



Het probleem van de maand op het RekenWeb

F. van Galen & V. Jonker
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Wat betekent het voor het rekenonderwijs als je 'internetopdrachten', zoals het probleem van de maand van het RekenWeb, gaat gebruiken in je lessen. Leerlingen gaan zelfstandig met deze opgaven aan de slag, en niet alleen tijdens de rekenlessen, maar soms ook thuis. Aan welke eisen moeten deze opgaven voldoen, en wat leren kinderen er precies van? Aan de hand van enkele voorbeelden illustreren de auteurs de mogelijkheden en onmogelijkheden van dergelijke internetopdrachten voor het leren.

1 Inleiding

Kies een patroon van zes gekleurde kralen. De computer maakt een ketting door dat patroon steeds weer te herhalen. Kun je voorspellen welke kleur kraal 121 zal hebben?

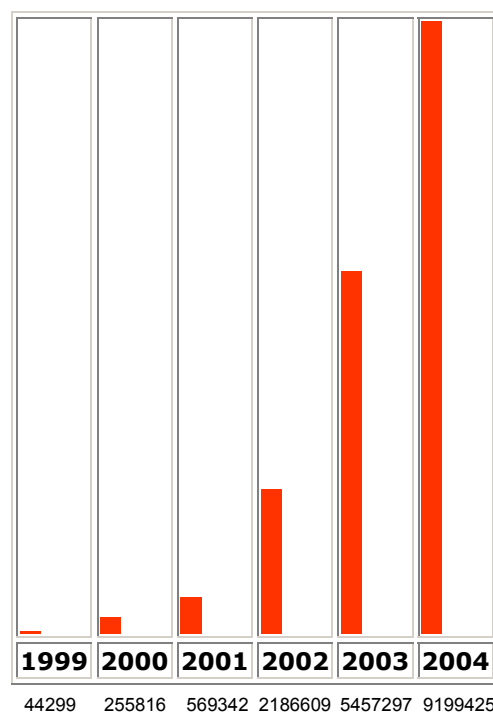
Een dergelijke computertaak verschilt nogal van de computertaken die kinderen meestal tegenkomen, want bijna alle rekenprogramma's op de basisschool zijn oefenprogramma's. Zo zijn er bijvoorbeeld tientallen programma's voor het oefenen van de tafels van vermenigvuldiging. Oefenprogramma's zijn zonder meer nuttig, maar oefenen is de afsluiting van een leerproces, en een leerproces begint met vragen als: 'Hoe zit het eigenlijk?' of: 'Is er een manier om dit probleem aan te pakken?'

Al een aantal jaren biedt het RekenWeb¹ elke maand een nieuwe serie puzzels die samen het 'probleem van de maand' worden genoemd. Het zijn meestal drie of vier vragen rond hetzelfde thema die, verspreid over de maand, op de website worden gezet. Kinderen kunnen hun antwoord naar het RekenWeb sturen, en onder degenen met goede antwoorden worden kleine prijsjes verloot. De opdrachten zijn bedoeld voor kinderen van negen tot twaalf jaar.

De problemen van de maand worden ontworpen als taken die leerlingen zelfstandig moeten kunnen maken, bij voorkeur in tweetallen maar zonder directe supervisie van de leerkracht. Dit is vooral een praktische kwestie, want we weten dat de meeste leerkrachten geen tijd hebben om het gebruik van het RekenWeb intensief te begeleiden. Onze indruk is dat leerlingen op de meeste scholen simpelweg toestemming krijgen om naar het RekenWeb te gaan, zonder dat de leerkracht specificeert welke opdrachten of spellen ze daar moeten doen. We mogen overigens aannemen dat leerkrachten het RekenWeb positief waarderen, want het RekenWeb is bijzonder popu-

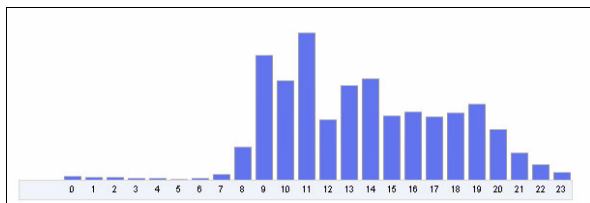
lair en het grootste deel van de bezoekers komt onder schooltijd. In figuur 1 is weergegeven hoe het aantal bezoekers op de site de afgelopen jaren is toegenomen.

