Zoals de ouden zongen

M. Kool
Hogeschool Domstad, Utrecht

1 Inleiding

Als een moderne leerkracht in een zestiende-eeuws rekenboekje bladert, zal hem of haar onwillekeurig een gevoel van opluchting bekruipen: 'Wat een geluk dat ik met een moderne realistische rekenmethode mag werken!' Toch kan het ook voorkomen dat diezelfde leerkracht al bladerend in zo'n oud boekje bij bepaalde passages verrast uitroept: 'Dat deden onze collega's zo'n vier eeuwen geleden zo gek nog niet!' Enkele van die verrassingen uit de zestiende-eeuwse rekenkunde worden in dit artikel aan de orde gesteld, omdat ze de twintigste-eeuwse leerkracht aan het denken kunnen zetten over zijn of haar onderwijspraktijk, met name over het taalgebruik van leerlingen tijdens klassikale interactie.
De mooiste onderwijssituaties zijn die situaties waarin leerlingen gezamenlijk werken aan een rekenprobleem. Dat zijn situaties waarin kinderen elkaar uitleggen hoe ze gerekend hebben en elkaar proberen te overtuigen van de handigste aanpak. In navolging van A. Treffers wordt dit tegenwoordig neo-klassikaal onderwijs genoemd, met als belangrijkste eigenschap de onderlinge uitwisseling van rekengedachten. Echter, wie rekengedachten wil uitwisselen stuit op een probleem: gedachten zijn van nature onhoorbaar en onzichtbaar. Taal is de oplossing. Door middel van taal is het mogelijk om rekengedachten uitwisselbaar te maken. Daaruit volgt de vraag: 'Welke taal is het meest geschikt voor de uitwisseling van rekengedachten in de klas?'

In dit artikel komen de volgende vragen aan de orde: Welke taal laten we de kinderen spreken als ze met elkaar over een rekenprobleem praten? Is dat de taal van het schoolplein of is dat een speciale rekenlestaal?
Mogen leerlingen hun eigen taal spreken als ze hun oplossingen verwoorden, of moeten ze bijgestuurd of af-

figuur 1: schoolklas van Pieter Breughel

gekapt worden als het erg omslachtig dreigt te worden? Mogen leerlingen hun eigen rekenwoorden gebruiken of moeten ze de officiële rekentermen hanteren?
Het antwoord op deze vragen is, verbazingwekkend genoeg, voor een deel te vinden in het zestiende-eeuwse rekenonderwijs. De verschillen tussen het rekenonderwijs toen en nu zijn groot, maar er zijn ook overeenkomsten en daar valt meer van te leren dan op het eerste gezicht wellicht het geval lijkt te zijn.
In figuur 1 is een spotprent van Pieter Breughel te zien. Eén ding is duidelijk: het ging er in deze zestiende-eeuwse schoolklas interactief aan toe. Helaas geeft dit plaatje geen geluid. Het kan dus geen informatie geven over hoe er in deze klas werd gesproken tijdens de rekenles. De enige bronnen die ons nog iets kunnen leren over het taalgebruik tijdens de zestiende-eeuwse rekenles zijn de rekenboeken uit die tijd, waarvan er nog enkele tientallen zijn overgeleverd. Een voorbeeld is het 'Cijferbouck' van Adriaen van der Gucht uit 1569.

figuur 2: 'Cijferbouck' van Adriaen van der Gucht (1569)

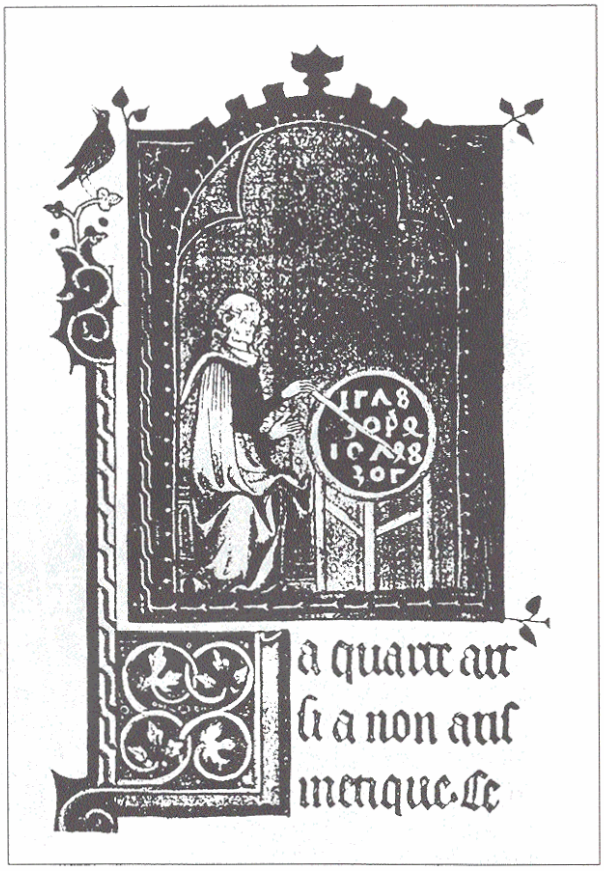
Op de titelpagina van dit boek zit een vrouw te rekenen (fig.2). Dat is overigens niet zomaar een vrouw. Zij is 'Arithmetica' de personificatie van de rekenkunde. Het was niet gebruikelijk dat vrouwen in de zestiende eeuw rekenen leerden. De zestiende-eeuwse rekenboeken zijn geschreven voor toekomstige kooplieden, ambachtslieden en beoefenaars van allerlei financiële en administratieve beroepen. Dat waren voornamelijk mannen.

