

Van werkmodel tot denkmodel in de methode 'Vlot'

J.F. de With
CED, Rotterdam

Ernstige rekenproblemen ontstaan vaak, omdat een kind niet komt tot automatisering van het rekenen tot tien. In zo'n situatie worden praktisch alle opgaven tot tien geteld. Dan bouwt een kind geen getalbegrip op en ziet het ook geen relatie tussen getallen en bewerkingen. Vervolgens wordt de hele verdere rekenontwikkeling bedreigd. De aan het Rotterdamse Centrum voor Educatieve Dienstverlening ontwikkelde methode 'Vlot' is ontworpen om deze problemen te verhelpen. In dit artikel wordt deze methode beschreven. Achtereenvolgens zal worden ingegaan op mogelijke oorzaken van ernstige rekenproblemen, bekeken vanuit het kind en hedendaagse reken-wiskundemethoden, de werkwijze van 'Vlot', de perceptieve fase als belemmerende factor voor automatisering en voorwaarden voor het vormen van automatiseren bij kinderen met rekenproblemen.

1 Mogelijke oorzaken van ernstige rekenproblemen

Kinderen, die niet tot automatisering komen, zijn vaak faalangstig. Hierdoor is hun werkwijze bij het rekenen rigide. De kinderen staan niet open voor het toepassen van meer dan een strategie en klampen zich vast aan een veilige strategie die overal toepasbaar is, zoals het tellen. Aldus kunnen zij zich een hele tijd redden en ontstaat verharding van het probleem.

Moderne reken-wiskundemethoden spelen deze ontwikkeling in de hand. In een methode als 'Rekenen & Wiskunde' bijvoorbeeld speelt het tellen binnen de leerlijn van de automatisering een belangrijke rol. Binnen deze lijn moet het kind van het één voor één tellen via verkort tellen tot automatisering komen. Bij zwakke, faalangstige rekenaars lukt dit echter niet. De methode benadrukt te lang een tellende werkwijze, wat nu juist voor deze zwakke rekenaars een verkeerde werkwijze is. Bovendien blijkt verkort tellen met stappen groter dan twee voor hen over het algemeen geen haalbare kaart. In de oude versie van de methode 'De wereld in getallen' en de remediërende methode 'Remelka' wordt gewerkt met categorieën als dubbeltallen, bijna dubbeltallen, verdwijngevallen, bijna verdwijngevallen en '+1', '+2', '-1' en '-2' gevallen. De automatisering van deze gevallen lukt ook de zwakke rekenaars vaak heel aardig. Er blijven dan echter nog zo'n vijftientig restgevallen over. Hoe moet het kind daarvan de uitkomsten bepalen? Memoriseren lukt vaak niet. Het zal daarom duidelijk zijn wat een rekenzwak kind zal gaan doen, tellen. En, door de aldus opgeroepen onzekerheid is het waarschijnlijk dat het kind nu zelfs weer alle opgaven gaat tellen.

In de nieuwere methoden is het werken met het rekenrek gekozen als oplossing voor de gesignaleerde proble-

men. Door het werken met dit materiaal is het tellend rekenen niet meer nodig en verder blijven er geen moeilijke restopgaven over. De ervaring leert echter, dat er ook hier kinderen in de problemen raken. Laten we hiervan de mogelijke oorzaken op een rij zetten. Het gaat om:

- 1 Bij nieuwe methoden moeten kinderen hun eigen oplossingsstrategieën ontwikkelen. De leerkracht heeft niet meer de taak de enige juiste strategie voor te doen, waarna de kinderen dit nadoen. De taak van de leerkracht is opgaven aan te bieden en de kinderen te stimuleren tot eigen oplossingsstrategieën. Deze strategieën worden in interactie met de kinderen voor iedereen duidelijk gemaakt. Het voordeel is dat kinderen dan komen tot strategieën die passen bij hun eigen ontwikkelingsniveau. Door de confrontatie met andere strategieën worden ze gestimuleerd tot verkorte werkwijzen of hele andere aanpakken om de problemen op te lossen. Het is ook de taak van de leerkracht modellen aan te reiken, zoals 'het rekenrek' en 'de eierdoos', om vervolgens in interactie met de kinderen de werkwijze met deze modellen te verkennen. Voor faalangstige kinderen geeft dit echter problemen, omdat er een veelheid aan strategieën wordt aangeboden. Het kind vindt met name bij de start van het leerproces niet de gewenste zekerheid.
- 2 Bij het leren werken met het rekenrek worden een aantal fasen onderscheiden: 'getalbeelden inoefenen', 'optellen en aftrekken in handelingstermen', 'sommen maken met het rek' en 'voorgesteld rekenen'. Met name in de fase na het sommen maken op het rekenrek schuilt een gevaar. Dan wordt het kind gevraagd kijkend naar het rekenrek te rekenen; de zogenaamde 'perceptieve fase'. Op dit moment raakt de leerkracht de controle op de manier van rekenen makkelijk kwijt en een onzeker kind zal mogelijk terugvallen op het tellend rekenen op het rek. Dit ge-

vaar is des te reëler omdat in de methoden als 'De wereld in getallen' en 'Pluspunt' de genoemde fasen vaak uiterst snel doorlopen worden. Aan de eerste fase: 'het opzetten en aflezen van getallen op het rek' wordt vaak nauwelijks tijd besteed. Het daadwerkelijk handelen op het rekenrek wordt snel gevolgd door de perceptieve fase. Bij een dergelijke snelle werkwijze mag men niet verwachten dat alle kinderen de handelingen in gedachten kunnen uitvoeren. Anders gezegd, het werkmodel gaat niet over in een denkmodel.¹

