Willem Uittenbogaard

Hoe Juliette en Jo

Appels en peren (naar Hans Freudenthal)

Op donderdag 18 januari 2007 hield Jan van de Craats een lezing op de 25ste Panamaconferentie onder de titel: *Mythen in de rekendidactiek, of Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen.* De powerpoint en de tekst van deze lezing zijn te vinden op zijn site http://staff.science.uva.nl/~craats/#panama en in het *Nieuw Archief voor Wiskunde.* Willem Uittenbogaard reageert op deze lezing.

Van de Craats begon zijn lezing positief. Hij noemde ontwikkelingen en verworvenheden van de reken-wiskundedidactiek van de laatste 25 jaar. Daarna ging hij uithalen naar het moderne reken-wiskundeonderwijs: 'Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen.' In niet mis te verstane bewoordingen zette hij zijn standpunten uiteen waarvan u in onderstaand betoog kennis kunt nemen.

Een oordeel over rekenonderwijs

Jan van de Craats staat in Nederland en daarbuiten bekend als een gerenommeerd wiskundige, die zich behalve met zijn vak, de zuivere wiskunde, ook bezig houdt met het wiskundeonderwijs. Dat doet hij al gedurende zijn hele leven, gezien zijn bijdragen aan vele bijeenkomsten en conferenties over wiskundeonderwijs. Die gaan meestal over de wiskundeles in het voortgezet onderwijs. Ik was altijd buitengewoon onder de indruk van zijn betrokken en gedreven presentaties en zijn zorgen over het wiskundeonderwijs. Dat was één van de redenen om hem aan te bevelen als plenair spreker op de Panamaconferentie. Ik heb met veel genoegen naar zijn lezing geluisterd. Hij deed het weer als vanouds: gedreven en duidelijk. Wat een performance! Een echte pleitbezorger, maar jammer genoeg niet voor de goede zaak.

Hij begon met een opsomming van positieve aspecten van de moderne rekendidactiek:

- veel aandacht voor rekenopgaven uit de dagelijkse praktijk;
- mooie realistische voorbeelden;
- uitdagende rekenpuzzels;
- leuke rekenprojecten;
- aantrekkelijke vormgeving.

Maar al snel schakelde hij over op kritische opmerkingen over de hedendaagse rekendidactiek:

- te weinig systematisch oefenmateriaal;
- meerdere rekenmethodes door elkaar, waaronder veel 'hapsnapmethodes';
- leerlingen kunnen daardoor geen zelfvertrouwen opbouwen;
- rampzalig voor matige en zwakke leerlingen.

Leren met inzicht

De kern in het betoog van Van de Craats is dat hij zich opwerpt als een pleitbezorger van traditionele cijferalgoritmen en zich keert tegen het kolomsgewijs rekenen.
In de wiskunde en dus ook in het wiskundeonderwijs, is het zoeken naar patronen, regelmatigheden, regels, verkortingen en ook algoritmen, essentieel. Hoe korter of vlugger, hoe beter. Ik ben niet tegen traditionele cijferalgoritmen, maar alleen als kinderen daar aan het eind van een inzichtelijke zoektocht op zijn uitgekomen, een zoektocht voor alle kinderen. Ieder naar zijn of haar vermogen. Zo ver komen als mogelijk is. Niet met onbegrepen regels, maar met inzicht. Terwijl Van de Craats beweert dat inzichtelijk rekenen niets meer oplevert dan verwarrende hapsnapmethodes, ben ik er juist van overtuigd dat het mechanisch inslijpen van standaardalgoritmes weinig heilzaam is.
Ik zal mijn standpunt hierna met enkele voorbeelden toelichten.

Geen algoritmen

Eerstejaars Pabo-studenten hebben een grote voorkeur voor standaardalgoritmen. Als ik bijvoorbeeld op het bord schrijf: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \ldots$ en studenten vraag deze opgave op te lossen, zijn er altijd wel een paar die roepen: 'gelijknamig maken.' En zo komt er op het bord: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{10}{15} \times \frac{12}{15} = \frac{120}{15} = 8$. (Meestal ben ik degene die dat laatste - = 8 - toevoegt). Bij het stemmen over het al dan niet juist zijn van dit antwoord is altijd ongeveer de helft vóór. Er zijn ook studenten die niet gelijknamig hebben gemaakt en als antwoord $\frac{8}{15}$ hebben gevonden, maar zij beginnen daar veelal aan te twijfelen: 'Hun aanpak is zo simpel. Dat kan niet goed zijn. Hoe was het trucje ook alweer?' Daar sta je dan als opleider. Ook mijn vraag: 'Hoeveel zou $\frac{2}{3}$ van 80 cent zijn?' helpt weinig studenten verder.

