

Het ontwikkelen en uitvoeren van praktische opdrachten is een belangrijk thema in de Tweede Fase. In dit artikel beschrijft **Dédé de Haan** de ervaringen op twee scholen die meededen aan een kortlopend onderzoek op dit gebied.

Praktische opdrachten bij wiskunde: verslag van een onderzoek

Inleiding

Sinds de invoering van de Tweede Fase staan onderzoeksvaardigheden in het vak wiskunde in de eindtermen van zowel het HAVO als het VWO. Veel wiskundedocenten vragen zich af hoe je deze opdrachten op een voor leerlingen zinvolle manier kunt vullen.

In de eindtermen staan als algemene doelstellingen: *'een leerling kan gegevens met elkaar en met de probleemstelling in verband brengen, op grond daarvan een passende aanpak kiezen en deze zo mogelijk opsplitsen in deeltaken'* en *'een leerling kan in een tekst verstrekte gegevens doelmatig weergeven in een geschikte wiskundige representatie (model), en tevens vaststellen of een gekozen model voldoet en, indien nodig, een bijstelling hiervan suggereren'*.

Voor wiskundedocenten een compleet nieuw terrein! Hoe oefen je die vaardigheden? Hoe toets je ze? Hoe begeleid je leerlingen?

Aanleiding genoeg voor een onderzoek, in het kader van het Kortlopende Onderzoeksprogramma voor 1999 van de Landelijke Pedagogische Centra. In dit onderzoek is de vraag gesteld: *'In hoeverre kunnen leerlingen in de Tweede Fase van het voortgezet onderwijs leren om onderzoeksvaardigheden toe te passen in praktische opdrachten wiskunde en hoe kunnen docenten hen daarbij helpen?'*

Dit onderzoek heeft van het najaar 1999 tot aan het voorjaar van 2000 plaatsgevonden. Het onderzoek is uitgevoerd door het GION in Groningen, in samenwerking met het Freudenthal Instituut in Utrecht. De scholen die participeerden in het onderzoek waren SG Pantarijn in Wageningen en het Berlage Lyceum in Amsterdam (onderdeel van Scholengroep Esprit). Beide scholen zijn in 1998 begonnen aan de Tweede Fase, zowel in HAVO als VWO, en zijn daarmee 'voorloperscholen' van de Tweede Fase.

De genoemde onderzoeksvraag is in twee delen te splitsen, namelijk: hoe kun je leerlingen leren op een goede manier praktische opdrachten uit te voeren, en hoe kun je

docenten leren leerlingen op een goede manier daarbij te begeleiden?

Om tegemoet te komen aan de tweede deelvraag is in het onderzoek aan docenten een cursus aangeboden.

Een belangrijk onderdeel van de cursus was dat de docenten een aantal praktische opdrachten kregen die niet volledig in 'leerlingentekst' geschreven waren. Het was juist de bedoeling dat de docenten zelf de opdrachtenteksten zouden gaan bewerken, met een aantal vragen in het achterhoofd.

De vragen zijn geordend in een planning voor de docent:

1. *Probleemstelling*: Welke opdracht kies ik en hoe is de opdracht interessant(er) te maken voor leerlingen? Voor welke doelgroep maak ik deze opdracht? Wat moet de centrale vraag zijn voor de leerlingen en welke deelvragen kunnen ze (zelf) verder uitwerken?
2. *Plan maken*: Welke wiskunde is vereist en beheersen de leerlingen deze kennis voldoende? Welke extra uitleg zal ik nog moeten geven? Hoe laat ik leerlingen samenwerken aan de opdrachten en hoe wil ik ze laten rapporteren?
3. *Plan uitvoeren*: Hoe kan ik ervoor zorgen dat leerlingen efficiënt aan de gang gaan? Op welke punten zullen mijn leerlingen, ondanks de extra uitleg, toch gaan vastlopen? Hoe kan ik ze dan bijsturen? Wil ik het vastlopen voorkomen door de informatie al in de tekst te zetten (een meer gesloten opdracht), of pak ik dat anders aan? Hoe pak ik dat dan aan? Op welk moment bouw ik een gesprek met de leerlingen in?
4. *Conclusie en Reflectie*: Wat verwacht ik als resultaat van de opdracht? Aan welke eisen moet de opdracht voldoen en met welke criteria ga ik de opdrachten beoordelen? Hoe ga ik na hoe de opdrachten voor de leerlingen zijn verlopen en welke rol laat ik logboeken en presentatie van de opdrachten daarbij spelen?

Het idee van de onderzoekers was dat, als docenten op die manier zelf een praktische opdracht voorbereiden, zij beter kunnen anticiperen op de te verwachten problemen bij de leerlingen. Daarnaast was er in de cursus nog aandacht voor de beoordeling van een werkstuk.

