



# De kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs

- een virtueel vraaggespek -

A. Treffers  
Flsme, Universiteit Utrecht

‘Het basisonderwijs presteert ondermaats’, kopte ‘De Volkskrant’ van 23 april 2007. P. van Dam, enkele jaren geleden hoofd van de afdeling Basisonderwijs van het Cito, luidde de noodklok. Na nog eens de PPN-rapporten van de afgelopen twintig jaar bestudeerd te hebben, kwam hij tot de schokkende conclusie dat kinderen in vrijwel geen enkel vak genoeg leren - ook voor rekenen niet. Het had hem altijd verbaasd dat heftige reacties op die PPN-rapporten uitbleven.

In een ingezonden artikel van ‘De Volkskrant’ (2 juni 2007) geeft hij een eenvoudig recept om de kwaliteit van het onderwijs te verhogen.

Ik denk dat het veel beter kan, maar dan moet het roer wel om. Er moet een overzicht komen van uitspraken over wat kinderen moeten kennen en kunnen aan het einde van de basisschool en misschien ook voor tussenliggende momenten. Het moet aannemelijk zijn dat het geheel haalbaar is, leerbaar. Dat wil zeggen: voor ten minste driekwart van de leerlingen te leren. Voor de knapsten moet er een aanvulling komen; die moeten veel meer kunnen en kennen, zodat ook die worden uitgedaagd.

*Is de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs inderdaad zo slecht?*

Laat ik, om die vraag te beantwoorden, eerst een opmerking maken over de kwestie die Van Dam noemt: hoe komt het dat er zo weinig op de slechte PPN-scores is gereageerd? Bij de eerste peiling in 1987 was daar meteen al aanleiding toe, want de standaarden die destijds leraren van groep 8 hadden neergezet, werden ook toen al in de verste verte niet gehaald. Wat de P10-leerling zou moeten presteren bleek pas voor de P65-leerling haalbaar, en de P90, er kon net aan wat het panel voor de P50-leerling voor ogen had! (P verwijst naar procentiel, de P65 leerling bijvoorbeeld staat op de 65<sup>ste</sup> tree van de vaardigheidsladder tot P100).<sup>1</sup> De eersten die geschokt hadden moeten reageren waren de drie commentatoren op het PPN-rapport, Huitema, Teunissen en Treffers. Die bleven er echter koud onder: de standaarden waren veel te hoog, vonden ze. Met de bulk aan onderzoeksgegevens over de verschillende onderwerpen kon deze stelling met name ten aanzien van het cijferen wetenschappelijk onderbouwd worden, want daarvoor waren in de loop van de jaren tientallen studies bestudeerd. Eén commentator

waarschuwde dat indien de standaarden wèl als beoordelingscriterium voor de leeropbrengst dienst zouden doen, PPN dan op den duur voor Prestaties Permanent Onder Niveau zou komen te staan.

Teunissen formuleerde zijn reserves tegen de standaarden als volgt:

De waarde van een ijkingsprocedure van eindtermen door een panel van respondenten te vragen wenselijke eindniveaus te selecteren, wordt betwijfeld. Deze procedures lokken subjectieve oordelen uit die moeilijk te interpreteren zijn en scheppen irreële verwachtingen omtrent het eindniveau van de basisschoolpopulatie als geheel.  
(Wijnstra, 1988, pag.180.)

Die subjectieve oordelen konden er immers toe leiden dat de panels in opeenvolgende peilingen de lat op verschillende hoogten zouden leggen. En dat bleek later ook inderdaad te gebeuren.<sup>2</sup> Het trio adviseerde: doe die standaarden weg en kijk uitsluitend naar de ontwikkeling van de prestaties in de achtereenvolgende peilingen, want daar is deze toets tenslotte voor bedoeld. Neem het volgende voorbeeld.

Koptelefoon van 60 gulden (euro)  
Nu met 30% korting.  
Hoeveel moet je nu voor een koptelefoon betalen?

In 1987 vonden de deskundigen dat driekwart van de leerlingen eind groep 8 deze opgave goed moesten maken - en wie zal het daar mee oneens zijn? - maar de goedscore was destijds ... 42 procent. Welke deskundige had vooraf kunnen bedenken dat maar 7 procent van de kinderen handig rekende volgens ‘10% is 6 gulden’; dat 10 procent van de kinderen die ‘30 procent’ gelijkstelde aan ‘30 gulden’ of aan ‘ $\frac{1}{3}$  deel’; dat 11 procent van hen geen idee had wat ‘30% korting’ betekent; dat ...

In 2004 rekende 65 procent van de kinderen handig en was de goedscore 71 procent. Ook nu werd niet aan de standaard van driekwart voldaan, maar er is vooruitgang te zien: veel meer kinderen begrijpen wat ‘procent’ betekent. Dat is winst en dat moet de periodieke peiling registreren.

Met het laatste was het Cito het uiteraard eens, maar het advies om de standaarden te schrappen werd niet gehono-

reerd. Het Cito stelde dat deze standaarden operationalisering van streefdoelen zijn en niet als beoordelingsnorm fungeren waaraan voldaan moet worden, en al helemaal niet als een te verwachten opbrengst. Daarmee was de kous af; als ze zo geïnterpreteerd worden, kunnen ze weinig kwaad.

