

Rekenen TOEN EN NU

ADRI TREFFERS EN MARJA VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN

Ot en Sien

Er bestaat een foto uit 1957 waarop een meisje, Sien geheten, staat voor het bord trots wijst op de uitkomst van een kolossale vermenigvuldiging. Het is een getal van 21 cijfers. Dit aandoenlijke plaatje van meer dan vijftig jaar geleden beeldt treffend uit hoe het rekenen destijds onder het geestdodend cijferen dreigde te bezwijken.

Het ministerie van Onderwijs en Wetenschappen verwoordde dit in het 'Onderwijsverslag van het jaar 1963' als volgt: 'Rekenen is een 'stervend vak', de toekomst lijkt voorlopig weinig verbetering te bieden.'

Die verbetering kwam wel, maar op een onverwachte manier. Aan het einde van de jaren '60 overspoelde namelijk de zogenoemde new math de westerse wereld. Zelfs gezaghebbende wiskundigen konden de vloedgolf van deze formele, abstracte wiskunde niet tegenhouden. Ook in Nederland zagen uitgever brood in de vernieuwing: vertalingen van vier buitenlandse methoden stonden destijds op stapel.

Een groep pabo-docenten en onderzoekers onder leiding van Goffree en Wijdeveld slaagden er echter als Wiskobasbeweging in om samen met de onderwijsinspectie de invoering van die nieuwe methoden af te remmen en later zelfs te stoppen – internationaal gezien een unieke prestatie, omdat vrijwel geen enkel land het tij van de new math op de basisschool wist te keren.

Toen in 1970 Freudenthal zich bij deze beweging aansloot en kort daarna het Freudenthal Instituut (destijds IOWO) kon worden opgericht, ontwikkelde Wiskobas een alternatief voor zowel de new math als voor het sterk gemechaniseerde rekenonderwijs. Dit alternatief was het zogenoemde realistische reken-/wiskundeonderwijs, dat meer dan het traditionele rekenonderwijs en de formele new math op de realiteit en de werkelijkheid van de kinderen betrokken is.

Hoe slaagde Wiskobas erin het onderwijsveld zo vlug voor de nieuwe rekenaanpak te winnen?

Het antwoord daarop is tweeledig. Ten eerste door zelf met de leraren op de Dreeschool een aansprekende voorbeeldmethode te ontwikkelen die in 1977 aan de educatieve uitgeverijen overhandigd werd. En ten tweede door (aanstaande) leraren, pabo-docenten, onderwijsbegeleiders, onderzoekers,



inspecteurs via (na)scholingscursussen en kaderconferenties zelf te laten ervaren, dat de traditionele rekenaanpak niet toereikend was en te betrekken bij het nadenken over de richting waarin het reken-/wiskundeonderwijs herzien kon worden.

In het begin van de jaren '80 verschenen de eerste reken-/wiskundemethoden die op de Wiskobasvisie waren geënt. Het gevolg van een en ander was echter dat zich een tweedeling in het methodebestand begon af te tekenen. De noodzaak van een nationale consensus over de (in)richting van het reken-/wiskundeonderwijs op de basisschool deed zich steeds sterker gevoelen.

In 1984 namen Treffers en De Moor het initiatief om een nationaal leerplan te ontwikkelen; in 1989 verscheen de 'Proeve van een Nationaal Programma' waaraan door tientallen deskundigen, na consultatie van honderden betrokkenen (leraren basisonderwijs, pabo-docenten, onderwijsbegeleiders, onderzoekers), was gewerkt. Dit baken voor leerboekenschrijvers en toetsontwikkelaars ging vanaf 1990 als officieus leerplan fungeren. De (voorlopige) eindtermen en wat later de kerndoelen, die door de overheid voor het reken-/wiskundeonderwijs

op de basisschool werden vastgesteld, sloten naadloos bij de Proeve-doelen aan. Daarmee werd de door Wiskobas in gang gezette vernieuwing de facto van een overheidsstempel voorzien en kregen nieuwe methoden ruim baan.

Bij de eerste periodieke peiling van het onderwijsniveau (PPON) in 1987 had ongeveer 10 procent van de leerlingen eind groep 8 met een nieuwe realistische rekenmethode les gehad. Tien jaar later bij de derde peiling liep dat percentage op tot 75 en bij de vierde peiling in 2004 was de methodemarkt volledig vernieuwd. Hoe pakte deze vernieuwing uit?



Een geslaagde vernieuwing?

Om deze vraag te beantwoorden, vergelijken we de goedscores van de acht rekenopgaven die zowel in 1987 als in 2004 – dus bij het begin van de rekenrevolutie en aan het voorlopige einde ervan – via een individuele toetsafname zijn gepeild.

