measured by implicit and explicit tasks in 5- to 16-year-olds. *International Journal of Science and Mathematics Education*.
- Friedman, W.J. (2002). Arrows of time in infancy: The representation of temporal-causal invariances. *Cognitive Psychology*, 44, 252-296.
- Galilei, G. (1638). *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze: 1954, Dialogues concerning two new sciences*. New York: Dover.
- Halloun, I.A., & Hestenes, D. (1985). Common sense concepts about motion. *American Journal of Physics*, 53, 1056-1065.
- Kim, I.K., & Spelke, E.S. (1992). Infants' sensitivity to effects of gravity on visible object motion *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 18, 385-93.
- Krist, H., Fieberg, E.L., & Wilkening, F. (1993). Intuitive physics in action and judgement: The development of knowledge about projectile motion. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 19, 952-966.
- McCloskey, M. (1983). Naïve theories of motion. In D. Gentner & A. L. Stevens (Eds.), *Mental models* (pp. 299-324). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Proffitt, D.R., Kaiser, M.K., & Whelan, S.M. (1990). Understanding wheel dynamics. *Cognitive Psychology*, 22, 342-373.
- Stavy, R., & Tirosh, D. (2000). *How students (mis-)understand science and mathematics. Intuitive rules*. New York: Teachers College Press.
- Suarez, A. (1977). Die quadratische Funktion [The quadratic function]. In A. Suarez, *Formales Denken und Funktionsbegriff bei Jugendlichen* (pp. 93 - 121). Bern: Huber.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Depaepe, F., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2003). The illusion of linearity: Expanding the evidence towards probabilistic reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 53, 113-138.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. *Cognition and Instruction*, 23, 57-86.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2007). Students' over-reliance on linear methods: A scholastic effect? *British Journal of Educational Psychology*, 77, 307-321.

-
- Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2008). The linear imperative: An inventory and conceptual analysis of students' over-use of linearity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(3), 311-342.
- Vosniadou, S. (1994). Capturing and modeling the process of conceptual change. *Learning and Instruction*, 4, 51-67.
- Wilkening, F. (1981). Integrating velocity, time, and distance information: A developmental study. *Cognitive Psychology*, 13, 231-247.

