

Eindelijk maar dan toch is het WisWeb van het Freudenthal Instituut een officieel project geworden. Het project richt zich op Internet-toepassingen voor het wiskundeonderwijs en draagt bij aan de onderlinge afstemming van de diverse initiatieven die er al zijn op dit gebied. **Martin van Reeuwijk** ging bovendien de klas in met het applet 'Bollen Schieten'.

Bollen Schieten

In augustus 2000 is het WisWeb-project van start gegaan. Het WisWeb bestaat al veel langer als een hoekje op de website van het Freudenthal Instituut, waar geëxperimenteerd werd met programma's en andere internettoepassingen voor het wiskundeonderwijs. Het WisWeb (www.fi.uu.nl/wisweb/) was een proeftuin en een hobbyhoek voor medewerkers van het FI met affiniteit met internet. Om het WisWeb te professionaliseren en om gestructureerder internettoepassingen te ontwikkelen en uit te proberen in de klas, is in het kader van de ICT-ontwikkelprojecten een WisWeb-projectvoorstel ingediend. Het WisWeb-projectvoorstel was een van de 322 ingediende voorstellen en is door de ministeriële jury als eerste geplaatst op de lijst van goedgekeurde voorstellen.

Het WisWeb-project

Het eerste doel van het WisWeb-project is het organiseren en toegankelijk maken van bestaande en nieuwe internettoepassingen die direct in het onderwijs te gebruiken zijn en die aansluiten bij het curriculum.

Drie scholen (Gregorius College in Utrecht, Greijdanus College in Zwolle, St. Michaël College in Zaandam) doen mee aan het project. Docenten van deze scholen proberen de bij het Freudenthal Instituut ontwikkelde internettoepassingen uit in de klas om meer te weten te komen over de (on)mogelijkheden van dit soort toepassingen voor het onderwijs. De ervaringen worden ook gebruikt om de internettoepassingen te herzien en te verbeteren. De docenten hebben daarnaast een inhoudelijke inbreng bij de ontwikkeling van nieuwe internettoepassingen die aansluiten bij het curriculum of delen daarvan kunnen vervangen.

Het tweede doel van het project is het afstemmen van activiteiten en taken op het internet met organisaties die actief zijn in het Nederlands wiskundeonderwijs. In ieder geval de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars, het wiskundelokaal van de digitale school, APS en kennisnet zijn betrokken in het afstemmingsoverleg. Belangrijker nog dan afstemmen is het elkaar geregeld informeren en daar waar mogelijk gebruik maken van elkaars kennis

en diensten. Het netwerk van wiskundeonderwijs op het web in Nederland is relatief klein en overzichtelijk. De meeste webmasters kennen elkaar en het is stimulerend om elkaar een paar keer per jaar in levende lijve te ontmoeten.

De beoogde resultaten van het WisWeb-project zijn:

- een website met inhoudelijke internettoepassingen voor het wiskundeonderwijs in het voortgezet onderwijs
- een netwerk van een aantal WisWeb proefscholen
- een platform van organisaties die actief zijn in het Nederlandse wiskundeonderwijs, waarbinnen afspraken over wie wat doet kunnen worden gemaakt.

Bollen Schieten als voorbeeld

Een van de bestaande applets op het WisWeb is *Bollen Schieten*. In het najaar is dit applet door een aantal docenten uitgetoetst. In dit artikel schetsen we aan de hand van de ervaringen met dit applet in een klas hoe we in het WisWeb-project aan het werk zijn.

Heruitvinden en werken op verschillend niveau

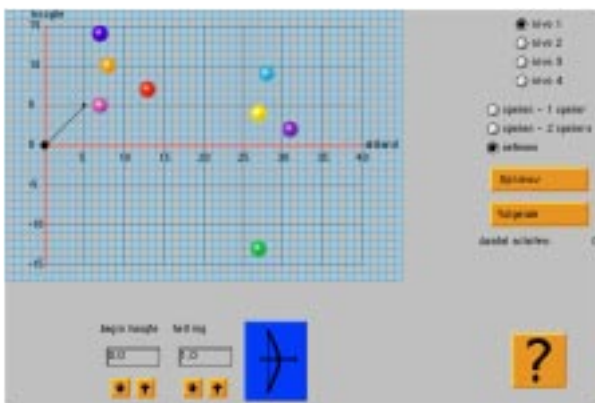
Reinvention – in 'goed' Nederlands heruitvinden – en *werken op verschillende niveaus* zijn belangrijke kenmerken van het realistisch reken-wiskundeonderwijs. In de dagelijkse praktijk blijkt het echter vrij lastig om leerlingen de wiskunde zelf te laten ontdekken. In een klas met dertig leerlingen is het moeilijk om ieder zijn weg te laten bewandelen en om leerlingen op verschillende niveaus te laten werken. In de boeken is meestal het een en ander voorgestructureerd om het onderwijs enigszins te stroomlijnen. Als docent wil je op een gegeven moment toch verder in het hoofdstuk, en dat betekent vaak de volgende stap naar de algemene abstracte(re) regel zetten. Niet alle leerlingen zijn daar dan al aan toe en voor anderen had die stap al veel eerder gezet kunnen worden. Door de lineaire structuur van de boeken is het moeilijk om te differentiëren en leerlingen op verschillende (eigen) niveaus te laten werken.

