

Een van de plenaire sprekers op de Nationale Wiskunde Dagen van 4 en 5 februari 2000 was **Peter Ransom**, verkleed als zeerover. In een interactieve lezing werden metingen verricht en data verzameld en geanalyseerd. En passant kwamen enkele navigatie-instrumenten aan de orde.

Lichaamsmaten en navigatie-instrumenten

Uitgangspunten

Met mijn elfjarige leerlingen doe ik geregeld aan gegevensverwerking in relatie tot lichaamsmaten. De lessen zijn gebaseerd op het principe dat een aantal lichaamsmaten in een vaste verhouding tot elkaar staan, waardoor je bijvoorbeeld met je hand hoeken kunt meten.

Stuurlui gebruikten dit principe vroeger om de geografische breedte op zee te vinden.

Doel van die lessen met mijn leerlingen is:

- lichaamsmaten ontdekken
- meten met een geschikte mate van nauwkeurigheid
- wiskundig modelleren
- eenvoudige goniometrie gebruiken.

Aan de hand van vergelijkbare gegevens verzameld onder de deelnemers van de Nationale Wiskunde Dagen werk ik dit idee verder uit en breng het in verband met enkele oude navigatie-instrumenten uit de zeevaart.

De Jacobsstaf

De Jacobsstaf is waarschijnlijk uitgevonden door de joodse sterrenkundige Levi Gerson (1288-1324? 1344?). Hij werd gebruikt door Regiomontanus voor astronomische waarnemingen en werd in de zestiende eeuw ingezet voor landmeten en navigatie op zee.

Het instrument bestaat uit een houten liniaal met op elke zijde een schaalverdeling en haaks daarop een schuiflat. Door de schuiflat zo te houden dat langs de onderkant de horizon en langs de bovenkant een hemellichaam gezien kan worden, is de hoogte van dat hemellichaam op de schaalverdeling van de meetlat af te lezen.

In 1986 gaf Nederland een serie postzegels uit met daarop de balans, de klok, de barometer en de Jacobsstaf.



fig. 2 Serie postzegels met meetinstrumenten

De Jacobsstaf ging als navigatie-instrument op zee langer mee dan als instrument voor het landmeten. In het midden van de achttiende eeuw raakte de staf in onbruik. De meest gebruikte vorm van de Jacobsstaf werd beschreven door Michael Coignet in 1581. Hij beschreef een staf met een vierkante doorsnede en een lengte van ongeveer 1,3 meter. Langs de stok kon een dwarslat schuiven (zie de rechter postzegel in figuur 2) en een schaalverdeling op de stok stelde de gebruiker in staat om via gelijkvormigheid lengtes en afstanden te berekenen. Coignet werkte met dwarslatten van verschillende lengten, in de verhouding 1:4:8, die elk correspondeerden met een schaalverdeling op één van de zijden van de stok. Afhankelijk van de grootte van de hoek koos men er een. Het correct graveren van de stok is, ook voor leerlingen, een uitstekende gelegenheid om eens wat gonio in de praktijk te gebruiken, of om te tekenen op schaal. Meestal werd ebbenhout gebruikt, omdat dat gemakkelijk te bewerken is en duurzaam is onder extreme omstandigheden.



fig. 3 Zeventiende-eeuwse zeerover met Jacobsstaf

Vermoedelijk is het principe van de Jacobsstaf in de vroege oudheid door sterrenkundigen ontwikkeld. Zij ontdekten dat je met een gestrekte hand een vaste kijkhoek vanuit het oog kunt uitzetten. Hiermee konden ze

een schatting maken van de hoek die de poolster maakt met de horizon. Een zeeman kan met behulp van die hoek de breedtegraad van zijn positie op zee bepalen.

Gegevens verzamelen

Ik vroeg zowel aan mijn leerlingen als aan de deelnemers van de Nationale Wiskunde Dagen om de hoek te schatten die gevormd werd door hun oog en de uitgestrekte handpalm.

