

In het vorige nummer stond een artikel over achtergronden van verhoudingstabellen in wiskunde en natuurwetenschappen. In dit vervolgartikel gaan **Monica Wijers** en **Ton van der Valk** in op het praktisch gebruik van deze tabellen en de wijze waarop ze voorkomen in schoolboeken.

Aandachtspunten bij het gebruik van verhoudingstabellen in de natuurwetenschappen

Inleiding

In de scholen van het BPS-project¹ zijn de secties natuurwetenschappen en wiskunde een discussie begonnen over de verhoudingstabel. Op de BPS-scholen bleken leerlingen en docenten de verhoudingstabel wel te willen gebruiken, ook bij andere vakken. Dat is voor ons aanleiding geweest om de wiskundige achtergronden ervan op een rijtje te zetten. In een vorig artikel² heeft u kunnen lezen hoe verhoudingstabellen in de wiskunde van het voortgezet onderwijs worden gebruikt. In dat artikel is aangegeven dat ook in de natuurwetenschappelijke vakken natuurkunde, scheikunde en in iets mindere mate ook biologie, veel met verhoudingen wordt gerekend. In dit artikel laten we zien hoe in de boeken van twee van deze vakken de verhoudingstabel op diverse manieren wordt ingezet³. Op de BPS-scholen ontstonden moeilijkheden bij het gebruik van verhoudingstabellen bij het werken met verhoudingsgrootheden en bij het omrekenen van eenheden.

In overleg met de betrokken docenten is vervolgens een uitbreiding van de verhoudingstabel ontworpen waarin de verhoudingsgrootheid zelf een plaats heeft en waarbinnen omrekenen van eenheden mogelijk is.

Verhoudingstabellen in natuur- en scheikunde leerboeken

In diverse leerboeken voor natuur- en scheikunde in de basisvorming en voor scheikunde in de bovenbouw worden verhoudingstabellen gebruikt. Echter vaak in een vorm die afwijkt van wat leerlingen in de wiskunde geleerd hebben. Daardoor dreigt de verhoudingstabel, net als bijvoorbeeld 'kruisproducten', een 'truc' te worden die niet helpt bij het verkrijgen van inzicht. En dat is nu net niet de bedoeling! In deze paragraaf bekijken we het gebruik van verhoudingstabellen in enkele methoden.

De methode 'Natuur- en Scheikunde Overal'⁴ voor de basisvorming

In deze methode wordt de verhoudingstabel onder andere gebruikt in situaties waarin het gaat om afstand, tijd en

snelheid. We kijken hier naar enkele fragmenten uit hoofdstuk 5 over 'Beweging'. Het eerste fragment gaat over de beweging van een brommer die gefilmd is. De hier gebruikte verhoudingstabel lijkt sterk op die uit de wiskunde. Er is echter één belangrijk verschil: de eenheden staan niet in de labels, maar in de cellen.

Verhoudingstabellen

Je kunt zo'n opdracht ook oplossen met een verhoudingstabel. Daarin zet je de grootheden waarvan je gegevens hebt onder elkaar; in dit geval tijdsduur en afstand. Je vult in wat je weet (met de juiste eenheid). Vervolgens denk je na over wat je te weten wilt komen. Schrijf dat ook op in de tabel. De andere grootte is dan op dezelfde manier uit te rekenen.

		× 24
tijdsduur	1/24 s	1 s
afstand	0,3 m	7,2 m
		× 24

fragment 1: 'Natuur- en Scheikunde Overal'

De afstand die de brommer aflegt tussen twee opeenvolgende beelden (1/24 s) is 0,3 m.

Met de verhoudingstabel moet nu de snelheid van de brommer worden berekend. Uit het voorbeeld is niet expliciet af te lezen op welke manier er gerekend is. Weliswaar staat boven en onder de tabel de operatie '× 24', maar waar die vandaan komt en waarom er bijvoorbeeld naar één seconde wordt gerekend, wordt nergens vermeld, ook staat er geen antwoord bij. Snelheid wordt, net boven fragment 1, als volgt geïntroduceerd:

Een constante snelheid kun je als volgt uitrekenen: Bereken de afstand die een voorwerp in een bepaalde afgesproken tijdsduur, bijvoorbeeld één uur of één seconde, zou afleggen.