2 Rekenen in de Middeleeuwen

Nog verder terug in de tijd, in de Middeleeuwen, was het leren rekenen ook voor de meeste mannen niet gebruikelijk. Voor het gewone, alledaagse leven was rekenvaardigheid niet nodig. Men ruilde een koe voor een paard, een mandje eieren voor een emmer melk en daar kwam nauwelijks rekenwerk bij kijken. Op kloosterscholen werd wel wat rekenonderwijs gegeven. Kinderen die daarvoor in aanmerking kwamen, werden op jonge leeftijd, de meesten waren pas zes of zeven jaar, door hun ouders aan het klooster overgedragen. Zoals in figuur 3 te zien is, moesten de ouders daarvoor een flink bedrag neertellen.

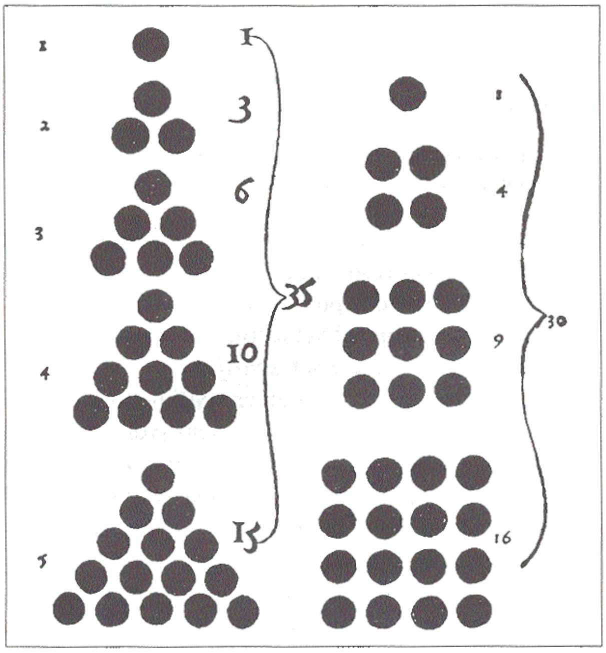
figuur 3: een oblaat wordt aan het klooster overgedragen

Deze jonge monnikjes leerden arithmetica (fig.4).



figuur 4: 'Arithmetica' Miniatuur uit H 5. fr.574 fol.28. Bibliothèque Nationale, Parijs

Het middeleeuwse onderwijs bestond uit zeven vrije kunsten. 'Arithmetica' was er een van. Het was een soort getallenleer. In tegenstelling tot het hedendaagse rekenonderwijs leerden de kinderen geen breuken, staartdelingen of procenten, maar moesten ze getallen in allerlei groepen indelen.



figuur 5: driehoeks- en vierkantsgetallen uit het werk van Joachim Fortius Ringelbergius (1531)

Zo waren er onder andere heilige getallen, driehoeks- en vierkantsgetallen en perfecte getallen (fig.5). Een perfect getal is een getal dat gelijk is aan de som van zijn delers. Dat geldt bijvoorbeeld voor het getal 'zes'. De delers van zes zijn: één, twee en drie en als men die optelt, krijgt men weer zes. De arithmeticales werd volledig in het Latijn gegeven. De leerlingen mochten niet in hun moedertaal spreken, zodat er tijdens de les waarschijnlijk geen sprake was van intensieve interactie.

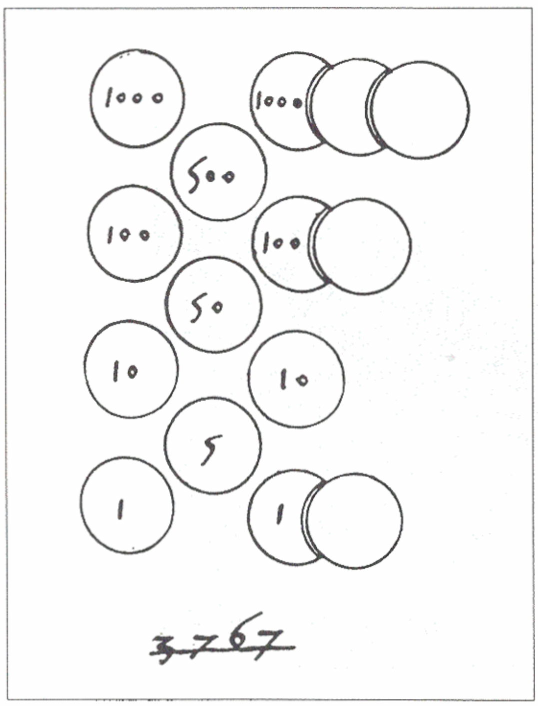
Wie priester wilde worden, ging naar de kapittelschool. Daar leerden de leerlingen tijdens de rekenles hoe ze de paasdatum moesten berekenen. Pasen valt ieder jaar op een andere datum en het was natuurlijk handig als de priester die datum kon berekenen. Daarvoor gebruikte hij een tamelijk ingewikkelde formule waarin soms grote getallen voorkwamen. Het rekenwerk werd uitgevoerd op een rekenbord met rekenpenningen.