Gewichtheffen

(uit: Syllabus project praktische opdrachten wiskunde; naar Moderne Wiskunde, 7de editie)

Bij wedstrijden gewichtheffen heb je 2 onderdelen: het trekken en het stoten. Verder is er bij gewichtheffen altijd een indeling per gewichtsklasse. Dat wil zeggen dat er per gewichtsklasse wordt gekeken wie de sterkste is. Zo heb je de klasse tot 54 kg, gevolgd door de klasse tot 59 kg enzovoort.

De vraag is nu of er een systeem is te bedenken waarbij de sterkste wordt aangewezen, rekening houdend met de gewichtsklassen. Je ziet hieronder een tabel van wereldrecords gewichtheffen per 1 augustus 1997. Schrijf eerst eens op wat je allemaal opvalt over de relatie tussen trekken, stoten, gewichtsklassen en records.

De vraag zou kunnen zijn: 'Hoe bepaal je wie de sterkste is, in verhouding tot zijn eigen gewicht?'

In deze praktische opdracht ga je proberen een antwoord op deze vraag te geven.

Wereldrecords gewichtheffen			
54 kg	trekken	Mutlu (Tur)	132,5 kg
	stoten	Mutlu (Tur)	160 kg
59 kg	trekken	Suleymanoglu (Tur)	140 kg
	stoten	Pechalov (Bul)	170 kg
64 kg	trekken	Wang (Chn)	148,5 kg
	stoten	Leonides (Gre)	187,5 kg
70 kg	trekken	Zhan (Chn)	162,5 kg
	stoten	Zhan (Chn)	195 kg
76 kg	trekken	Savchenko (Ukr)	170 kg
	stoten	Lara (Cub)	208 kg
83 kg	trekken	Dimas (Gre)	180 kg
	stoten	Huster (Ger)	213,5 kg
91 kg	trekken	Petrov (Rus)	187,5 kg
	stoten	Kakhiasvilis (Gre)	228,5 kg
99 kg	trekken	Syrstov (Rus)	192,5 kg
	stoten	Kakhiasvilis (Gre)	235 kg
108 kg	trekken	Taimazov (Ukr)	200 kg
	stoten	Taimazov (Ukr)	236 kg
108+ kg	trekken	Kurlovich (Bul)	205 kg
	stoten	Andrei (Rus)	260 kg

Onderdelen en vragen die in je verslag moeten worden verwerkt

N.B.: Overall geldt: $G = \text{gewicht met handicap}$, $H = \text{geheven gewicht}$ (bijvoorbeeld 132,5 kg bij Mutlu, trekken) en $L = \text{lichaamsgewicht}$ (bijvoorbeeld 54 kg bij Mutlu).

1. Neem als startpunt de tabel met de wereldrecords gewichtheffen. Een eenvoudige formule waarin de 'handicap' van het eigen gewicht is verwerkt is $G = H - L$, met H het geheven gewicht, L het eigen lichaamsgewicht en G het gewicht waarin de handicap is verwerkt. Onderzoek of deze formule goed past bij de gegevens. Doe dit voor zowel het trekken als het stoten. Geef commentaar op je onderzoeksresultaten.
2. Bij een eerlijke formule zou er bij alle gewichtsklassen ongeveer dezelfde waarde van G uit moeten komen. De formule $G = H - L$ suggereert dan dat er een lineair verband is tussen H en L . Maak in je grafische rekenmachine voor het trekken en het stoten een tabel voor waarden van H en L en onderzoek met de grafieken of die aanname klopt.
3. Voor het trekken heeft men lang de formule $H = 9,4 \cdot L^{2/3}$ gebruikt. Deze formule werd gebruikt om te kijken welk geheven gewicht H men van een sporter met een bepaald gewicht L zou mogen verwachten. Ga na in hoeverre die formule past bij de gegevens uit de tabel. Voor het stoten kun je een formule maken die hier op lijkt. Probeer zo'n formule te vinden, waarbij je vooral naar de getallen 9,4 en $2/3$ moet kijken.
4. De formule voor het vergelijken van gewichtheffers uit de verschillende klassen is in het geval je de informatie van punt 3 gebruikt: $G = H / L^{2/3}$. Welke waarde mag je bij G verwachten bij het trekken? En welke bij het stoten? Pas deze formule toe op de tabel om te berekenen welke gewichtheffer bij het trekken de sterkste is en welke bij het stoten. Bespreek de voor- en nadelen van deze formule vergeleken bij de vorige.
5. In 1960 bedacht O'Carroll een formule die daarna vaak gebruikt werd: $G = H / (L - 35)^{1/3}$. Pas die formule toe op de gegevens uit de tabel en bespreek de voor- en nadelen van de drie vetgedrukte formules.