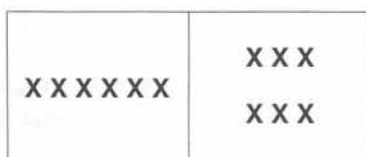
Overigens kan in aansluiting op het eerste punt over de bezwaren tegen het gebruik van meerdere verschillende oplossingsstrategieën gesteld worden dat dit mogelijk ook geldt voor het werken met het rekenrek. Met name kinderen, die veelvuldig gefaald hebben, hebben zeker bij aanvang van de gegeven hulp, behoefte aan een vaste werkwijze. Ruijssenaars (1992) spreekt in dit verband over 'de smalle ingang'.² In het rekenen met het rekenrek, zoals dit is vormgegeven in de nieuwste realistische methoden, wordt direct uitgegaan van meerdere strategieën: links weghalen, rechts weghalen, horizontaal en verticaal opzetten.

2 De werkwijze van de methode 'Vlot'

'Vlot' is een methode voor onderzoek van en hulp aan kinderen met ernstige en minder ernstige rekenproblemen. Belangrijk punt binnen deze methode is de speciale aandacht om bij het werken met een lineaire vijfstructuur via een vaste werkwijze te komen van een werkmodel tot een denkmodel. Binnen deze lijn worden een aantal tussenstappen genomen, die de afstand tussen het tellend rekenen en de gewenste manier van rekenen, systematisch overbruggen.

Een lineaire vijf-structuur met vaste werkwijze

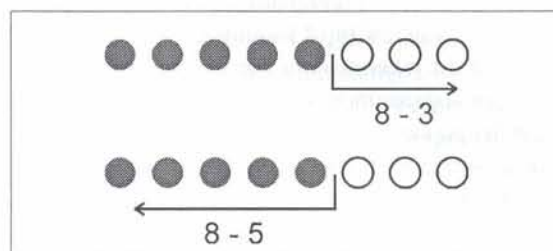
Ook in 'Vlot' wordt gewerkt met een vijfstructuur. Deze wijkt echter af van de vijfstructuur van het rekenrek. Bij de methode 'Vlot' is gekozen voor een lineaire structuur. Daarnaast kenmerkt 'Vlot' zich door een vaste werkwijze. Lineair wil in dit kader zeggen dat de getallen altijd op een rij worden gezet.



figuur 1

In figuur 1 ziet u een weergave van het getal zes bij de methode 'Vlot' (links) en een weergave die niet wordt gekozen (rechts).

Een vaste werkwijze wil zeggen dat er altijd vanaf de rechterkant wordt weggehaald. Dit in tegenstelling tot het werken met het rekenrek, waar bijvoorbeeld bij $8 - 3$ er rechts afgehaald wordt, maar bij $8 - 5$ links (fig.2).



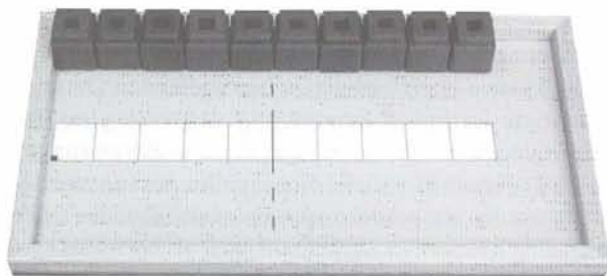
figuur 2: $8 - 3$ en $8 - 5$ op het rekenrek

In zijn artikel 'Automaticiteit bij rekenproblemen: leerproces, emoties en hersenactiviteit' somt Van der Heijden (1996) verschillende onderzoeken op, waaruit blijkt dat negatieve emoties, zoals gevoelens van onzekerheid, gebrek aan zelfvertrouwen en faalangst, het automatiseringsproces van de basisopgaven tot twintig nadelig kunnen beïnvloeden. De bezorgdheid om te falen doet deze leerlingen krampachtig vasthouden aan het één voor één tellen. Als wij dergelijke kinderen van het tellend rekenen af willen helpen, zullen we een alternatieve manier van rekenen moeten aanbieden, die zeker aanvankelijk evenveel zekerheid geeft als het tellen - we kiezen voor de smalle ingang. Zo we dit niet doen zal het kind het tellen niet loslaten. Het werken met een lineaire vijfstructuur met vaste werkwijze biedt zekerheid: het getal wordt altijd op dezelfde manier opgezet en het kind voert bij het rekenen altijd dezelfde handeling uit. Als we hierbij het kind de commutatieve eigenschap aanleren, kan via deze vaste manier van werken ongeveer 90 procent van de antwoorden van de opgaven tot tien bepaald worden. Goed uit te rekenen met de lineaire vijfstructuur met vaste werkwijze zijn alle opgaven die binnen het eerste of tweede vijftal vallen of dit met ten hoogste één overschrijden. Het gaat dan om sommen binnen het eerste vijftal als $3 + 2$, $5 - 3$ of $4 - 2$. Binnen het tweede vijftal gaat het bijvoorbeeld om $8 - 3$ of $10 - 4$. Het vijftal wordt met één overschreden bij sommen als $9 - 5$ en $4 + 2$. En ook de '10 - ...' ($10 - 6$, $10 - 7$, $10 - 8$, $10 - 9$) opgaven zijn nog goed te overzien omdat de aftrekker bij het er vanaf rechts afhalen een 'hele vijf in zich heeft'.