Ann Dowker (1992) legt een stuk of 80 wiskundigen kale schatsommen voor. Bijna alle geïnterviewden kiezen voor een aanpak die Van de Craats een hapsnapmanier zou noemen. Vrijwel niemand gebruikt een traditioneel algoritme. Een half jaar later legt ze de helft van haar onderzoeksgroep nog een keer dezelfde problemen voor. Iedereen doet het weer hapsnap, maar een groot deel van de groep gebruikt een andere strategie dan de vorige keer. Is dit exclusief voorbehouden aan wiskundigen? Of is dit onderwijsfilosofie voor alle kinderen?

Cijferen of rekenen?

Onze traditionele cijferalgoritmen voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen hebben hun uiteindelijke vorm

onas leren rekenen

gekregen in de zeventiende eeuw. Als ultieme verkortingen. Vooral ten behoeve van de handel. Een eeuw geleden hebben we die algoritmen onderwerp gemaakt van ons onderwijs. Met het oog op later … 'Later' was een tijd waarin nog geen rekenmachines bestonden.

Nu naar het verschil tussen cijferen en rekenen. Cijferen is één van de strategieën die je kunt inzetten om een rekenkundig of wiskundig probleem op te lossen. Laten we als voorbeeld eens nemen: 27 x 37 =... Dat doen Van de Craats en ik met ons hoofd. We weten dat 3 x 37 = 111, en dus is 27 x 37, 9 x zoveel: 999. Veel andere mensen moeten dat met een cijferalgoritme oplossen. Dat moet je op voorhand goed leren, volgens het betoog van Van de Craats.

schijnlijk genoeg reden in om het deelalgoritme flink te gaan oefenen. Hij zegt immers: 'Voor elk van de vier hoofdbewerkingen is er één universeel werkend recept.' Was het leven maar zo eenvoudig.
Maar er waren ook kinderen die niet met een deling begonnen en die het probleem wel konden oplossen:
Jordi zegt: '1 keer is 2,75. Dus 2 keer is 5,5. En 4 keer is 11 meter. Dan is 28 keer 77 meter. Eén keer meer is minder dan 80 meter. 29 stukken dus.' Eva redeneert als volgt: 'Ik doe even alsof de juf 90 meter heeft en dat de stukken 3 meter lang zijn.' ('Oei', denk je dan. 'In een deling, zowel deeltal als deler veranderen. Dat kan haast niet goed aflopen…')
Eva: 'Nou, dat zijn dan 30 stukken. Maar de stukken zijn niet 3 meter lang, maar 2,75 meter. Dat scheelt dus 30 keer een

FRANK ROOSENDAAL

Vroeger waren er geen rekenmachines en was cijferen een belangrijk doel in de rekenles.

JASPER OOSTLANDER

Hoeveel stukken touw van 2,75 meter kun je uit een bol van 80 meter halen?

Laten we een paar voorbeelden nemen die duidelijk maken dat cijferen lang niet altijd de meest ideale oplossingsmanier is. De voorbeelden uit de lezing van Van de Craats behandel ik later.

Voorbeeld 1
80 : 2,75 =

Jan van de Craats lost deze opgave waarschijnlijk op door deeltal en deler te vergroten met een factor 100 en daar het traditionele deelalgoritme op los te laten.

Nog een keer hetzelfde probleem:
'Juf heeft voor een handenarbeidles stukjes touw nodig van 2,75 meter. Zij heeft een bol van 80 meter. Hoeveel stukken kan zij daaruit halen?'
Bovenstaand probleem komt uit de laatste Cito PPON-peiling einde basisonderwijs 2004. De goedscore van dit probleem is ongeveer 10%. Dat is natuurlijk bedroevend.
Ik heb bovengenoemd probleem aan veel kinderen in de basisschool voorgelegd. Alle kinderen die in dit probleem een deling herkenden en begonnen aan 80 : 2,75, konden dat niet tot een goed einde brengen. Van de Craats ziet hier waar-

kwart meter, dat is 7 meter 50. Maar de juf heeft geen 82,50 meter. Dus dan één stuk minder. 29 stukken dus.'
Wout redeneert als volgt: '10 stukken is 27,50 meter, 20 stukken is 55 meter, even denken... 30 stukken is 82,50 meter. Eén stuk minder dus.'