Er zijn in de loop der tijden verschillende soorten rekenborden in gebruik geweest. Aan het eind van de Middeleeuwen was de rekentafel met horizontale lijnen erg gangbaar. De rekenpenningen werden op en tussen de lijnen gelegd (fig.6). Voor kooplieden die veel op reis waren, was het natuurlijk onmogelijk om overal zo'n rekentafel mee naar toe te nemen. Zij gebruikten rekenkleedjes met lijnen, waarmee in een oogwenk elke gewone tafel tot rekentafel omgetoverd kon worden. Of ze tekenden met een krijtje snel wat lijnen op een tafel.
Sommige kooplieden gebruikten een methode van penningrekenen waarbij geen lijnen nodig waren, zoals in figuur 7 te zien is.
Wie wilde penningrekenen zonder lijnen begon met het leggen van een verticaal rijtje zogeheten 'liggers'. Dat zijn penningen die respectievelijk de waarden 1, 10, 100, 1000 enzovoort aanduiden. Rechts van de liggers kon men met behulp van rekenpenningen getallen uitbeelden. Zo is bijvoorbeeld een penning rechts van de eerste ligger één waard en een penning rechts van de derde ligger duizend waard.

figuur 6: een rekentafel met horizontale lijnen

figuur 7: penningrekenen zonder lijnen uit het Franse 'Livre de Getz' (15de eeuw

Tot zover zijn de overeenkomsten met het principe van de moderne abacus groot. Maar op het middeleeuwse rekenbord was het ook mogelijk om een penning tussen twee liggers te leggen.



figuur 8: het getal 3767 uitgebeeld in rekenpenningen. Uit het rekenboek van Van Varenbraken (1532), fol.187r.

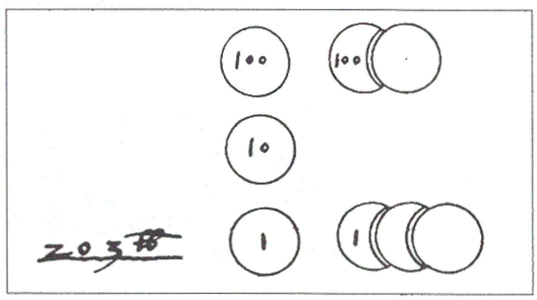
Die was dan respectievelijk 5, 50, 500, enzovoort waard. Bij deze methode lagen er nooit meer dan vier penningen naast elkaar. Immers, als er ergens vijf penningen naast elkaar lagen, werden die vervangen door een penning in een hogere 'regio'. Het overzicht bleef zo bewaard. Zie bijvoorbeeld figuur 8 waar rechts van de liggers het getal 3767 is neergelegd.
Met deze rekenpenningen kon gerekend worden. Christianus van Varenbraken behandelt bijvoorbeeld in zijn rekenboek uit 1532 de volgende optelling:

> Men es u schuldich 20, 8, 120 en 55 ponden. De vraghe es nu hoevele dat dit te samen maect.

Wie de bedragen uit het vraagstuk in penningen neerlegt en vervolgens het resultaat herleidt, vindt zonder veel moeite de som van de optelling (fig.10).
Het penningrekenen had verschillende voordelen:

- *men hoefde niet te kunnen schrijven*
  In de zestiende eeuw waren er veel mensen die wel konden lezen, maar niet konden schrijven, omdat die laatste vaardigheid pas later in het onderwijsprogramma geleerd werd en bovendien extra schoolgeld kostte. De meeste leerlingen verlieten de school voordat ze aan schrijfonderwijs toe waren.;
- *penningrekenen is concreet*
  Optellen is letterlijk penningen erbij doen. Aftrekken is letterlijk penningen weghalen. Elke stap is zichtbaar, er wordt eigenlijk niets in gedachten uitgevoerd. Penningrekenen is zichtbaar handelen tot je de uitkomst hebt;
- *bij penningrekenen is geen rekenwoordenschat nodig*
  Wie aan een ander duidelijk wilde maken hoe hij gerekend had, kon dat met penningen laten zien. Verwoorden was niet nodig, want elke stap was zichtbaar.

Het onderwijs in penningrekenen was waarschijnlijk vooral een kwestie van de kunst afkijken. De meester deed het voor, de leerling deed het na. Als er al gesproken werd, dan was dat vermoedelijk in termen van: 'Kijk, dan doe je eerst dit en dan dat en dan pak je die en dan leg je deze hier neer,' enzovoort. Freudenthal zou dat 'actietaal' noemen of 'aanwijzende taal'. Dat is taal die verbonden is met concreet materiaal. Iets wat je kunt laten zien, ga je niet omslachtig verwoorden en dus heb je ook geen rekentaal nodig (fig.9).



figuur 9: vraagstuk van een optelling uit het rekenboek van Van Varenbraken, 1532, fol.186r.