Er is nog een tweede reden waarom kinderen een probleem van de maand in principe zelfstandig moeten kunnen oplossen. Het RekenWeb is niet alleen bedoeld voor gebruik op school, maar het is ook een experiment in buitenschools leren (Jonker & Van Galen, 2004). We hebben ons bij de start van het project afgevraagd of het mogelijk zou zijn kinderen ertoe over te halen om ook thuis rekenen te spelen.



figuur 1: bezoekersaantallen RekenWeb

Het antwoord op die vraag is inmiddels een volmondig ja. Ongeveer 25 procent van de bezoekers komt buiten schooltijd, met een kleine piek vlak na het avondeten (fig.2). Hoewel het regelmatig zal voorkomen dat ouders zich bemoeien met wat hun kinderen op het RekenWeb doen, lijkt het niet logisch om ervan uit te gaan dat er altijd een volwassene in de buurt is om te helpen bij het probleem van de maand.



figuur 2: verdeling bezoek RekenWeb over de dag

In dit artikel bespreken we een aantal recente opgaven, om daarmee te laten zien dat de computer gebruikt kan worden voor uitdagende opdrachten en om een indruk te geven van de reacties van kinderen. We gaan daarbij in op de vraag wat het betekent dat kinderen het probleem van de maand over het algemeen zelfstandig oplossen. Een dergelijk gebruik stelt nogal wat eisen aan de taken, en het is duidelijk dat de RekenWeb-taken op een aantal punten kunnen worden verbeterd. Aan het eind van het artikel bespreken we de richting waarin verbeteringen gezocht kunnen worden, maar we constateren ook dat onderzoek nodig is om de aanpassingen op te funderen. De besproken computertaken zijn nog steeds op het RekenWeb te vinden. De mogelijkheid om antwoorden in te sturen is echter weggehaald.

2 Zelfstandig te maken opdrachten

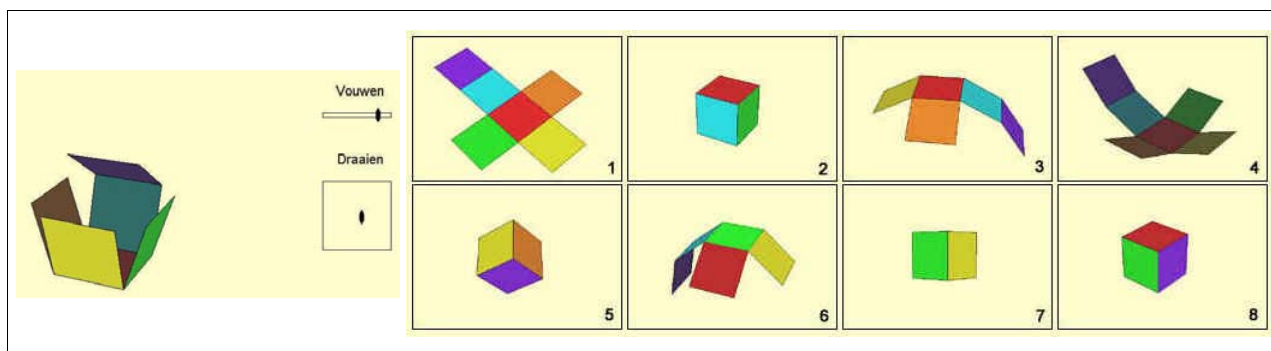
Leerlingen zouden bij voorkeur in tweetallen moeten werken aan een probleem van de maand. Ze kunnen dan onderling discussiëren over een handige aanpak, en over het correct zijn van een gevonden antwoord. In principe moeten ze het echter af kunnen zonder directe begelei-

ding van de leerkracht, om de redenen die we hiervoor noemden: leerkrachten hebben te weinig tijd om hen intensief te begeleiden en de taken zijn ook bedoeld voor kinderen thuis. Wanneer leerlingen de opgaven zelfstandig maken, spelen er een aantal problemen:

- Het komt vaak voor dat leerlingen de opdracht niet helemaal begrijpen. Daar speelt in mee dat ze over het algemeen uitlegteksten pas gaan lezen als ze vast komen te zitten (Fuit, 2004).
- Kinderen zijn georiënteerd op het vinden van een oplossing, niet op reflectie. Wanneer een oplossing gevonden is, is voor hen de opgave af (Van Galen, 2000a).
- Leerlingen zijn geneigd om te ‘zappen’; als een probleem oninteressant of te moeilijk lijkt, klikken ze door naar iets anders.
- De computer kan alleen feedback geven op welomschreven antwoorden - bijvoorbeeld een getal - of op meerkeuzevragen. Het antwoord op vragen als: ‘Leg uit waarom ...’ kan een computer niet interpreteren.