De waarde van de snelheid wordt hier 'opgebroken' in twee waarden, die van de afstand en van de tijd. Strikt ge-

nomen staat er dat snelheid een bijzondere afstand is. Daarmee wordt het verhoudingskarakter van snelheid weggemoffeld en wordt het onduidelijk waarom je een verhoudingstabel mag gebruiken. De belangrijke laatste stap van twee waarden (1 s en 7,2 m) naar één verhoudingswaarde (7,2 m/s) blijft achterwege⁵.

In het tweede fragment, dat in het boek direct op het eerste volgt, wordt de gevonden uitkomst omgerekend naar km/h. De leerlingen krijgen daarvoor twee manieren aangeboden, waarvan één met de verhoudingstabel.

Met een verhoudingstabel ziet deze berekening er zo uit:

		× 3600	
tijdsduur	1 s		1 uur
afstand	7,2 m	25 920 m ≈ 26 km	
		× 3600	

fragment 2: 'Natuur- en Scheikunde Overal'

Er gebeuren in deze tabel twee dingen die in de wiskunde niet binnen een verhoudingstabel gedaan worden: er vindt een afronding plaats en meter en seconde worden omgerekend in kilometer en uur.

Afronden is, natuurwetenschappelijk gezien, in de geschetste situatie verantwoord, zelfs noodzakelijk. Maar strikt genomen blijft de verhouding dan niet hetzelfde, hetgeen in strijd is met de essentiële eigenschap van de verhoudingstabel!

Ook door de omrekening van de ene naar de andere eenheid gebeurt er iets gekks met de verhouding tussen de getallen. Die was 1 : 7,2 en wordt 1 : 26. Men kan echter argumenteren dat er in de verhouding tussen de tijd en de afstand niets verandert, want (gesteld dat je het zo mag zeggen) 1 s : 7,2 m = 1 uur : 26 km.

Twee bladzijden verderop in het boek staat een verhoudingstabel waar de omrekening op een andere manier plaatsvindt (zie fragment 3).

Met de formule kun je snelheden ook omrekenen in m/s. Dat gaat zo:

$$\text{gemiddelde snelheid} = \frac{4,2 \text{ km}}{3 \text{ min}} = \frac{4200 \text{ m}}{180 \text{ s}} = 23,3 \text{ m/s}$$

Je kunt ook weer een verhoudingstabel gebruiken:

		: 180	
afstand	4,2 km	4200 m	23,3 m
tijdsduur	3 min	180 s	1 s
		: 180	

fragment 3: de situatie betreft de gemiddelde snelheid van een raceauto; uit: 'Natuur- en Scheikunde Overal'

In deze tabel wordt met een = teken aangegeven dat de

waarde van de grootte van de ene naar de andere kolom niet verandert.

Er is nog een opvallend verschil met fragment 2 (en 1): de afstand- en tijdsduurrijen zijn van plaats verwisseld! Dat is geen toeval, want zoals uit de eerste zin van fragment 3 blijkt, is zojuist de formule voor gemiddelde snelheid ingevoerd, waarbij afstand in de teller en tijd in de noemer staat. Deze rangschikking is in de tabel overgenomen. Bij natuurwetenschappen bestaat er vaak een vaste voorkeur voor de plaats van grootheden in de tabel, dit in tegenstelling tot de wiskunde, waarbij dat vaak niet uitmaakt.

De methode Chemie, scheikunde 1 voor vwo bovenbouw⁶

In uitgewerkte voorbeelden van berekeningen met verhoudingsgrootheden zoals dichtheid, molaire massa, concentratie en molariteit, worden in *Chemie* aanvankelijk drie manieren naast elkaar gebruikt: 'rekenen met een verhaaltje', 'rekenen met de formule' en 'rekenen met de verhoudingstabel'. De gebruikte verhoudingstabel sluit zeker wat vormgeving betreft aan bij de verhoudingstabel uit de wiskunde. De rijen hebben een label die de grootte en de gebruikte eenheid aangeven (zie fragment 4).

Voorbeeld 3

Hoeveel gram is 56 ml alcohol?

Manier 1: Rekenen met een verhaaltje

De dichtheid van alcohol is 0,80 g ml⁻¹. Dat betekent dus:

1,0 ml alcohol heeft een massa van 0,80 g dus:
56 ml heeft een massa van 56 × 0,80 = 44,8 g.