Overigens geeft het toepassen van de commutatieve eigenschap ($2 + 7 = 7 + 2$) een stukje onzekerheid, immers wanneer doe je dat nu wel en wanneer niet? In 'Vlot' wordt deze stap op een gecontroleerde wijze genomen, waardoor het bij het kind geen onrustgevoelens oproept. In de hulp aan het kind met ernstige rekenproblemen is het nu erg belangrijk, dat het alleen die opgaven krijgt

uit te rekenen, die het ook werkelijk kan maken. Om die reden komen er in het eerste boekje van 'Vlot' ook geen opgaven voor buiten de eerder genoemde negentig procent. Voor de overige tien procent van de opgaven volgt in de leergang een zeer gestructureerde en geleidelijk opgebouwde leerweg, die onrustgevoelens vermijdt. De eerste stap in het werken met de lineaire vijfstructuur met vaste werkwijze is materieel: er wordt gewerkt met blokjes op een 'rekenplankje'. Het rekenplankje is een plankje van 24 bij 13 centimeter met opstaande randjes. In dit rekenplankje ligt een stukje papier met daarop een zogenaamde 'tienstrook' of een getallenlijn. Omdat het papier los in het plankje ligt, is het ook mogelijk dit te vervangen door andere stroken, die in een later stadium gebruikt worden (zie figuur 5).

In figuur 3 is deze papieren getallenlijn weergegeven. Na vijf hokjes is een markering aangegeven en links op de getallenlijn wordt met een zwart vierkantje aangegeven waar het eerste blokje neergelegd moet worden. Verder hebben de intervallen de grootte van een Unifix blokje (plastic blokjes van 2 cm).



figuur 3: rekenplankje met tienstrook

Op het rekenplankje past tussen de opstaande randjes een stukje perspex. Dit stukje perspex ligt dus op de getallenlijn en maakt het gemakkelijk blokjes op de lijn te schuiven. Bovendien worden door de opstaande randjes ook de blokjes, die boven aan het plankje liggen (bij een bewerking worden deze erop geschoven) in een vijfstructuur geordend, zodat het kind het in de opgave gevraagde aantal in één keer kan pakken of neerleggen.

Van werkmodel tot denkmodel door mentale activering

Het belangrijkste doel van het werken met het 'rekenplankje' is de automatisering van de basisoperaties tot tien. Van Luit en Ruijsenaars (1996) omschrijven 'automatisch' als 'zonder bewust te hoeven nadenken'. Van der Heijden (1996) schrijft over automatische processen:

'Zij vereisen geen bewuste aandacht en ontlasten zo de beperkte capaciteit van het werkgeheugen. Automatische processen verlopen snel en zijn stabiel: eenmaal in gang gezet worden ze niet meer beïnvloed door emoties.'

Van der Heijden haalt in dit verband ook Gal'perin aan, die de automatisering binnen het aanvankelijk rekenen beschouwt als een proces van toenemende interiorisatie, verkorting en beheersing. Deze omschrijvingen van automatiseren geven duidelijk aan waarom het rekenen stagneert als de basisopgaven tot tien niet geautomatiseerd worden. Immers als het kind deze opgaven niet automatisch beschikbaar heeft, vraagt dit nog steeds aandacht. Er blijft mentale activiteit nodig. Hierdoor kan de aandacht en de mentale activiteit zich niet geheel richten op een volgende stap in het leerproces zoals bijvoorbeeld het cijferen.

Nu kan het ook zo zijn, dat een bepaalde materiële handeling automatiseert, die slechts als tussenstap gezien kan worden. De mentale activiteit neemt dan af. Op zich is dit gewenst, maar het mag niet te lang duren, want dan kan het ontwikkelingsproces alsnog stagneren. Dit kan bijvoorbeeld gebeuren als een kind rekt met het rekenrek. Een opgave als $5 + 3$ wordt op een gewenste manier opgezet: de vijf kralen worden er in één keer opgezet en de drie kralen worden er in één keer bijgedaan, om vervolgens het antwoord direct af te lezen. Na deze gewenste handeling vele malen uitgevoerd te hebben wordt deze geautomatiseerd; de mentale activiteit neemt af en als de leerkracht niet ingrijpt dreigt het gevaar dat het kind op dit niveau blijft steken. Ofwel, het rekenrek blijft een werkmodel en gaat niet over in een denkmodel.