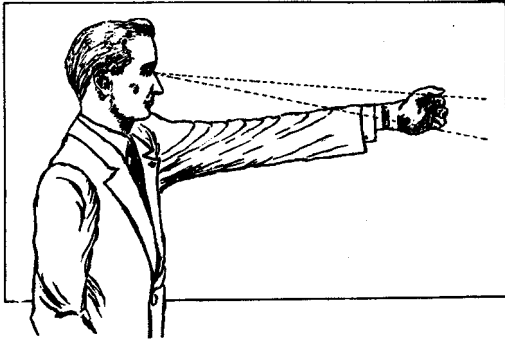


fig. 4 Hoek van handpalm met oog

Omdat het modelleringsproces te bevorderen, gaf ik geen nadere aanwijzingen over hoe dit aan te pakken. Ze konden wel gebruik maken van een meetlint. Het was interessant om te zien hoe sommigen gingen meten vanaf de plaats waar ze veronderstelden dat zich de achterkant van het oog bevindt, omdat daar het beeld wordt gevormd. Anderen gingen juist vanaf de oogbal meten, omdat daar de lichtkegel samenkomt. Een mooi punt voor discussie! Met mijn leerlingen op school maakte ik geen onderscheid tussen jongens en meisjes. Maar na enig nadenken bedacht ik dat er toch verschil zou kunnen zijn en daarom maakte ik op de NWD onderscheid tussen heren en dames.



fig. 5 Er wordt druk gemeten op de NWD

Ik liep rond om de gegevens te verzamelen en voerde die in op een grafische rekenmachine, zodat we die met zijn allen via Viewscreen konden bekijken (zie figuur 6). Er ontstond meteen discussie over de meetnauwkeurigheid. De meesten gaven de grootte van de hoek in één of

twee significante cijfers. De lengte van de arm wordt doorgaans in twee significante cijfers gegeven (als je tenminste met centimeters werkt) terwijl je de breedte van de hand in één cijfer geeft.

HEREN	DAMES	----	8
6.8	7.5		
8.5	9.5		
7.6	15		
5.5	7.8		
7.4	8.4		
7.4	8.426		
7.5	7		
DAMES(18) = 7			

fig. 6 Geschatte hoeken van handpalm met oog

Bij vier of meer significante cijfers voor de bedoelde hoek ontstond natuurlijk de nodige hilariteit. (Het aardige van de Viewscreen is dat iedereen alle gegevens kan zien, maar dat je alleen maar je eigen gegevens kunt herkennen.) Ik vroeg overigens niet naar de nauwkeurigheid toen ik de gegevens verzamelde, maar noteerde slechts de hoek die men mij opgaf.

De volgende stap was om de boxplots van beide verzamelingen te bekijken. Door met de trace-functie van de heren naar de dames te springen, kun je de gegevens mooi vergelijken.

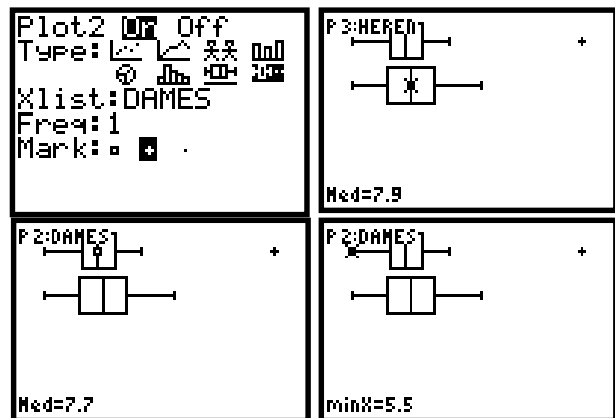


fig. 7 Boxplots bij de dataverzameling

Wiskundig model

De meeste deelnemers maakten bij hun wiskundige modelvorming gebruik van goniometrie. Er waren twee varianten, beide gebaseerd op rechthoekige driehoeken (zie figuur 8). Het derde model dat gebruik maakt van de booglengte is heel aardig, maar jammer genoeg begint de arm niet in het oog. Ook hierover ontstond de nodige discussie.

Natuurlijk is de handpalmhoek niet de enige lichaamsmaat die je dagelijks met je meedraagt.