Opdrachten overnemen of zelf maken?

De secties wiskunde kwamen bij elkaar en al snel bleek dat het eigenlijk de eerste keer was dat ze met de hele sectie over praktische opdrachten spraken. Ook bleek dat er groot verschil was in ervaring met het begeleiden van praktische opdrachten binnen één sectie. Een nuttige bijeenkomst voorwaar! Hoe moet een praktische opdracht er eigenlijk uitzien? Waar moet die aan voldoen? We maakten een onderverdeling in drie typen praktische opdrachten, waarvan de eerste twee het meest voorkomen:

1. Modelleren of ontwerpen

Uitgangspunt is een realistische situatie, die aanleiding geeft tot een probleemstelling. Hiervoor is het maken of beoordelen van een model, een oplossing zoeken, weer terugkoppelen naar de realiteit, noodzakelijk. Voorbeelden zijn de opdrachten van de Wiskunde A-lympiade.

2. Onderzoeken en ordenen van deelgebieden

Door de beschikbaarheid van de grafische rekenmachine en van wiskundesoftware als CABRI, kunnen leerlingen heel goed zelf een deelgebied van de wiskunde exploreren en ordenen op kenmerken en relaties. Een voorbeeld hiervan in *Moderne Wiskunde*: 'Welke kenmerken heeft de functie die het product of quotiënt van twee gegeven functies is'?

3. Nieuwe wiskundige begrippen of methoden exploreren

Door de opkomst van de ICT ligt de voor leerlingen onbekende wiskunde voor het grijpen. Een praktische opdracht zou kunnen inhouden dat leerlingen zelf op zoek gaan naar die nog onbekende wiskundige methoden en begrippen om die te kunnen gebruiken voor de aanpak van een probleemsituatie. Zo zijn de verschillende vormen van regressie (reproduceerbaar met de grafische rekenmachine) een krachtig hulpmiddel om de relatie tussen twee empirische variabelen te onderzoeken.

De eerste twee typen komen het meest voor, zowel in de schoolboeken en in overige literatuur, alsook in de door ons aangeboden cursus. Docenten konden een keuze maken uit het door ons aangeboden materiaal, waarbij het de bedoeling was dat de docenten de opdrachten zouden aanpassen voor hun doelgroep, om ze op die manier van tevoren te laten nadenken over de 'valkuilen' voor leerlingen die in de opdracht zouden kunnen zitten. Zo was het ook mogelijk dat docenten zelf opdrachten zouden bedenken om uit te proberen.

De onderzoekers zouden dan de lessen gaan bijwonen, alles wat op schrift verscheen rond die praktische opdracht bestuderen en vervolgens trachten conclusies te trekken rond de onderzoeksvaardigheden van de leerlingen en de 'begeleidingsvaardigheden' van de docenten.

Adelmund gooide echter enigszins roet in het eten, met haar 'tijdelijke verlichtende maatregelen'. Op het Berlage Lyceum werd toen in december 1999 direct de knoop doorgehakt en de profielwerkstukken waren voor 5 HAVO op dat moment niet meer verplicht. Ook het aantal prak-

tische opdrachten mocht van Adelmund flink beperkt worden, en de weging werd 20% van het schoolexamen. Op deze manier werd de bodem onder het onderzoek bijna volledig weggeslagen.

Hoewel de aandacht van de docenten inderdaad enigszins verlegd werd van de praktische opdrachten naar de reguliere lesstof die er in dat schooljaar óók nog doorheen gewerkt moest worden, hebben de meeste docenten wel het voorgestelde 'onderzoeksprogramma' gewoon gevolgd. Dat wil zeggen: ze hebben naar beste kunnen, met gebruik van onze tips uit de cursus, een praktische opdracht voorbereid en gegeven aan hun leerlingen.

De opdracht 'Gewichtheffen'

Op het Berlage Lyceum werd in het E&M profiel van 5 HAVO de opdracht *Gewichtheffen* (zie p. 18) gedaan.

De docent besteedde een les aan het voorbespreken van deze opdracht; hij gaf een werkschema (overgenomen uit het cursusmateriaal) en een voorbeeld van een logboekpagina.

Tijdens het derde slu (van de 12 die ervoor stonden) zou het plan besproken worden met de docent; tijdens het achtste slu zou het tussenproduct ingediend en toegelicht worden en tijdens slu 12 zou het werkstuk ingeleverd worden en zou er een presentatie gegeven worden.