Voorbeeld 2
7 + 8 =

Ik heb twee jaar in New York (Manhattan) gewerkt en gewoond om daar mee te helpen een nascholingsprogramma rekenen/wiskunde voor leerkrachten basisschool op te zetten. Van de Craats zou zich daar in het Walhalla voelen. Het algoritmeland bij uitstek! Vele malen legde ik kinderen uit groep 3 dit probleem voor: 'Weet je hoeveel 7 plus 8 is?' Bijna altijd was hun redenering als volgt: 'Ik zet het eerst onder elkaar.'

$$\begin{array}{r} 7 \\ \underline{8\ +} \end{array}$$

En dan: 'Seven plus eight is 15, put down the 5, carry the 1, 1 down: 15.' Ik heb natuurlijk heel vaak halverwege dit liedje 'stop' geroepen. En gevraagd: 'Ben je al klaar?'

'Nee' zeiden ze, 'eerst het liedje afmaken.'
Het was voor veel kinderen een openbaring, dat je halverwege al klaar was. Je hoeft in dit geval het 'liedje' niet helemaal af te maken. Sterker nog: helemaal niet af te maken.

Voorbeeld 3
2003 – 1998 =

Het goede antwoord van 2003-1998 is 5. Je telt door vanaf 1998, doet 2 + 3 = 5. Klaar! Niet voor Jan van de Craats en z'n Amerikaanse klasgenoten. Zij doen het onder elkaar natuurlijk! Eerst lenen bij de buren, die niks hebben. Dan maar lenen bij hun buren. En nog een keer. Met enig geluk wordt het antwoord 5. 'Voor alle bewerkingen één strategie, geen hapsnapmethode', aldus Van de Craats.

Voorbeeld 4
200 x 200 =

Amerikaanse leerlingen zullen bij het zien van deze som vragen: 'Heeft u een zakrekenmachine?' 'Nee, maar je kunt het

JASPER OOSTLANDER

In Amerika wordt vrijwel elke optelling cijferend onder elkaar uitgerekend. Kinderen begrijpen niet hoe onzinnig dat soms is.

toch wel zonder machientje oplossen?' 'Dan heb ik papier en pen nodig.' En daar gaan ze:

200
<u>200 x</u>

0 keer 0, is dat 1 of 0? En dan 0 x 2? Met veel moeite komt er 40.000 uit. Terwijl je boerenverstand zegt: 'een 4 met vier nullen, klaar!'
Dit waren vier kleine voorbeelden, van elk van de hoofdbewerkingen één.

De tijd staat niet stil …

In de afgelopen 35 jaar hebben we veel nagedacht over de positie van het hoofdrekenen en cijferen in het onderwijs. Hoofdrekenen was vroeger *uit* je hoofd rekenen, maar heeft inmiddels plaats gemaakt voor *met* je hoofd rekenen. Je kunt eventueel voor meer of minder tussenantwoorden kiezen. Die mag je op papier noteren als je wilt. Natuurlijk blijft er wel een stukje 'uit je hoofd' over. Sommen als 7 + 8 en 7 x 8 moeten kinderen echt wel uit hun hoofd kunnen.
Het cijferen, dat we vroeger leerden onder het motto: 'vlug, foutloos, voor later …' heeft z'n betekenis verloren. Er is geen beroep meer waarvoor je dat nog zou moeten kunnen. En het toepassen van een algoritme is ook geen wiskunde!

Geschiedenis

In de zeventiger jaren, in onze zoektochten naar een betere didactiek, hebben we ons al verdiept in de positie van het cijferen. Vooral ook omdat het daar in de basisschool niet al te best mee ging. We waren ook op zoek naar nieuwe inhouden. Met wisselend succes. Toch liet dat cijferen ons niet los. Al in 1971 verscheen 'Cijferen anno 2000', een leerstofpakket voor de Pedagogische Akademie, met grote aandacht voor mechanische en elektrische rekenmachines. Olivetti betaalde mee. Met een voorwoord van Hans Freudenthal.
Het zou interessant zijn de hele inleiding hier te citeren. Hieronder maar een heel klein stukje:

'In het algemeen werd in de lagere scholen weinig tijd besteed aan de introductie van een algoritme op inzichtelijk niveau. Het accent kwam te liggen op inoefening van de mechanismen.'