Op deze punten zou een begeleidende leerkracht allerlei mogelijkheden hebben om bij te sturen. Hij kan bijvoorbeeld kinderen met een vaag antwoord aansporen om preciezer te zijn, of kinderen met een foute redenering op een ander spoor zetten. Hij zou ook de gevonden oplossingen kunnen gebruiken als startpunt van een klassikale discussie (Van Galen, 2000b). Zonder bemoeienis van de leerkracht ligt de sturing geheel bij de computer, wat zware eisen stelt aan de taak. De computer is echter weer sterk in het voordeel ten opzichte van een soortgelijke serie opdrachten op papier, omdat de computer kinderen gelegenheid geeft om te experimenteren. In dat verband is het onhandig dat de term ‘feedback’ meestal opgevat wordt als een reactie van de computer op het goed of fout zijn van een antwoord. In die beperkte betekenis gebruikten wij de term ook hierboven.

Feedback is in die beperkte betekenis een term voor wat een leerkracht zou kunnen doen als een kind een gemaakte opdracht aan hem voorlegt, en inderdaad, de computer kan veel niet wat een leerkracht wel kan. We kunnen ‘feedback’ echter ook wijder opvatten en alle reacties van de computer op muisklikken en dergelijke eronder laten vallen. Het feit dat de computer reageert op wat de leer-



figuur 3

ling doet - de taken die we hierna bespreken geven daar voorbeelden van - creëert een experimenteromgeving die veel meer biedt dan een opdracht op papier. Aan het eind van het artikel gaan we in op mogelijke oplossingen voor de genoemde problemen.

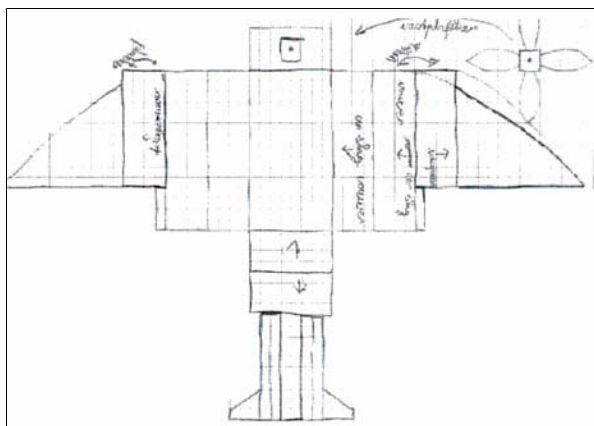
Bouwplaat

Het probleem van de maand november in 2003 had betrekking op bouwplaten. Figuur 3 laat het scherm van een computerprogramma zien waarmee de bouwplaat van een kubus open en dicht gevouwen kan worden. Met het paneeltje 'Draaien' kan ook de stand worden veranderd. De vraag in de eerste week was welke van de acht plaatjes niet bij de bouwplaat van het computerprogramma passen.

Het goede antwoord is plaatje 6 en 8, want daar zijn kleuren verwisseld. Op de zwart-wit-afbeelding is dit overigens niet goed te zien. Via draaien en vouwen kunnen kinderen al experimenterend onderzoeken welk van de acht gegeven plaatjes wel kloppen. Daar komt ook redeneren aan te pas, alleen al om te weten hoe je de kubus moet draaien om hem in de goede stand te zetten.

Bij dit probleem van de maand werd elke week een nieuwe opdracht toegevoegd. Naast twee kubusopgaven waren er ook vragen over een acht- en twintigvlak.