Manier 2: Rekenen met formule [hier weggelaten]

Manier 3: Rekenen met een verhoudingstabel

Bij de dichtheid weet je de verhouding tussen de massa en het volume. Dit kun je als volgt in een verhoudingsschema weergeven.

massa (g)	0,80	...
volume (ml)	1,0	56

$$56 \times 0,80 = 44,8 \text{ g}$$

fragment 4: 'Chemie vwo'

In tegenstelling tot wat bij wiskunde gebruikelijk is, wordt niet duidelijk of en hoe er in de tabel verhoudingsgewijs wordt gerekend. Het lijkt erop dat er via het kruisproduct gerekend is (en daarbij wordt afgerond), dat wordt ook in het uitwerkingenboek genoemd. De tabel dient hierbij alleen voor het structureren van het probleem. Een bijschrift '× 56' bij de tabel zou de berekening ook in de tabel verhelderen.

Overigens wordt aan het ‘opbreken’ van de verhoudingsgrootheid in 1,0 ml en 0,80 g in het ‘verhaaltje’ wel aandacht besteed. Die aandacht is er niet expliciet bij manier 3: de verhoudingstabel. Dat wreekt zich als verderop in het boek het ‘verhaaltje’ bij uitgewerkte voorbeelden gaat ontbreken. Leerlingen moeten dan zelf de twee samenstellende grootheden herkennen en in de verhoudingstabel plaatsen.

De methode ‘Curie, scheikunde voor de tweede fase, VWO 1’

In het verwerkingsboek van de methode *Curie*⁷ staan vragen, opdrachten en ook enkele uitgewerkte voorbeelden waarin, naast de formule, de verhoudingstabel wordt gebruikt. Als eerste gebeurt dat bij het berekenen van dichtheid. Nadat de gegeven eenheden (kg/m^3) buiten de tabel zijn omgerekend naar g/cm^3 , gaat de uitwerking als volgt verder (zie fragment 5).

<p>Voorbeeld</p> <p>Bereken de massa van 12 cm^3 ijzer. ρ (ijzer) = $7,8 \text{ g cm}^{-3}$.</p> <p>Manier 1 [met formule, hier niet overgenomen]</p> <p>Manier 2 Met een verhoudingstabel:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$7,8 \text{ g}$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$1,0 \text{ cm}^3$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">m</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">12 cm^3</td> </tr> </table> <p>Volgens de <i>kruisregel</i> mag je kruisselings vermenigvuldigen: $1,0 \text{ cm}^3 \cdot m = 7,8 \text{ g} \cdot 12 \text{ cm}^3$ $m = 93,6 \text{ g}$, of in het juiste aantal significante cijfers 94 g.</p>		$7,8 \text{ g}$	$1,0 \text{ cm}^3$	m	12 cm^3
$7,8 \text{ g}$	$1,0 \text{ cm}^3$				
m	12 cm^3				

fragment 5: ‘Curie’

De hier gebruikte verhoudingstabel wijkt op enkele essentiële punten af van die uit de wiskunde en uit de twee hiervoor besproken methoden:

- de inhoud van rijen uit de *Curie*-tabel zou in een wiskundetabel juist in de kolommen staan
- de labels ontbreken.

Het eerste punt is storend, omdat het inzetten van kennis uit de wiskunde nu de leerling kan verwarren in plaats van helpen. Door het ontbreken van labels wordt een belangrijk effect van het werken met de verhoudingstabel, het structureren van het probleem, verzwakt. Overeenkomst met *Natuur- en Scheikunde Overal* is dat de eenheden in de cellen staan. Verder blijft de stap van dichtheid naar massa per $1,0 \text{ cm}^3$ geheel impliciet. De wijze van berekenen, ‘kruisselings vermenigvuldigen’, wordt daarentegen expliciet genoemd, maar is niet een in de tabel toe-pasbare kolomsgewijze methode.

Verderop in het boek bevatten de cellen van de verhou-

dingstabel nog meer informatie dan een getal en een eenheid, wat het voor leerlingen nog onoverzichtelijker maakt (zie fragment 6):

$1,000 \text{ mol FeCl}_3$	$162,2 \text{ g}$
$n \text{ FeCl}_3 \text{ (mol)}$	$16,4 \cdot 10^3$

fragment 6: ‘Curie’

Vijf natuurwetenschappelijke aandachtspunten

Samenvattend ontlenen we aan bovenstaande bespreking vijf aandachtspunten bij het gebruik van verhoudingstabellen in de natuurwetenschappen:

1. Het omrekenen van eenheden

De wens om eenheden binnen de tabel om te rekenen kan een reden zijn om eenheden in de cellen te zetten. Daarmee wordt echter afgeweken van zowel de conventie in de wiskunde als van de conventie bij het maken van (meet)tabellen in de natuurwetenschappen. Daar zijn we geen voorstanders van, in overleg met de BPS-docenten is gezocht naar een andere manier.