3 Taalontwikkeling bij de overgang van concreet naar mentaal rekenen

In het hedendaagse onderwijs werken leerlingen ook met concrete materialen. Ze rekenen op een abacus of rekenrek of ze werken met MAB-materiaal. Dat zijn leermiddelen waarmee kinderen zichtbaar kunnen rekenen. Welke taal gebruiken twintigste-eeuwse kinderen als ze met deze middelen werken? In onderstaand protocol voert Jiteen (zeven jaar) een paar opdrachten uit op het rekenrek. Zijn 'taalgebruik' is opvallend.
Protocol:

Juf:	Pak eens zes kralen.
Jiteen:	(zwijgt, voert opdracht uit).
Juf:	Ja. Kan het ook anders?
Jiteen:	(zwijgt, voert opdracht uit).
Juf:	Dat is ook zes kralen. En kan het nog anders denk je?
Jiteen:	(zwijgt, voert opdracht uit).
Juf:	Kun je zes maken met alleen rode kraaltjes?
Jiteen:	(zwijgt, voert opdracht uit).
Juf:	Ja, dat is ook zes. En kun je zes op nog een andere manier maken, ook met alleen rode kraaltjes?
Jiteen:	(zwijgt, voert opdracht uit).
Juf:	Goed zo. Dat is ook zes.

Hoewel Jiteen niets zegt, communiceert hij wel. Met het concrete materiaal maakt hij zijn gedachten zichtbaar. Zijn taalgebruik is niet hoorbaar, maar visueel en dat is in deze context uitermate functioneel. Hedendaagse leerkrachten hebben de gewoonte om in dit soort situaties aan kinderen te vragen: 'Vertel eens wat je doet?' Wie over deze vraag nadenkt, realiseert zich dat dit eigenlijk een onnatuurlijk verzoek is. Desondanks zijn er natuurlijk wel goede redenen te bedenken waarom leerkrachten kinderen al tijdens het werken met concrete materialen vragen om hun rekengedachten te verwoorden: straks is het materiaal weg en moet het kind de handeling mentaal kunnen uitvoeren. Het verwoorden zorgt er hopelijk voor dat de concrete handelingen verinnerlijkt worden. Taal kan een brug slaan tussen conreet en mentaal handelen.

Wat gebeurt er met de taal van de rekenaar als de concrete materialen achterwege blijven? Hoe ontwikkelt zich rekentaal als de rekenhandelingen niet langer meer met objecten uit te drukken zijn? Het antwoord op deze vraag is in de geschiedenis van de wiskunde te vinden. In de loop van de vijftiende en zestiende eeuw werd in de Nederlanden het rekenen met concrete penningen vervangen door de abstracte rekenmethode met Hindoe-Arabische cijfers. De rekenpenningen maakten plaats voor pen en papier ofwel griffel en lei (fig.10). Rekenen was niet langer meer een kwestie van schuiven met penningen, maar van getalsymbolen noteren. Rekenen was niet langer concreet, zichtbaar en tastbaar, maar het werd een abstracte, mentale activiteit. Deze overgang van het penningrekenen naar het rekenen met Hindoe-Arabische cijfers moet destijds een enorme stap geweest zijn. Dat is duidelijk te merken aan de zestiende-eeuwse rekenboeken, waarin de nieuwe methode wordt uitgelegd. De auteurs gebruiken zeer uitvoerige teksten om uit te leggen hoe de nieuwe getallen genoteerd en gelezen moeten worden.

figuur 10: titelpagina van Böschenstein, rekenen op een lei

De moderne lezer die met deze teksten geconfronteerd wordt, vraagt zich wellicht af of het niet wat korter en efficiënter kon. Maar in deze tijd was men nog niet aan verkorting toe. Het Hindoe-Arabische getalsysteem was in de zestiende eeuw nog te nieuw en te ongewoon om het even snel in een paar zinnen uit te leggen. Bovendien had deze uitvoerige, breedsprakige uitleg nog een andere oorzaak: men kon het niet korter zeggen, omdat er geen Nederlandse rekentermen bestonden.

De aanwijzende taal die bij het penningrekenen nog prima voldeed, schoot te kort bij het abstracte rekenen met de pen. Men moest allerlei rekenkundige begrippen benoemen, want er viel niets meer aan te wijzen, maar men had er geen Nederlandse woorden voor.
Er waren wel wat rekentermen beschikbaar uit de kloostertractaten, maar dat waren allemaal Latijnse woorden. Aanvankelijk ging men deze Latijnse rekentermen, bij gebrek aan beter, toch gebruiken, waardoor Nederlandse rekenteksten bezaaid raakten met Latijnse rekentermen. Lezers die geen Latijn kenden, hebben daar ongetwijfeld veel moeite mee gehad. Om deze lezers tegemoet te komen, schreven auteurs steeds vaker naast de Latijnse term een Nederlands alternatief. In het begin waren dat vooral Nederlandse omschrijvingen (fig.11). Op den duur werden deze rekenkundige omschrijvingen verkort: 'gelijc van name' werd 'gelijcnamich' en 'ge-

broken getal' werd 'breuk'. Zo ontstonden gaandeweg steeds meer nieuwe Nederlandse rekentermen.