Bij dit probleem van de maand - dat aansloot bij een themanummer van 'Willem Bartjens' over 'vouwen en bouwen' - schreven we een wedstrijd uit voor het zelf ontwerpen van een bouwplaat (Van Galen, 2003). Het vliegtuig van een van de leerlingen uit groep 7 (fig.4) laat zien hoeveel meetkundig inzicht kinderen kunnen hebben. Te zien aan hun producten hadden andere leerlingen uit diezelfde klas echter veel moeite met de opdracht.



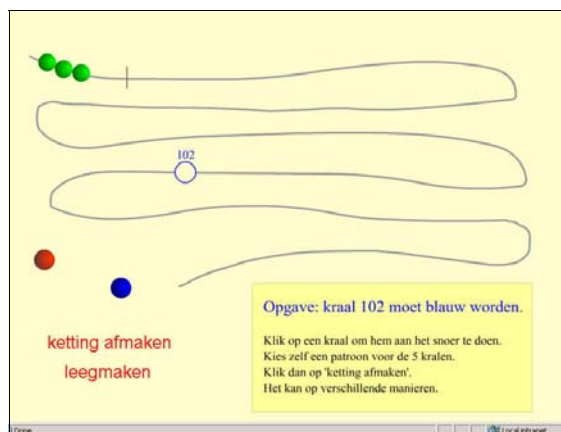
figuur 4: bouwplaat

Ketting rijgen

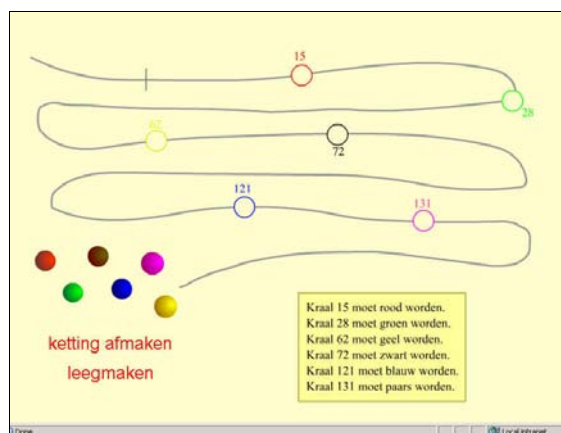
Het tweede probleem van de maand dat we bespreken is een getallenprobleem. Je kunt een ketting maken met kralen van verschillende kleuren door vijf kralen op de draad

te doen en dan op 'ketting afmaken' te klikken (fig.5). Het gemaakte patroon wordt door de computer herhaald tot er 150 kralen op de ketting zitten. De vraag hierbij is: welk patroon van vijf kralen zorgt ervoor dat kraal nummer 102 een blauwe kraal wordt?

Dit is een opgave die zich al experimenterend laat oplossen. Je kunt een willekeurig patroon kiezen - bijvoorbeeld groen, groen, blauw, groen, rood - en dan constateren dat de blauwe kraal één plek te ver komt. Als je de blauwe kraal in het patroon dan één plek naar voren schuift wordt kraal 102 ook blauw. : ketting rijgen



Leerlingen die een antwoord vinden, hebben dus niet noodzakelijkerwijs het systeem door van de relatie tussen het patroon en de kleur van kralen verderop aan de ketting.



figuur 5: ketting rijgen

De opgave die we een week later gaven (fig.6) leek erg op de eerste opdracht, maar nu met een patroon van zes verschillende kralen. Dit keer vroegen we echter ook om uitleg: als blauw de eerste kleur van het patroon is, waarom wordt kraal 121 dan ook blauw? Er waren heel wat kinderen - 200 van de 530 - die een goed en duidelijk antwoord wisten te geven. Bijvoorbeeld:

Bij een patroon met zes kralen kijk je of het getal in de tafel van zes zit, 121 zit niet in de tafel van zes, er moet er nog 1 bij, dus weet je dat daar het nieuwe patroon begint.

Het is steeds een veelvoud van 6, dus na 20 series van 6 komt op de 121ste plek weer de eerste van de serie.

$120 : 6 = 20$ rest 1, dus de eerste.

Er waren ook veel kinderen - 204 - die geen of een onduidelijk antwoord gaven. 46 Kinderen gaven echter volmondig toe dat ze geen verklaring hadden:

Ik heb eerst gewoon iets gedaan en dan gekeken en gepuzzeld; het is moeilijk om het uit te leggen! dus ik kan nix beters zeggen.

