

# Diagnostiek bij het optellen en aftrekken onder de twintig

Karel Groenewegen, OBS Delfshaven, Rotterdam

Deze wat uitgebreide samenvatting kwam tot stand naar aanleiding van een presentatie van Marius Vos op 24 november 1999 voor het landelijk netwerk leraren basisonderwijs in Utrecht over het onderwerp diagnostiek bij het reken-wiskunde onderwijs.

Leerkrachten zijn de aangewezen personen om in eerste instantie problemen aan te pakken. Maar dan wel het liefst al in de kiem. Voorkomen moet worden dat de problemen zo groot worden dat het te moeilijk is om het kind binnen de klas te helpen en elders naar opvang (binnen of buiten de school) moet worden gezocht. Onderwijzen, signaleren, diagnostiseren en remediëren worden dan losstaande activiteiten. En dat leidt snel tot isolement van de leerling en verbrokkeling van de inspanningen om het kind weer bij de groep te halen.

Veel kinderen ontwikkelen bij het rekenen eigen oplossingsmanieren. Sommige zijn doeltreffend, maar andere zijn inefficiënt en ontoereikend. In veel gevallen ligt daar de verklaring van tegenvallende resultaten en de basis voor verbetering van deze resultaten met behulp van aanvullend onderwijs.

De meeste informatie over oplossingsprocessen van kinderen verkrijgt men door interactie met kinderen, door met ze te praten.

Door middel van een interactief diagnostisch gesprek met het kind, kan een nauwkeurig beeld worden verkregen van de manier waarop het kind de opgaven aanpakt en uitrekent. Voorwaarde voor een goed gesprek is dat de leerkracht zich voortdurend afvraagt of het kind begrijpt wat wordt gedaan en gezegd. Tegelijkertijd moet de leerkracht steeds nagaan of hij begrijpt wat het kind zegt en doet. Daarvoor is het nodig dat de leerkracht goed kan kijken en luisteren. Maar dit is niet voldoende. Om te kunnen begrijpen en te kunnen interpreteren, moet de leerkracht ook veel weten over hoe kinderen rekenen en over de verschillende handelingen die ze uitvoeren.

Deze interactieve werkwijze moet deel uit gaan maken van de dagelijkse lespraktijk van leerkrachten. Immers, naarmate er in de klas meer interactie plaatsvindt, zullen eventuele problemen ook eerder opgemerkt en in een vroegtijdig stadium verholpen kunnen worden.

Uitkomsten alleen zeggen onvoldoende over wat kinderen beheersen en wat niet. Uitspraken daarover kun je alleen doen door te bepalen hoe kinderen aan hun uitkomsten komen, hoe ze handelen.

Veel handelingen worden heel openlijk uitgevoerd. Sommige van deze handelingen zijn makkelijk observeerbaar: als kinderen met materiaal werken, heel openlijk op hun vingers rekenen, of tijdens het rekenen

hardop denken. Vaak handelen kinderen min of meer verborgen. Kinderen die op hun vingers rekenen, proberen dit meestal te verbergen.

Tenslotte zijn er mentale (innerlijke) handelingen die door hun karakter volledig verborgen zijn.

Er zijn twee manieren om te weten te komen hoe het kind denkt of gedacht heeft. Bij de eerste manier wordt het kind gevraagd hardop te denken tijdens het oplossen van het probleem (introspectie). Bij de tweede manier zegt het kind achteraf hoe het heeft gedacht (retrospectie). De eerste mogelijkheid is vaak moeilijk voor een kind. Denkhandelingen moeten dan direct worden omgezet in woorden, waardoor de kans groot is dat het kind in de war raakt. Het achteraf verwoorden, biedt het kind de mogelijkheid om toch wat anders te vertellen dan het oorspronkelijk dacht. Zeker als je als leerkracht vragen gaat stellen, waarbij je het risico loopt suggestieve vragen te formuleren. Of je dwingt een kind in een denkrichting, waarvan je veronderstelt dat het kind die gebruikt. Een leerling heeft dit snel door en zal zijn eigen denkpad verlaten en dat van jou volgen, getraind als het is in sociaal wenselijk reageren. Naast intro- en retrospectie staan de leerkracht nog een viertal technieken ten dienste. We noemen: (a) observeren wat het kind doet en zegt, (b) doorvragen of vragen om nadere uitleg om erachter te komen wat een kind bedoelt, (c) het uitlokken van reflectie, door het kind met eigen werkwijzen of die van anderen te confronteren en (d) het variëren van de opgave: men laat een kind een bepaalde opgave maken en geeft voor alle zekerheid nog een of twee vergelijkbare opgaven.