2. Het afronden van getallen

Door afronden verandert de verhouding tussen de getallen in een kolom van de verhoudingstabel. Wij vinden daarom dat afronden buiten de tabel moet plaatsvinden en wel bij de interpretatie van de gevonden uitkomst.

3. Correspondentie tussen ‘boven en onder’ in de verhoudingstabel en ‘boven en onder de deelstreep’ in de bijbehorende formule

De methoden laten in de meeste gevallen ‘boven’ en ‘onder’ in de verhoudingstabel corresponderen met ‘boven’ en ‘onder de deelstreep’ in de bijbehorende formule (als die er is). Wij vinden dat een goede zaak, omdat we verwachten dat leerlingen zo een beter inzicht in de relatie tussen verhoudingstabel en formule krijgen en makkelijker overstappen van de een naar de ander.

4. Het zichtbaar maken van de verhoudingsgrootheid in de verhoudingstabel

Om de waarde van de verhoudingsgrootheid (bijvoorbeeld de dichtheid van ijzer: $7,9 \text{ g/cm}^3$) in een verhoudingstabel te kunnen gebruiken, moet deze eerst worden opgebroken in twee waarden (in dit voorbeeld: de massa van 1 cm^3 ijzer is 7,9 gram). Deze stap blijkt voor leerlingen vaak moeilijk. Het zou kunnen helpen als we de verhoudingsgrootheid met de bijbehorende waarde in de tabel zichtbaar maken (de dichtheid van ijzer: $7,9 \text{ g/cm}^3$).

5. Rekenstrategieën in de verhoudingstabel

In de bekeken methoden wordt de verhoudingstabel meestal gebruikt in combinatie met één rekenstrategie, namelijk kruisselings vermenigvuldigen. Deze snelle en weinig inzichtelijke methode wordt door veel leerlingen als een truc ervaren. Een van de voordelen van de verhoudingstabel is nu juist dat er meerdere rekenstappen mogelijk zijn en dat ze leerlingen gelegenheid bieden deze

strategieën zelf te ontwikkelen en in de loop van de tijd te verkorten. Dit leidt tot een verkorte, maar inzichtelijke rekenstrategie, die aansluit op wat leerlingen op hun rekenmachine moeten intoetsen, namelijk ‘reductie op 1’.

Als we de compacte tabel uit fragment 6 vormgeven volgens de conventies van de wiskunde en daarin via reductie op 1 rekenen, ontstaat de volgende tabel, die ons inziens veel inzichtelijker is:

		$: 162,2$	$\times 16,4 \cdot 10^3$
massa FeCl_3 (g)	162,2	1	$16,4 \cdot 10^3$
chem. hoeveelheid stof FeCl_3 (mol)	1		n

Naar een ‘natuurwetenschappelijke’ verhoudingstabel

Op basis van bovenstaande analyse hebben we in overleg met de BPS-docenten de ‘wiskundige’ verhoudingstabel uitgebreid tot een ‘natuurwetenschappelijke’, die enerzijds bij de wiskunde conventies aansluit en anderzijds zo goed mogelijk aan bovengenoemde natuurwetenschappelijke punten tegemoet komt.

We lichten het gebruik van de uitgebreidere tabel toe aan de hand van de volgende eenvoudige opgave:

1. Een marathonloper passeert de 9 km lijn na precies een half uur. Hoe groot is dan zijn gemiddelde snelheid in km/u?
2. Schat in hoeveel tijd bovengenoemde loper de marathon (42195 m) zal lopen. Hoe realistisch is je schatting en welke aanname doe je daarbij?

Bij opgave 1 maken we een verhoudingstabel met de labels ‘afstand (km)’ en ‘tijd (uur)’. De gegevens worden erin gezet. Door ‘onder’ te normeren op 1 vinden we boven 18 km en is makkelijk te zien dat ook de verhoudingsfactor tussen de rijen 18 is. Die factor zetten we in de tabel achteraan. Als we de uitkomst interpreteren, gebruik makend van de labels ‘afstand’ en ‘tijd’, zien we dat de verhoudingsfactor de gevraagde waarde van de snelheid betreft in km/uur. Dit zetten we vooraan bij de tabel.