JASPER OOSTLANDER

Hoe kun je de som 2003 – 1998 het beste oplossen: onder elkaar of naast elkaar?

In de zeventiger jaren verscheen er meer literatuur over het cijferen. De volgende leerplandelen werden gepubliceerd als afleveringen van het zogeheten Wiskobas-Bulletin:
- In 1977 'Leerplanpublikatie 6: de abacus: over cijferend optellen en aftrekken.'
- In 1979 'Leerplanpublikatie 10: cijferend vermenigvuldigen en delen.'
- In 1980: 'Leerplanpublikatie 11: gevarieerd oefenen.'

Elk deel stond vol ideeën om het rekenonderwijs te vernieuwen, en elk deel had een oplage van ongeveer 10.000. Ik denk dat Van de Craats ook een abonnement had. Ik kan me zijn ingezonden brieven of blijken van verontrusting niet herinneren.
Dit speelde allemaal in de IOWO-tijd toen Freudenthal de leiding had over het instituut dat nu zijn naam draagt.
In de tachtiger jaren kwamen er nieuwe reken-wiskundemethoden op de markt, als 'Rekenen en Wiskunde', 'Rekenwerk' en 'De Wereld in Getallen', die de opbrengsten van al dat onderzoek min of meer vorm gaven in hun methodiek. Ook werkten we in het zogenaamde 'Zwaluwproject' aan een nascholingscursus bij de methode 'Rekenen en Wiskunde'. In die cursus wilden we het nieuwe cijferen nog eens goed over het voetlicht brengen. Het project heette 'Zwaluw' vanwege de

naderende zomer, maar ook vanwege het mooie pakje lucifers: 10 doosjes in een wikkel. Eén van de opbrengsten was het Beeldplaatproject. We maakten filmpjes van voorbeelden van leerlinggedrag en lessen in de hoofdbewerkingen. Uit die tijd is ook het filmpje van de 'Ouderavond', een les over delen volgens de moderne 'hapmethode'. Jammer dat Van de Craats van al die ontwikkelingen geen kennis heeft genomen. Het lijkt wel of alle ontwikkelingen in de tijdspanne 1970 – 2007 aan hem voorbij zijn gegaan. Nu zijn kleinkinderen op de basisschool zitten verbaast hij zich over alle veranderingen.

Kolomsgewijs rekenen versus cijferen

Bij het tot stand komen van de TAL-brochure: *Kinderen leren rekenen*, hebben we ons nogmaals het hoofd gebroken over het onderwerp cijferen. Dat heeft in die publicatie een nieuw gezicht gekregen: kolomsgewijs rekenen. Het zijn algoritmen, die min of meer in de plaats komen van de traditionele cijferalgoritmen. Het geheel is nog niet naar míjn zin want het gaat volgens mij om veel te veel algoritmen. We zouden met minder toe kunnen. Met boerenverstand, met 'rijgen' en het verstandig gebruik van een rekenmachientje hoef je helemaal geen andere of betere algoritmen te leren.

Toch is voor kolomsgewijs rekenen wel wat te zeggen, zeker als je het vergelijkt met het traditionele cijferen. Je werkt van links naar rechts, doet grote happen eerst. Je werkt niet tegen de leesrichting in. Er zijn vele mogelijkheden tot meer of minder verkortingen.

Van de Craats is het hier niet mee eens. Hij noemt de werkwijze van het 'kolomsgewijs rekenen' een historisch misverstand omdat het van links naar rechts werkt, te beginnen bij het grootste deel van het getal. Hij vindt het een historische vergissing omdat getallen volgens de traditie die teruggaat op Arabieren en Indiërs, van rechts naar links gelezen moeten worden. Ook het traditionele cijferalgoritme komt voort uit deze traditie en werkt van rechts naar links.