In het voorafgaande is het belang van het vaststellen van handelingen van kinderen benadrukt en zijn technieken besproken die hiervoor gebruikt kunnen worden.

Nu zullen we ons richten op de al eerder genoemde kwaliteit van deze handelingen. Dit laatste is nodig om te kunnen beoordelen of er sprake is van gewenst of ongewenst handelen, of van beheerst of niet beheerst handelen.

De kwaliteit van een handeling kan worden beschreven aan de hand van een aantal kenmerken of eigenschappen. We onderscheiden er vier:

## **1 De opbouw van een handeling**

Veel van de handelingen die worden uitgevoerd bij het verrichten van taken, zijn uit een aantal stappen opgebouwd. We spreken daarom ook wel van deelstappen. We lichten dit toe aan de hand van een voorbeeld:

Wim vertelt hoe hij 15-8 heeft uitgerekend:

“15, dan eerst 5 eraf is 10, dan nog 10 min 3 is 7”.

De oplossing is opgebouwd uit de volgende bouwsteenopgaven:

- leegmaken tot het tiental
- verdelen van acht in vijf en nog wat ( $8 = 5 + 3$ )
- en dat aftrekken van tien ( $10 - 3$ )

## 2 De mate van verkorting van een handeling

Als kinderen beginnen met rekenen is hun handelen heel uitvoerig, maar allengs gaan ze hun handelingen steeds meer verkorten. Dat wil zeggen kinderen bereiken hetzelfde doel via een kortere weg. En die weg is korter omdat ze minder deelstappen uitvoeren.

Als voorbeeld laten we de ontwikkeling van handelingen bij het optellen tot twintig zien.

Opgaven als  $5 + 8$  worden in de loop der jaren als volgt uitgerekend:

- aanvankelijk door 8 *één voor één* bij 5 te tellen:

“5, ..., 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, is 13”,

- later leren kinderen de *commutatieve eigenschap* toe te passen en beginnen bij de grootste term te tellen:

“8, ..., 9, 10, 11, 12, 13, is 13”,

- weer verder in het leerproces tellen kinderen niet meer maar *vullen* de ene term *aan tot tien* en tellen de resterende eenheden daarbij op:

“ $8 + 2 = 10$ ,  $10 + 3 = 13$ ”

- of ze maken gebruik van *verdubbelingen* bij opgaven als  $7+8$ :

