



Gebruik je gezond verstand!

Rijkje Dekker
Universiteit van Amsterdam, Instituut voor de Lerarenopleiding

Freudenthal is ongetwijfeld de persoon geweest die mij in mijn ontwikkeling als wiskundeonderwijsonderzoeker het meest beïnvloed heeft. De les die hij mij leerde, was: 'Gebruik je gezond verstand'. Maar het heeft een tijd geduurd voordat ik mij die les echt bewust werd.

Het is nu alweer vijftien jaar geleden dat Freudenthal is overleden. Toch is het beeld dat ik van hem heb nog zeer duidelijk. Ik heb hem ontmoet tijdens mijn wiskundestudie aan de Universiteit van Amsterdam, toen hij daar een lezing gaf. Ik gaf indertijd naast mijn studie les op een middenschool en was geïnteresseerd geraakt in samenwerkend wiskundeleren. Freudenthal had daarover in een aantal publicaties zijn ideeën geuit en die interesseerden mij. Ik sprak hem na zijn lezing aan, ging met hem over zijn ideeën in discussie en hij stimuleerde mij vrijwel direct onderzoek te gaan doen. Dat resulteerde voor mij onder andere in een proefschrift over samenwerkend wiskundeleren. Nog steeds houd ik mij in mijn onderzoek met samenwerkend wiskundeleren bezig en publiceer daar regelmatig over. Je kunt gerust van een passie spreken.

Sinds die eerste ontmoeting hebben Freudenthal en ik altijd contact gehouden en kwamen er in al onze gesprekken niet alleen allerlei wetenschappelijk onderwerpen aan de orde, maar gaandeweg ook steeds meer persoonlijke: kinderen, zijn kleinkinderen, liefde voor kunst, sociale bewogenheid, grapjes ... Ook introdu-

ceerde hij mij in de kring van de 'Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques' (CIEAEM) en maakte ik kennis met allerlei bevlogen wiskundeonderwijsonderzoekers, vaak pioniers in eigen land die met heel veel inzet probeerden het wiskundeonderwijs voor alle leerlingen toegankelijk te maken. Binnen de CIEAEM heeft Freudenthal zelf de mensen gevonden die hem in zijn ideeënvorming over het wiskundeonderwijs inspireerden en met wie hij zeer bevriend is geraakt. Hij noemt enkelen van hen in het voorwoord van zijn beroemdste en meest vertaalde boek 'Mathematics as an Educational Task'. Iets dat voor hem heel opmerkelijk is.

Toen hij pas overleden was, voelde ik mij aanvankelijk koersloos. Ik vroeg me regelmatig af: 'Wat zou Freudenthal hiervan vinden?' Maar hij was er niet meer om mijn ideeën al discussiërend aan te toetsen en op te oriënteren. De ommekeer kwam echter toen ik tien jaar geleden op uitnodiging van de CIEAEM een plenaire lezing mocht houden op haar 47^{ste} conferentie in Berlijn die als thema had 'Mathematics (Education) and Common Sense'. Het was mijn eerste plenaire lezing en ik heb hem zeer uitgebreid voorbereid. Ik was namelijk niet alleen als persoon met een eigen onderzoeksspecialisatie uitgenodigd, maar ook als 'leerling' van Freudenthal en daarmee als een soort representant van de Hollandse school voor realistisch reken-wiskundeonderwijs. Dat scheidt ver-



plichtingen. Freudenthal heeft zelf in een aantal publicaties uiteengezet hoe hij het leren van wiskunde ziet als het ontwikkelen van het gezond verstand.

Ik heb toen in mijn lezing een soort collage gegeven van het werk van verschillende mensen in Nederland die naar mijn mening heel mooi het gezond verstand van leerlingen laten zien of gebruiken:

- Marja van den Heuvel-Panhuizen, die met haar toetsen voor jonge kinderen heeft laten zien wat zij allemaal al aan eigen reken-wiskundekennis ontwikkeld hebben voordat ze op school echt met rekenen-wiskunde aan de slag gaan. Van de 441 zesjarigen van 22 verschillende basisscholen geven er al heel wat goede antwoorden op toetsvragen over leerstof die ze op dat moment nog niet gehad hebben. Een opgave over optellen in de context van ganzenborden wordt bijvoorbeeld door maar liefst tachtig procent van de leerlingen goed opgelost en zelfs een opgave over aftrekken in de context van het kopen van een zonnebril door veertig procent. En dat zonder hulpmiddelen of te tellen objecten. Kinderen ontwikkelen dus in hun eigen wereldje al een hoop reken-wiskundekennis op eigen kracht. Een kwestie van gezond verstand! En net als de groep experts aan wie Marja de toetsopgaven voorlegde om een schatting te maken van het percentage kinderen dat de opgaven goed zou maken, heb ik mijn publiek een aantal opgaven met dezelfde vraag voorgelegd. En ook bij mij was de inschatting van de prestaties van de leerlingen beduidend lager dan de werkelijke prestaties. We beginnen dus al met leerlingen te onderschatten. Niet goed voor hun wiskundig zelfvertrouwen dat juist gebouwd wordt op het eigen gezonde verstand.
- Marjolein Kool, die met prachtige historische rekenproblemen informele strategieën van leerlingen blootlegt. Ze heeft bijvoorbeeld aan leerlingen van tien en elf jaar een rekenopgave voorgelegd uit een zestiende-eeuws rekenboekje, geschreven door de toen achttienjarige Peter van Halle. De opgave zou met een staartdeling gemakkelijk op te lossen zijn, maar dat hebben ze nog niet gehad, dus komen er allerlei andere oplossingen naar voren vanuit eigen kennis en gezond verstand. En die rijkdom benut ze door de verschillende oplossingen te tonen en te bespreken en een leerling, Hanneke, zelfs de kans te geven de oplossing die Peter van Halle zelf geeft, te verbeteren. Hoe een leerling een deskundige weet te verslaan! Dat is goed voor het wiskundige zelfvertrouwen.
- Wim Sweers, die allerlei verpakkingen de klas inhaalde om deze met zijn leerlingen wiskundig te verkennen. Met zijn leerlingen van het toenmalige LHNO had hij altijd moeite met wiskundige modellen. Tot hij merkte dat diezelfde leerlingen bij een ander vak de