*En zijn die standaarden daarna ook altijd op deze relativerende wijze opgevat?*

Ja, althans tot voor kort. In 2005 werden de resultaten van de peiling halverwege de basisschool (2003) bekend gemaakt. Geen van de acht rekenonderwerpen haalde de standaard voor 'voldoende', dat wil zeggen dat op geen enkel onderdeel 70 procent van de leerlingen de betreffende opgaven onder de standaardenlat goed oplosten. Maar niemand die er om maalde! Want vanaf de eerste peiling was vooruitgang geboekt, vooral in de laatste (2003) ten opzichte van de voorlaatste (1997) - en daar gaat het tenslotte toch om.

*Maar nu de eindpeiling van 2004. In een artikel in 'De Volkskrant' (van 4 april 2007) staat dat het oordeel van het panel deskundigen daarover vernietigend is. Ik begrijp echter uit wat er net gezegd is dat het panel niet over de kwaliteit van het onderwijs moet oordelen, laat staan haar veroordelen.*

Inderdaad, maar dat heeft het panel ook niet gedaan. De panelleden hebben alleen de discrepantie tussen de actuele resultaten en de nagestreefde opbrengst, zoals zij die zien, in kaart gebracht. En dat is in het krantenartikel correct weergegeven. Nu zou dit alles geen probleem zijn geweest als de leeropbrengst van het cijferen in de laatste peiling einde basisschool ten opzichte van 1997 was gestegen, maar dat bleek niet het geval, integendeel, die was aanzienlijk gedaald.

Maar voor ik daar nader op inga, wil ik eerst nog een opmerking over de andere rekenonderdelen maken. Daarvan is einde basisschool namelijk sinds 1987 van achteruitgang geen sprake: de prestaties van 'rekenen uit het hoofd' (hoofdrekenen en schattend rekenen) zijn juist aanzienlijk gestegen, en 'verhoudingen, breuken en procenten' geeft als geheel een kleine maar significante vooruitgang te zien.

In de PPON-rapporten werd daarbij overigens steeds aangegeven dat de nieuwe rekenmethoden bij elkaar genomen een positieve invloed op de prestaties hebben gehad. Indien alles bij het oude was gebleven, en dus methoden als 'Naar Zelfstandig Rekenen' (NZR) en Niveau Cursus Rekenen (NCR) de onderwijsmarkt waren blijven domineren, zoals dat rond 1980 het geval was, zou de kwaliteit van het onderwijs op de genoemde gebieden achteruitgegaan zijn.

*Maar niet op het terrein van het cijferen. Staatssecretaris Dijkema heeft de Canadese onderwijsgoeroe Fullan bij de arm genomen om het basisonderwijs te verbeteren. Bij de opening van het schooljaar 2007-2008 noemt ze als een van de problemen dat kinderen niet goed kunnen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen ('De Volkskrant' van*

*11 september 2007). En daarover is nu juist de laatste tijd zoveel commotie ontstaan. Hoe staat het daar dan mee? Is de kwaliteit van de nieuwste versies opeens zoveel minder geworden?*

Nee, want die methoden hebben ook op het schriftelijke rekenen geen negatief effect gehad. En toch zijn de prestaties volgens het PPON-onderzoek aanzienlijk achteruitgegaan. De PPON-onderzoekers weten hier geen raad mee: de methode is niet slechter, maar de prestaties in betrekkelijk korte tijd wel.

De laatste vraag die we ons moeten stellen is: Hoe kunnen jaareffecten - met name binnen het domein Getallen en bewerkingen - soms zo groot zijn en met name op het gebied van bewerkingen zo sterk negatief als toch positief wordt gecoördineerd over het summatieve effect van de methode? (...) We zullen dan moeten wijzen op het feit dat er naast de methoden tal van andere factoren zijn die van invloed zijn op het onderwijs. Welke die factoren zijn, daarop geeft dit onderzoek geen direct antwoord.  
(Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005, pag.237)

Zoals verwacht kon worden is er een positieve correlatie tussen de toename van de leerprestaties bij 'getallen en getalrelaties' en het positieve effect van de methoden daarop. Bij de andere rekenonderwerpen zien we hetzelfde positieve verband. Hoe is het dan mogelijk dat die relatie er bij 'getallen en bewerkingen 2' niet is? 'Die andere factoren' waarover de PPON-onderzoekers spreken zouden toch ook op de andere onderwerpen van invloed zijn - we staan hier inderdaad voor een raadsel.

*Is dat raadsel nu ontcijferd?*

Het heeft even geduurd, maar dat is inderdaad het geval. Het enigma bleek bij twee delingsopgaven te liggen,  $7849 : 12 = ..$  en  $736 : 32 = ..$

In de standaard PPON-afname waren de goedscores bij deze opgaven respectievelijk 29 procent en 52 procent - vrij laag, in ieder geval net zo laag als men op grond van de sterk gedaalde PPON-scores bij delen zou verwachten. In het PPON-rapport staan echter ook de goedscores van deze sommen vermeld die in een individuele afname bij een representatieve groep van honderdveertig leerlingen zijn behaald. De resultaten waren nu ruim 30 procent hoger, namelijk van 29 naar 60 procent en van 52 naar 84 procent!