Aan de hand van een aantal aandachtspunten zetten we de ervaringen op een rijtje; we geven aan wat er misging, maar ook welke lesonderdelen goed verlopen zijn.

• Was de opdracht voor de leerlingen duidelijk?

Er waren duidelijk startproblemen. Het was bijvoorbeeld niet snel duidelijk dat een 'handicap-gewicht' in het ideale geval voor iedere gewichtsklasse dezelfde waarde oplevert; daarnaast werd grote verwarring veroorzaakt door $L = \text{lichaamsgewicht}$, terwijl het in feite het gewichtsklasse-gewicht is. Uit de verslagen en presentaties van de leerlingen bleek dat ze als opdracht zagen: Wat is de beste formule om te bepalen wie de sterkste is? Hierbij werden voornamelijk de gegeven formules uit de opdracht gebruikt; af en toe was een team creatief:

'Ik heb nog een extra formule gebruikt: $H/L \cdot 100\%$. Hoeveel kan hij heffen als percentage van z'n eigen lichaamsgewicht. Bij trekken is Mutlu de sterkste (245%), bij stoten ook, gevolgd door Leonidis.'

Steeds werd bepaald wie er volgens de gebruikte formule het sterkste was bij het trekken en bij het stoten.

Uiteindelijk werd om vaak ondoordringelijke redenen een keuze gemaakt voor één formule. Uit de presentaties:

Leerling vraagt aan presenterend team:

'Welke formule is het beste?' De jongens vinden de formules van 3, 4 en 5 het beste omdat dat dezelfde resultaten oplevert. Hun zelfbedachte formule ($H/L \cdot 100\%$) vinden ze toch niet zo goed, omdat dan altijd de lichtste mannen zouden winnen, omdat die relatief meer gewicht (ten opzichte van het eigen gewicht) tillen.

Leerlingen hebben niet de formules geanalyseerd: waarom werkt een lineaire functie niet? Waarom werkt een machtsfunctie wel? Indien dit de bedoeling was geweest, had dit duidelijk in de opdracht moeten staan.

- *Konden leerlingen zich aan de vooraf gegeven planning houden? Waar besteedden de leerlingen veel meer tijd aan dan verwacht door de docent?*

De leerlingen hadden zonder uitzondering grote moeite met het volgen van de planning. Dit begon al met het niet helder hebben van wat de opdracht nu precies was, of preciezer gezegd: hoe je de informatie uit de opdracht moest gebruiken om tot een gewenste aanpak te komen. Daarnaast heeft het werken met de ingezette software (de grafische calculator) veel meer tijd gekost dan verwacht. Ook werd er niet regelmatig gewerkt.

Door een leerling wordt hier het volgende over gezegd:

‘Het was een moeilijke opdracht. Ik ben helemaal niet goed in wiskunde, maar als ik me erin verdiep dan snap ik het wel. (...) Ik had niet voldoende tijd. Ik had ook nog aardrijkskunde gedaan die dag.’

- *Welke vaardigheden bleken onvoldoende ontwikkeld bij de leerlingen?*

Bij een opdracht wordt meestal een beroep gedaan op de volgende vaardigheden: informatieverwerven, het analyseren van het probleem, stappenplan maken en zich daaraan houden, het vinden van een wiskundige oplossing, het uitvoeren van de oplossing, het doorgaan na vastgelopen te zijn, het rapporteren en het presenteren.

Uit een verslag:

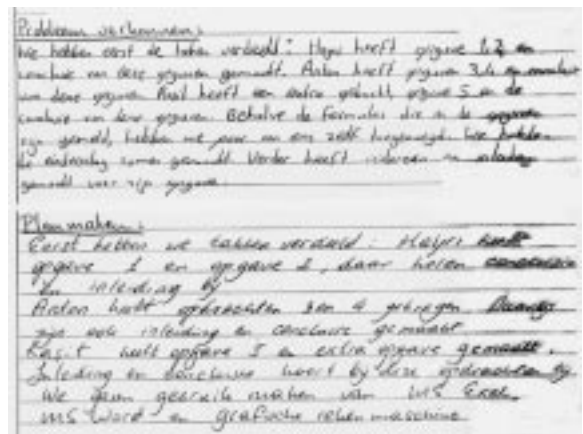
PLAN MAKEN

Allan werkt de deelvragen uit van het trekken, Caglar doet dat bij het stoten. Daarna gaan we de gegevens met elkaar vergelijken en kijken of we de formule voor het uitrekenen van het gewicht met handicap kunnen vinden. Met die formule zullen we de hoofdvraag kunnen beantwoorden en uiteindelijk een conclusie trekken.

Uit een ander verslag nemen we een pagina over die aangeeft hoe leerlingen doorgaans het probleem hebben verkend en hoe zij een plan hebben gemaakt.