In het WisWeb-project proberen we onder andere onder-

wijs te ontwikkelen dat leerlingen meer ruimte biedt dan de boeken.

- Kunnen (kleine) programmaatjes zoals applets bijdragen aan het door de leerlingen uitvinden van de wiskunde?
- Hoe kunnen applets leerlingen stimuleren op eigen niveau bezig te zijn met de wiskunde?

Met deze twee vragen in het hoofd observeerden we een groep leerlingen die een les gingen bollen schieten. Het applet *Bollen Schieten* is een aangepaste versie van een wiskie-programma (Dekker en Doorman 1995, Harskamp 1999). Het doel is een rechte lijn te vinden waarmee je zoveel mogelijk bollen kapot kunt schieten. De helling en beginhoogte van de helling kunnen op verschillende manieren worden gevarieerd en berekend.



Een schermafbeelding van het applet bollen schieten

Ervaringen uit de klas

In een klas met zeven laptops werkten zeven paren leerlingen een klokuur met het applet. Het waren veertien willekeurige leerlingen uit een gemiddelde tweede HAVO-VWO klas op het St. Michaël College.



Met z'n tweetjes achter een laptop

De klas was bezig met het hoofdstuk over lineaire formules. Het zelf maken van lineaire formules was nog maar net aan de orde geweest en alleen nog met 'mooie' (hele) getallen voor helling en beginhoogte.

De docent Gerard Koolstra had een werkblad gemaakt met drie opdrachten:

- Oefen eerst een kwartiertje met het programma om uit te zoeken wat kan en hoe het werkt.
- Probeer met z'n tweeën in twaalf schoten zoveel mogelijk punten te halen.
- Als er tijd over is, speel het spel dan tegen elkaar.

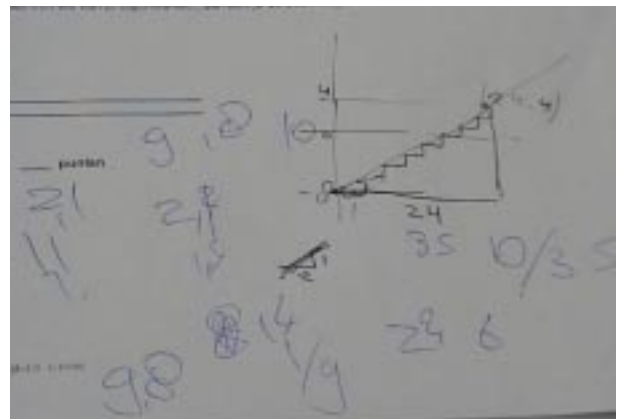
Vooraf de tweede opdracht werkte heel goed. Omdat leerlingen samen moesten werken, waren ze gedwongen om met z'n tweeën een strategie te bedenken die tot een hoge score zou leiden. En inderdaad praatten leerlingen met elkaar en probeerden ze elkaar te overtuigen van wat een slim schot zou zijn en waarom.

De meeste leerlingen kwamen aan het derde onderdeel niet toe.

Op verschillend niveau

Bij het oefenen en ook bij de tweede opdracht viel het op hoe de groepjes op verschillende niveaus aan het werk waren.

Een tweetal jongens probeerden een 'algemene' formule te vinden om de helling en de beginhoogte te vinden als je twee bollen kapot wilt schieten. Ze kozen twee bollen die ze kapot wilden schieten, lazen de coördinaten af, berekenden de helling tussen de twee punten en probeerden dan de beginhoogte te vinden door het 'aantal hokjes naar links van het dichtbijpunt tot de verticale as te vermenigvuldigen met de helling'.