*Nogmaals: hoe is deze enorme toename te verklaren?*

Wel, in algemene zin merkt het PPON-rapport daarover op dat het percentage opgaven dat zonder papiersteun, dus uit het hoofd, werd berekend ten opzichte van 1997 aanzienlijk was gestegen.

Het is mogelijk, zoals we dat ook bij het vorige onderwerp hebben geopperd, dat de prestaties beter geweest zouden zijn als leerlingen gebruik hadden gemaakt van de uitrekenruimte in de toetsboekjes, waar ze ook expliciet op zijn gewezen. (pag.105)

Die geopperde mogelijkheid werd een aan zekerheid grenzende waarschijnlijkheid toen de Leidse onderzoekers Van Putten en Hickendorff over de individuele afnamen rapporteerden die in het kader van PPON parallel waren uitgevoerd. Daaruit kwam namelijk naar voren dat bij de genoemde delingssommen - waarin de proefleider nadrukkelijk stelt dat de uitkomst schriftelijk berekend moest worden - het percentage uit het hoofd berekende opgaven van 32 naar 1 procent daalde.

Zij concluderen:

Dus laten leerlingen bij de individuele afname zien dat zij ten eerste goed in staat zijn een uitwerking te noteren, en dat ten tweede hun prestaties aanzienlijk verbeteren. (...) Ondersteuning voor de interpretatie dat vooral het maken van opgaven zonder uitwerking bepalend is voor de daling in prestaties, kan ook ontleend worden aan de resultaten van de individuele afnamen. Bij deze individuele afnamen maakten leerlingen de opgaven wél met behulp van het opschrijven van een uitwerking. De geleverde prestaties waren aanzienlijk beter, terwijl de strategieën afzonderlijk niet succesvoller waren. Het lijkt er dus op dat zodra de leerlingen een uitwerking opschrijven bij het oplossen van een deelopgave, waartoe ze goed in staat lijken te zijn, de prestaties vanzelf beter uitpakken. (Van Putten & Hickendorff, 2006, pag.23)

De toename van de goedscore heeft zich bij de andere deelopgaven waarschijnlijk ook voorgedaan omdat de twee opgaven qua moeilijkheidsgraad aan de moeilijke kant (opgave 1) en aan de makkelijke kant (opgave 2) zitten en gemiddeld overeenkomen met de goedscore van de PPON-afname bij alle veertien deelopgaven - het zijn voorbeelden die voor alle andere deelopgaven model kunnen staan.

*Maar die toename van de goedscores bij de individuele toetsafname zou toch ook in 1997 zijn gebeurd? En als dat zo is, dan blijft het verschil in goedscores tussen toen en nu toch bestaan?*

Nee, niet in die mate, omdat het percentage 'zonder papiersteun' (26 versus 44 procent) toen aanmerkelijk lager was, terwijl het percentage overgeslagen opgaven (20 procent) gelijk bleef. Dus viel er in 1997 zogezegd minder 'winst' te boeken.

Als we de twee delingsopgaven vergelijken met soortgelijke opgaven uit de PPON van 1987 - in de peilingen van 1997 zijn die niet aanwezig - dan blijkt verrassenderwijs dat de goedscores na omrekening in percentages tot vrijwel dezelfde uitkomsten leiden.<sup>3</sup> Indien men deze toename generaliseert, dan zou dit betekenen dat er bij delen zelfs geen achteruitgang is ten opzichte van 1987 toen het onderwijs nog hoofdzakelijk traditioneel bepaald was! Zoals gezegd vergelijken we dan wel de individuele afname uit 2004 met de standaardafname van 1997.

In het laatste geval waren de kinderen gewend om schriftelijk te rekenen. Hoogstwaarschijnlijk zouden de scores destijds bij een individuele afname niet veel anders zijn geweest dan bij de standaardpeiling.

*Maar nu heb je in je betoog een sprong van de individuele peiling naar de klassikale standaardpeiling gemaakt. Is dat wel wetenschappelijk verantwoord? Je zou toch kunnen veronderstellen dat de resultaten van de individuele afnamen hoger zijn dan die van de klassikale - algemeen gesproken. Als dat zo is dat zou die toename van ruim 30 procent bij de delingsopgaven niet zo bijzonder zijn.*

Ja, die is wel uitzonderlijk. In de twintig voorbeelden die Bokhove en Janssen (1988, 1989a, 1989b, 1990) in een serie artikelen in dit tijdschrift over de eerste periodieke peiling geven, is er slechts in één geval een verschil van ruim 10 procent tussen de klassikale en de individuele peiling; in de overige voorbeelden is dit verschil slechts enkele procenten. Met andere woorden, de verschillen zijn in het algemeen miniem behalve bij de genoemde delingsproblemen. Daar zijn die verschillen, zoals gezegd, toe te schrijven aan de onderscheiden bewerkingen 'uit het hoofd' en 'op papier' die in de twee afnamen een verschillend accent krijgen.