Inderdaad schreven de Arabieren hun getallen van rechts naar links omdat dat immers hun leesrichting was. Ze noteerden eerst (rechts) de eenheden, dan de tientallen, enzovoort. Zo komt het dat wij nu bijvoorbeeld 'zevenenvijftig' uitspreken, maar '57' noteren. Bij grotere getallen wordt het nog lastiger. Neem bijvoorbeeld het getal 1138: wij zeggen 'elf honderd acht en dertig'. We spreken eerst de eerste twee cijfers uit, dan de laatste en ten slotte het derde cijfer. Dat is historisch zo gegroeid. Dat kunnen en willen we ook niet veranderen, maar we zullen toch oog moeten hebben voor de problemen die dit in het onderwijs met zich meebrengt. Laten we daarom eens kijken hoe we in rekensituaties met getallen omgaan.

Als we moeten schatten doen we altijd de grote happen eerst. Als ik u vraag voor hoeveel geld aan boodschappen er ongeveer in uw winkelwagentje ligt, werkt u van 'links naar rechts' en begint u met de euro's, niet met de centen. Ook als u les heeft gehad van Van de Craats. Die wil u met de centen laten beginnen. In al mijn ervaringen met kinderen waarbij geschat moest worden of waarbij twee getallen bij elkaar moesten worden opgeteld, deden de kinderen de grote happen eerst. Alleen als je opgaven nadrukkelijk als cijferopgaven onder elkaar presenteert, werken de leerlingen van rechts naar links.

Hoe maken we van de nood een deugd? Als je de leesrichting volgt kom je eerst de grote happen tegen. Waarom zullen we daar in onze didactiek geen gebruik van maken? 1138: eerst elfhonderd en dan nog 38.

Kortom: dat kolomsgewijs rekenen vloeit op een heel natuurlijke wijze voort uit de aanpak van mensen en kinderen. En dat geldt niet voor onze traditionele cijferalgoritmen, waarbij we van rechts naar links werken. Dat is prachtig voor verkenning en onderzoek door kinderen. Ik zie het kolomsgewijs rekenen niet als opstap naar de traditionele algoritmen. Daar maak je het alleen nog maar moeilijker mee. Maar kolomsgewijze aanpakken vergelijken met de traditionele algoritmen kan natuurlijk wel! Ook van de geschiedenis van de wiskunde kun je veel leren! Maar niet van het 'onzalige idee' van Van de Craats dat het altijd van 'rechts naar links' moet. Dat noem ik een 'historische' vergissing.

Verschillende rekenmethodes naast elkaar in een zestiende-eeuws rekenboek. (Adam Ries, 1533)

Opa vertelt

Ik zat op een lagere school in een volksbuurt in Amsterdam. Op de gevel stond met tegeltjes geschreven: 'Opleidingsschool voor HBS en Gymnasium'. Het staat er nog, hoewel het gebouw een andere bestemming heeft gekregen. Ik zat met ongeveer 50 leerlingen in één klas, drie rijen van dubbel acht of negen leerlingen. Ik bewaar dierbare herinneringen aan mijn lagereschooltijd. Het was natuurlijk niet eenvoudig om alle kinderen op hun wenken te bedienen. Adaptief onderwijs noemen we dat nu.

De banken stonden in drie rijen opgesteld. De raamrij: Koningsburg, de middenrij: Middelburg en de gangrij: Domburg. Zo is het nooit gezegd, maar iedereen wist dat het zo was. Ik heb altijd in Koningsburg gezeten. Die leerlingen mochten wel eens naar buiten kijken. Ik bewaar veel dierbare herinneringen aan al mijn meesters en juffen van de basisschool. Daar heb ik al die algoritmen geleerd. Voor later …

Jan van de Craats heeft vast ook altijd in Koningsburg gezeten. Maar een plaats in die rij was en is natuurlijk niet voor iedereen weggelegd. In elke klas zijn er vele kinderen die niet in de Koningsburg-rij zitten. Misschien zitten zijn kleinkinderen Daan en Sanne ook wel niet in Koningsburg. Rekentalent is jammer genoeg niet erfelijk.