We kunnen daarom concluderen dat we in het proces van automatisering voortdurend moeten streven naar mentale activiteit die zich richt op het einddoel. Dat doel is 'het uit het hoofd geautomatiseerd oplossen van de basisopgaven'. Het lijkt daarom paradoxaal dat het doel is, die basisopgaven met zo weinig mogelijk mentale activiteit op te kunnen lossen. Maar het is dan ook niet slecht als mentale handelingen met weinig mentale activiteit uitgevoerd worden, als bedoelde mentale activiteit maar wel een einddoel is. Gaat het echter om een tussenstap richting dat doel, zoals in het aangehaalde voorbeeld, dan moet een leerkracht ervoor zorgen dat er een nieuwe stap gezet wordt, waarbij aanvankelijk weer meer mentale activiteit van het kind gevraagd zal worden. Ook deze handeling zal weer automatiseren en dan herhaalt het proces zich weer, net zo lang tot het doel bereikt is.

Rekenen op het rekenplankje

We zullen nu de verschillende fases van werken met het rekenplankje, zoals die in de methode 'Vlot' beschreven staan, langslopen. Daarbij wordt ingegaan op hoe we via deze fasen de mentale activiteit in de richting van het geautomatiseerd uit het hoofd rekenen nastreven. Of anders gezegd, hoe we van werkmodel naar denkmodel gaan.³

Vorbereidende fase

Voordat het kind met het rekenplankje kan gaan werken, moet het leren hoeveelheden in één keer zonder tellen zo op het plankje te leggen of daarvan af lezen. Dit gebeurt in de voorbereidende fase. Door de markering van het vijfde streepje, dat wat doorloopt naar boven, liggen ook de blokjes die niet op de getallenlijn liggen in de vijfstructuur (fig.4). In de voorbereidende fase van het werken met het rekenplankje leert het kind ook bij hoeveelheden tot en met tien eerst de pen bij het gevraagde aantal op de lijn te leggen, bijvoorbeeld bij '9'. Vervolgens pakt het kind in één keer het gevraagde aantal en schuift deze in één keer op de getallenlijn.⁴



figuur 4

Fase 1: met pen en blokjes rekenen binnen de vijfstructuur

De eerste fase in het rekenen met het rekenplankje illustreren we aan de hand van de som $5 + 3$. Het kind legt eerst de pen bij vijf en schuift daarna de vijf blokjes op de getallenlijn. Vervolgens legt het de pen met één beweging drie plaatsen verder en schuift dan de blokjes er weer bij. Het antwoord kan direct worden afgelezen. Dat was immers in de voorbereidende fase geleerd. Het rekenplankje wordt gebruikt als werkmodel. In de terminologie van Gal'perin is dit de uitgebreide materiële handeling. Omdat deze handeling slechts op één manier kan worden uitgevoerd, krijgt het kind de rust om zijn vertrouwde manier van rekenen, namelijk het tellen, op te geven. Voor de leerkracht heeft de materiële handeling het voordeel dat de gewenste oplossingsstrategie, rekenen vanuit de vijfstructuur, ook gecontroleerd kan worden.

Wij weten van praktijkervaringen dat tellende kinderen, ook nadat zij langere tijd op de gewenste manier gerekend hebben, vaak toch weer terugvallen op het één voor één tellen. Controle van de handeling is daarom gedurende een lange periode noodzakelijk. Als we nu een kind dat op bovengenoemde wijze rekt volgen, vallen een aantal dingen op:

- al in de eerste les hoeft het kind niet meer één voor één tellend te rekenen. Dit geeft het kind vaak een enorme stimulans;
- al vrij snel vinden sommige kinderen dit werken met

blokjes nogal bewerkelijk en vervelend worden en kunnen ze naar eigen idee ook wel zonder;

- de mentale activiteit neemt duidelijk af: de materiële handleiding gaat zich kenmerken door een nogal passieve houding. Dit betekent dat we ervoor moeten zorgen dat het kind mentaal weer actiever wordt met een nieuwe activiteit die leidt naar het geautomatiseerd uit het hoofd rekenen.

Fase 2: met pen rekenen op de vijfstructuur

In de tweede fase wordt de handeling als volgt verkort en gedeeltelijk geïnterioriseerd. We beschouwen weer de som $5 + 3$. De blokjes verdwijnen nu van het plankje. Er wordt eerst 'vijf' direct met de pen aangewezen. De pen ligt hierbij op het streepje tussen de vijf en de zes. Dit kost het kind geen moeite omdat dit in de voorbereidende fase en in fase 1 uitgebreid geoefend is. Vervolgens wordt de pen in één beweging drie hokjes verder gelegd, waarna het antwoord direct wordt afgelezen.

Deze werkwijze heeft een aantal voordelen:

- het werken met alleen de pen vindt het kind lang niet zo vervelend als het werken met de blokjes. Het kan immers heel snel!
- de gewenste handeling wordt geoefend en de leerkracht kan deze controleren.