*Hoe komt het dat de kinderen in 2004, en in mindere mate in 1997, de lastige bewerkingen vooral uit het hoofd proberen uit te voeren, terwijl dit vroeger niet het geval was? Komt dit doordat er vanaf 1992 geleidelijk steeds meer aandacht aan hoofdrekenen is besteed?*

Dat zal zeker van invloed zijn, maar er is nog een andere factor die hierbij een rol speelt. Dat is het feit dat de opgaven in het begin van de peiling bij de schaal 'bewerkingen 2' voor zowel optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen goed uit het hoofd te berekenen zijn, waardoor de leerlingen als het ware op het spoor van hoofdrekenen terecht komen en daarop blijven doorgaan, ook als de sommen lastiger worden - dat is een eerste veronderstelling.

Een tweede mogelijkheid is dat de leerlingen zich eind groep 8 niet meer zo wensen in te spannen. Voor deze veronderstelling spreekt het feit dat de resultaten halverwege groep 8 op alle onderdelen - alleen schatten uitgezonderd - hoger zijn dan aan het einde van groep 8. Vooral bij 'bewerkingen 2' zijn die verschillen groot, namelijk ongeveer een halve standaarddeviatie.

De derde mogelijke verklaring ligt in het 'papierschuwe' leerlingvolgsysteem, waardoor de kinderen (zo opperen sommige deskundigen) zich steeds meer op rekenen 'uit het hoofd' gaan richten.

Hoe het zij: zeker is dat vanaf 1992 een steeds groter percentage leerlingen de schriftelijke uitwerking achterwege hebben gelaten, terwijl ze die desgevraagd toch vaak behoorlijk blijken te beheersen.

*Wat is nu de slotsom over het cijferen?*

Mijn conclusie is dat de PPON-afname voor 'bewerkingen 2' bij delen niet valide is, in die zin dat ze niet meet wat ze pretendeert te meten, namelijk de prestaties bij delingen met wat grotere getallen.

Voor vermenigvuldigen geldt waarschijnlijk hetzelfde. Dat is af te leiden met een voorbeeld uit de individuele afname en de goedscore daarvan te vergelijken met een soortgelijke opgave uit de standaard-PPON.<sup>4</sup> Al met al is het moeilijk te verteren dat leerlingen bij de ‘bewerkingen 2’ en met name bij vermenigvuldigen en delen niet laten zien wat ze in feite wel kunnen: rekenen op schrift. Om deze vaardigheid te kunnen peilen is een kleine aanpassing van de instructie noodzakelijk, namelijk door de kinderen nadrukkelijk mee te delen dat een antwoord alleen goed gerekend kan worden als op schrift is te zien hoe je er aan bent gekomen.

*Nog even terug naar de eerdergenoemde twee deelopgaven. Hoe worden die opgelost?*

In het PPON-rapport wordt daar een goed zicht op gegeven. Globaal gesteld berekenden twee van de drie leerlingen de deling kolomsgewijs. Dat gebeurt bijvoorbeeld op de volgende wijze.

$$7849 : 12 =$$

7849	
<u>1200</u>	100 ×
6649	
<u>6000</u>	500 ×
649	
<u>600</u>	50 ×
49	
<u>48</u>	4 ×
1	
	<u>654</u>

Dit is weliswaar niet de meest verkorte oplossing, maar veel scheelt het niet. De goedscore bij deze kolomsgewijze aanpak is 64 procent. De traditionele staartdeling wordt door een op de vier leerlingen uitgevoerd. De goedscore is hier 73 procent. Daarbij dient echter wel aangetekend te worden dat een iets grotere portie sterkere dan zwakkere rekenaars deze methode hanteert. Daaruit volgt dat de effectiviteit van de onderscheiden delingsprocedures niet veel verschilt, en ook dat de structuur van de meest verkorte kolomsgewijze aanpak overeenkomt met die van de staartdeling - alleen de notatiewijze is anders. De betere leerlingen kunnen vervolgens de overstap naar de klassieke staartdeling makkelijk maken en men zou die ultieme verkorting bij hen desgewenst kunnen nastreven. Dat hangt ervan af of je naast de effectiviteit ook de efficiency van de rekenprocedures wilt laten meewegen.

*Duidelijk. Wat is nu de conclusie van dit alles?*

Bij elkaar betekent dit dat de hele commotie over de teruggang van het cijferen en het verdwijnen van de traditionele staartdeling een storm in een glas water is.

*Laten we het nu eens over hoofdrekenen en schattend rekenen hebben. Hoe hebben die zich in de periode van het traditionele rekenonderwijs in 1987 naar het vernieuwde rekenonderwijs van 2004 ontwikkeld?*

In het PPON-rapport van 2005 wordt deze vraag beantwoord: de prestaties bij hoofdrekenen zijn significant gestegen met 0,2 standaard-deviatie, zeg met meer dan vijf percentielpunten, en schattend rekenen is zelfs spectaculair gestegen met meer dan één standaarddeviatie, dus met meer dan dertig percentielpunten! In deze studie staan namelijk vier voorbeelden van opgaven over hoofdrekenen en schattend rekenen die zowel in het individuele PPON-onderzoek van 1987 als in die van 2004 betrokken zijn.