Het verkennen van het probleem en het maken van een plan bestond voor de meeste leerlingen uit het verdelen van taken. Wat in de vaardigheden ontbrak, was een systematische aanpak. De leerlingen hadden vaak geen ‘helikopterview’ over het gehele probleem en begonnen bij wat zij als belangrijkste probleem zagen: ‘hoe verdelen we de vijf deelvragen die in de opdracht zijn gesteld zo dat ieder van ons een eigen taak kan doen?’

De opdracht onttaarde bij veel leerlingen dan ook in het maken van de deelvragen, zonder dat ze zich daarbij afvroegen waarom die gesteld werden. Leerlingen herkennen dus geen centrale probleemstelling achter de vijf deelvragen. Ook de wiskundige exploraties werden vaak niet gedaan vanuit een duidelijke probleemstelling, zoals blijkt uit het volgende gesprekje:



Leerling: ‘Ik heb wat zitten spelen met formules; ik heb uitgevonden dat de groefactor tussen de gewichtsklassen 1.09 is.’

Docent: ‘Hoe ben je daar zo op gekomen?’

Leerling: ‘Ik herinnerde me exponentiële groei van vorig jaar en ik ben wat gaan proberen.’

Docent: ‘Waarom staat hier niets over in je verslag?’

Leerling: ‘Als ik het niet kan verklaren, waarom zou ik het dan opschrijven?’

In het logboek is weinig procesinformatie terechtgekomen die aangeeft hoe leerlingen hun deelvragen hebben geëxploreerd. Leerlingen hebben niet zoveel idee waarom ze deze opdracht eigenlijk moeten doen en wat ze ervan kunnen en zouden moeten leren; de conclusie die ze wel zelf snel kunnen trekken is dat de samenwerking niet verliep zoals gewenst was.

- *Wat deed de docent en wat zou hij kunnen doen om leerlingen te ondersteunen?*

Tijdens de geplande voortgangsgesprekken hadden de leerlingen het werk niet af en de docent kende geen effectieve manier om ze bij te sturen. De docent had zichzelf veel werk kunnen besparen door eerder actief in te grijpen in het proces; nu bleek dat tijdens de presentaties interessante observaties naar boven kwamen.

Een leerling vertelt over hoe hij regressie-analyse heeft gebruikt voor het opstellen van een formule:

‘Ik heb het op de grafische rekenmachine gedaan, maar dat staat niet in het verslag (CALC; Powering: $a \cdot x^B$).’

Een prima actie; het resultaat (= de formule) staat in het verslag, maar inderdaad geen woord over hoe hij eraan gekomen is. Terwijl dat proces juist interessant is!

De docent heeft tijdens en na de presentaties eindelijk ‘echt’ een voortgangsgesprek met de leerlingen kunnen voeren (iedereen wist toen ergens over te praten). Vervolgens heeft hij ieder groepje een nieuw verslag laten maken en dat weer in laten leveren.

De docent heeft zowel vooraf als na de presentaties veel tijd en energie in de opdracht gestoken en al doende ontdekt welke rol hij kon vervullen.

• *Hoe verliep de beoordeling?*

Er zijn vooraf criteria gegeven en deze zijn gehanteerd in een puntensysteem. Er waren in totaal 100 punten te behalen.

De eerste 80 punten hebben betrekking op zes criteria: wiskundige correctheid in de uitvoering, diepgang van wiskundige methoden, volledigheid in uitwerking, originaliteit van de aanpak, verslag wiskundige aanpak en kwaliteit van de uitvoering van de presentatie door de leerling.

De twee laatste criteria: plan en tussenproduct en terugblik op basis van het logboek worden beoordeeld naar aanleiding van hetgeen de leerling onderweg heeft gedaan (plan, tussenproduct) en naar aanleiding van een gesprek met de leerling.

De beoordeling was duidelijk en daarover is niet veel discussie geweest. De docent heeft de punten nog eens onderbouwd met een schriftelijke toelichting.

Conclusie

Uiteindelijk heeft deze praktische opdracht zowel docent als leerlingen veel tijd gekost. Het is een investering geweest in de begeleiding (voor de docent) en de opzet (voor de leerling) van het werken met praktische opdrachten.

De voordelen van deze aanpak door de docent zijn er zeker wel: de docent heeft door zijn uitgebreide begeleiding nog heel wat procesinformatie naar boven gekregen; de leerlingen is duidelijk geworden dat dat dus blijkbaar belangrijk is. De docent heeft nu ook een beter idee van de plussen en minnen van de opdracht zelf, van de tijd die het gekost heeft en hoe de begeleiding van de leerlingen het meest efficiënt kan verlopen. Door de prioriteit die de docent in z'n lessen gelegd heeft bij deze opdracht, is voor leerlingen ook een duidelijk teken gegeven dat deze vaardigheden dus een belangrijke rol spelen in het onderwijs.