De voorbeelden zijn ankersommen die model kunnen staan voor het rekenonderdeel dat ze representeren.

Acht ankersommen	'87	'04
1. Wilma is 153,6 cm lang. Vorig jaar was haar lengte 146,7 cm. Hoeveel is Wilma sinds vorig gegroeid?	60%	69%
2. 2 Kilo kuikenbouten kosten € 8,98. De chef van een restaurant koopt 10 kilo kuikenbouten in. Hoeveel moet hij betalen?	60%	69%
3. Yvonne rekent uit op haar rekenmachine $715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091$ Bij het opschrijven van het antwoord is ze de komma vergeten. Wat moet het antwoord zijn?	27%	71%
4. In de prijzenpot zit € 6327,75. Er zijn 8 winnaars die dit met elkaar moeten delen Hoeveel geld moet ieder dan ongeveer krijgen? Rond af op honderd euro.	35%	66%
5. Hiemden heeft ruim 50.000 inwoners Een $\frac{1}{2}\%$ van die inwoners is ouder dan 80 jaar Dat zijn ongeveer mensen.	41%	58%
6. Ongeveer $\frac{3}{4}$ deel van de leerlingen van de Plerikschool komt lopend naar school. Van de rest wordt de helft gebracht en komt de helft op de fiets. Welk deel van de leerlingen van deze school komt op de fiets?	43%	75%
7. De ijscoman heeft berekend dat hij per 10 ijsjes het volgende verkoopt: - 2 bekertjes - 3 hoorntjes - 5 waterijsjes Hij bestelt 700 ijsjes. Welke verdeling houdt hij aan? bekertjes hoorntjes waterijsjes	56%	76%
8. Koptelefoons van € 60,- nu met 30% korting. Hoeveel moet je nu voor een koptelefoon betalen?	42%	71%

(De eerste vier opgaven móeten uit het hoofd berekend worden en bij de andere kán dat desgewenst.)

Zijn de goedscores van 1987 en 2004 misschien per ongeluk verwisseld? Afgaand op berichten over de 'dramatische' teruggang die men hier en daar kan vernemen, zou je zeggen van wel. Maar alle gegevens kloppen; we hebben geen voorafdelige selectie gemaakt.

Niet alleen de goedscores verschillen, maar vooral ook de oplossingsmethoden zijn anders. In de peiling van 2004 rekenen de kinderen handiger, met meer inzicht en minder hoofd-cijferend.

In opgave 3 bijvoorbeeld, de Yvonne-som, gaf in 1987 één op de drie leerlingen het antwoord 13,091, omdat de meeste getallen drie cijfers achter de komma hebben, terwijl in 2004 nog maar één op de tien zo redeneerde.

En bij opgave 8, de kortingsom, rekenden in 2004 twee van de drie leerlingen via '10% is gelijk €6'. Dat deed in 1987 (met gulden) bijna geen enkele leerling. Toen werd nog klakkeloos het 1%-pad gevolgd, dat leidde naar $30 \times 0,60 = \dots$, wat vaak fouten tot gevolg had.

Al met al geeft dit achttal voorbeelden een behoorlijke indruk hoe het rekenonderwijs er nu voorstaat in vergelijking met het 'traditionele' tijdperk van de jaren '80 – de resultaten van de wat kleinere individuele peiling blijken namelijk nauwelijks van de standaardpeiling te verschillen.

Cijferen

Helaas ontbreken vergelijkende opgaven over inzicht in getallen en getalrelaties, een nieuw rekenonderdeel waarop sinds 1987 samen met schattend rekenen de grootste vooruitgang is geboekt.

En ook cijfersommen worden node gemist. Want die zouden, gelet op de actuele rekendiscussie, wat meer duidelijkheid over dit heikele rekenonderdeel kunnen verschaffen.

Wel beschikken we over de gegevens van drie toetsitems die in 2004 individueel zijn afgenomen.

Goedscore	
704 x 25 = ...	71%
736 : 32 = ...	84%
7849 : 12 = ...	60%

In de standaardpeiling bleken de scores echter aanzienlijk lager. Relatief veel leerlingen, bijna de helft, berekenden deze opgaven uit het hoofd. In de individuele peiling werden de leerlingen echter aangezet om de uitwerking op te schrijven, met het gevolg dat de resultaten bijna 30 procent hoger lagen. Een uitzonderlijke stijging, omdat het verschil tussen de standaardpeiling en de individuele afname bij de dertig andere opgaven, die op deze wijze in de vier peilingen van 1987 tot 2004 zijn getoetst, gemiddeld slechts 4 procentpunten is.

Een ander sprekend voorbeeld is de opgave '99 x 99 = ...'. De goedscore hiervan is bijzonder laag: 43 procent. Dat komt vooral omdat bijna de helft van de kinderen de berekening handig uit het hoofd probeert te maken. Maar dat blijkt slechts één op de drie goed te lukken.