Een beperkt onderzoekje in de basisschool

Ik heb onderzoek gedaan met kinderen in groep 4 die nog geen enkele ervaring hadden met het onder elkaar zetten van getallen om berekeningen uit te voeren. Ik liet hen rekenopgaven uitvoeren als 230 + 140, 234 + 145, maar ook aftrekkingen als 270 – 140. Alle kinderen rekenden van links naar rechts. Soms splitsend, lang niet altijd, maar altijd rekenend van links naar rechts. Grote happen eerst, de leesrichting volgend. Logisch! Natuurlijk zouden we in de didactiek daarbij aan moeten sluiten.

Nu naar de voorbeelden van Van de Craats. Hij geeft er vier:

Gruwelvoorbeeld 1:
kolomsgewijs optellen[1]

78,12
13,34
142,57
92,63
104,89 +

Hier zou ik, zo mogelijk, alle kinderen van de basisschool willen leren hoe ze de uitkomst van deze berekening ongeveer kunnen bepalen. Dus: 140 + 100 + 90 + 90 en dan nog 10 (=1 + 2 + 2 + 4 en de rest) meer.
Dus ongeveer 240 + 90 = 330, dan 330 + 90 = 420, en 420 + 10 = 430.
Dat hoeft dus niet onder elkaar. Leer kinderen in zo'n geval op tijd een rekenmachientje te gebruiken. Niemand in deze wereld doet een dergelijke opgave nog met pen en papier. Dus geen tijd inruimen voor het beheersen van een cijferalgoritme (ook niet kolomsgewijs), waarmee deze opgave opgelost kan worden. Wat het nog erger maakt is dat Van de Craats het meest verkorte traditionele algoritme vergelijkt met het minst verkorte algoritme van kolomsgewijs optellen. Ja, zo kan ik het ook! Dat is appels met peren vergelijken! Dan lijkt het kolomsgewijs optellen heel erg omslachtig! Hij zou oog moeten hebben voor leerlingen die het op de meest verkorte wijze kunnen oplossen, naast leerlingen die een paar extra tussenstappen nodig hebben. En dat is wel het gros van de leerlingen. Altijd geweest! Koningsburg is niet zo groot als Van de Craats denkt. (Zie ook PPON, Jansen, J. e.a. 2005).

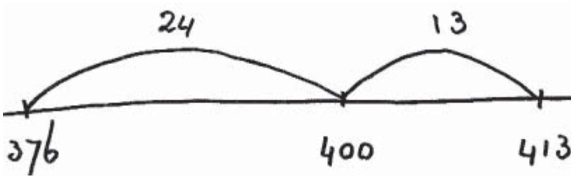
Gruwelvoorbeeld 2:
kolomsgewijs aftrekken[1]

413,92
376,75 -

Van de Craats lost dit vraagstuk stap-voor-stap kolomsgewijs op, en maakt er zo een wanstaltige berekening van. Zo'n aanpak heeft natuurlijk niemand als doel voor ogen.
Wat zou ik kinderen dan wél willen leren als aanpak voor 413,92 – 376,75 = ...?
Niet het traditionele cijferalgoritme, ook niet het kolomsgewijze algoritme.
Wat dan wel?
Kijk eens naar die getallen. Laat de decimalen achter de komma even weg: 413 – 376. Beide getallen liggen dicht in de buurt van 400. (Zie afbeelding 1) 24 + 13 = 37.

Nu nog de decimalen achter de komma. Mooi, dat komt goed uit. We hoeven niet te lenen: 92 – 75 = 17. Antwoord: 37,17.

Afbeelding 1



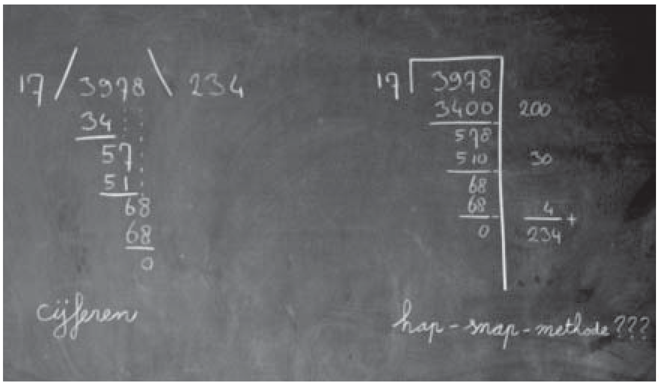
Aan de hand van een (mentaal) plaatje is het verschil tussen 413 en 376 makkelijk uit te rekenen.