Het nadeel van deze aanpak is ook evident: het heeft, zowel voor de docent als voor de leerlingen, ontzettend veel tijd gekost. Het resultaat zal ernaar zijn: deze docent zal de volgende keer sneller en adequater ingrijpen en strenger optreden bij deadlines.

De opdracht 'Tetrapak'

Tetrapak werd gedaan in een 5 VWO wiskunde B klas op de SG Pantarijn. De opdracht voor de leerlingen staat hiernaast.

Hoe ging het in de klas?

• *Was de opdracht voor de leerlingen duidelijk?*

De leerlingen konden zeker aan de slag en hadden het idee dat de opdracht hun wel duidelijk was. Het bleek echter dat het idee van de opdracht niet strookte met het idee dat de docent erbij had.

De docent had op de dag voordat ze het werkstuk moesten inleveren, een volledige les ingeruimd voor begelei-

Tetrapak

Organisatie

- In tweetallen.
- In week 14/15.
- 4 uur werktijd waarvan 2 uur lestijd namelijk op vrijdag 7 april en donderdag 13 april.
- In het tweede lesuur zal de docent een voortgangscontrole houden.
- Inleveren: vrijdag 14 april om 13.15 uur of eerder (te laat inleveren kost punten).

Opdracht

Je ontvangt van je docent twee tetrapakken. Een tetrapak heeft de vorm van een balk; het wordt gemaakt uit een rechthoekig karton. We verwaarlozen de plakranden.

1. Onderzoek waar de vouw- en plaklijnen komen op het rechthoekige karton.
2. Stel je begint met een rechthoekig karton van 33 bij 54 cm. Daarvan kun je verschillende tetrapakken maken. Welk pak heeft de grootste inhoud?
3. Stel je wilt uit een rechthoekig karton een tetrapak maken met een inhoud van 1 liter en met een vierkante boven- en onderkant. Je wilt de oppervlakte van het karton minimaal hebben. Wat worden dan de afmetingen van het tetrapak?

Eindproduct

Je groepje maakt een verslag van ongeveer 4 A4-tjes. Het moet er behoorlijk verzorgd uitzien, maar er hoeft geen overdreven aandacht besteed te worden aan uiterlijk schoon. Het zal beoordeeld worden op zijn wiskundige inhoud en op hoe het groepswerk is verlopen.

Beoordeling

indeling/presentatie/overzichtelijkheid	1 punt
opdracht 1	1 punt
opdracht 2	2 punt
opdracht 3	2 punt
leesgemak/uitleg	1 punt
originaliteit	1 punt
nabeschouwing	1 punt
logboek	1 punt

Het cijfer voor bètablok telt één keer; het cijfer voor dit werkstuk telt vijf keer. Zo ontstaat het eindcijfer.

Logboek

- Je dient een logboek bij te houden.
- Maak regelmatig, bijvoorbeeld elk half uur, een aantekening van jullie aanpak en vorderingen van de afgelopen tijd. Zodoende bouw je een verslag op van wat je gedaan hebt.
- Het logboek heb je altijd bij je als je aan het werkstuk werkt; het moet in de lessen beschikbaar zijn voor je docent.
- Je moet het logboek met het eigenlijke werkstuk inleveren.

dingsgesprekken waarin, hij wilde nagaan of er in het proces van de totstandkoming van het product nog hindernissen waren. Toen bleek dat alle leerlingen een ander idee hadden van wat het product moest zijn dan de docent! Twee leerlingen hadden met de handgeschreven een aantal A4-tjes, keurig gebonden, en wilden dat deze les inleveren. Een gesprekje:

‘Waar gaat jullie werkstuk over?’
 ‘Over tetrapakken. Kijk, we hebben hier opdracht 1, hier opdracht 2 en hier opdracht 3 beantwoord.’
 ‘Maar zou je niet je werkstuk moeten starten met een soort inleiding, of zou je het niet zo moeten schrijven dat je het los kunt lezen van het opdrachtpapier?’
 ‘Nee, dat hoeft niet. Hij (de docent) weet wel waar het over gaat.’

De docent had zelf een heel ander idee van wat het product zou moeten zijn.

‘Het moet een artikel worden dat je moeder zou kunnen begrijpen, dat bij wijze van spreken zo in de Libelle zou kunnen.’

De leerlingen waren wel wat verontwaardigd dat ze dit nu pas hoorden; ze hadden dit niet afgeleid uit de opdracht zoals hij geformuleerd stond.