	1987	2004
1 Wilma is 153,6 cm lang. Vorig jaar was haar lengte 146,7 cm. Hoeveel is Wilma sinds vorig gegroeid?	60%	69%
2 2 kilo kuikenbouten kosten € 8,98. De chef van een restaurant koopt 10 kilo kuikenbouten in. Hoeveel moet hij betalen?	60%	69%
3 Yvonne rekt uit op haar rekenmachine $715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091$ Bij het opschrijven van het antwoord is ze de komma vergeten. Wat moet het antwoord zijn?	27%	71%
4 In de prijzenpot zit € 6327,75. Er zijn 8 winnaars die dit met elkaar moeten delen. Hoeveel geld moet ieder dan ongeveer krijgen? Rond af op honderd euro.	35%	66%

Hoe losten de leerlingen in 1987 vraagstuk 2 op?

Deze opgave is in 1987 bij 124 leerlingen individueel afgenomen en toen maakte 60 procent van de leerlingen de opgave goed. In 2004 is deze opgave bij 140 leerlingen afgenomen en maakte 69 procent van de leerlingen de opgave goed.

In 1987 was de strategie ‘cijferen uit het hoofd’ nog de meest voorkomende strategie en paste 37 procent van de leerlingen deze strategie toe. In 2004 past nog 20 procent van de leerlingen deze strategie toe. In 2004 gebruikt meer dan de helft van de leerlingen een compensatiestrategie, waarbij het merendeel van de leerlingen eerst  $5 \times 9$  uitrekenen en vervolgens het teveel berekende ( $5 \times 0,02 = 0,10$ ) van de uitkomst van  $5 \times 9$  aftrekt. De compensatiestrategie is erg succesvol: ongeveer 85 procent van de leerlingen die deze strategie gebruikt, komt ook tot het goede antwoord. Een andere hoofdrekenstrategie die in 2004 veel meer toegepast wordt dan in 1987 is eerst  $10 \times 8,98$  uitrekenen en daar vervolgens de helft van nemen.

(Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005, pag.80)

Samengevat, in 1987 rekende 23 procent van de leerlingen handig en in 2004 was dat 53 procent; cijferen ‘uit het hoofd’ wordt in 1987 door 37 procent gebruikt en in

2004 door 20 procent. Het verschil tussen deze oplossingsstrategieën is groter dan die van de goedscores. Bij de andere opgaven blijkt dit ook het geval te zijn - goedscores geven een oppervlakkig beeld van de oplossingsprocessen die leerlingen hanteren. Dat is ook bij vraagstuk 3 het geval.

Yvonne rekent uit op haar rekenmachine:

$$715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091$$

Bij het opschrijven van het antwoord is ze de komma vergeten. Wat moet het antwoord zijn?

Het is de bedoeling dat deze opgave uit het hoofd wordt berekend. De goedscore in 1987 was 27 procent en in 2004 was dat 71 procent. Analyse van de oplossingsprocedures laat zien dat in 1987 één op de drie leerlingen het antwoord 13,091 gaf omdat de meeste getallen drie cijfers achter de komma hebben, terwijl in 2004 één op de tien zo redeneerde. Hieruit blijkt hoezeer een eenzijdige gerichtheid op cijferen het inzicht in getallen, getalrelaties en schattend rekenen blokkeert.

De trend die in de opgavenreeks uit PPON 4 zichtbaar is, weerspiegelt het algemene beeld van dit rekendomein, namelijk die van een aanzienlijke toename aan vaardigheid van 2004 in vergelijking met 1987 ten aanzien van hoofdrekenen en schattend rekenen.

*Hoe is het met het draagvlak voor hoofdrekenen en schattend rekenen?*

Twintig jaar geleden zijn tweehonderdnegentig deskundigen en betrokkenen geconsulteerd over onder meer cijferen en hoofdrekenen (Cadot & Vroegindewij, 1986). De respondenten bestonden globaal uit vier gelijke groepen van leraren basisonderwijs, pabodocenten, onderwijsbegeleiders en onderzoekers. Met de stelling dat er minder tijd aan cijferen besteed diende te worden was 95 procent van de respondenten het grotendeels eens en ruim 70 procent was van mening dat er meer aandacht aan hoofdrekenen en schattend rekenen gegeven moest worden. Uit een enquête van Maurice de Hond onder leraren van groep 8, brugklasdocenten en ouders kwam naar voren dat het rekenen toegepast in het dagelijks leven door twee van de drie geënquêteerden als zeer belangrijk werd aangemerkt, hoofdrekenen door ongeveer de helft en cijferen door een van de drie leraren basisonderwijs en de helft van de brugklasleraren. (Ahlers, 1987). Al met al blijkt uit deze gegevens dat voor hoofdrekenen een stevig draagvlak bestaat.