Het rekenplankje wordt weliswaar nog steeds gebruikt als werkmodel, maar een eerste stap in de overgang naar het denkmodel is genomen. Het kind moet nu namelijk de blokjes er als het ware 'bij denken'. Ook de verkorte materiële handeling van fase 2 automatiseert. De mentale activiteit neemt af en als we bij sommige kinderen niet ingrijpen, zal het kind op dit niveau blijven steken.

Na fase 2 volgt de moeilijkste stap: het geautomatiseerd uit het hoofd rekenen. Zelfs ondanks de uitgebreide voorbereidingen in de hiervoor beschreven fasen kan het kind nu terugvallen. Immers als het kind het materiaal nu wordt ontnomen, is het houvast weg. De faalangst kan weer een rol gaan spelen, waardoor het kind terugvalt op de ongewenste, maar voor het kind vertrouwde manier van rekenen: namelijk het tellen. Van Luit (1992) veronderstelt, dat dit veroorzaakt zou kunnen worden, omdat in de instructie over hoe de materialen gebruikt moeten worden, er geen verband is gelegd met strategieën die nodig zijn om dezelfde taken zonder deze materialen op te lossen. In 'Vlot' werd met dit probleem al eerder rekening gehouden. In de voorbereidende fase en in fase 1 wordt met blokjes gewerkt, maar het werken zonder blokjes is al voorbereid door het leggen met blokjes te combineren met het leggen van de pen. In fase 2 wordt alleen met de pen gewerkt, maar dat kost geen moeite, omdat dat in fase 1 ook al gebeurde. Ook de laatste en moeilijkste stap: het geautomatiseerd uit het hoofd rekenen, wordt nog ondersteund. De getallenlijn wordt bijna helemaal leeggemaakt; alleen de markeringen voor nul, vijf en tien blijven.

Hoewel een dergelijke lijn nog nauwelijks een ondersteuning lijkt, maakt dit voor het kind erg veel uit. Het vertrouwde model is nog herkenbaar en je kan de blokjes en de pen er als het ware nog indenken. Toch zouden we tegelijkertijd kunnen stellen, dat we heel dicht bij ons doel zijn: het kind rekent immers nu in feite al uit het hoofd! In de hierna gegeven beschrijving wordt de betreffende fase 3 toegelicht.

Fase 3: rekenen op de lege getallenlijn

De gebruikte lege getallenlijn is even groot als de getallenlijn met tien streepjes, die tot nu toe gebruikt is. Nu zijn echter alleen nog het nul-, vijf- en tien-streepje aangegeven (fig.5).



figuur 5

Om het kind binnen dit lege model met zoveel mogelijk zekerheid te laten beginnen, laten we het korte tijd met blokjes op de lege getallenlijn werken. Vervolgens rekent het kind met alleen de pen of alleen kijkend naar de lege getallenlijn. In feite rekent het kind nu uit het hoofd. Doordat de getallenlijn door de grootte en het vijfstreepje herinnert aan de vorige fase is dit de steun, die het kind nodig heeft om het te 'wagen' uit het hoofd te rekenen. Het rekenplankje is geworden tot een denkmodel. Als de hulp op bovenbeschreven wijze wordt gegeven, wordt de afstand tussen de huidige manier van rekenen (het tellen) en de gewenste manier (geautomatiseerd uit het hoofd rekenen) door het kind stapsgewijs genomen. De stappen, die het kind moet nemen, zijn nooit zo groot dat deze angst oproepen. Dat de stappen zelfs als 'natuurlijk' gezien kunnen worden, blijkt uit het feit dat kinderen de volgende stap vaak uit zichzelf nemen.

3 Praktijkervaring

In het voorgaande is de werkwijze met de methode 'Vlot' beschreven. In deze paragraaf schetsen we in een gevalstudie onze ervaring met 'Vlot' in de praktijk. *D* bezoekt een school in Rotterdam. In oktober 1995 wordt zij aangemeld met ernstige rekenproblemen. *D* is dan elf jaar. Omdat zij groep 5 twee keer gedaan heeft, zit ze nu in groep 6. De school heeft gebruik gemaakt van de methode 'Remelka' om *D* hulp te bieden, maar de rekenresultaten blijven slecht. Er volgt een psychologisch onderzoek, waaruit blijkt dat *D* een slecht geheugen heeft en dat het rekenen daarom altijd moeilijkheden zal geven. De school is terug bij af en besluit verder te gaan

met remedial teaching met 'Remelka'. Bijna een jaar later, in september 1996 komt *D* ter sprake op een leerlingbespreking waar besloten wordt *D* te gaan onderzoeken en helpen met de methode 'Vlot'. *D* zit nu in groep 7 en is inmiddels twaalf jaar. Ze krijgt dan al meer dan een jaar hulp met 'Remelka'. Uit het onderzoek blijkt dat het rekenen tot tien in het geheel nog niet geautomatiseerd is. *D* telt zelfs opgaven tot vijf. De onderzochte rekenvoorwaarden waren wel vervuld. Tijdens het onderzoek was *D* open en vrolijk, maar wel faalangstig als er een werkje gemaakt moest worden.