Op dit punt hebben de critici van het bestaande rekenonderwijs het gelijk aan hun kant: de leerlingen moeten meer dan nu vaak gebeurt hun berekening noteren; de leraar dient daarop nauwlettend toe te zien. De vraag is of dit steeds minder gebeurt nu het onderwijs meer dan vroeger op zelfstandig rekenen wordt ingericht.



Twestromenland

In het Nederlandse rekenlandschap heeft naast het lijnrechte cijferkanaal ook altijd een meanderende hoofdrekenstroom gelopen ¹⁾. Die manifesteerde zich in de tweede helft van de vorige eeuw ondermeer in Nieuw Rekenen en zijn voorlopers en in Wereld in Getallen ²⁾.

Het is interessant om de resultaten van de laatstgenoemde methoden te vergelijken met die van de laatste dominante methoden uit de cijferrichting, te weten Naar Zelfstandig Rekenen en NiveauCursus Rekenen. Interessant, omdat daaruit naar voren komt hoezeer de prestaties van de schrale cijferaanpak over de hele linie achterblijven bij die van de rijke rekenaars. Op alle onderdelen uit de eerste drie periodieke rekenpeilingen van het Cito scoren Nieuw Rekenen en Wereld in Getallen aanzienlijk hoger dan Naar Zelfstandig Rekenen en NiveauCursus Rekenen – meestal significant, en gemiddeld met een verschil van 0,4 standaarddeviatie, ongeveer 10 procentpunten. Daarbij scoort Wereld in Getallen van alle methoden – dus zowel van de traditionele als van de realistische methoden – op vrijwel alle 24 onderdelen als beste ³⁾. Hoofdrekenen en schattend rekenen zitten goed leren cijferen en de toepasbaarheid ervan blijkbaar niet in de weg, integendeel.

Hoe komt het dan dat de prestaties bij het cijferen, met name in de laatste peiling, wat zijn teruggelopen? Wel, dat heeft zoals Wereld in Getallen laat zien, in principe niets met de realistische rekendidactiek te maken, maar veeleer met de al dan niet nagestreefde doelstellingen.⁴⁾ Niet iedere vernieuwde methode besteedt evenveel tijd – zeg bij elkaar genomen zo'n 50 lessen – aan het systematisch en doelgericht aanleren van de standaardprocedures van het cijferen of varianten ervan, zoals bij het staartdelen. Ook beginnen verschillende methoden nogal laat met cijferend vermenigvuldigen en delen, dat wil zeggen pas medio groep 7.

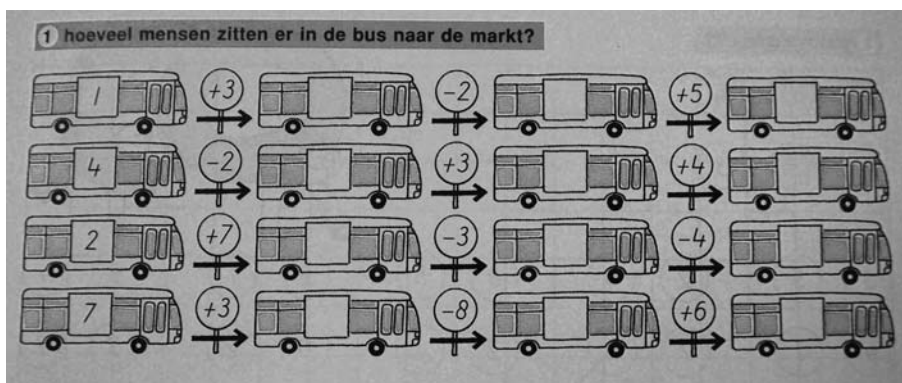
In ieder geval zijn de genoemde resultaten van Nieuw Rekenen en Wereld in Getallen voldoende reden om de daarin gekozen aanpak van het leren cijferen niet aan de kant te zetten. Bovendien zouden deze resultaten de huidige cijferlobby in Nederland om terug te keren naar het door de feiten achterhaalde mechanistische rekenon-

derwijs te denken moeten geven ...

Gelet op het voorgaande is het opmerkelijk dat de Stichting Goed Rekenonderwijs (SGR) een nieuwe methode gaat ontwikkelen waarin de nadruk (opnieuw) op mechanistisch cijferen komt te liggen

De uitstekende realistische methode Wereld in Getallen besteedt namelijk ook veel aandacht aan het cijferen: de leerlingen krijgen daarin niet minder dan 1250 kale sommen voor optellen en aftrekken, 1000 voor vermenigvuldigen en 750 voor delen aangeboden – een hoeveelheid oefenstof die globaal overeen komt met die van de traditionele rekenmethoden, al zijn de getallen waarmee gecijferd wordt aan het einde van de leergang wel kleiner dan die van destijds.