“ $7 + 7 = 14$ ,  $14 + 1 = 15$ ”,

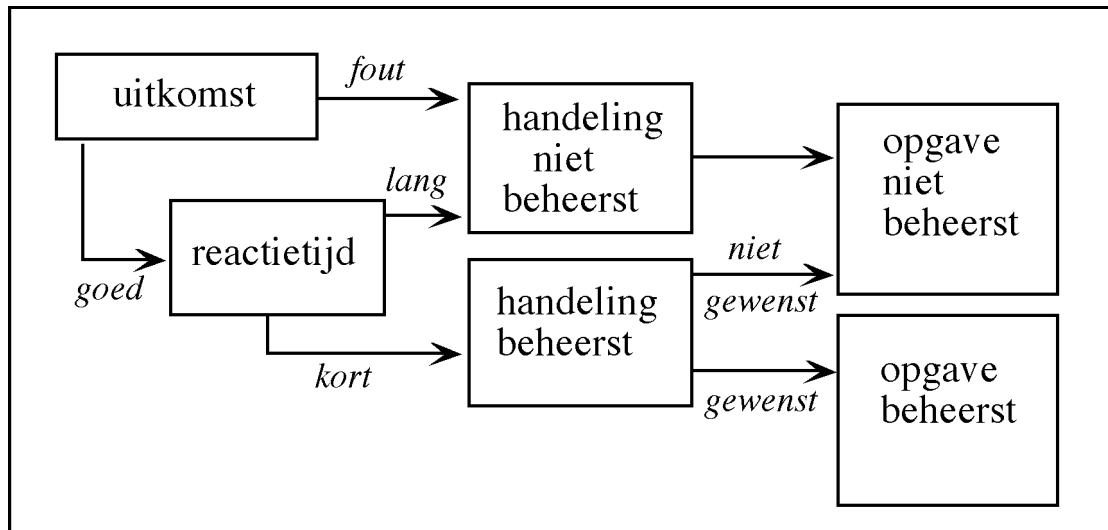
- en tenslotte *weten* ze direct het antwoord:

“ $5 + 8 = 13$ ”.

Eerder genoemd handelen wordt steeds verder verkort tot er in feite geen deelstappen meer zijn te onderscheiden. De opgave  $5 + 8$  roept dan direct het antwoord dertien op. We spreken dan van een geautomatiseerde (optimaal verkorte) handeling. Bij het rekenen komt verkorten er vaak op neer dat het kind de opgave omvormt tot een andere opgave, die met minder deelstappen opgelost kan worden.

Bij diagnostiek gaat het erom vast te stellen welke handelingen een kind uitvoert, of ze verkort en dus gewenst zijn en of ze beheerst worden.

Schematisch weergegeven:



### 3 Het niveau van een handeling

Kinderen kunnen handelingen op diverse niveaus uitvoeren:

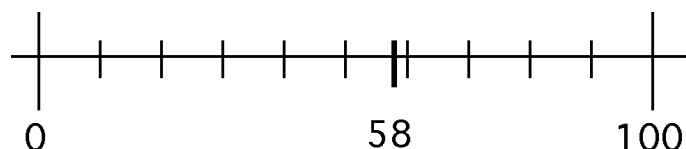
#### 3.1 Materieel niveau

Wanneer een kind een handeling met concrete voorwerpen uitvoert en daarbij materiaal aanraakt of verplaatst, spreekt men van een handeling op materieel niveau. Voordat een kind materiaal aangeboden krijgt als ondersteuning bij het oplossen van een bepaalde opgave, moet men zich eerst afvragen of het materiaal als steunpunt voor verkorting van het handelen kan dienen. Zo heeft het bijvoorbeeld geen zin om kinderen die bij opgaven als  $7+6$  alsmaar blijven bijtellen, als hulp losse blokjes te geven. Werken met losse blokjes is in dit geval niet effectief omdat elke structuur (bijvoorbeeld de 5-structuur) ontbreekt.

#### 3.2 Gematerialiseerd niveau

Bij gematerialiseerd handelen in het reken-wiskunde onderwijs gaat het om het werken met aanwezige schema's, modellen, afbeeldingen, waarin wiskundige kenmerken zijn weergegeven, die van belang zijn voor het uitvoeren van een verkorte handeling.

Een voorbeeld van gematerialiseerd handelen, is het werken op een getallenlijn waarop de tientallen zijn aangegeven door streepjes die op gelijke afstanden van elkaar staan:



#### 3.3 Perceptief niveau

In situaties waarbij aanwezige materialen of afbeeldingen als ondersteuning worden gebruikt door er alleen naar te kijken, spreken we van perceptief handelen. Wanneer kinderen bijvoorbeeld voorwerpen tellen door er één voor één met hun ogen langs te gaan, of bij het optellen

of aftrekken naar hun vingers kijken, is er sprake van perceptief handelen.

