

Het Europees Platform organiseert regelmatig reizen naar het buitenland voor docenten. In het najaar van 1999 was het weer zover en kon een groep wiskundedocenten kennis nemen van het wiskundeonderwijs in Hongarije. **Hans van Lint** was erbij en doet verslag.

## Wiskunde in Budapest

De reizen van het Europees Platform hebben tot doel Nederlandse docenten kennis te laten nemen van het onderwijs buiten onze grenzen en contacten te leggen met buitenlandse collega's. Volgetankt met nieuwe ideeën via het bijwonen van lessen, praten met collega's uit het bezochte land en onderlinge gesprekken, komen zij terug en gaan vaak weer met groot plezier en inspiratie aan de slag op eigen bodem.

Op stap met 28 wiskundeleraars in Budapest, een heerlijke ervaring. Een buitengewoon leuke groep docenten heeft de week van 27 september tot 4 oktober doorgebracht in Budapest met hard werken op Hongaarse Gymnasia en zo af en toe met genieten van het vele dat Budapest te bieden heeft.

### Wat hebben we daar meegemaakt

1. Een lezing over historische achtergronden van het wiskundeonderwijs in Hongarije.
2. Een uitgebreide uiteenzetting van de vele wedstrijden, competities, clubs en kampen die in Hongarije georganiseerd worden met de bedoeling leerlingen kennis te laten maken met de vele leuke problemen in ons vak.
3. Een college aan eerstejaarsstudenten bij de lerarenopleiding, met aansluitende discussie over die lerarenopleiding.
4. Twee dagen lessen bijwonen op vijf verschillende gymnasia. (Twee deelnemers hebben ook een keer een VBO-school bezocht.)
5. Een dag zelf lesgeven aan Hongaarse leerlingen over een onderwerp uit onze VWO wiskunde A.
6. Twee middagen zelf verwoed puzzels oplossen van Professor Lajos Posa, die geassisteerd door enthousiaste studenten zijn vele wiskundige spelletjes zo didactisch goed heeft opgebouwd, dat geweldige kansen ontstaan op het kweken van grote belangstelling voor de wiskunde.

In verschillende opzichten zou het voor collega's in ons land een verademing zijn om wiskundeleraar te worden

in een land als Hongarije. Op veel scholen vindt men het vak wiskunde zó belangrijk, dat voor de wiskundelessen de klassen gesplitst worden in twee groepen van twaalf tot zestien leerlingen. De leerlingen zwijgen en staan op als de leraar binnenkomt en gaan pas weer zitten als de docent dat aangeeft.

De meeste scholen selecteren via een toelatingsexamen. Daarbij kunnen ze een soort specialisme van de school zodanig uit laten komen, dat leerlingen die geschikt zijn om in dat specialisme verder te komen, op die school komen. Hoewel men het gaat veranderen, waren er scholen die leerlingen van tien jaar oud als jongsten hadden en scholen die begonnen met leerlingen van twaalf of zelfs van veertien jaar. Het was dus altijd mogelijk om gedurende meerdere jaren toelatingsexamen te doen.

Met een enorm tempo kan de leraar veel stellingen of opgaven behandelen, terwijl de leerlingen goed opletten en alles braaf van het bord overnemen.

Het eindexamen wiskunde is in Hongarije van verbluffende eenvoud. De leerlingen hebben een opgavenboek met ruim 4000 opgaven, welke tijdens hun schoolloopbaan wordt doorgewerkt. Op de dag van het examen wordt via de radio een aantal opgaven uit dit boek opgenoemd, als een razende gekopieerd en aan de wachtende leerlingen uitgedeeld.

### In de klas

Wij woonden een les integraalrekening bij. Op het linkerbord kwamen twee kolommetjes te staan waarbij de afgeleiden en de primitieven van bekende basisfuncties ingevuld werden. (Bedenk goed dat we alleen de wiskunde begrepen, maar niet de vragen die erbij uitgesproken werden.) Er werden enkele voorbeelden gemaakt waarbij redelijk slordig met de  $dx$  in de notatie werd omgesprongen. Toen kwam de uitleg van de partiële integratie en daarmee was de les afgelopen. Wij spraken nog even met de lerares en hoorden dat dit de eerste les over integraalrekening was!!!

Er werden in deze les weinig vragen aan de leerlingen gesteld. Dat gebeurde in andere lessen meer, maar zoiets is

natuurlijk ook afhankelijk van de docent(e).