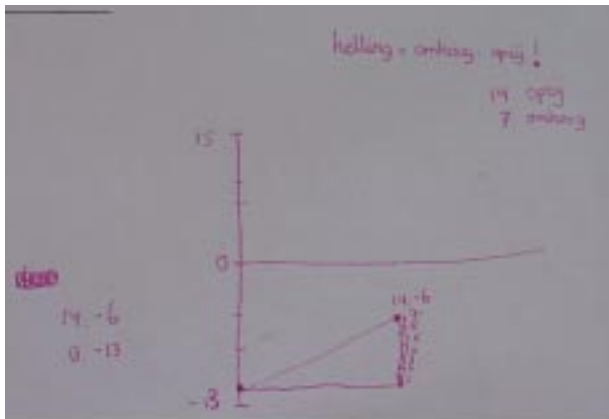


Krabbels bij de berekeningen om de beginhoogte te vinden

Twee andere leerlingen gebruikten vooral de grafiek op het scherm. Ze probeerden op het oog beginhoogte en helling te kiezen die tot veel kapotte bollen zouden leiden. Ze gebruikten de omhoog en omlaag pijltjes bij beginhoogte en helling en controleerden dan op het scherm of het lijntje goed stond.

Andere tweetallen keken naar hoeveel hokjes je opzij en

omhoog moest vanaf een bepaalde beginhoogte. Ze kozen dus een beginhoogte en berekenden van daaruit de helling van het schot om de gewenste bollen kapot te schieten.



En zo bereken je de helling 'omhoog gedeeld door opzij'

Leerlingen gebruikten naast de computer verschillende hulpmiddelen. De rekenmachine werd ingezet om berekeningen uit te voeren en te controleren, liniaal en geodriehoek werden gebruikt om op het scherm de lijn van het schot te 'tekenen' en er werd ook gewoon op papier geschetst en gerekend.

Reacties van leerlingen

In het uurtje bollen schieten kwam veel naar boven. Het werken met de muis – het slepen en klikken – behoefde geen toelichting en nauwelijks oefening; leerlingen waren daar zeer bedreven in.

Het spelkarakter van *Bollen Schieten* sprak de leerlingen aan. Dat motiveerde ze. Een hoge score halen is wat waard. En zoals het kritische leerlingen met computer-spelervaring betaamt, hadden ze over het spel nog wel het een en ander te zeggen:

- het is eerlijker als iedereen dezelfde 'kaart' heeft, dan kun je beter vergelijken:
'zij hadden een kaart met vier bollen op een rij, dan kun je een veel hogere score halen'
met de conclusie:
'dat is dus dan niet eerlijk'
(de bollen worden in het spel random geplaatst, en opdracht 2 waarin duo's 'tegen elkaar' spelen is niet een eerlijk spel, want elk duo krijgt een andere collectie bollen om op te schieten)
- 'als je raak schiet zou het leuk zijn als er een poppetje zichtbaar wordt, met geluid'
en
'de bollen zouden ook hoofden van docenten kunnen zijn'
- 'ook leuk als je tegen elkaar speelt en je de score van de ander kunt zien'
en
'ook leuk als je laptops aan elkaar kunt schakelen'

- 'liever op een hoog niveau spelen en niet zeker zijn van je zaak maar wel kans op een hoge score dan op een laag niveau zeker zijn maar met een lage score' (deze uitspraak werd door alle leerlingen onderschreven)
- 'als je het kunt zien is het veel makkelijker dan wanneer je niks kunt zien'
(de leerlingen bedoelen dat je op lage niveaus beginhoogte en helling kunt zien in de grafiek en op hoge niveaus niet).

naam	score
Jasper	140
Adrian	
Denise	230
	50
floret+afra	128
Daan+Ron	148
	139

De eindscores, met 148 hebben Daan en Ron hoog gescoord

Tot slot nog enkele losse opmerkingen van leerlingen. Sommige ervan lijken ingegeven door de docent (Gerard) of door mij, maar ze zijn echt van de leerlingen zelf.

- 'dit maakt leren leuker'
 - 'in het boek was het vaag, nu snap ik het wel'
 - 'dit is leuker dan een gewone les, want er wordt niet zoveel gepraat, je moet nu zelf nadenken en bedenken wat je moet doen'
 - '0,03 is 1 hokje als je 1 hokje omhoog gaat tot het eind'
(bedoeld wordt een helling van 1/35, helemaal tot het eind is horizontaal 35 hokjes en dan verticaal 1 hokje)
 - 'dit zou ik thuis ook wel willen doen, zeker als ik het als huiswerk zou 'moeten' doen'; 'in de les is dit moeilijk en vaag, maar nu is het makkelijk want ik kan het gewoon proberen'
 - 'oooooooooh, joooooooooh, het is gewoon coördinaten'
- en vervolgens maken deze leerlingen de sprong van het gewoon maar een beetje proberen door een leuke beginhoogte en helling te kiezen (op het oog) naar het niveau waarop ze de helling echt gaan berekenen.