In overleg wordt besloten *D* helemaal opnieuw te laten beginnen met het rekenen tot tien. Naar het kind toe wordt veel aandacht besteed aan het uitleggen van het waarom van deze stap. Benadrukt wordt dat als het rekenen tot tien beheerst wordt, het verdere rekenen veel sneller geleerd kan worden: 'In het begin gaan we langzaam, maar daarna gaat het een stuk sneller'. Dezelfde argumenten worden gebruikt om de groepsleerkracht te overtuigen. De voorgestelde negen weken, alleen te besteden aan het rekenen tot tien, werd wel als erg lang gezien. Ook aan de ouders van *D* wordt dit uitgelegd. Het een en ander betekent ook dat *D* weer korte tijd met blokjes moet gaan rekenen. Dit levert nogal eens problemen op, die meestal opgelost worden door het kind buiten de groep te laten rekenen. Bij *D* was dit echter niet nodig. Niet alleen bleek zij nog steeds vertrouwen te hebben in het 'weer opnieuw beginnen', maar bovendien lag zij zo goed in de groep dat niemand haar hierop aansprak. Overigens wordt zij in de hulp ook geholpen op andere gebieden van rekenen, waarmee ze moeite had zoals klokkijken, meten en eenvoudig geldrekenen. Na negen weken werken met de methode 'Vlot', het is inmiddels november 1996, wordt het rekenen tot tien, inclusief het splitsen, beheerst. Wel blijft *D* nog moeite houden met de zeven restopgaven: $9 - 6$, $8 - 6$, $7 - 4$, $9 - 7$, $7 - 5$, $8 - 5$ en $6 - 4$. Besloten wordt deze apart te blijven oefenen. Het rekenen tot tien wordt iedere week geoefend met mondelinge op tempo gedicteerde reken-dictee'tjes. Dit wordt door de groepsleerkracht gedaan. *D* is zeer enthousiast en heeft veel vertrouwen in de goede afloop.

In de volgende periode wordt er gewerkt aan de tientaloverschrijders tot twintig en wordt het getalbegrip tot honderd geoefend. Dit laatste nog niet zo intensief. De redenen dat het getalbegrip tot honderd wordt aangepakt, zijn:

- het werken met grotere getallen blijkt een stimulans voor *D*;
- als het rekenen tot twintig is afgesloten kan direct worden begonnen met het rekenen tot honderd.

De tafels worden nog eens herhaald en we blijven deze oefenen. Verder wordt besloten dat als het hiervoor beschrevene goed gaat, 'Vlot' verder doorlopen kan worden. Het rekenen tot twintig blijven we oefenen met mondelinge tempo-dictee'tjes.

Een jaar later, in september 1997, blijkt uit een afgenomen onderzoek dat het uit het hoofd rekenen tot en met honderd zonder tientaloverschrijding goed gaat. De tafels van 6, 7 en 8 zijn onlangs geleerd en worden beheerst. Die van twee is ze echter weer vergeten. Geldrekenen gaat vrij goed.

Besloten wordt dat 'Vlot' verder afgemaakt wordt en dat er aan verschillende onderdelen van 'Remelka' begonnen gaat worden, zoals cijferend optellen en aftrekken, rekenen met de zakrekenmachine, digitaal klokkijken, meten en wegen. Het rekenen tot twintig blijven we oefenen met mondelinge tempo-dictees. De school zal zelf bepalen of er later nog meer onderdelen gedaan kunnen worden, zoals cijferend vermenigvuldigen, delen, breuken, procenten.

Aan het eind van het schooljaar gaat *D* naar het VBO-culinair onderwijs. De onderdelen, die in september zijn afgesproken zijn goed gelukt. Aan cijferend delen en vermenigvuldigen, breuken, procenten is ze niet meer toegekomen. Als *D* enkele maanden later op school haar rapportcijfers laat zien, blijkt dat ze het erg naar haar zin heeft. *D* behaalt goede cijfers.

4 De perceptieve fase als belemmerende factor

Een eerste versie van 'Vlot' dateert van 1981. In de volgende jaren verschenen nog twee experimentele versies, waarna in 1996 de definitieve versie is verschenen. In die jaren is veel ervaring opgedaan met het werken met de lineaire vijf-structuur en de fasen van 'met materiaal rekenen' naar 'geautomatiseerd uit het hoofd rekenen'. Een van de belangrijkste ontwikkelingen die 'Vlot' in die jaren heeft ondergaan, is gelegen in de perceptieve fase. Eerdere versies van 'Vlot' kenden oorspronkelijk een opbouw, die dichter lag bij de fasering zoals die door Gal'perin zijn beschreven. In de voorbereidende fase oefende het kind in 'het in één keer op de strook schuiven' van de blokjes en het direct aflezen van de hoeveelheid blokjes op de strook. In fase 1 ging het kind op de tienstrook rekenen. Bij de som $5 + 3$ werd eerst in één beweging vijf blokjes op de strook geschoven. Vervolgens werden daar in één beweging drie blokjes aan toegevoegd. Het antwoord kon direct worden afgelezen, omdat dit in de oriënteringsfase (de materiële fase) geoefend was. In fase 2, de perceptieve fase, was het vervolgens de bedoeling dat het kind, kijkend naar de tienstrook met hokjes, de handeling die in de materiële fase daadwerkelijk uitgevoerd was, in gedachten ging uitvoeren. Juist in deze fase bleken kinderen echter terug te vallen op het tellende rekenen; op de strook kun je immers ook uitstekend met de ogen tellen. Omdat bovendien de leerkracht de gewenste handeling niet meer kon controleren, werd de perceptieve fase zo oorzaak