In de consultaties die in de jaren negentig werden gehouden kwam hetzelfde beeld naar voren. Dit bleek met name het geval te zijn bij de peilingen die door TAL-onderzoekers onder ongeveer vijfhonderd leraren, pabodocenten, onderwijsbegeleiders en onderzoekers werden gehouden.<sup>5</sup> Ook internationaal bezien is het belang van hoofdrekenen en schattend rekenen de laatste tien jaar geleidelijk aan steeds meer onderkend. In Engeland bijvoorbeeld is in 1998 het zogenoemde *numeracy programme* opgestart waarin niet alleen nieuwe inhoudelijke

accenten werden geplaatst, maar ook *whole class teaching* weer werd aanbevolen. Vooral het belang van korte dagelijkse sessies van hoofdrekenen en schattend rekenen werd in de nieuwe aanbeveling benadrukt.

*Hoofdrekenen, schattend rekenen en cijferen staan toch niet los van elkaar? Kun je iets over de samenhang tussen een en ander zeggen?*

Die samenhang kunnen we het beste illustreren met het volgende lesvoorbeeld van het vernieuwde rekenonderwijs. Indien dit probleem klassikaal in groep 6 wordt aangeboden, kan men de volgende oplossingen verwachten. (We nemen berekeningen over die we in het leerlingenwerk uit één klas zijn tegengekomen.)

#### Het Lieke-probleem

Lieke wil 4 broden kopen van  $f$  1,98.

Ze heeft een tientje. Is dat genoeg?

1.  $4 \times 1 = 400$  en dan  $4 \times 9 = 360$   
en dan  $4 \times 8 = 320$

$$\begin{array}{r} 400 \\ 320 \\ 360 + \\ \hline 1080 \end{array} \quad \text{Nee.}$$

2.  $1,98$   $1,98$   
 $1,98 +$   $1,98 +$   
 $3,96$   $3,96$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 7,91 \end{array} \quad \text{Ja.}$$

3. Ja.

$$\begin{array}{r} 1,98 \\ \hline 4 \times \\ \hline 7,92 \end{array}$$

4. Ja.

Omdat  $f$  1,98 bijna  $f$  2,-- is en  $4 \times 2 = f$  8,--  
 $f$  8,-- min ( $4 \times 2$  ct) =  $f$  8,-- min  $f$  0,08 =  $f$  7,92

5. Ja.

Want 1,98 is bijna 2 gulden en  
 $4 \times 2$  gulden is 8.

De vijf oplossingen kunnen in deze volgorde klassikaal worden besproken. In een heldere samenvatting worden de voordelen van globaal, schattend rekenen ten opzichte van precies berekenen belicht, en de relaties tussen schatten, hoofdrekenen en cijferen nog eens uit de doeken gedaan. Ook vergissingen en fouten komen aan bod. Op deze wijze kunnen leerlingen van elkaar en van de leraar leren binnen een interactief klassikale onderwijssetting. Er wordt tegemoet gekomen aan de verschillen tussen leerlingen, sterker, er wordt zelfs profijt van getrokken. Twee jaar later, in groep 8, zijn de vaardigheden van hoofdrekenen en schattend rekenen verder ontwikkeld en kunnen de kinderen vermenigvuldigingen van een ééncijfergetal met een tweecijfergetal desgewenst hoofdcijferend berekenen. Voor driekwart van de leerlingen is deze doelstelling einde basisschool haalbaar; ze wordt in het TAL-boek als differentieel einddoel aangemerkt.<sup>6</sup> Vanuit het zicht van het vernieuwde rekenonderwijs is naar mijn

mening cruciaal of een opgave als '6 × 789' - zoals in de derde oplossing van de Lieke-som - door het overgrote deel van de leerlingen 'hoofdcijferend' kan worden opgelost. Als dit niet het geval is, dan is er iets mis met het vigerende, vernieuwde rekenonderwijs.

## Samenvatting en slotsom

De PPON-standaarden zijn ongeschikt en niet bedoeld om het rekenonderwijs de maat te nemen. Wenst men dit toch te doen, dan maakt men er oneigenlijk gebruik van en dat is voor een voormalig Cito-medewerker als Van Dam op zijn zachtst gezegd merkwaardig.

Nieuwe reken-wiskundemethoden blijken in de periode 1987-2004 een positieve invloed op de kwaliteit van het onderwijs te hebben gehad.

Het draagvlak voor hoofdrekenen en schattend rekenen is in het Nederlandse rekenonderwijs hecht verankerd. Aanvullend, individueel onderzoek bij 'bewerkingen 2' heeft aangetoond dat de PPON-resultaten op dit terrein niet valide zijn, en dat er geen reden is om te veronderstellen dat de opbrengst van het schriftelijke rekenen in 2004 ten opzichte van 1997 sterk is teruggelopen. De resultaten van getalrelaties, hoofdrekenen en schattend rekenen zijn vanaf 1987 aanzienlijk verbeterd, en die van verhoudingen, breuken en procenten als geheel gezien licht, maar wel significant, gestegen.

Slotsom: de einddoelen van het reken-wiskundeonderwijs zijn duidelijk omschreven; de kwaliteit kan uiteraard nog verder worden verhoogd, maar of de aanbevelingen van Van Dam daartoe bijdragen, valt te betwijfelen. Naast de bekende suggesties over de verbetering van opleiding, nascholing en didactische organisatie zou ik in dit verband vooral de analyse en beoordeling van methoden willen noemen, omdat daarmee de schoolteams op korte termijn geholpen zijn - dat die kwaliteit nogal wisselt, is een ander verhaal. Daarover later wellicht meer.