Ten slotte was er een groep van tachtig kinderen met een foute verklaring. Een paar voorbeelden:

Omdat 1 een oneven getal is en 121 ook.

15 zit in de tafel van 3 en het staat ook op de plek van 3 enzovoort.

Kraal 121 heeft dezelfde kleur als de eerste omdat $121 : 121 = 1$.

Omdat je 121 alleen door 1 kan delen en niet door 2, 3, 4, 5, 6.

Omdat de 121ste kraal in de tafel van een zit.

De zevende is steeds dezelfde als de eerste en 121 is deelbaar door 7.

Veel leerlingen lijken wel te begrijpen dat de relatie tussen kraal 1 en kraal 121 met delen te maken heeft, maar de precieze relatie begrijpen ze niet.

Het feit dat het probleem van de maand vaak niet één opgave is maar een serie opgaven, maakt het mogelijk om een opbouw aan te brengen. Bij het kettingrijgen was de eerste opgave er een die makkelijk al proberen opgelost kon worden. De vierde opgave was een vraag waarbij kinderen ook over de kleur van kraal 200 moesten nadenken, terwijl het scherm maximaal 150 kralen liet zien. Of dat er inderdaad toe heeft geleid dat kinderen uiteindelijk het systeem zijn gaan doorzien, weten we niet, omdat we bij opgave 4 alleen naar het patroon vroegen en niet om een uitleg.

Metselen

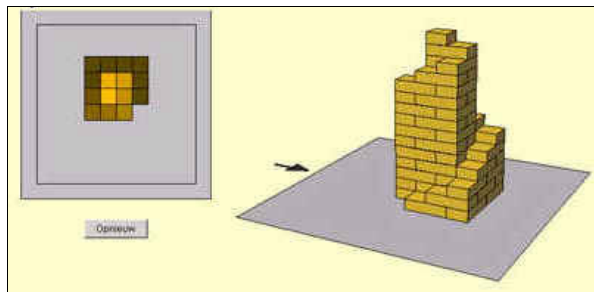
In mei 2004 bestond het probleem van de maand uit een serie opgaven over metselen. In het spel konden kinderen een muurtje of een toren nabouwen. De derde opgave was het nabouwen van de toren uit figuur 7, met daarbij de vraag hoeveel stenen je nodig hebt. We hoopten natuurlijk dat kinderen een handige aanpak zouden vinden (zie ook Boon, 2003). We vroegen daarom naar een uitleg: 'Weet je een handige manier om dit te tellen?' Een van de kinderen kwam met dit antwoord:

Voor de onderste laag 15 halve, elke laag erop 1 steen minder. $15 + 14 + 13 \dots 3 + 2 + 1 = 120$, delen door 2 omdat het halve zijn maakt 60.

Het merendeel van de kinderen had echter simpelweg geteld. Bijvoorbeeld:

Steeds als je een steen neerlegt op een blaadje schrijven hoeveelste steen het is bijvoorbeeld 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10.

Eerst het bouwwerk maken en dan één voor één weghalen en ondertussen tellen en op een papiertje schrijven. .



figuur 6

3 Onderzoeksvragen

Een opgave van het probleem van de maand levert op dit moment tweehonderd tot duizend reacties op. De meeste antwoorden komen op de eerste opgave binnen, want die opgave staat de hele maand op het RekenWeb. Bovendien zijn er kinderen die pas later in de maand de opgaven gaan bekijken en dan bij de eerste opgave beginnen. Hoeveel antwoorden we binnenkrijgen varieert per opdracht. Er zijn problemen die kinderen blijkbaar meer aanspreken dan andere en het maakt ook veel verschil of de vraag makkelijk is of moeilijk. Wat betreft de hier besproken opgaven: de eerste opgave van 'Bouwplaat' leverde 374 reacties op, de eerste opgave van 'Ketting Rijgen' leverde 530 reacties op en op de eerste opgave van 'Metselen' kregen we 720 antwoorden.