van het terugvallen van de gewenste handeling naar het vertrouwde tellen. De perceptieve fase bleek niet een eerste stap naar interiorisatie van de gewenste handeling, maar het einde van de gewenste handeling! Het werkmodel ging niet over in een denkmodel. Daarom is deze vorm van perceptieve fase vervangen door de beschreven tweede fase. Aldus bleef de gewenste handeling controleerbaar.

Is bovenstaand betoog nu alleen van belang voor 'Vlot'? Nee, zeker niet! De perceptieve fase is geen fase, die lang geleden door Gal'perin is beschreven en nu geen rol meer speelt. In vele artikelen en boeken wordt de perceptieve fase als een vanzelfsprekendheid opgevoerd. In methoden als de 'Kwantiwijzer voor leerkrachten', 'Pluspunt' en 'De wereld in getallen' (nieuwe versie) is de perceptieve fase een stap in de richting van interiorisatie. Maar juist de methoden 'Pluspunt' en 'De wereld in getallen' kiezen bij het werken met het rekenrek ook voor een zeer korte materiële fase waarin de leerlingen wordt aangeraden kijkend naar het rekenrek te rekenen. Het zal duidelijk zijn, dat zeker in een klassikale situatie, dit voor rekenzwakke kinderen een gevaarlijke stap is.

5 Voorwaarden voor het vormen van automatismen

Ruijsenaars en Hamers (1992) sluiten hun inleidende artikel van de bundel 'Rekenen als probleem' af, met enkele actuele vragen. Eén van die vragen is: Welke zijn de voorwaarden voor het vormen van automatismen? Uit hetgeen hiervoor beschreven is over de weg van werkmodel naar denkmodel, kunnen we enkele mogelijke voorwaarden afleiden.

Het loslaten van de vertrouwde manier van rekenen is voor rekenzwakke kinderen een probleem. Het is daarom belangrijk te onderkennen wat voor een kind de voorwaarden zijn om een stap te zetten naar een nieuwe manier van werken. We zagen dat het ten eerste zo moet zijn, dat de nieuwe manier van werken *direct* dezelfde zekerheid geeft als de oude manier van rekenen. Dat wil onder meer zeggen dat zeker aanvankelijk één manier van rekenen moet worden aangeboden en er geen keuzen geboden worden hoe je een opgave uit kunt rekenen. Dit garandeert directe succeservaringen, die voor het leren van ieder kind belangrijk zijn, maar zeker voor faalangstige kinderen. Er moet daarnaast speciale aandacht zijn voor het interiorisatieproces. Dit wil concreet zeggen, dat iedere fase logisch en natuurlijk aansluit op de vorige fase. Iedere nieuwe fase moet voldoende herkenning geven vanuit een oude manier van werken en toch zodanig anders zijn, dat het het kind tot nieuwe mentale activiteit brengt en zo tot een nieuwe stap in de

richting van het einddoel. Met name de overgang van met materiaal en een model rekenen, naar het zonder enig materiaal of model rekenen verdient speciale aandacht. Bij rekenzwakke kinderen vraagt iedere fase in het interiorisatieproces van het materieel handelen zijn individueel bepaalde tijd. Want als een fase te kort is, zal het kind niet de zekerheid hebben om naar een volgende fase door te gaan. Als het kind te lang in een fase blijft werken, zal de mentale activiteit afnemen en kan het kind in deze fase blijven steken. Immers, als de materiële fase te kort is, zal het kind moeilijk tot een voorstelling van de materiële handeling kunnen komen. Het werkmodel, waarbinnen met het materiaal gewerkt wordt, zal niet overgaan in een denkmodel.

Het heeft de voorkeur de gewenste handeling zo lang als dat nodig is, materieel te houden, zodat deze controleerbaar is voor de leerkracht. En indien in een rekenprogramma een perceptieve fase is opgenomen, moeten rekenzwakke kinderen daarin begeleid worden, zodat herinneren aan en controle op de gewenste handeling mogelijk blijft.