mooiste verpakkingen maakten. Die werden in de etalagekasten op school tentoongesteld. Zo bedacht hij dat het wiskundig verkennen van verpakkingen een mooie instap voor zijn leerlingen in de wiskundige wereld van de modellen kon vormen. Een heel mooi voorbeeld waarbij wiskunde op het gezond verstand wordt opgebouwd. Het idee is in veel wiskundeboeken terug te vinden, en is bijvoorbeeld ook in een Portugese wiskundemethode terechtgekomen.

- Aad Goddijn, die met zijn kijkexperimenten een geheel nieuw terrein aanboorde. De kijkmeetkunde is helemaal gebaseerd op eigen experimenten van leerlingen en daarmee hecht verankerd in het gezond verstand. Het ontwikkelen van gezond verstand gaat immers via de reflectie op eigen ervaringen en niet doordat anderen je zaken aanpraten. Aad heeft zich daarbij laten inspireren door het werk van Tatjana Ehrenfest die met haar ‘Übungensammlung’ uit 1931 een revolutie in wiskundig-didactisch Nederland op gang heeft gebracht.
- Tatjana Ehrenfest nodigde bij haar thuis in Leiden allerlei wiskundeonderwijsmensen uit om met ze in discussie te gaan en ze haar ideeën voor te leggen. Men was geschokt. Maar een aantal mensen was gegrepen: Dina van Hiele-Geldof die aan de hand van betegelingen mooie meetkundelessen is gaan ontwerpen, uitvoeren en onderzoeken en daar een heel bijzonder proefschrift over geschreven heeft. En ook Hans Freudenthal die met Tatjana in discussie ging, niet alleen in de beslotenheid van haar huis, maar ook openlijk. Hij was waarschijnlijk haar beste leerling; hij was zeker mijn beste leraar, die mij leerde om mijn gezond verstand te gebruiken, op alle niveaus.

Zo eindigde ik mijn lezing, die bevrijdend werkte. Ik vond het heel bijzonder om te doen en kreeg veel goede reacties. Maar vooral het besef dat ik ook zonder Freudenthal met mijn ontwikkeling in het wiskundeonderwijsonderzoek door kon gaan, door telkens mijn eigen gezond verstand te blijven gebruiken, steunde mij.

Inmiddels is het tien jaar later en ik moet eerlijk toegeven dat het in de wereld van het wiskundeonderwijsonderzoek niet eenvoudig is om je gezond verstand de plaats te geven die het verdient. De neiging naar theoretiseren is zo groot geworden dat je je in allerlei onderzoeken van anderen moet verdiepen, wil je nog kans maken ergens je werk gepubliceerd te krijgen. En als je eigen ideeën goed zijn en je wilt je daarop concentreren, dan werkt dat soms eerder frustrerend dan inspirerend. Dit besprak ik laatst met mijn collega Marianne Elshout-Mohr, leerpsychologe, met wie ik al jaren samen onderzoek doe en publiceer, iemand wier denkkraft ik zeer bewonder. Het was naar aanleiding van een artikel dat we geschreven hadden voor het ooit door Freudenthal opgerichte tijdschrift ‘Educational Studies in

Mathematics': 'How children regulate their own collaborative learning'. In feite weer een artikel waarin het gezond verstand van kinderen centraal staat. We moesten het reviseren en veel meer inbedden in de bestaande literatuur. Er was een waslijst aan opmerkingen.

'Ze begrijpen het gewoon niet!', verzuchtte ik.

'Nee,' beaamde Marianne, 'we moeten dus verhelderen wat we willen zeggen.'

En van daaruit zijn we toen het artikel gaan reviseren. Achteraf hebben we de lijst opmerkingen nog nagelopen, maar dat leverde uiteindelijk nog maar weinig extra werk op. Het gereviseerde artikel werd goed ontvangen.

'Ik zal je missen,' zei ik tegen Marianne, want het is het laatste jaar voor haar pensioen, 'maar misschien is het ook wel goed om nu zelf verder te gaan.'

'Als je de literatuur maar in de gaten houdt', was haar advies.

'Van Freudenthal heb ik juist geleerd mijn gezond verstand te gebruiken', reageerde ik.

'Ja,' zei ze, 'dat doe ik ook, zo ontwikkel ik mijn ideeën, maar vervolgens ga ik kijken wat anderen gezegd hebben, om mijn ideeën aan te toetsen.'

Mooi vond ik dat, en het past naadloos bij mijn les van Freudenthal: 'Gebruik eerst je gezond verstand, en daarna de literatuur!'