Ik weet zeker dat ook Van de Craats dit vraagstuk oplost met: 24 + 13 + 0,17 = 37,17. Dat hij het zo doet komt door de getallen. Andere getallen, andere strategie. Niet alle leerlingen over één kam scheren en niet voor alle sommen één standaardoplossing klaar hebben (Dowker, 1992).
En wat dan te doen met leerlingen die zo ver niet komen? Leer die leerlingen op tijd een rekenmachine in te zetten en laat hen niet eindeloos oefenen op welk algoritme dan ook. En zeker niet het traditionele algoritme, dat Van de Craats probleemloos reproduceren kan. Ik ook. Maar dat zegt niks.

Gruwelvoorbeeld 3:
kolomsgewijs vermenigvuldigen[1]

345
729 x

Dit is inderdaad een gruwelvoorbeeld. Dat doe je toch met een rekenmachientje? We gaan in deze tijd toch geen twee getallen van drie cijfers algoritmisch vermenigvuldigen? Wat nog wel kan is een schattende aanpak: de uitkomst ligt in de buurt van de helft van 700 x 700. 7 x 7 = 49. De helft van 49 met vier nullen is ongeveer 25 met vier nullen: 250.000. Een kwart miljoen.
Ook hier vergelijkt Van de Craats weer appels met peren. Hij vergelijkt de niet verkorte kolomsgewijze aanpak met het meest verkorte traditionele algoritme.



Als je de efficiëntie van de traditionele en de moderne staartdeling met elkaar wilt vergelijken moet je wel van de kortste vorm uitgaan.

Gruwelvoorbeeld 4:
deling[1]

83218 : 37

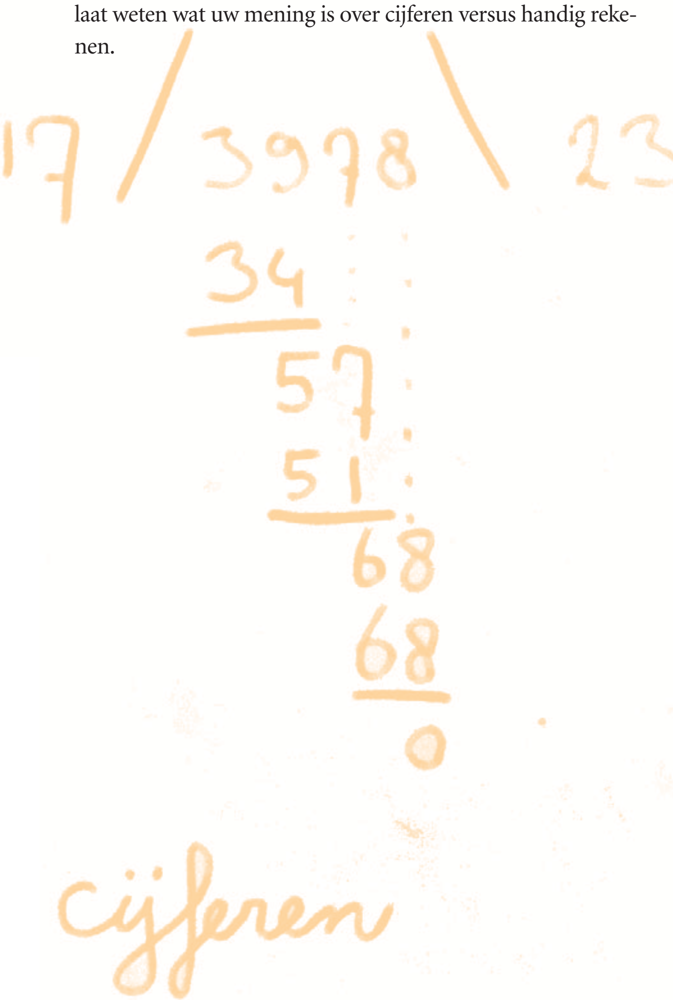
Weer een voorbeeld met te grote getallen. Natuurlijk is de hapmethode niet zo efficiënt als de staartdeling. Maar deze deling moet natuurlijk met een rekenmachientje gedaan worden. We kunnen een deel van de kinderen ook nog leren hoe je met een machientje de rest bepaalt. Van de Craats noemt de hapmethode onsystematisch. De bedoeling is juist wel systematisch: grote happen eerst. Hij zegt over de staartdeling dat het een recept is dat iedereen kan leren en begrijpen. Was dat maar waar! Dan was de hierboven geschetste zoektocht van al die jaren niet nodig geweest.