'getal soo uut het multipliceren gecomen is':	product
'getal daer bi dat gi die somme delen wilt':	deler
'met sich selve veelvoudigen':	kwadrateren
'lichamelijc getal' of 'teerlincwijs getal':	kubiek getal
'ten hondert':	procent
'broken van eenen nommer':	gelijknamige breuken
'overste figure':	teller
'in een minder gebroken reduceren':	vereenvoudigen
'halfderdendeel':	één-zesde

figuur 11: zestiende-eeuwse omschrijvingen van rekenkundige begrippen

De nieuwe Nederlandse rekentermen die in de zestiende-eeuwse rekenboeken voorkomen, zijn op twee manieren tot stand gekomen:

- bestaande alledaagse woorden kregen een rekenkundige betekenis. Het kwam herhaaldelijk voor dat een zestiende-eeuwse auteur die op zoek was naar een geschikte rekenterm, een bestaand Nederlands woord koos dat al een alledaagse betekenis had. Dit woord kreeg binnen de rekenkundige context een nieuwe betekenis erbij. Dat gebeurde bijvoorbeeld met woorden als: 'ommeganc', 'lenen', 'effen', 'broke';
- nieuwe Nederlandse woorden werden samengesteld of afgeleid om rekenkundige begrippen te benoemen. Het kwam ook voor dat zestiende-eeuwse auteurs voor het benoemen van rekenkundige begrippen een nieuw Nederlands woord bedachten. Bijvoorbeeld: vingergetal, gelijcnamich, toebringen, somenichmael. Opvallend is dat men ook bij het vormen van deze groep van nieuwe rekentermen eigenlijk gebruik maakte van de bestaande, alledaagse woordenschat. Men vormde uit het bestaande materiaal nieuwe samenstellingen en afleidingen. Het kwam nooit voor dat men een totaal nieuw enkelvoudig woord bedacht, zoals een 'knief' of een 'troekel' of iets dergelijks.

De Nederlandse rekentermen die in de zestiende eeuw in gebruik kwamen, zijn vrijwel allemaal terug te voeren op de bestaande Nederlandse woordenschat uit die tijd. Waarom dat zo was, laat zich eenvoudig raden. Een bestaand woord had al een bepaalde betekenis en die alledaagse betekenis kon steun bieden binnen de rekenkunde. Men kon zeggen: 'Je moet deze twee getallen *adderen*.' Maar men kon ook zeggen: 'Je moet deze twee getallen *samendoen*.' En dat laatste sprak natuurlijk veel meer tot de verbeelding.
Men vond kennelijk in de zestiende eeuw dat een goede rekenterm uit het alledaagse taalgebruik afgeleid moest zijn.

Hoe dan ook, de nieuwe rekentermen schoten in de zestiende eeuw als paddestoelen uit de grond. Nu waren er in die tijd geen nomenclatuurcommissies die de officiële rekenterminologie vastlegden, dus deed iedere auteur wat hem goed leek en gebruikte de termen die hij zelf geschikt vond. Als het nodig was, bedacht hij er nog een aantal nieuwe bij. Binnen de kortste keren wemelde het in de rekenboeken van de synoniemen. Sommige rekenkundige begrippen hadden op een gegeven moment wel tien of meer verschillende benamingen. In het rekenboek van Van der Gucht uit 1569 komen bijvoorbeeld dertien verschillende benamingen voor het begrip 'optellen' voor:

> adderen, bringen, inrekenen, rekenen, sommeren, toebringen, toedoen, verzamen, tegader adderen, tegader doen, in een somme bringen, tegader tellen, tsamen tellen.

In deze verschillende benamingen zijn de verschillende verschijningsvormen van de bewerking optellen te herkennen.
Voor het begrip 'getal' gebruikte hij de woorden:

> getal, getalsomme, nommer, somme, somme van getale.

Van Halle gebruikte voor 'uitkomst van een aftrekking' de volgende woorden:

> differentie, reste, verschil, getal datter resteert.

Zo zijn er nog vele voorbeelden te geven. Naast de Latijnse termen verschenen steeds meer Nederlandse alternatieven. Dat roept de vraag op, of men elkaar nog wel begreep als één begrip op wel tien verschillende manieren werd benoemd. Was dat gebrek aan een uniforme terminologie niet een onoverkomelijk bezwaar? Het blijkt van niet. De geschiedenis heeft geleerd dat de vele synoniemen geen enkele belemmering vormden voor de overdracht van de rekenkunde. De manier waarop in de zestiende eeuw gecijferd werd, is voor een groot deel onze huidige manier van cijferen. Kennelijk kon men in de zestiende eeuw rekenkunde overdragen zonder eenduidige terminologie. Kennelijk kon men elkaar ondanks een oerwoud van synonieme benamingen, uitstekend begrijpen. Dat was mogelijk omdat de auteurs één belangrijke vuistregel hanteerden: zolang er nog niet één officiële benaming voor een begrip was komen bovendrijven, gebruikte men alle verschillende benamingen die men voor dat begrip kende. Het klinkt ongelofelijk, maar het bleek te werken. Gebruik als auteur alle benamingen die je kent en dan is er allicht één bij die jouw lezer zal herkennen of aanspreken.
Simon Stevin deed niet mee aan deze synoniemenhoos. In 1585 schreef hij zijn 'De Thiende' over het rekenen met decimale breuken. Hij gebruikte daarin schitterende Nederlandse rekentermen, deels ontleend aan voorgangers, deels zelf bedacht. In dat opzicht week hij niet af van zijn collega's, maar Stevin is de enige zestiende-eeuwse auteur die voor elk begrip slechts één benaming gebruikte. Hij was daar zeer consequent in. In zijn 'De