- *Konden leerlingen zich aan de voorafgegeven planning houden? Waar besteedden de leerlingen veel meer tijd aan dan verwacht door de docent?*

Alle leerlingen konden zich redelijk aan de planning houden.

Een paar leerlingen schreven:

‘In totaal hebben we ongeveer 4 uur aan dit werkstukje gewerkt.’

Zij hebben zes ‘logboekvelletjes’ beschreven, met de tijd erbij:

‘25 minuten na het begin’; ‘20 minuten later’; ‘weer een half uur verder’; ‘30 minuten later’; ‘een half uurtje later’; ‘het laatste uur’.

Uiteindelijk moest door bijna alle leerlingen onverwacht nog wel wat meer tijd besteed worden aan de manier van verslagleggen: niet een net geschreven antwoord op drie vragen, maar een samenhangend geheel dat los van de opdracht te lezen was.

- *Welke vaardigheden bleken onvoldoende ontwikkeld bij de leerlingen?*

De leerlingen vonden het niet echt een moeilijke opdracht; ze kwamen er wat de wiskunde betreft wel uit; de uitslag van opdracht 1 werd in opdracht 2 en 3 gebruikt:

Resultaat volgt dus dat x geen 30 kon zijn, $x = 9,68$ is dus de juiste x .
 Het pak met de afmetingen $9,68$ bij $17,1$ bij $23,1$ cm heeft de grootste inhoud, namelijk $3,9$ liter.
 $y = 27 - x = 17,32$
 $z = 30 - x = 20,32$

Uit een ander werkstuk:

Conclusie

De conclusie bij deel 2 van ons onderzoek is dat de inhoud van het pak maximaal is bij de afmetingen 23,1 bij 17,1 bij 9,9 centimeter. De inhoud is dan 3,9 liter. De afmetingen van het TETRApak, waarbij het pak een inhoud van 1 liter heeft, de afmetingen van het karton minimaal zijn en het pak een vierkante onder- en bovenkant heeft, zijn 7,9 bij 7,9 bij 15,9 centimeter.

Het grootste struikelblok lag bij de manier van rapporteren. Het was de leerlingen onbekend wat voor soort verslagstijl gewenst werd.

Uit het eerste verslag:

Na bespreking
 De eerste opdracht was te vinden in de les...
 De opdracht was met een...
 De afmetingen...
 In totaal hebben we ongeveer 4 uur aan dit werkstukje gewerkt.

- *Wat deed de docent (en wat zou hij kunnen doen) om leerlingen te ondersteunen?*

De docent heeft de tweede begeleidingsles benut om de leerlingen de samenhang duidelijk te maken en ook wat het product moest worden. Dit was zeer verhelderend; sommige leerlingen dachten al bijna klaar te zijn en moesten toen hun hele verslag gaan veranderen. Een discussie uit die tweede begeleidingsles:

Docent: ‘Het moet een artikel worden dat bijvoorbeeld in de *Libelle* geplaatst zou kunnen worden.’

Leerling: ‘Maar dit is toch helemaal niet het soort onderwerpen dat in de *Libelle* geplaatst wordt? Ik snap niet waarom je hierover in de *Libelle* zou moeten schrijven!’

Docent: ‘Goed, misschien is dat een verkeerd voorbeeld. De *KIJK* dan, een artikel voor in de *KIJK*.’

Leerling: ‘Toch snap ik het niet. Voor wie is dit nu interessant?’

Uit deze discussie wordt duidelijk dat het de leerlingen helpt als in de opdracht duidelijk gemaakt wordt wat, volgend uit de opdracht, de eventuele doelgroep is voor wie ze het artikel moeten schrijven. Ze verplaatsen zich dan gemakkelijker in een rol.

- *Hoe verliep de beoordeling? Zijn de criteria vooraf gegeven en zijn deze eenduidig gehanteerd in een puntensysteem?*

De puntenverdeling was vooraf gegeven (zie opdracht). De beoordeling verliep als volgt: leerlingen kregen een cijfer met enige schriftelijke feedback; de meeste terugkoppeling was al ondervangen tijdens het laatste lesuur, waarin duidelijk werd hoe de opdracht door de leerlingen gepresenteerd moest worden.

De docent heeft niet ‘per onderdeel’ beoordeeld, maar op een aantal aspecten.

Twee beoordelingsschema's:

Theodor, Wiebe

- + Moois inleiding
- + opdracht 1: inbegrip is niet goed.
- + het controleproefje bij 2
Waarom niet ook bij 3?
De twee uitkomst controle bij 3 is dom.
- + Rekenomgeving en logische ontbreken.