		$\times 2$	
gem. snelheid (km/uur)	afstand (km)	9	18
	tijd (uur)	0,5	1
		$\times 2$	$: 18$

dus: de gemiddelde snelheid is 18 km/h

Zo komt tot uiting dat de waarde van de snelheid in km/uur de verhoudingsfactor tussen het bovenste en het onderste getal van een kolom is en ‘boven’ en ‘onder’ in de tabel corresponderen met ‘boven’ en ‘onder’ in de formule.

Omrekenen van eenheden

Als we het tweede deel van de opgave erbij nemen, gaan we met andere eenheden rekenen en komen er ‘extra’ verhoudingen in de opgave.

Omdat de afstand gegeven is in meter en de eindtijd gewoonlijk tot op (tienden van) seconden gemeten wordt, is het zinvol van km en uur over te stappen naar m en s.

We doen dat in de tabel door rijen toe te voegen:

		$: 9000$	$\times 42195$
gem. snelheid (m/s)	afstand (m)	9000	1
	afstand (km)	9	
	tijd (uur)	0,5	
	tijd (s)	1800	0,2

De gegevens uit de vorige tabel 9 km en 0,5 uur zijn eerst in dezelfde kolom omgezet in andere eenheden, namelijk in meter en seconden, waarvoor extra rijen zijn toegevoegd. Vervolgens is in de tabel de ‘reductie tot 1’ methode toegepast, waarbij alleen in de meter en seconde rijen wordt gerekend.

De gevraagde eindtijd van de marathonloper is 8439 s oftewel 2 uur 20 min 39 s. Dit is een redelijke tijd voor de marathon, toptijden liggen in de orde van 2 uur 10 min. De schatting is natuurlijk gebaseerd op de veronderstelling dat de loper zijn gemiddelde snelheid kan handhaven, of dat realistisch is, is de vraag, na een uur wil het tempo nog wel eens afnemen.

Significante cijfers

Nog een laatste opmerking over het aantal significante cijfers. Het is in de natuurwetenschappelijke vakken op school gebruikelijk de onnauwkeurigheid en daarmee het aantal significante cijfers alleen in de uitkomst te geven, niet tijdens de berekening. Immers, afronden tijdens de berekening geeft afrondingsfouten. Deze regel moet ook op de verhoudingstabel toegepast worden: niet letten op het aantal significante cijfers in de verhoudingstabel.

In het geval van de eindtijd van de marathon is een eindtijd in vier significante cijfers verantwoord. Immers, de 9 km-streep zal op ‘precies’ 9000 m (0,5 m) getrokken zijn en ‘precies een half uur’ is 1800 0,5 s. Volgens de conventie in de natuurwetenschappelijke schoolvakken allebei in vier significante cijfers, dus de uitkomst, 8439 s ook.

Ervaringen in de klas

Op de scholen waarmee we samenwerken, is enige ervaring opgedaan met het gebruik van de ‘natuurwetenschappelijke’ verhoudingstabel in 4H en 4V bij de vak-

ken natuur- en scheikunde. De ervaringen ermee zijn gunstig. De docenten rapporteren dat het belangrijke voordeel van het gebruik van verhoudingstabellen ligt in het structureren van de gegevens en het gevraagde. Vrijwel alle leerlingen kunnen wel rekenen met verhoudingen, daar is immers onder andere in de basisvorming bij wiskunde aandacht aan besteed. Voor veel leerlingen zit het probleem in de combinatie van betekenisgeving aan begrippen en het rekenen ermee. Dat wordt in de verhoudingstabel uit elkaar getrokken.

De eerste belangrijke stap is het opstellen van de verhoudingstabel. Daarmee wordt het probleem gestructureerd. Door het kiezen van labels en het invullen van de tabel worden de leerlingen geholpen bij de interpretatie en de betekenisgeving en bij het omrekenen van eenheden. Is de tabel eenmaal zodanig ingevuld dat de gegevens en het gevraagde erin staan, dan levert het rekenen zelf geen problemen meer. Diverse strategieën worden dan gebruikt, waarbij een sterk verkorte echte tabelmethode 'reductie tot 1' is. Ook kan voor sommige leerlingen een ingevulde tabel met labels samen met de rekenmethode kruiselings vermenigvuldigen een inzichtelijke verkorte methode zijn. De uitkomst krijgt een plaats in de tabel en de interpretatie ervan levert dan weinig problemen meer. De docenten rapporteerden dat, dankzij het gebruik van de labels, de verhoudingstabel niet 'verwordt' tot een rekenkundige truc: de leerlingen weten wat ze aan het doen zijn.