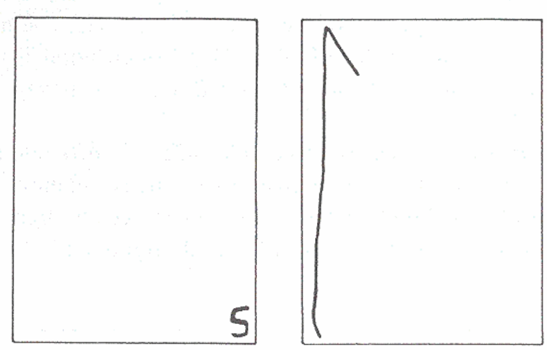
Thiende' noteerde hij zelfs geen Latijnse synoniemen in de marge, iets wat hij in zijn andere werken wel deed. Het gevolg was dat zijn lezers een deel van zijn mooie rekentermen niet in verband konden brengen met al bekende benamingen. Stevins woorden waren kennelijk zo nieuw en ongewoon dat niemand ze overnam. Misschien was dat wel gebeurd als hij er een paar synoniemen naast had gezet.
Dit geeft de twintigste-eeuwse leerkracht te denken. Het is prachtig om, zoals Stevin, naar een-eenduidigheid te streven, dat wil zeggen één benaming voor één begrip. Uiteindelijk zou elke vaktaal, dus ook de wiskundetaal, op een-eenduidigheid moeten uitkomen. Maar daar gaat een lange weg aan vooraf. Een-eenduidigheid laat zich niet afdwingen. Wie dat probeert, verbreekt de aansluiting met het bekende. Taal is een levend iets. Het ontwikkelt zich voortdurend, maar wel langs lijnen van geleidelijkheid.

4 Consequenties voor het taalgebruik tijdens de hedendaagse rekenles

Taal heeft in de rekenles een dubbele functie. Enerzijds stelt het kinderen in staat om te reflecteren, om voor zichzelf gedachten te verwoorden en te ordenen. Anderzijds dient het om met andere kinderen te communiceren, om gedachten aan anderen mee te delen, om anderen uit te leggen, te overtuigen, maar ook om naar anderen te luisteren. Voor deze dubbelfunctie is een eigen persoonlijke taal gewenst, een informele taal met woorden die kinderen aanspreken. Dat zijn woorden die ze kennen uit hun alledaagse taalgebruik, die ze zelf aan hun alledaagse taalgebruik ontleend hebben. Deze alledaagse woorden krijgen binnen de rekenles een nieuwe betekenis. Buiten *springen* de kinderen op het schoolplein, binnen *springen* ze op de getallenlijn. Papa heeft *tientjes* in zijn portemonnee en de juf heeft *tientjes* op haar abacus. Als de alledaagse woorden binnen de rekenkunde te kort schieten dan verzinnen kinderen zelf nieuwe termen. Kinderen zijn zeer creatief in het verzinnen van nieuwe woorden. Een lollie noemen ze een steelsnoepje, een dubbeldekker is een stapelbus, een sandaal is een openluchtschoen en als je niet kunt slapen dan ga je niet schaapjes-tellen, maar slaaprekenen. Ook binnen de rekenkunde ontwikkelen kinderen hun eigen taalgebruik. Een kwart is de helft van de helft. Een breuk is een stukjesgetal. Kinderen spreken van omkeersommen en tweelingsommen en als ze de telwoorden niet meer weten, verzinnen ze gewoon ter plekke nieuwe, bijvoorbeeld 'tweetien' voor twaalf.

Men kan zich afvragen hoe lang kinderen de gelegenheid moeten krijgen om hun eigen rekentaal te spreken. Wanneer wordt het tijd om hun taalgebruik bij te sturen en één uniforme rekenterm af te spreken? Wat dat laatste betreft, heeft Simon Stevin aangetoond dat het niet verstandig is om één officiële term voor te schrijven en daarmee alle alternatieven af te schaffen. Elke leerling heeft zijn eigen perspectief, associaties en gedachten. Het is uitgesloten dat leerkrachten voor ieder rekenkundig begrip de ultieme rekenterm zouden kunnen bedenken, de ideale term zouden kunnen kiezen, passend bij de persoonlijke gedachten van elke individuele leerling. Kinderen bedenken zelf wel passende termen. De geschiedenis leert ons dat we vertrouwen moeten hebben in de taalontwikkeling van kinderen en hen zo lang mogelijk hun eigen rekentaal moeten laten spreken. Laat de leerkracht die toch graag de officiële rekentermen wil aanreiken, deze aanbieden als alternatief naast de termen van de leerlingen, zodat de kinderen de keuze hebben om de officiële term te gebruiken of hun eigen informele benaming, zodat ze de link kunnen leggen tussen het vertrouwde en het nieuwe. Het is onverstandig om termen van kinderen af te wijzen, want wie de informele taal van kinderen afwijst, wijst hun gedachten af en dringt hen gedachten op van anderen, in de taal van anderen en dat is vragen om moeilijkheden.