Noten

- 1 Kenmerkend voor een model is onder andere dat het een verschraving van de werkelijkheid is. Bij het rekenrek betreft deze verschraving het ontstaan van een $5/10$ structuur, die het tellen onnodig maakt en het rekenen in de voorstelling op den duur mogelijk maakt. Kenmerkend voor het werkmodel is nu dat het kind nog met materiële handelingen binnen het model werkt en dit ook nodig heeft. Kenmerk van het denkmodel is dat het kind weliswaar nog aan het model denkt, maar dat materiële handelingen niet meer nodig zijn.
- 2 Om misverstanden te voorkomen: het gaat om een smalle ingang, met de nadruk op ingang. In een later stadium worden namelijk wel meerdere strategieën geleerd.
- 3 In de nu volgende bespreking wordt er steeds gesproken over een getallenlijn, die op het rekenplankje gelegd wordt. Voor een goed begrip van 'Vlot' is het belangrijk te weten, dat de volgende keuzen mogelijk zijn:
 - niet werken met het plankje, maar met bijvoorbeeld de handen of het rekenrek om daarna over te stappen op de getallenlijn. Dit impliceert, dat er niet gekozen wordt voor de smalle ingang!
 - als de reguliere methode werkt met het honderdveld wordt de tienstrook in het rekenplankje gelegd en wordt de oorspronkelijke versie van 'Vlot' gebruikt;
 - als de reguliere methode werkt met de getallenlijn wordt de getallenlijn-versie gebruikt.
- 4 Is het nu zo, dat als een kind de verschillende getalbeelden beheerst, de automatisering afgerond is? Immers als het beeld van acht als $5 + 3$ beheerst wordt, weet het kind toch ook de opgaven $5 + 3$ en $8 - 3$? Helaas werkt dit niet zo, zeker niet bij kinderen met rekenproblemen. Dit geldt natuurlijk des te sterker voor opgaven, die niet zo direct van het beeld af te leiden zijn, zoals $1 + 7$, $8 - 5$ enzovoort.

Literatuur

- Beishuizen, M. (1992). Effecten van honderdveld en rekenstaven bij goede en zwakke rekenaars. In: A.J.J.M. Ruijsenaars (red.). *Rekenen als probleem*. Leuven: Acco.
- Berg, W. van den e.a. (1992). *Kwantiwijzer voor leerkrachten*. Tilburg: Zwijzen.
- Berg, W. van den & H.A.A. van Eerde (1993). De veerkracht van het Rekenrek. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 12(1), 4-15.
- Beusekom, N. van e.a. (z.j.). *Pluspunt*. Den Bosch: Malmberg
- Boekaerts, P. (1993). *Leren en instructie*. Assen: Dekker & Van de Vegt.
- Buys, K. (1994). De rol van vingerbeelden bij het rekenen tot tien. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 12(3), 19-24.
- Castelijns, J. & H. Damen (1992). *Individuele hulp in de klas*. Hoevelaken: CPS.
- Erp, J.W.M van (1991). *Het Rekenmannetje*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Feijs, E. (1989). Ervaringen met het Rekenrek. *Willem Bartjens*, 9(2), 94-99.
- Ghesquière, P., A. Ruijsenaars, H. Grietens & E. Luycks (1996). Een orthodidactische aanpak van rekenproblemen bij rekenzwakke leerlingen in het regulier basisonderwijs. *Tijdschrift voor orthopedagogiek*, 35, 243-259.
- Heesch, C. van & J. van Lanen (1990). Het Rekenrek van 100. *Willem Bartjens*, 9(4), 235-240.
- Huitema, S. e.a. (z.j.). *De wereld in getallen*. Den Bosch: Malmberg.
- Heijden, M.K. van der (1996). Automaticiteit bij rekenproblemen: leerproces, emoties en hersenactiviteit. *Tijdschrift voor orthopedagogiek*, 35, 260-274.
- Janssens, A., e.a. (1996). *Gedrags- en werkhoudingsproblemen en Zorgverbreding*. Eindhoven: SON opleidingen.
- Kooreman, H. (1976). *De L_4O benadering toegepast op het lezen en spellen*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Luit, J.E.H. van (1992). De effectiviteit van traditionele (structuurverlenende) en realistische rekenwiskunde-methoden bij kinderen in het Speciaal onderwijs. In: A.J.J.M. Ruijsenaars (red.). *Rekenen als probleem*. Leuven: Acco.
- Luit, J.E.H. van e. a. (1996). Rekenen en rekenproblemen. *Tijdschrift voor orthopedagogiek*, 35, 215-218.
- Meel, J.M. van (1980). *Bedreigd denken*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Nelissen, J.M.G. (1991). Getalbeelden als remediëring. *Tijdschrift voor orthopedagogiek*, 30, 369-376.
- Parreren, C.F. van e.a. (1972). *Sovjetpsychologen aan het woord*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Ruijsenaars, A.J.J.M. e.a. (1992). Rekenproblemen: een overzicht. In: A.J.J.M. Ruijsenaars (red.). *Rekenen als probleem*. Leuven: Acco.
- Treffers, A. (1989). Het Rekenrek. *Willem Bartjens*, 8(3), 151-153.
- Treffers, A. (1990). Rekenen tot twintig met het Rekenrek. *Willem Bartjens*, 10(1), 35-45.
- Treffers, A. (1995). Rekenen op maat. *Tijdschrift voor orthopedagogiek*, 34, 183-194.
- Treffers, A. (1999). Rekenen tot twintig (2). *Willem Bartjens* 18(5), 6-11.
- With, J.F. de (1996). *Vlot*. Rotterdam: Partners Training en innovatie.
- With, J.F. de (1999). *Vlot, de getallenlijnversie*. Rotterdam: Partners Training en innovatie.