De vraag is natuurlijk hoeveel kinderen leren van de problemen van de maand. Uit de besproken voorbeelden blijkt dat kinderen vaak niet de aanpak weten te vinden waar de bedenkers van de opgaven op hoopten. Het lukt ze bijvoorbeeld wel om de toren van figuur 7 na te bouwen - op zich een taak die behoorlijk wat meetkundig inzicht vraagt - maar gevraagd naar het aantal stenen van de toren komen ze niet verder dan simpel tellen. Bij de kettingopgave lossen veel kinderen het probleem wel op, maar ze doen dat vooral via experimenteren; slechts een deel van de leerlingen doorziet het systeem.

Gegevens over hoeveel leerlingen een antwoord weten te vinden op een bepaalde vraag zeggen echter weinig over leerprocessen. Wat wisten ze al voordat ze aan het probleem begonnen? Is het probleem nieuw voor hen of een

variatie op problemen die ze eerder hebben opgelost? Langs welke paden hebben ze een oplossing gezocht? Welke ontdekkingen hebben ze gedaan tijdens het oplossen van het probleem, en zijn dat ontdekkingen die hen kunnen helpen bij nieuwe opgaven? We kunnen alleen maar constateren dat het vragen zijn die zich op basis van de gegevens die wij binnenkrijgen niet laten beantwoorden, en die waarschijnlijk ook niet beantwoord zouden kunnen worden als we meer, of meer gedetailleerde vragen zouden stellen bij de opgaven.

Naar onze mening kunnen alleen directe observaties en interviews inzicht bieden in het feitelijke denkproces van kinderen, en alleen van daaruit zou iets gezegd kunnen worden over hun leren. Met een aantal taken van het RekenWeb zijn in het verleden observaties gedaan (Van Galen, 2000a; Hoefakker, 2004; Fuit, 2004), maar de meeste computertaken zijn hooguit incidenteel geobserveerd.

Het lijkt zinvol om onderzoek te doen naar het effect van de problemen van de maand, met name rond de vraag wat kinderen leren als ze dergelijke *problemsolving*-taken doen zonder de steun van een leerkracht. Dit laatste stelt hoge eisen aan de computertaak en de huidige problemen van de maand kunnen op dit punt ongetwijfeld verbeterd worden. Dat veronderstelt dat oplossingen gezocht moeten worden voor de problemen die we eerder signaleerden.

We lopen hieronder de verschillende problemen langs en formuleren een mogelijke richting waarin de oplossing zou kunnen worden gezocht.

Kinderen begrijpen de opdracht soms niet

Uit observaties blijkt dat leerlingen de uitlegteksten bij de computerspellen amper tot niet lezen (Hoefakker, 2004; Fuit 2004). Vaak duurt het even voordat kinderen de opdracht begrijpen. Soms wordt de taak hen duidelijk door wat te experimenteren en soms besluiten ze om alsnog de toelichting te gaan lezen. Op zich is dit niet erg - uiteindelijk begrijpen de meeste kinderen de taak wel - maar de kans bestaat dat kinderen door onduidelijkheden in de taak gaan 'doorzappen' naar een ander spel of een andere internetsite. Een mogelijke oplossing is om de problemen te introduceren via introductiefilmpjes, die zowel de interesse van kinderen kunnen wekken, als kunnen helpen bij het duidelijk maken van de vraag. Deze techniek wordt vaak toegepast bij computergames, waarbij het eerste *level* van het spel alleen dient om de basale functionaliteit van het spel duidelijk te maken (Gee, 2003).

Kinderen verliezen hun interesse in het probleem

Kinderen moeten gemotiveerd blijven om een oplossing te vinden. De belangrijkste voorwaarde daarvoor lijkt dat de taak niet te makkelijk, maar ook niet te moeilijk mag zijn. Er moet uitdaging in een taak zitten, maar het probleem mag ook weer niet zo moeilijk zijn dat kinderen

het direct opgeven. Bij computerspellen is het gebruikelijk dat het niveau van het spel zich aanpast aan de vaardigheid van de speler (Csikszentmihalyi, 1990). Adaptiviteit is bij een actiespel echter makkelijker te realiseren dan in computertaken met een puzzelkarakter. Wellicht kan echter adaptiviteit worden gerealiseerd via het aanbieden van hints, of via de keuze van vervolgvragen, waarbij het eerste 'level' van het spel alleen dient om de basale functionaliteit van het spel duidelijk te maken (Gee, 2003).