Uiteraard kwam er wel eens een fout op het bord. Enkele malen merkten wij dat een door een leerling gemaakte fout op het bord via een kort gesprekje tussen die leerling en de docent(e) snel werd verbeterd. Het leek erop of de docent zich schaamde voor de fout van de leerling, terwijl wij vermoedelijk die fout hadden aangegrepen om de klas erbij te betrekken en het probleem nog eens voor iedereen uit te leggen.

Een fout die door een leraar op het bord gemaakt werd, bleek soms wel door leerlingen opgemerkt te worden, maar het was net of zij dat niet hardop durfden te zeggen. De interactie is bij ons veel groter, maar daardoor is het bij ons natuurlijk vaak ook onrustiger. Verschillende malen merkten wij dat de lesgevende docent(e) rustig door kon blijven gaan nadat de bel gegaan was (vaak hebben zij tussen elke twee lessen tien tot vijftien minuten pauze). Er was geen sprake van opstand of protest bij de leerlingen. Veel docenten hebben geen behoefte aan modellen, geodriehoeken, rekenmachines, en dergelijke. Het gaat om het redeneren, zeggen ze.

Bijzonder was ook bij een aantal lessen te merken dat de docent(e) midden in de les ineens een wiskundig puzzeltje liet maken, dat niets met de leerstof te maken had.

Het aantal wiskundige wedstrijden zoals de Wiskunde-Olympiade en de Kangoeroe dat men organiseert, is veel groter dan bij ons. Ze kennen niet onze wiskunde-A en wij hebben dus een poging gedaan om ze zover te krijgen dat ze met onze wiskunde A-lympiade mee gaan doen.

## Puzzelwiskunde

Professor Lajos Posa heeft een zeer groot aantal puzzels en spelletjes ontworpen voor leerlingen van tien tot achttien jaar. Hierbij is er doorgaans voor gezorgd dat alle kinderen er wel mee aan de slag willen. Bij het eerste soort wordt bijvoorbeeld gevraagd hoe vaak je minimaal moet wegen om iets te weten te komen. Iedereen vindt wel een minimum, al is het vaak niet het absolute minimum.

Bij het tweede soort moeten de kinderen een eigen strategie ontwikkelen in een spel tegen een andere speler. Telkens kan dan blijken dat je de strategie moet bijstellen of

veranderen. Je leert door het spelen, maar moet regelmatig ontdekken dat een ander het wat beter aan kan pakken.

### Voorbeelden

1. Er zijn vijf ogenschijnlijk identieke gewichtjes, waarvan er vier zijn die 100 gram wegen en één die 101 gram weegt. Hoeveel wegingen met een weegschaal (en dus geen balans) heb je nodig om het te zware gewichtje te identificeren? Je kunt ze natuurlijk één voor één wegen en dan heb je in het beroerste geval vier wegingen nodig. Je kunt ook beginnen met vier te wegen of, nog beter, een drietal eruit pakken en die wegen. Vanzelf gaat men systematisch door de mogelijkheden heen. Als het juiste, minimale aantal gevonden is, gaat het probleem verder met de vraag hoe het zit met zes gewichten en zeven, enzovoorts. Ten slotte draaien we het om en vragen hoeveel gewichten er mogelijk zijn als uitgangspunt in dit probleem als het minimale aantal wegingen bijvoorbeeld zes is.
2. Op een soort ganzenbord met genummerde hokjes leg je een munt op hokje 1. Om de beurt mag je de munt verleggen. Het aantal plaatsen vooruit mag elk getal zijn kleiner of gelijk aan het getal waar de munt op ligt (je mag dus maximaal komen tot het hokje met het dubbele van het getal in het hokje waar de munt ligt). Winnaar is degene die de munt op het hok met nummer 50 legt. (Je kunt natuurlijk ook 40 nemen of weer iets anders, maar dan is er bij juiste strategie soms een andere winnaar!) Het spel is uit te breiden door bijvoorbeeld te verbieden een hoek om te gaan op het bord. Je mag dan hoogstens tot in de hoek komen en de andere speler mag dan verder. Ook is het mogelijk iemand het recht te geven om een keer te passen en dus de beurt voorbij te laten gaan.

## Samenvattend

Er wordt in Budapest veel gedaan om interesse voor wiskunde bij leerlingen te kweken.

De wiskunde die in de klas behandeld wordt, is zeer degelijk, maar in onze ogen ouderwets en niet realistisch getint. De leerlingen doen prettig mee in de les, zijn geïnteresseerd en redelijk pienter, maar de interactie tussen docenten en leerlingen is soms aan de magere kant.

*Hans van Lint, Zwolle*