Een paar vuistregels die gebaseerd zijn op het principe van de vaste lichaamsverhoudingen en die nog steeds worden gebruikt zijn:

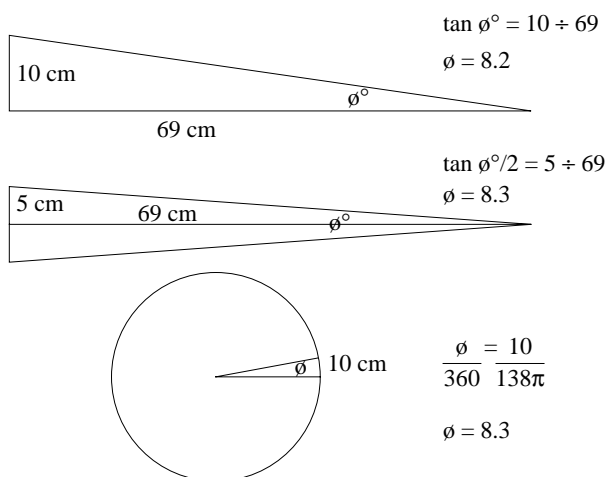


fig. 8 Drie modellen voor de handpalm hoek

Strek je arm recht naar voren en spreid je vingers. Dan is de hoekmaat tussen het topje van je duim en van je pink ongeveer 20° (ook wel handspan genoemd).

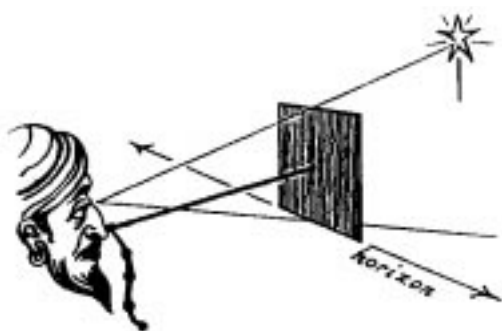
De hoekmaat van een gesloten vuist is ongeveer 10° .

De hoekmaat van de nagel van je wijsvinger is ongeveer een graad (dat is ruwweg twee keer de breedte van de maan).

De zon legt ongeveer één graad in vier minuten af. Omdat de zon een halve graad breed is, duurt een zonsondergang van het eerste contact met de horizon tot de totale ondergang ongeveer twee minuten + een beetje, afhankelijk van de hoek die de baan van de zon met de horizon maakt.

Een stukje geschiedenis

Misschien leidde het eerste gebruik van deze regels wel tot de ontwikkeling van de Al-Kemal plaat. Vroegere navigators realiseerden zich dat hoe noordelijker ze reisden, hoe hoger de poolster boven de horizon stond. Ze gebruikten een houten plankje van 15 cm in het vierkant met in het midden een gat waar doorheen een koord liep met een knoop aan het eind. Laten we aannemen dat de eigenaar van dit instrument vanuit Bombay is vertrokken.



In Bombay gaat hij 's nachts aan dek. In zijn rechterhand houdt hij het plankje in de richting van de poolster. Vervolgens schuift hij het plankje van zich af of naar zich toe, totdat de onderkant samenvalt met de horizon en de poolster met de bovenkant. Met zijn duim en wijsvinger van zijn linkerhand trekt hij het koord strak totdat zijn duim zijn neus raakt. Bij dit punt pakt hij het koord beet en legt daar een knoop.

Deze knoop noemt hij 'Bombay'. Het schip zeilt naar andere havens en de procedure wordt bij elke aankomst herhaald. Zo legt de navigator de breedtegraden vast van de havens die hij bezoekt. Met behulp van de knopen in het touw kan hij dan de eerder bezochte havens terugvinden. Om 'Bombay' terug te vinden, legt hij de gelijknamige knoop bij z'n neus en spant het touw strak (zie figuur 9). Hij vaart eerst naar het noorden totdat hij de Poolster aan de bovenrand van het plankje ziet en de horizon aan de onderrand. Vervolgens vaart hij pal west of pal oost tot Bombay is bereikt.