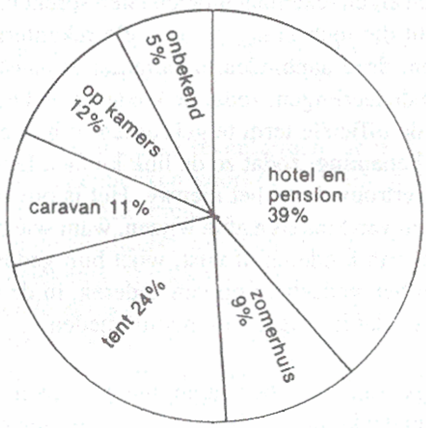
Natuurlijk kan men bezwaren maken tegen het uitgangspunt dat kinderen tijdens de rekenles hun eigen informele rekentaal zouden moeten ontwikkelen. Men kan zich bijvoorbeeld afvragen of de officiële rekentermen niet veel duidelijker zouden zijn dan de zelfbedachte kindertermen. Het tegendeel is waar. Uit de volgende voorbeelden blijkt dat officieel taalgebruik voor kinderen soms uiterst verwarrend zijn. Een kleuter werd gevraagd: 'Schrijf eens een hoog en een laag getal op.' Dit was zijn reactie (fig.12):



figuur 12: laag en hoog getal

Een wat ouder kind zei, toen het naar een hoog getal werd gevraagd: 'Dat is de temperatuur op een flatgebouw.' Er zijn kleuters die 'nul' een groter getal vinden dan één. Als we de oppervlakte van het getalsymbool nemen, klopt dat ook. 'Welk getal komt er na vier?', vroeg de juf. Het kind zweeg in alle talen, want het zag geen vier. Laat staan getallen die erachter stonden. Een kind dat gevraagd werd naar het verschil van 37 en 3 zei 'zeven'. Een ander kind sprak nogal cryptisch over een getal dat niet zo lang duurde. Het bedoelde een even getal. Ook woorden als 'schatten' en 'afronden' kunnen bij kinderen vreemde associaties oproepen. 'Volume' is voor veel kinderen de knop op de muziekinstallatie en niet de inhoud van een bepaald object. De officiële rekentermen zijn voor kinderen soms gewoon verwarrend. Ze zijn weliswaar vaak uit het alledaagse taalgebruik afkomstig, maar ze zijn opgelegd.

Wat is de officiële naam voor dit diagram?



- sectordiagram;
- taartdiagram;

figuur 13: wat is de officiële naam voor dit diagram?

De kinderen hebben niet zelf voor deze termen mogen kiezen. Natuurlijk vinden de meeste leerkrachten dat hun leerlingen op den duur wel kennis moeten maken met de officiële rekentermen. Ze mogen de aansluiting met het voortgezet onderwijs niet missen. Het zou niet goed zijn als ze de officiële rekentermen nooit tegen zouden komen. Al was het maar als culturele bagage.

Maar wat verstaan we eigenlijk onder 'de officiële rekentermen'? Ook in de twintigste-eeuwse rekenwoordenschat ontbreekt het af en toe aan een-eenduidigheid, zoals blijkt uit de voorbeelden in de figuren 13, 14 en 15.

Hoe noemt u dit getal?

15,7

- kommagetal;
- kommabreuk;
- decimaal getal;
- decimale breuk.

figuur 14: wat is de officiële benaming van dit getal?

De Nomenclatuurcommissie van de 'Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren' heeft in 1992 besloten dat tijdens het wiskunde-examen voor de tekening uit figuur 13 uitsluitend de term 'cirkeldiagram' gebruikt mag worden.
In de 'Proeve... deel 3b' heeft men als benaming voor het getal uit figuur 14 voor 'kommagetallen' gekozen, maar elders zijn ook de andere benamingen in gebruik. Hoe wordt het getal 15,7 uitgesproken? Vijftien-komma-zeven of vijftien-zeven-tiende? Het komt allebei voor.

$2\frac{1}{2}$ kan men schrijven als $\frac{5}{2}$.
Hoe heet dit proces?
- $2\frac{1}{2}$ schrijven als een breuk;
- $2\frac{1}{2}$ herleiden tot een breuk.

Omgekeerd kan men $\frac{5}{2}$ schrijven als $2\frac{1}{2}$.
Hoe heet dit proces?
- helen eruit halen;
- een breuk schrijven als gemengd getal.

$\frac{5}{10}$ kan men *vereenvoudigen* tot $\frac{1}{2}$.
Hoe heet het omgekeerde proces?
- gelijknamige breuken zoeken;
- schuilnaam voor de breuk zoeken;
- 'erweitern', zoals de Duitsers zeggen.

figuur 15: nomenclatuur breuken

Uit het bovenstaande blijkt dat men eigenlijk niet van een vaststaande, officiële rekenterminologie kan spreken. Taal is een levend iets. Wat vandaag een officiële term is, kan morgen concurrentie krijgen van een andere benaming. Voor sommige rekenkundige begrippen blijkt niet eens een officiële term te bestaan. We ervaren dat niet als een groot probleem, want we redden ons prima met onze informele omschrijvingen. Op dezelfde manier redden ook leerlingen zich met hun informele taalgebruik.