Cyfer 7

Yvonne, Wanka

- + Hetmaal in orde
- + Onderscheid $x(> C)$ is prof/hog etc...
- + opdracht 2! Logisch is nu oké!
- + twee weinig extra's.

Cyfer 9

Conclusie

Deze praktische opdracht had als groot voordeel dat hij beknopt was, zowel in taal als in tijd. Eén A4-tje met de opdracht, waaraan vier studiebelastingsuren gewerkt kon worden. 'Een duidelijk optimaliseringsprobleem', vond de docent. Hij heeft deze opdracht gedaan in plaats van het onderwerp Optimaliseren. Dat was juist de valkuil van deze opdracht: de leerlingen zagen niet uit zichzelf dat het hier ging om een optimaliseringsprobleem. Het was voor hen het doen van drie opdrachtjes en zij vroegen zich niet af of die op de een of andere manier samenhangen met elkaar. Gelukkig had de docent een uur ingebouwd waarin deze problemen ondervangen werden; dit heeft alsnog de gewenste producten opgeleverd. Het wiskundig niveau was niet echt moeilijk. Helaas had dit tot gevolg dat iedereen hetzelfde resultaat inleverde. De creativiteit werd door deze opdracht niet gestimuleerd. Bij het nogmaals presenteren van deze opdracht zal duidelijk van tevoren meer aandacht besteed moeten worden aan de samenhang van de opdrachten en de vorm van het product.

Terugblik op de praktijkervaringen

Het is interessant om te kijken wat de twee verschillende aanpakken van de twee docenten nu aan relevante en bruikbare informatie opleveren. De opdracht moet duidelijk zijn: uit de geschreven tekst van de opdracht moet blijken wat het product moet worden; als 'beginnend' docent op dit gebied is het verstan-

dig te beginnen met een praktische opdracht van zo'n 4 à 5 slu.

Wat betreft de organisatie is het noodzakelijk heldere deadlines af te spreken die voor de leerlingen haalbaar zijn en je er als docent ook aan te houden. Weer handig hierbij is als de eerste opdrachten die je op deze manier begeleidt, kort en overzichtelijk zijn. Daarnaast is het zaak dat je als docent zelf weet wat de wiskundig interessante zaken aan de opdracht zijn, zodat je leerlingen met gerichte vragen de goede kant kunt opsturen.

Verder blijkt dat je de leerlingen een goed beeld moet geven van wat je van ze verwacht. Dat betekent: als docent voor jezelf een beeld vormen van wat je wilt en dat in ieder begeleidingsmoment duidelijk maken aan de hand van wat er op dat ogenblik van de leerlingen ligt. Dus bij ieder begeleidingsmoment sturen. Leerlingen hebben namelijk zelf geen idee wat van ze verwacht wordt als ze dit nooit eerder gedaan hebben bij wiskunde!

Hetzelfde geldt voor de zaken die beoordeeld worden: alles wat daarover op papier staat in de begeleidingsmomenten weer herhalen. Dat wat goed is benadrukken. Mondeling (nogmaals) vertellen dat de 'ontdekkingen' die op niets uitliepen ook interessant zijn en dus opgeschreven moeten worden

Hoe vroeger je begint, hoe beter de leerling in het studiehuis weet wat er verwacht wordt bij een praktische opdracht, oftewel: begin in de basisvorming met kleine 'praktische opdrachtjes', eerst gestructureerd, dan steeds meer open, en bereid de leerlingen op die manier voor op de grotere praktische opdrachten in het studiehuis.

Voor uitgebreidere informatie en voorbeelden van praktische opdrachten zie het boekje dat naar aanleiding van dit onderzoek is verschenen: *Praktijkbrochure Praktische Opdrachten wiskunde*, uitgegeven door het GION in Groningen.

Dédé de Haan, Freudenthal Instituut, Utrecht

Met dank aan Egbert Harskamp, voor meelesen en commentaar.

Literatuur

- Haan, D. de (1999). *10 jaar Wiskunde A-lympiade – de opstap naar de tweede fase*. Utrecht: Freudenthal Instituut; alle opdrachten staan tevens op de website: www.fi.uu.nl/Alympiade.
- Harskamp, E., D. de Haan & A. van Streun (2000). *Praktijkbrochure Praktische Opdrachten wiskunde*. Groningen/Utrecht: GION/IWI/FI.
- Krogt, M. van der & R. Sinkeldam (1998). *Handleiding praktische opdrachten, tweede fase HAVO/VWO*. Arnhem: Cito.
- Wijers, M., S. Kemme & M. Doorman (1996). *Informatietechnologie in het studiehuis wiskunde*. Utrecht: APS/FI/PRINT.