Reflectie op de oplossing

Dit probleem speelt natuurlijk overal in het reken-wiskundeonderwijs. Het gaat de leraar en de schoolboekauteur niet om oplossingen voor dat ene, specifieke probleem, maar om het leerproces dat erdoor gestimuleerd wordt. Kinderen richten zich vanzelfsprekend vooral op het vinden van oplossingen en vinden dat ze klaar zijn als ze een oplossing hebben gevonden. Het probleem speelt bij computertaken echter sterker, omdat de computer de mogelijkheid biedt tot eindeloos experimenteren.

Een oplossing kan zijn om af en toe de mogelijkheid van direct experimenteren weg te halen, zodat de taak verschuift naar het voorspellen van een uitkomst (Van Galen, 2000a). Een andere mogelijkheid is het stellen van reflectieve vragen, zij het dat de mogelijkheden om de computer daarop te laten reageren beperkt zijn.

De computer kan slechts op een beperkte manier feedback geven

Feedback - in de zin van een reactie op het uiteindelijke antwoord van een leerling - is belangrijk (Dawes & Dumbleton, 2002), maar de mogelijkheden om de computer feedback te laten te geven zijn beperkt. De computer kan goed reageren op een welomschreven antwoord, of bij een meerkeuzevraag, maar feedback bij antwoorden op een open vraag zoals we die hierboven citeerden is niet mogelijk.

Wellicht is het echter mogelijk om via een serie meerkeuzesituaties het redeneerproces van de leerlingen enigszins te sturen (Mason & Bruning, z.j.). Denk bijvoorbeeld aan de mogelijkheid om hints aan te bieden, of kinderen eerst zelf een antwoord te laten formuleren en ze dan te vragen om te kiezen uit de antwoorden van andere kinderen.

Er zijn goede redenen om op deze punten onderzoek te doen. Er is een duidelijke trend in het onderwijs om leerlingen een meer zelfstandige rol te geven. Het gevaar van deze trend is dat het reken-wiskundeonderwijs kan afglijden tot het niveau van 'Naar Zelfstandig Rekenen' of 'Naar Aanleg en Tempo', waarbij leerlingen in hun eigen tempo rijtjes sommen maken. Computertaken lijken geschikt om leerlingen redeneeropdrachten voor te zetten. Bovendien kan dergelijk onderzoek laten zien welke mogelijkheden er zijn om het onderwijs ook naar buiten de school te verplaatsen (Jonker, 2004).

Noot

1 Het 'RekenWeb' bezoekt u via: www.rekenweb.nl

Literatuur

- Boon, P. (2003). Meetkunde op de computer. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 22(1), 17-26.
- Csikszentmihalyi, M. (1990). *Flow: The Psychology of Optimal Experience*. New York: HarperCollins Publishers.
- Dawes, L. & T. Dumbleton, T. (2002). *Computer Games in Education Project*. Becta, UK: CGE.
- Fuit, M. (2004). *Het onzichtbare zichtbaar maken. Een exploratief onderzoek met behulp van de hardopdenkmeetkunde en een schermrecorder naar procesgegevens van groep zeven leerlingen die werken met het RekenWeb*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Galen, F. van (2000a). De rol van problemsolving-computertaken in reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van reken-wiskundeonderwijs*, 18(4), 29-35.
- Galen, F. van (2000b). Kikker vraagt keersommen. *Willem Bartjens*, 20(1), 30-32.
- Galen, F. van (2003). Een eigen huis. Leerlingen ontwerpen bouwplaten. *Willem Bartjens*, 23(2), 12-14.
- Gee, J. (2003). *What video games have to teach us about learning and literacy*. New York: Palgrave Macmillan.
- Hoefakker, M. (2004). *Wat doen kinderen met 'Hans huis'? Een onderzoek naar de rekentaak in het spel Hans Huis van RekenWeb*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Jonker, V. & F. van Galen (2004). *KidsKount. Mathematics games for realistic mathematics education in primary school*. Paper presented at the 10th International Conference on Mathematics Education (ICME), Copenhagen, Denmark.
- Jonker, V. (2004). *Onderzoek naar computer games. Een inventarisatie*. <http://www.fi.uu.nl/~vincent/games>
- Mason, J. & R. Bruning (z.j.). *Providing feedback in computer-based instruction: What the research tells us*. <http://dwb.unl.edu/Edit/MB/MasonBruning.html>