fig. 9 Het terugzoeken van een haven met de Al-Kemal plaat

De Jacobsstaf werkt op dezelfde manier. Het verschuivende kruisstuk op de gemerkte staf heeft dezelfde rol als de knopen in het touwtje van de Kemal plaat. Het kruisstuk wordt verschoven totdat één uiteinde de horizon en het andere uiteinde het te meten object raakt. Vervolgens kan de hoek van de schaal op de staf worden afgelezen. Ook de staf zelf kan in lijn worden gebracht met de horizon of het object. Waarnemingen aan sterren zijn geen probleem, maar een directe waarneming aan de zon, om de zonsdoorgang in de middag te berekenen, is niet aan te bevelen. Misschien hebben daarom zoveel zeelieden een lapje voor hun oog.

Tot slot

Er zijn genoeg interessante metingen te verrichten aan het menselijk lichaam. Ik nodig u uit om samen met uw leerlingen de juistheid van de volgende beweringen te onderzoeken:

- je armspan (afstand tussen de vingertoppen bij twee zijwaarts gestrekte armen) en je lichaamslengte zijn ruwweg aan elkaar gelijk

- je bent zes en een halve voet lang
- je hoofd krimpt met dat je leeftijd toeneemt (anders gezegd: de verhouding 'lichaamslengte : afmeting hoofd' neemt toe)
- grote handen dan ook grote voeten.

Wat mij betreft kan het meten met lichaamsmaten met recht een tijdloos onderwerp genoemd worden en is het een mooi thema voor in de wiskundeles.

Peter Ransom, The Mountbatten School, Romsey (U.K.)

Literatuur

- Blanchard, A. (1992). *Navigation A 3-Dimensional Exploration*. London: Tango Books.
- Bradley, A.D. (1942). *Mathematics of Air and Marine Navigation*. New York etc.: American Book Company.
- Collinder, P. (1955). *A History of Marine Navigation*. New York: St. Martin's Press.
- Daumas, M. (1972). *Scientific Instruments of the 17th & 18th Centuries and their Makers*. London: Portman Books.
- Fisher, D. (1995). *Latitude Hooks and Azimuth Rings. How to Build and Use 18 Traditional Navigation Tools*. Camden, Me: International Marine.
- Franks, H.G. (1942). *Holland afloat*. London: The Netherlands Publishing Co. Ltd.
- Gunter, E. (1636). *The Description and use of the Sector, Crosse-staffe & other Instruments*. London: William Jones.
- Hutson, A.B.A. (1974). *The Navigator's Art*. London: Mills & Boon.
- Keily, E.R. (1947). *Surveying Instruments: their history and classroom use*. New York: NCTM.
- Kenny, C.E. (1944). *The Quadrant and the Quill*. London: Metchim and Son.
- Macintyre, D. (1975). *The Adventure of Sail 1520-1914*. London: Paul Elek.
- Ransom, P.H. (1993). 'Astrolabes, Cross Staffs and Dials'. *Mathematics in School*, 22(4), 2-8.
- Smith, D.E. (1925). *History of Mathematics vol. I & II*. Boston: Ginn & Co.
- Stimson, A.N. & C.StJ.H. Daniel (1977). *The Cross Staff – Historical Development and Modern Use*. London: Harriet Wynter.
- Taylor, E.G.R. (1956). *The Haven Finding Art*. London: Hollis & Carter.
- Taylor, E.G.R. (1963). *A Regiment for the Sea by William Bourne*. London: CUP.
- Taylor, E.G.R. (1970). *The Mathematical Practitioners of Tudor & Stuart England 1485-1714*. London: CUP.
- Taylor, E.G.R. & M.W. Richley (1962). *The Geometrical Seaman*. London: Hollis & Carter.
- The Mathematical Association: *Mathematical Pie*, issues 3, 9, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 39, 44, 51, 63, 76, 96, 97.
- Turner, G.L'E. (1980). *Antique Scientific Instruments*. Poole: Blandford Press.
- Waters, D.W. (1967). *The Rutters of the Sea – The Sailing Directions of Pierre Garcie*. New Haven: Yale University Press.
- Waters, D.W. (1958). *The Art of Navigation in England in Elizabethan and Early Stuart Times*. London: Hollis & Carter.