Wellicht zou men met minder kunnen volstaan – zeg grofweg de helft – maar daarover kan men van mening verschillen; er



zullen zelfs rekendeskundigen zijn die vinden dat het cijferen helemaal afgeschaft dient te worden. Waarover vrijwel allen het echter wel eens zullen zijn, is dat de methode-uitspraak van Van de Craats ³⁾ nauwelijks serieus kan worden genomen. En hetzelfde geldt uiteraard voor de karikatuur die hij en de zijnen bij herhaling en op megafoonsterkte van het realistische rekenonderwijs geven. ⁵⁾

Modern rekenonderwijs

Het rekenonderwijs is de afgelopen 25 jaar wereldwijd ingrijpend gewijzigd. Dit werd mede veroorzaakt door de slechte resultaten van het sterk op cijferen gerichte rekenonderwijs. In Nederland weten we dankzij de periodieke peilingen van het Cito

hoe benedenmaats de prestaties daarvan waren. Deze wetenschap is met het oog op toekomstige methode-keuzen van grote waarde. Pas op met de nieuwe 'cijfermethode'!

In de moderne rekenprogramma's krijgen getalinzicht, hoofdrekenen, schatten, toepassingen en het verstandig gebruik van de rekenmachine wereldwijd meer nadruk, terwijl cijferen zijn dominante positie verliest en een passende plaats krijgt toegewezen.

Adri Treffers en Marja van den Heuvel-Panhuizen zijn respectievelijk emeritus-hoogleraar en hoogleraar reken-wiskundendidactiek aan het Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht
Fotografie: Felix Meijer



Noten

1. De rekendidactische fundering van de genoemde 'hoofdrekenmethoden' is behalve aan de methode van Diels en Nauta ontleend aan Gelder, L. van (1959) die niet alleen talrijke voorbeelden van hoofdrekenstrategieën geeft, maar ook het kolomsgewijze staartdelen behandelt. In de methoden *Boeiend Rekenen* en *Nieuw Rekenen* wordt deze 'nieuwe' staartdeling praktisch uitgewerkt. Trouwens ook in het buitenland is deze kolomsgewijze staartdeling al sinds jaar en dag in gebruik.
2. Zie voor een nadere analyse van de genoemde methoden Jong, R.A. de (1986). *De huidige reken-/wiskundemethoden vormen ten aanzien van het cijferen en speciaal het cijferende vermenigvuldigen geen eenheid. De leergangen van de twee huidige methoden met het grootste marktaandeel, Pluspunt en Wereld in Getallen, verschillen bijvoorbeeld aanzienlijk. Pluspunt volgt vooral het exploratietraject, terwijl Wereld in Getallen het cijferen tweesporig aanpakt en betrekkelijk veel aandacht aan het oefenen besteedt.*
3. Van de Craats merkt in de NRC van 30-09-08 over de realistische rekenmethoden op: 'Ze zijn alle zes even slecht, dus wat heeft het dan voor zin ze te gaan vergelijken.'
4. De vigerende ministeriële eindtermen bevatten duidelijke doelstellingen voor het cijferen. Zie in dit verband de TAL-brochure (Van den Heuvel-Panhuizen e.a., 2001). *Cijferend vermenigvuldigen wordt hierin als een differentiële doelstelling aangemerkt die op driekwart van de leerlingen van toepassing is.*
5. Zie in dit verband Van den Heuvel-Panhuizen (2009).

Literatuur

- Gelder, L. van (1959). *Grondslagen van de rekendidactiek*. Groningen: Wolters.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den, Buijs, K., & Treffers, A. (Red.) (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den (2009). *Hoe rekent Nederland? (oratie)*. Utrecht: Freudenthal Instituut. (http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/vdheuvel_oratie.pdf)
- Janssen, J., Schoot, F. van der, Hemker, B. & Verhelst, N. (1997). *Balans van het reken-wiskunde onderwijs aan het einde van de basisschool 3*. Arnhem: Cito.
- Janssen, J., Schoot, F. van der & Hemker, B. (2005). *PPON (periodieke peiling van het onderwijsniveau). Balans (32) van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: Cito Instituut voor toetsontwikkeling.
- Jong, R.A. de (1986). *Wiskobas in methoden (diss.)*. Utrecht: OW&OC.
- Putten, C. M. van & Hickendorff, M. (2006). *Strategieën van leerlingen bij het beantwoorden van deelopgaven in de periodieke peilingen aan het eind van de basisschool van 2004 en 1997*. *Panapost. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 25(2), 16-25.