## Noten

- 1 Het gewenste niveau voor 'voldoende' (*V*) is in de PPON-standaard bedoeld voor 70 procent van de leerlingen die een bepaalde, naar opklimmende moeilijkheid geordende set opgaven 'goed' moeten kunnen oplossen. 'Goed' betekent in dit verband een kans van tenminste 80 procent om de betreffende opgaven goed te maken. Als de goedscore bij een bepaald onderwerp ver onder de standaardmaat van *V*70 ligt, zeg bijvoorbeeld *V*40, betekent dit dat niet 70 procent maar slechts 40 procent van de leerlingen deze opgaven 'goed' maakt of anders gezegd dat de standaard niet bij *P*30 maar bij *P*60 ligt. In deze kansbeschrijving van 'goed' ligt een vervelend misverstand op de loer. Namelijk dat 'goed' met 'gemiddeld' wordt verward, dus dat *V*70 inhoudt dat gemiddeld 70 procent van de leerlingen de betreffende *V*70 opgaven 'goed' maakt. Neem weer *V*40 als voorbeeld: dat de *V*40-leerlingen de betreffende opgaven 'goed' maken - dat zijn de leerlingen boven *P*60 - wil uiteraard niet zeggen dat de leerlingen beneden *P*60 geen kans hebben om deze opgaven goed te maken. PPON categoriseert de kansen in 'goed', 'matig' en 'voldoende': 'goed' wil

zeggen een kans van meer dan 80 procent, 'matig' betekent een kans van 50-80 procent en onvoldoende een kans van minder dan 50 procent op een goede oplossing. Kenmerkend voor de PPON-opgaven die in het itemresponsmodel passen is dat de matig categorie een beperkte percentiel-lengte heeft van 25 à 30 procent. Naarmate het matig-bereik groter wordt, des te minder discrimineren de opgaven en zijn dan dus minder geschikt voor PPON.

Een voorbeeld van zo'n opgave is de volgende:

De prijs van een bioscoopkaartje is € 8,-.  
Op een avond worden 327 kaartjes verkocht.  
Hoeveel geld wordt er die avond ontvangen?

De 'goedscore' bij dit vraagstuk is 40 procent, de 'matig-score' 59 en de 'onvoldoendescor' 1 procent (Bokhove & Janssen, 1989). Deze opgave is weinig onderscheidend ten aanzien van de leerlingen op de vaardigheidsladder en daardoor lastig te plaatsen. Met het gegeven dat slechts 40 procent van de leerlingen een kans van tenminste 80 procent heeft om deze opgave goed te maken zeg je in feite (te) weinig; de aanduiding *V*40 is zelfs misleidend laag als je *V*70 wenst te halen. Kijk je echter naar de gemiddelde score dan is het resultaat van goed - matig - onvoldoende bij *V*40 - 59 - 1 zo slecht nog niet, namelijk ongeveer 75 procent. (Men kan vanuit de kansscore tot de gemiddelde score komen door van een *S*-kromme uit te gaan, waarvan de vorm in hoge mate door de percentiel-lengte van 'matig' wordt bepaald. Of, indien men grof rekent door de *S*-kromme in een rechte lijn te trekken, wat bij een grote matig-lengte vrij goed werkt, maar bij een kleine niet.) Rekent men de *V*70-score bij een bepaald vraagstuk om tot een gemiddelde score van het aantal leerlingen, dan komt men, uitgaande van *V*70 - 30 - 0 (of *V*70 - 25 - 5 dat maakt niet veel uit) tot een gemiddelde score van ruim 80 procent (via  $7 \times 9 + 3 \times 6,5$ ). Op dezelfde wijze kan men berekenen dat *V*60 - 30 - 10 een gemiddelde score van iets meer dan 75 procent oplevert en *V*50 - 30 - 20 een gemiddelde van omstreeks 70 procent. Je kunt je afvragen of de panelleden die bij het vaststellen van de voldoende-standaard betrokken zijn zich bij deze benaderde gemiddelde scores *V*70, *V*60 en *V*50 voldoende realiseren. En als dat wel het geval is, of men dan wel voldoende op de hoogte is van de relevante onderzoeksgegevens op de betreffende terreinen die laten zien dat deze gemiddelde scores vaak volstrekt onhaalbaar zijn.