Een belangrijke ervaring is verder dat de verschillen tussen leerlingen groot zijn. Sommigen zien in één oogopslag hoe ze iets kunnen uitrekenen en hebben de verhoudingstabel nauwelijks nodig. Voor anderen is het van belang dat zij de afzonderlijke stappen kunnen maken en voor zich zien. Dit verschil brengt wel met zich mee dat het soms lastig is de uitgebreidere verhoudingstabellen centraal te behandelen. De 'snelle' leerlingen geven vaak hun eigen korte oplossingsmethode die hun klasgenoten niet kunnen volgen. Voor de zwakkere leerlingen is het soms noodzakelijk om toch een lange, misschien voor andere leerlingen saaiere, weg te volgen. Ervaring leert dat de 'reductie tot 1 methode' op den duur voor de meeste leerlingen een bruikbare, te begrijpen methode is. Het is echter belangrijk om aan te geven dat ieder de methode kan gebruiken die hem/haar het meest ligt. Dat is immers een van de sterkere punten van het gebruik van de verhoudingstabel.

Het blijft van belang zich te realiseren dat de verhoudingstabel een hulpmiddel is. Bij het gebruik gaat het om het doel: inzichtelijk rekenen. Als het inzicht voldoende gegroeid is, kan het zijn dat leerlingen de tabel niet meer gebruiken. Ze kunnen er echter altijd op terugvallen. Als ze weer een nieuwe verhoudingsgrootte tegenkomen, kan de tabel opnieuw helpen om ook die grootte te doorgronden en ermee te leren rekenen.

Afsluiting

We concluderen dat de verhoudingstabel een breed inzetbaar hulpmiddel is dat (zo nodig) met enige aanpassingen ook bij de natuurwetenschappen gebruikt kan worden. Wil het voor leerlingen echt een hulpmiddel zijn, dan is het van belang dat er op een eenduidige wijze mee wordt omgegaan. Dat betekent bijvoorbeeld dat er altijd labels worden gebruikt, dat de eenheden niet in de cellen staan, dat er op verschillende manieren verhoudingsgewijs in de tabel gerekend wordt, enzovoort. We hebben ons in dit artikel beperkt tot gebruik in de natuurwetenschappelijke vakken, omdat dat het terrein is waarop het BPS-project zich richt. Het is heel goed voorstelbaar dat verhoudingstabellen ook in andere vakken inzetbaar zijn als hulpmiddel: denk bijvoorbeeld maar aan economie en aardrijkskunde. De methoden voor deze vakken zijn daarop door ons nog niet bekeken. Dat kan heel goed een activiteit op school zijn waarbij de sectiegrenzen doorbroken worden.

Monica Wijers en Ton van der Valk, Project Bèta Profielen in het Studiehuis (BPS), Centrum voor Didactiek van de Bèta Wetenschappen, Universiteit Utrecht

Noten

- [1] Hummelen, H., A. Jambroes & T. van der Valk (2000). Vorm een profielteam! *NVOX*, 25(3), 103-106.
- [2] Valk, T. van der, M. Wijers & H. Broekman (2000). Achtergronden van verhoudingstabellen in wiskunde en natuurwetenschappen. *Nieuwe Wiskrant*, 20(3), 44-49.
- [3] Hoewel inzicht in verhoudingen ook bij biologie belangrijk is, hebben we geen verhoudingstabellen aangetroffen in de biologieboeken die op de BPS-scholen gebruikt worden. Wel bleek dat leerlingen soms spontaan bij daartoe geschikte opgaven een verhoudingstabel gebruikten.
- [4] Hogenbirk, P. e.a. (1997). *Natuur- en Scheikunde Overal*, 2MHV. Culemborg: Educaboek.
- [5] Een docent-in-opleiding, bezig met de introductie van 'dichtheid', signaleerde dat zoiets tot een probleem bij een leerling leidde. In zijn woorden: Het neerzetten van de dichtheid boven het volume van 1 cm^3 gaf verwarring met de eenheid die volgens de leerling gram moest zijn.
- [6] Pieren, L.O.F., e.a. (1998). *Chemie vwo bovenbouw, vijfde druk*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- [7] Antwerpen, T. van, H. Bouma, J. Le Fevre, J. van Schravendijk, D. Schouten, M. ter Steeg & T. Termaat (1998). *Curie, scheikunde voor de tweede fase vwo 1* (informatie- en verwerkingsboek). Zutphen: Uitgeverij Thieme.