Terugkijken

We vroegen ons af of het spel een realistische context is voor de leerlingen. Het onderwerp rechte lijnen wordt in de boeken geïntroduceerd en gepresenteerd in realistische contexten: vaste en variabele kosten, groei, snelheid. Bij *Bollen Schieten* is de grafiek eigenlijk zelf de context en ook het spel is niet realistisch in de zin van dat het in het echte leven voorkomt. De leerlingen hadden hier geen enkele moeite mee. Voor hen zijn spelletjes wel degelijk realistisch.

Wat hebben we geleerd?

Leerlingen waren een uur lang geconcentreerd bezig. Ze hadden het spel vrij snel (binnen tien minuten) door. Er waren verschillen in hoe leerlingen met de mogelijkheden van het programma omgingen:

- sommige leerlingen ontdekten dat je beginhoogte en helling kunt aanpassen door de lijn met de muis te slepen, terwijl anderen deze mogelijkheid in het geheel niet gebruikten
- er waren vrij veel leerlingen die niet zagen dat je de pijltjes naast startgetal en helling kunt gebruiken om de waarden te veranderen.

De verschillende niveaus waar op gespeeld kan worden waren duidelijk voor de leerlingen. Wat met name opviel, is dat elk tweetal een niveau (zowel van het spel als van werken) koos waarbij ze hun best moesten doen. Zo was het dus voor alle leerlingen uitdagend en ook leuk. Als het te makkelijk en te saai werd, maakten de leerlingen het zichzelf gewoon wat moeilijker en andersom. De uitspraak hieronder illustreert hoe leerlingen dat verwoordden:

'op niveau 4 is het wel het moeilijkst, maar dan kun je ook de meeste punten scoren, dan maar goed nadenken en rekenen.'

Dit op (verschillend) niveau bezig zijn is met het boek moeilijker te realiseren.

Vaak wordt in de boeken het oplossen van het probleem – de vraag waar het eigenlijk om gaat – voorafgegaan door een reeks hulpvragen. Hoewel lang niet alle leerlingen de hulpvragen nodig hebben, maken ze ze toch, waardoor ze minder uitgedaagd worden om op hun eigen niveau een oplossingsstrategie te bedenken.

Bij *Bollen Schieten* in deze klas kozen leerlingen een oplossingsstrategie op hun eigen niveau. Vaak was dat niveau een stuk hoger dan ze (in het boek) gewend waren.

En gedurende het werken met het applet kozen leerlingen na verloop van tijd een hoger niveau. De leerlingen 'konnen' en 'durfden' meer dan bij sommetjes uit het boek.

Een activiteit als *Bollen Schieten* kan heel goed gebruikt worden als vervanging van een stukje uit het boek. Het hoeft niet extra te zijn. Het stuk in het boek over 'de rechte lijn' kan nu heel snel.

Voorzichtige conclusies

Van ervaringen met *Bollen Schieten* en andere applets op de WisWeb-scholen hebben we geleerd dat applets leerlingen motiveren (het is leuk) en dat leerlingen het zelf bezig zijn en het zelf uitzoeken een zinnige manier van wiskunde leren vinden.

Het werken met applets biedt leerlingen meer uitdaging en vrijheid dan werken uit het boek, omdat leerlingen makkelijker op verschillende niveaus kunnen werken. Bovendien blijven leerlingen niet op één niveau werken, maar gaan (zelf) naar een hoger niveau als ze daar aan toe zijn.

Hoe verder?

We hebben nu geschetst hoe een les *Bollen Schieten* in z'n werk gaat, maar hoe vat je zo'n les nu samen? Hoe ga je er mee verder? Hoe pas je het werken met een applet in in het dagelijkse onderwijs? Is het voldoende dat de leerlingen bollen hebben geschoten en dat ze allemaal weten wat beginhoogte en hellinggetal zijn ... of willen we het nog een keer overdoen in de les? Hoe weet je wat de leerlingen hebben geleerd? Hoe toets je dit als je het al afzonderlijk zou willen toetsen?

Het voert te ver om nu op al deze vragen in te gaan. Op de meeste vragen hebben we ook nog geen duidelijke antwoorden. We hebben nog anderhalf jaar voor de boeg met het WisWeb-project en we hopen in een volgend artikel meer over onze ervaringen te kunnen schrijven.

Martin van Reeuwijk, Freudenthal Instituut, Utrecht

Literatuur

- Dekker, T & L.M. Doorman (1995). Algemene herhaling. *Nieuwe Wiskrant*, 14(2) pp. 21-23.
- Harskamp, E. (1999). Wiskie onder de loupe. *Nieuwe Wiskrant*, 18(4), pp. 13-20.