Toch is het een feit dat kinderen zich soms tijdens de rekenles erg onduidelijk en onbeholpen kunnen uitdrukken. Sommige kinderen hebben hulp nodig bij het verwoorden van hun rekengedachten. Die hulp moeten ze natuurlijk krijgen. Maar leerkrachten moeten zich wel realiseren dat er een risico in schuilt. Het kan zijn dat de taal die de leerkracht aan het kind voorstelt, niet aansluit bij de rekengedachten van dat kind. Kinderen zijn altijd bereid de leerkracht na te praten, maar als ze daardoor een taal gaan spreken die niet hun persoonlijke gedachten verwoordt, hoe kan men dan nog achter hun gedachten komen? De belangrijkste taak van de leerkracht is luisteren. Hij of zij moet luisteren naar wat het kind nog wel zegt en proberen daar zo dicht mogelijk op aan te sluiten. Een leerkracht kan eventueel in samenwerking met de klas ook informele rekentaal bedenken. In veel klassen en methoden gebeurt dat al lang en met succes.

5 Een praktijkvoorbeeld

Hoe gaat het er nu in de praktijk aan toe, als men leerlingen in hun eigen rekentaal over hun eigen oplosmethode laat spreken? Een fragment uit een breukenles van leerkracht Ria geeft een impressie. Zij behandelt in haar les de 'kop van Jut'. Twee kinderen hebben erop geslagen. Wout sloeg tot $\frac{3}{4}$ van de buis en Sanne sloeg tot $\frac{4}{8}$ van de buis. Wie helemaal tot bovenaan slaat, krijgt honderd punten. De vraag is hoeveel punten Wout en Sanne krijgen. In onderstaand protocol wordt het verloop van de les beschreven.

Ria: Stel nou dat als je bovenaan bent en het belletje gaat. Bingo, hè? Bij jullie was dat een paar keer het geval. Als dan dat belletje gaat rinkelen... dan krijg je - ja, ons belletje ging ook, hê? - ... dan krijg je, als je helemaal bovenaan bent, honderd punten. Nou, doe maar eens in de buis van Wout. Dan zet je in zijn petje honderd punten. Helemaal! Tot bovenaan! Maar jongens, Wout die slaat niet helemaal tot bovenaan. Die slaat maar tot drie-vierde van de buis. Kunnen jullie mij nou vertellen, hoeveel punten Wout zou moeten hebben?
Zo! Dat vind ik knap, want ik weet het zo gauw niet. Oei, oei, oei ... Edwin?
Edwin: Ja, 75.
Ria: 75 punten? Hoe kom je aan 75 punten?
Edwin: Nou, de helft en dan nog een kwart bij de helft.
Ria: De helft ...
Edwin: 50.
Ria: 50 ...
Edwin: Nog een kwart erbij.
Ria: En hoe kom je aan een kwart? Wat is een kwart?
Edwin: 15 ... 25.
Ria: 25 punten. En waarom zijn dat nou 25 punten?
Edwin: Nou drievierde deel.
Ria: Ja! En waarom is een kwart hier 25 punten? Fabian?
Fabian: Nou, als je door 4 deelt dan krijg je 25 en als je er eentje wegdoet 75.
Ria: Wat krijgt Sanne als je helemaal bovenaan 100 punten haalt?
Nog meer vingers. Eh ... Sefla ...
Sefla: Ongeveer.
Ria: Ongeveer.
Sefla: 45.
Ria: 45 zegt ze, ongeveer 45.
Lln.: O ja, ... makkelijk, ... o, dat is hartstikke makkie.
Ria: Nou, ik vind het helemaal geen makkie, hoor!
Lln.: Hartstikke makkelijk.
Ria: Thomas?
Thomas: 50.
Ria: 50 punten. Thomas, waarom nou 50? Want ik kom daar niet uit.
Thomas: Nou, vierachtste deel is de helft van 8 en je moet ook de helft van 100 punten doen.
Ria: Nou zeg jij 50 punten. Prima!

De leerkracht laat de kinderen aan het woord, herhaalt af en toe hun taalgebruik, maar probeert dat niet naar haar hand te zetten. Uit het protocol blijkt dat de kinderen allerlei formele en informele termen gebruiken. Edwin spreekt van een helft en nog een kwart bij de helft. Even later noemt hij dat drievierde deel. Fabian zegt: 'Je deelt door 4 en dan doe je er eentje weg'. Sefla spreekt van 'ongeveer 45.' Thomas zegt: 'Vierachtste deel is de helft van 8 en je moet ook de helft van 100 punten doen.' De kinderen spreken hun eigen taal en komen met hun eigen zelfbedachte oplossingen. Zo veelzijdig als hun taal is, zo veelzijdig zijn ook hun oplosmethodes. Die twee zaken zijn duidelijk gekoppeld.

6 Ten slotte

Leerkrachten die willen dat hun leerlingen persoonlijke rekengedachten ontwikkelen, geven hun leerlingen de ruimte om die rekengedachten in hun eigen woorden weer te geven. Daar waar misverstanden dreigen te ontstaan, beginnen ze met goed te luisteren voordat ze het taalgebruik van hun leerlingen bijsturen. Leerlingen die in staat zijn hun mentale rekenstappen voor zichzelf en de klasgenoten helder op een rijtje te zetten, ook al gebruiken ze daarbij geen enkele officiële rekenterm, bezitten het gereedschap voor succesvol deelnemen aan de interactieve rekenles.