Oog voor de schoolmeester

Argumenten geeft Van de Craats nergens. Hij noemt wel steeds 'docentenwijsheid'. Hij bedoelt zijn eigen docentenwijsheid. Hij zou toch ook oog moeten hebben voor andermans schoolmeesterswijsheid, bijvoorbeeld de mijne, opgebouwd in 37 jaar onderwijzersopleiding en basisschool.
En tegen Daan en Sanne zou ik willen zeggen: niks meer over rekenen aan opa vragen. Die helpt jullie van de regen in de drup. Ik wil jullie wel 'handig rekenen' leren. In een klasje met Juliette en Jonas.

De auteur is 37 jaar werkzaam als docent rekenen/wiskunde & didactiek aan de lerarenopleiding basisonderwijs. Al die tijd heeft hij gewerkt met leerlingen van de basisschool. Hij is ook grootvader van Juliette en Jonas.

Zie ook de stelling van Jan van de Craats in de rubriek 'Interactie'. Bezoek de website www.volgens-bartjens.nl en laat weten wat uw mening is over cijferen versus handig rekenen.



Noot

1. Tekst en opgave van Jan van de Craats.

Literatuur

Craats, J. van de (2007). 'Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen.' ***Nieuw Archief voor Wiskunde.*** *5/8, nr. 2 juni 2007, p. 132-136.*
Dolk, M.L.A.M. & W.Uittenbogaard (1989). 'De ouderavond.' ***Willem Bartjens. Tijdschrift voor het reken-wiskundeonderwijs,*** *9, 14-20.*
Dowker, A. (1992). 'Computational Estimation Strategies of Professional Mathematicians.' ***Journal for Research in Mathematics Education,*** *23(1), 45-55.*
Feijs, E., K. Gravemeijer, E. de Moor, W. Uittenbogaard (1987). ***'Cijferen van 1 tot en met 6. Experimenteel cursusmateriaal voor nascholing van het basisonderwijs.'*** *Utrecht: OW&OC.*
Galen, F.H.J. van & M.L.A.M. Dolk (1991). ***Interactieve video in de nascholing rekenen-wiskunde.*** *Utrecht: Centrum voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen (CD-beta Press), 212 pp.*
Goffree, F., W. Aarts, J. Eilander, D. Karman, H. Meyer, D. Oort, P. Scholten, A. Treffers (1971). ***Cijferen Anno 2000. Experimentele uitgave van de commissie Modernisering Leerplan Wiskunde****.*
Heuvel-Panhuizen, M. van den, K. Buys & A. Treffers (Eds.) (1999). ***Kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen Bovenbouw Basisschool****, Groningen: Wolters-Noordhoff.*
Jansen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). ***PPON (periodieke peiling van het onderwijsniveau). Balans (32) van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4,*** *103-110. Arnhem: Cito Instituut voor toetsontwikkeling.*
Jong, R. de (ed.) (1977). ***Wiskobas-Bulletin, jaargang 6, nr 4: leerplanpublikatie 6: de abakus.*** *Utrecht: IOWO.*
Koersen, W. & W. Uittenbogaard (2006). 'Panama Praktijktip nummer 104: Cijferen, hoe nu verder?' ***Panama-Post****. Tijdschrift voor reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 25(4), 46-50.*
Moor, E. de (1980). ***Wiskobas-Bulletin, jaargang 9, nr. 1/2/3: leerplanpublikatie 11: gevarieerd rekenen.*** *Utrecht: IOWO.*
Treffers, A. (ed.) (1979). ***Wiskobas-Bulletin, jaargang 8, nr. 5/6: leerplanpublikatie 10: cijferend vermenigvuldigen en delen.*** *Utrecht: IOWO.*
Uittenbogaard, W. (1986). 'Het Kanaal (7): Uitleggen en uitleggen is twee.' ***Panama-Post. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs,*** *4(4), 41-42.*
Uittenbogaard, W. (2007). 'Een zakje appels ... Voorbereidingen van een meester.' ***Volgens Bartjens ...,*** *26(3), 23-23.*