### **3.4 Verbaal niveau**

Wanneer een handeling is gebaseerd op hardop gesproken woorden en niet op materiële steun van voorwerpen of afbeeldingen, wordt er op verbaal niveau gehandeld. Het oplossen van opgaven op verbaal niveau, zonder steun van materiële zaken, betekent dat er een zekere mate van abstractie heeft plaatsgevonden bij het kind. In die zin is verbaal handelen een tussenstation tussen materieel- en mentaal handelen.

Een voorbeeld ter verduidelijking.

Bij het uitrekenen van de opgave 58-32 gebruikt een kind MAB-materiaal en zegt:

“Nou, dan pak ik eerst deze (vijf tientallen) en dan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 van de blokjes. Dan moeten eraf die (haalt drie tientallen weg) en deze (haalt twee eenheden weg)”. Tenslotte kijkt het kind naar de resterende hoeveelheid en zegt “26 over”.

Waar het telkens om gaat, is dat de leerkracht zich afvraagt wat het belangrijkste steunpunt voor het denken is: zijn dat de materialen of afbeeldingen, of zijn het in eerste instantie hardop gesproken woorden.

### **3.5 Mentaal handelen**

Handelingen waarbij met begrippen, voorstellingen en regels wordt gewerkt, zonder steun van voorwerpen, schema's of hardop gesproken woorden, noemen we mentale handelingen.

René en Mohammed (groep 4) geven allebei een goede uitkomst van de opgave 16-6. Daarna vertellen ze hoe ze gerekend hebben.

René: “Dat weet ik zo, die 6 kan er in één keer af,  $16-6=10$  en  $10+6=16$ ”.  
Mohammed: “Ik dacht in mezelf 15 is 1, 14 is 2, 13 is 3, 12 is 4, 11 is 5 en 10 is 6”.

Weliswaar handelen beide kinderen op mentaal niveau, maar de werkwijze van Mohammed laat nog te wensen over. Het niveau waarop wordt gehandeld, zegt op zich dus nog niet zoveel over de kwaliteit van de handeling. Daarom moet een handeling ook op andere eigenschappen worden bekeken.

## **4 Wendbaarheid van een handeling**

De laatste eigenschap die we beschrijven, is de wendbaarheid van een handeling. Wendbaarheid zegt iets over de mogelijkheid om een handeling in andere situaties uit te voeren zonder dat daarvoor iets nieuws hoeft te worden geleerd. Wanneer een kind bijvoorbeeld de handeling ‘afsplitsen’ alleen toepast bij de opgave  $4+5$  ( $4+4+1$ ) en niet bij opgaven als  $4+3$  ( $4+4-1$ ),  $9+7$  ( $10+7-1$ ) en niet bij  $39+7$  ( $40+7-1$ ) is er sprake van een geringe wendbaarheid van de handeling.

### **Protocolleren**

Noteer wat je gehoord en gezien hebt. Denk met name aan de gebruikte oplossingsstrategie, je observaties, de tijd die het kind nodig heeft om de oplossing te vinden en de uitkomst die het geeft.

Je kunt daarbij uitgaan van een spontane wijze van noteren of gebruik maken van protocolformulieren die je zelf hebt ontwikkeld.

Ook kan gebruik worden gemaakt van commerciële pakketten, zoals 'Kwantiwijzer' (Zwijsen) en 'RekenRadar' (niet meer verkrijgbaar) en 'Hoe verder na de toets' (Cito).

Opnemen van het gesprek op een cassette recorder kan zeer behulpzaam zijn. Het komt het analyseren en interpreteren ten goede.

En misschien ook het bekritisieren van je eigen gedrag.

Voor dit verslag is voor een belangrijk deel gebruik gemaakt van de ideeën achter de 'Kwantiwijzer voor leerkrachten' en de 'RekenRadar'.