- 2 Vergelijk bijvoorbeeld de voldoende-standaard voor schriftelijk optellen en aftrekken van 2004 met die van 1997, dan blijkt dat die van 2004 veel hoger ligt en dat dus bij ongeveer dezelfde prestaties een veel lagere *V*-score wordt behaald dan in 1997.
- 3 De betreffende opgaven met bijbehorende percentages met goed - matig - onvoldoende zijn  $806 : 26 = \dots$  (*V*76 - 20 - 4) en  $8820 : 63 = \dots$  (*V*42 - 40 - (18)). Die leveren omgerekend bij benadering de gemiddelde scores van respectievelijk 80 procent en 65 procent op. Daarbij moet worden aangetekend dat de laatste deling wat eenvoudiger is dan  $7849 : 12 = \dots$  uit de individuele afname van 2004 die een gemiddelde score van 60 procent had.
- 4 Opgave 7 uit PPON 2004 luidt:  $109 \times 87 = \dots$ . De *V*-score hiervan is *V*25 - 30- 45. Omrekening naar een gemiddelde score is hier uiterst riskant - zie noot 1. Wel is echter duidelijk dat de gemiddelde score uit de individuele peiling bij  $25 \times 704 = \dots$ , te weten 71 procent in de standaard

dafname bij opgave 7, lang niet wordt gehaald. Dus ook hier is er een opmerkelijk verschil tussen vergelijkbare goedscores van de standaardafname en die van de individuele peiling. Terugvertaald naar *V*-waarden zal deze procentuele toename van de gemiddelde scores tientallen procenten bedragen. Bij een toename van 32 procent bijvoorbeeld zal dat zeker veertig *V*-punten opleveren (uitgaande van een conservatieve inschatting van de verhouding 7 : 10 voor de gemiddelde score en de goedscore). Hoeveel de *V*-toename bij de totale verzameling vraagstukken van vermenigvuldigen en delen bedraagt valt moeilijk in te schatten, maar het zal toch al gauw een tiental procenten schelen.

5 De TAL-consultaties zijn beschreven in:

Goeij, E. de, J. Nelissen & M. van den Heuvel-Panhuizen, (1998); Goeij, E. de & J. Nelissen (1999a); Goeij, E. de & J. Nelissen (1999b); M. van den Heuvel-Panhuizen & E. de Goeij (1999a); M. van den Heuvel-Panhuizen & E. de Goeij (1999b).

6 Zie voor de TAL-leerlijnen met tussendoelen voor het rekenen met hele getallen:

Treffers, A., M. van den Heuvel-Panhuizen & K. Buys (red.) (1999); M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Buys & A. Treffers (red.) (2001).

Niet iedereen is het overigens met het TAL-standpunt eens dat elementair cijferen als einddoel gehandhaafd is. Een voorbeeld van zo'n doorwrocht tegenbetoog is te vinden in: W. Uittenbogaard (2007).

## Literatuur

Ahlers, J. (1987). Grote eensgezindheid over basisonderwijs. Onderzoek onder leraren en ouders. *School*, 15(4), 5-10.

Bokhove, J. & J. Janssen (1988). Periodieke Peilingsonderzoeken in het basisonderwijs (4). *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 7(2), 16-35.

Bokhove, J. & J. Janssen (1989a). Periodieke Peilingsonderzoeken in het basisonderwijs (5). *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 7(3/4), 3-14.

Bokhove, J. & J. Janssen (1989b). Periodieke Peilingsonderzoeken in het basisonderwijs (6). *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 8(2), 3-33.

Bokhove, J. & J. Janssen (1990). Periodieke Peilingsonderzoeken in het basisonderwijs (7). *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 8(3), 21-43.

Cadot, J. & D. Vroegindewij (1986). *10 voor de basisvorming*

*onderzocht*. Utrecht: Vakgroep OW&OC.

Goeij, E. de, J. Nelissen & M. van den Heuvel-Panhuizen (1998). *Tussendoelen annex leerlijnen. Consultatie-nota*. Utrecht: Freudenthal Instituut.

Goeij, E. de & J. Nelissen (1999a). Reacties op het 'ABC van het cijferen'. *Willem Bartjens*, 19(1), 28-33.

Goeij, E. de & J. Nelissen (1999b). In gesprek met schoolteams. Kolomsgewijs rekenen en cijferen. *Willem Bartjens*, 19(1) 34-36.

Heuvel-Panhuizen, M. van den, K. Buys & A. Treffers (red.) (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.

Heuvel-Panhuizen, M. van den & E. de Goeij (1999). De resultaten van een nationale bezinning op het rekenen in de bovenbouw van de basisschool (1). *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 17(4), 3-14.

Heuvel-Panhuizen, M. van den & E. de Goeij (1999). De resultaten van een nationale bezinning op het rekenen in de bovenbouw van de basisschool (2). *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 18(1), 3-20.

Janssen, J., F. van der Schoot, B. Hemker & N. Verhelst (1997). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 3*. Arnhem: Cito.

Janssen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *PPON (periodieke peiling van het onderwijsniveau). Balans (32) van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: Cito.

Putten, C. M. van & M. Hickendorff (2006). Strategieën van leerlingen bij het beantwoorden van deelopgaven in de periodieke peilingen aan het eind van de basisschool van 2004 en 1997. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 25(2), 16-25.

Treffers, A., M. van den Heuvel-Panhuizen & K. Buys (red.) (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex leerlijnen. Hele getallen onderbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.

Uittenbogaard, W. (2007). Hoe Juliette en Jonas leren rekenen. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek ontwikkeling, praktijk*, 26 (1), 32-37.

Wijnstra, J. M. (red.) (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool*. Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs. Arnhem: Cito.