

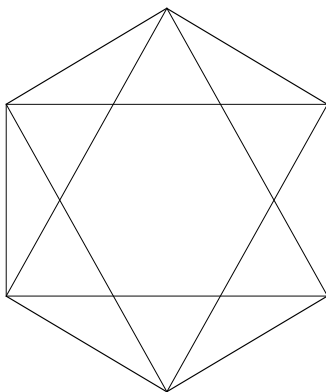
## Een meetkundige opgave voor de opleiding en de basisschool: de zeshoek

J. ter Heege

Panama / Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Af en toe heeft het voor studenten van de opleiding betekenis om zelf te puzzelen met een opgave en met die opgave vervolgens ervaring op te doen in de stageschool. Ze vragen zich dan bijvoorbeeld af of de leerlingen dezelfde problemen met de opgave hebben als zijzelf in eerste instantie hadden. Als ze zelf werden 'gegrepen' door de opgave, zal het studenten extra motiveren als ze het enthousiasme van hun leerlingen zien.

Dit is het oogmerk dat we hebben met de volgende, meetkundige opgave: er eerst studenten zelf door motiveren en hen daarna te laten ervaren hoe die opgave door kinderen in de basisschool wordt opgelost. Of ze er ook door gegrepen worden of niet. De aanleiding lijkt vrij simpel. We tonen, bijvoorbeeld op een transparant, de volgende opgave (fig.1).



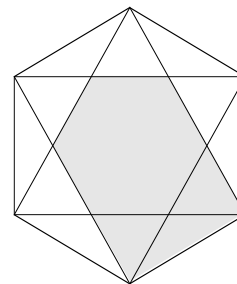
figuur 1

De eerste vraag die we de groep stellen is eenvoudigweg: 'Is dit een zeshoek?' En bij een bevestigend antwoord, volgt uiteraard de vraag waarom je dit een zeshoek noemt. Het gaat dan niet om een 'definitie' van een zeshoek, al zullen de verschillende opmerkingen die studenten maken pogingen zijn 'een sluitende omschrijving' van een zeshoek te geven.

Aansluitend vragen we een student de zeshoek die zij in het hoofd heeft even op het transparant aan te wijzen, want de student die scherp kijkt, ziet meer dan een enkele zeshoek. We hopen natuurlijk dat er een andere student is die de klas duidelijk maakt dat ze een andere zeshoek in gedachten had, namelijk de kleine zeshoek die zich 'binnen' de grote bevindt.

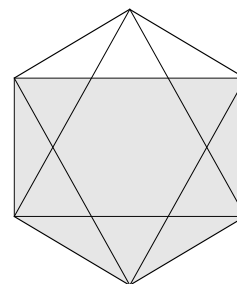
Dan volgt de kernvraag van de les, die bijna ook letterlijk zo op het transparant staat: Zie je in deze figuur een vijfhoek? In eerste instantie blijken studenten over het algemeen geen enkele vijfhoek te zien. Dat komt waarschijnlijk omdat de zeshoekstructuur in de tekening zo dominant is. Maar het kan ook zijn dat de studenten er impliciet van uitgaan dat in de vraag opgesloten ligt dat je naar een regelmatige vijfhoek moet zoeken. Die vind je uiteraard niet.

De ervaring leert dat er opeens een student opstaat die een vijfhoek heeft ontdekt en die op het transparant aan kan wijzen. Dat kan een vijfhoek van het volgende type zijn (fig.2).



figuur 2

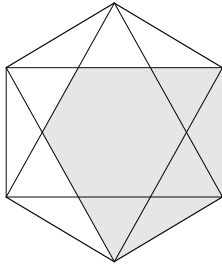
Zodra er een vijfhoek in de figuur gevonden is, zijn er studenten die er meer dan één zien. Hoeveel van dit type zijn er? Het zijn er zes. Hoe leg je aan de groep uit dat het er zes zijn? Er zijn verschillende redeneringen mogelijk. Daarin is een belangrijke rol weggelegd voor redeneringen op basis van symmetrie. Maar ook rotaties of draaiingen (over  $60^\circ$  en veelvoud daarvan) komen dan in beeld. De conclusie die we nu kunnen trekken, is voor sommige studenten enerverend.



figuur 3

Eerst meende je dat er geen enkele vijfhoek in deze zeshoek voorkwam, maar opeens heb je er zes gevonden! Zijn er nog meer? Ja, die zijn er. Er zijn studenten die nu andere vijfhoeken zien, bijvoorbeeld vijfhoeken van het volgende type (fig.3).

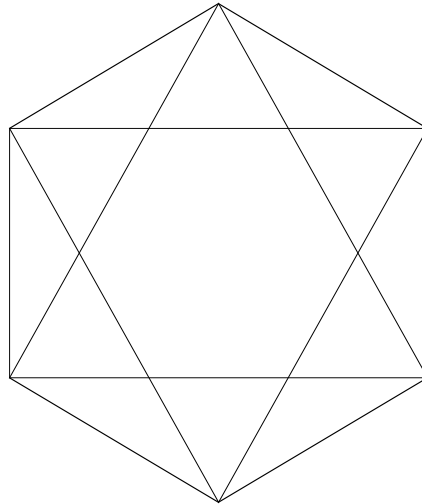
Ook daar zijn er natuurlijk weer zes van, te concluderen op grond van symmetrie in de zeshoek.



figuur 4

Zie je nog andere vijfhoeken in deze figuur? Zien studenten bijvoorbeeld de vijfhoek van dit type in figuur 4? Ook hier zijn er weer zes van, In de zeshoek kun je met andere woorden veel vijfhoeken ontdekken. Er zijn er nog meer, zeker als je ook concave vijfhoeken mee gaat tellen.

Met deze opdracht in het achterhoofd, gaan studenten naar de basisschool om deze aan leerlingen van de bovenbouw te geven, op een manier net als op de opleiding is gebeurd. Zij zullen zien dat er leerlingen zijn, die evenals zichzelf, verrast worden door de veelheid aan mogelijkheden die je opeens ziet als je de figuur beter bestudeert. Dan komen, evenals in de les op de pabo, redeneringen naar voren waarin het zo juist verworven inzicht kan worden verwoord: redeneringen op basis van symmetrieën en rotaties binnen de oorspronkelijke figuur.



Zie je in deze figuur vijfhoeken?

Hoeveel verschillende vijfhoeken zijn er?